

## پاسخ تشریحی توسط: امیرحسین البرزی

۱. گزینه ۲ درست است.

مجزا

۲. گزینه ۱ درست است.

ویران کننده

۳. گزینه ۴ درست است.

فداکاری

۴. گزینه ۳ درست است.

تحسین کردن

۵. گزینه ۱ درست است.

درآمد

۶. گزینه ۳ درست است.

سازنده - اصلاح شده

۷. گزینه ۴ درست است.

به اتفاق آرا

۸. گزینه ۴ درست است.

به نظر این جانب گزینه ۴ صحیح است، ولی سازمان سنجش گزینه ۲ را اعلام کرده است.

تضمین کردن

۹. گزینه ۳ درست است.

مزیت - امتیاز

۱۰. گزینه ۱ درست است.

مورد توجه بودن - جذب کردن

۱۱. گزینه ۱ درست است.

۱۲. گزینه ۴ درست است.

۱۳. گزینه ۲ درست است.

۱۴. گزینه ۳ درست است.

۱۵. گزینه ۱ درست است.

## پاسخ تشریحی توسط: الهام نژادمقدم

۱۶. گزینه ۴ درست است.

The pressure drop losses in any heat exchanger are made up of the entrance and exit losses as well as the losses as the fluid flows through the heat transfer passages. با توجه به entrance (۱) ناشی از افت فشار، well as the losses as the fluid flows through the heat transfer passages. (۲) exit losses (۳) heat transfer passage است.

۱۷. گزینه ۲ درست است.

Too high a nozzle velocity for either the hot or cold fluid can result in wasted pressure drop getting into and out of the heat exchanger. با توجه به سرعت بالای هر دو جریان گرم و سرد باعث wasted pressure drop می شود.

۱۸. گزینه ۳ درست است.

با توجه به خط آخر، بعد از صفحه‌های اولیه، وقتی جریان در کانال‌های صفحه‌ای پخش می‌شود، سرعت جریان کاهش می‌یابد.

۱۹. گزینه ۱ درست است.

high nozzle velocities can cause erosion of the port in the first few plates of the plate pack after the first few plates. در این متن معمولاً فرسایش در صفحه‌های اول یک مبدل حرارتی، به دلیل کاهش سرعت مایع بعد از آن اتفاق می‌افتد.

۲۰. گزینه ۱ درست است.

تنها گزینه‌ی ۱ در متن به آن اشاره‌ای نشده است.

۲۱. گزینه ۲ درست است.

Capital به معنی سرمایه (money) است.

۲۲. گزینه ۳ درست است.

Change-out به معنی جایگزین replacement است.

۲۳. گزینه ۴ درست است.

به گزینه‌ی ۴ در متن اشاره‌ای شده در حالی که ۳ گزینه اول در متن توضیح داده شده‌اند.

۲۴. گزینه ۴ درست است.

Offset به معنی جبران کردن compensated است.

۲۵. گزینه ۴ درست است.

با توجه به متن، فیلترها در صورتی که دوره جایگزینی طولانی داشته باشند از لحاظ اقتصادی به صرفه‌اند. در حالی که ۳ گزینه دیگر از نظر اقتصادی به صرفه نیستند. (متناقض با جواب طراح محترم)

۲۶. گزینه ۲ درست است.

با توجه به متن، برای رسیدن یک سیستم به حالت تعادل، نبود تمام نیروهای محرکه ضروری است. در حالیکه گزینه‌های دیگر رسیدن به تعادل را رد می‌کنند.

۲۷. گزینه ۱ درست است.

با توجه به متن تعادل به معنی عدم تمایل به تغییر در مقیاس میکروسکوپی است. پس در حالت تعادل احتمال تغییرات در مقیاس میکروسکوپی هست.

۲۸. گزینه ۱ درست است.

Tendency در این متن به معنی inclination (تمایل) است.

۲۹. گزینه ۳ درست است.

فرآیند خودبخودی فرآیندی است که خود بخود (on its own) اتفاق می‌افتد.

۳۰. گزینه ۲ درست است.

فازهای غیرقابل امتزاج (مخلوط نشدنی) فازهایی هستند که در یکدیگر حل نمی‌شوند.

پاسخ تشریحی توسط: محمدرضا سمیعی گهر

۳۱. گزینه ۱ درست است.

در ناحیه‌ی لایه نازک با افزایش اختلاف دما ضریب  $h$  ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. در مورد گزینه‌ی ۳: به علت این که در نقطه بحرانی لایه‌ی گاز بر روی سطح گرم قرار می‌گیرد بنابراین حباب‌های گاز به حالت پایا رسیده و تعداد آن‌ها ثابت می‌باشد.

۳۲. گزینه ۲ درست است.

$$T(r) = -\frac{q^{\circ} R_0^2}{6k} \left( \frac{r^2}{R_0^2} - 1 \right) + T_s \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{q^{\circ} R_0^2}{6k} \cdot \frac{2r}{R_0^2}$$

$$\left. \frac{dT(r)}{dr} \right|_1 = \frac{r_1}{r_2} = \frac{R_0}{R_0} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \frac{dT(r)}{dr} \right|_2 = \frac{1}{2}$$

۳۳. گزینه ۴ درست است.

با توجه به صورت سوال حالت دما ثابت می‌باشد زیرا فرض شده که شار متغیر است:

$$Nu = aGr^{\frac{1}{3}} Pr^b \Rightarrow Gr \alpha \Delta T \Rightarrow Nu \alpha \Delta T^{\frac{1}{3}} \Rightarrow h \alpha \Delta T^{\frac{1}{3}}$$

$$q'' = h \Delta T \Rightarrow \Delta T^{\frac{4}{3}}$$

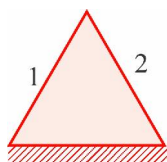
۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$\text{در جریان ناهمسو: گزینه ۱} \quad \varepsilon = \frac{NTu}{1+NTu} \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{5}{6}, \quad \varepsilon_2 = \frac{10}{11}$$

$$\text{در جریان همسو:} \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{e^{2NTu}} \right) \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{e^{10}} \right), \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{e^{20}} \right)$$

بنابراین گزینه‌ی ۱ صحیح است و افزایش  $NTu$  از 5 به 10 تاثیر قابل توجهی بر روی بازده ندارد. گزینه ۲ نیز صحیح می‌باشد زیرا به علت تمیزکاری، سیال خورنده در درون جریان می‌یابد زیرا تمیز کردن پوسته سخت‌تر است. گزینه ۳ صحیح است زیرا در حالت ناهمسو  $F = 1$  می‌باشد.

۳۵. گزینه ۳ درست است.



3 (عایق)

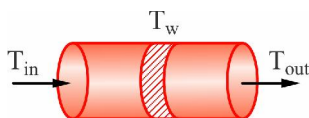
$$q_{13} + q_{23} = 0 \Rightarrow$$

$$A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + A_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4) = 0$$

$$F_{13} = F_{12} \quad \text{تقارن} \quad A_1 = A_2$$

$$\Rightarrow T_3^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2} = \frac{a^4 + 16a^4}{2} \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{17a^4}{2}}$$

۳۶. گزینه ۲ درست است.



$$m^{\circ}CT \Big|_{in} - m^{\circ}CT \Big|_{out} = h.p.(T - T_w) dx$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T_w - T} = \frac{hp}{m^{\circ}C} dx \Rightarrow \frac{T_w - T}{T_w - T_{in}} = \exp\left(-\frac{hp}{m^{\circ}Cp} x\right)$$

$$x = L, \quad T = T_{out}$$

$$\frac{90 - T_{out}}{90 - 10} = \exp\left(\frac{-100 \times 4 \times 0.1}{1000 \times 0.01 \times 5 \times 10^{-2} \times 4000} \times 10\right)$$

$$T_{out} = 90 - 80 \times \exp\left(-\frac{1}{5}\right) \approx 24.7^{\circ}C$$

۳۷. گزینه ۳ درست است

در تمامی رژیم‌های جریان در حالت عمودی با افزایش ضخامت لایه مایع مقاومت انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد و انتقال حرارت کاهش می‌یابد.

۳۸. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۱ صحیح است زیرا سیال گرم‌تر در تماس با انتهای لوله قرار گرفته و بنابراین دمای انتهای لوله بالاتر است. گزینه ۲ صحیح است زیرا در صورت سوال ذکر شده است که طول لوله کوتاه است.

$$\frac{x_{f,d}}{D} = 0.05 Re \cdot Pr$$

گزینه ۳ صحیح است زیرا با توجه به این که  $h$  در ابتدای لوله حداکثر است بنابراین به علت ثابت بودن  $q''$ :

$$q'' = h \cdot \Delta T \rightarrow h \uparrow \Delta T \downarrow$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.

در حالت چگالش ضریب انتقال حرارت در قسمت چگالش بالا بوده و مقاومت انتقال حرارت در دخیل لوله می‌باشد بنابراین با افزایش زبری در داخل لوله ضریب انتقال حرارت کاهش یافته و ضریب انتقال کلی لوله کاهش می‌یابد.

۴۰. گزینه ۲ درست است.

با افزایش طول پره راندمان کمتر شده و انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

$$q_f = \int_0^L hp\Delta T dx$$

۴۱. گزینه ۳ درست است.

در کوره‌ها هر چه ضریب عبور و جذب دیواره‌ها کمتر باشد دمای کوره بالاتر خواهد بود:

$$1 = (\text{ضریب انعکاس}) + (\text{ضریب جذب}) + (\text{ضریب عبور})$$

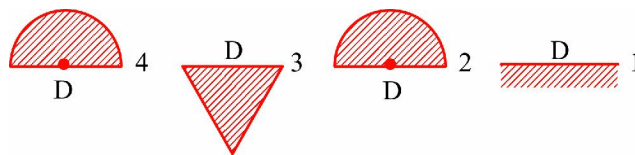
بنابراین هر چه کوره بتواند ضریب انعکاس بالاتری داشته باشد کمک بهتری به افزایش دما کوره می‌نماید و اگر این میزان انعکاس به صورت پخشی باشد دمای داخل کوره یکنواخت‌تر خواهد بود.

۴۲. گزینه ۴ درست است.

$$R_f = \frac{1}{u_f (\text{کنیف})} - \frac{1}{u_c (\text{تمیز})}$$

$$R_f = \frac{1}{\frac{1}{u_f} - \frac{1}{u_c}}$$

۴۳. گزینه ۳ درست است.

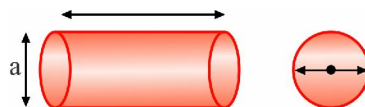


با توجه به سوال  $F_{12} = m$  است برای  $F_{34}$  مشخص است که میزان انرژی صدوری که از جسم ۳ به نیم استوانه می‌رسد بیش‌تر از میزان انرژی است که از جسم ۱ به نیم استوانه می‌رسد. بنابراین  $F_{12} < F_{34}$  پس بایستی ضریب  $m$  بزرگ‌تر از یک باشد که فقط گزینه ۳ صحیح است.

۴۴. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{L_{c1}}{L_{c2}} = \frac{\frac{\pi a^3}{6}}{\frac{\pi R^2 \cdot 2R}{2\pi R^2 + 2\pi R \cdot 2R}} = \frac{\frac{a}{6}}{\frac{a}{6}} = 1$$

$$\left( R = \frac{a}{2} \right)$$



۴۵. گزینه ۳ درست است.

با توجه به وجود تشعشع بنابراین:

$$Q_{\text{rad}} = A\sigma(\epsilon_1 T_1^4 - \alpha_2 T_2^4)$$

و چون دمای جسم و منبع (خورشید) ثابت است پس میزان خالص انتقال حرارت تشعشعی ثابت و برابر میزان جابجایی می‌باشد.

$$Q_{\text{Rad}} = h.A(T_w - T_{\infty}) \Rightarrow T_w = \frac{Q}{h.A} + T_{\infty}$$

گزینه ۱ غلط است زیرا  $Q$  صفر نمی‌باشد.

گزینه ۲ غلط است زیرا  $h$  تابع سرعت باد است.

گزینه ۳ صحیح است زیرا اگر هوا ساکن باشد بنابراین  $h$  کم بوده  $T_w$  می‌تواند از  $T_{\infty}$  بیش‌تر باشد.

گزینه ۴ غلط است زیرا اگر سرعت زیاد باشد  $h$  هم زیاد است ولی همواره  $T_w$  کمی از دمای محیط بیش‌تر می‌باشد.



### پاسخ تشریحی توسط: رضا طاهری

۴۶. گزینه ۲ درست است.

برای حل این مسئله قانون اول ترمودینامیک برای سیستم باز را می‌نویسیم. با صرف نظر از انرژی پتانسیل و جنبشی در مقایسه با آنتالپی و انرژی داخلی داریم:

$$Q + \sum m_i h_i = W + \sum m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

همزن روی سیستم کار انجام می‌دهد ( $W_{\text{mixer}} = -2$ ) و فرآیند کاملاً یکنواخت است ( $m_2 u_2 - m_1 u_1 = 0$ ):

$$Q + (2 \times 3) + (5 \times 4) = (-2) + (2 + 5)(6)$$

$$Q + 26 = 40 \Rightarrow Q = 14$$

۴۷. گزینه ۳ درست است.

با فرض آب به عنوان سیستم، قانون اول ترمودینامیک را برای سیستم بسته می‌نویسیم:

$$\Delta u = Q - W$$

$$\Delta u = (-50) + (2000) - \left( -\frac{100 \times 30 \times 60}{1000} \right)$$

توجه شود علامت منفی به این خاطر است که همزن روی سیستم کار انجام می‌دهد. ضریب  $\left( \frac{30 \times 60}{1000} \right)$  برای تبدیل از وات به کیلو ژول است.

$$\Delta u = 1950 + 180 = 2130 \text{ kJ}$$

۴۸. گزینه ۱ درست است.

**نکته:** دمای بویل هر گاز تنها دمایی است که در آن ضریب دوم ویریا برابر صفر می‌شود:

$$B = 0 \rightarrow b - \frac{a}{T^2} = 0 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

۴۹. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta S_{\text{net}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{surr}}$$

$$\Delta S_{\text{sys}} = m_2 S_2 - m_1 S_1$$

$$\Delta S_{\text{surr}} = \sum m_e S_e - \sum m_i S_i \pm \frac{Q}{T_0}$$

فرآیند انجام شده کاملاً پایدار بوده و در نتیجه  $\Delta S_{\text{sys}} = 0$  و تغییر آنتروپی محیط برابر است با:

$$\Delta S_{\text{surr}} = (7 \times 6) - (2 \times 4) - (5 \times 5) - 0$$

$$\Delta S_{\text{surr}} = 42 - 33 = 9$$

فرآیند امکان پذیر و برگشتناپذیر است.

$$\Delta S_{\text{net}} = 0 + 9 = 9 > 0 \Rightarrow$$

**نکته :**

$$\begin{cases} \Delta S_{\text{net}} > 0 \rightarrow \text{فرآیند امکان پذیر و برگشتناپذیر است.} \\ \Delta S_{\text{net}} = 0 \rightarrow \text{فرآیند امکان پذیر و برگشت پذیر است.} \\ \Delta S_{\text{net}} < 0 \rightarrow \text{فرآیند غیرممکن است.} \end{cases}$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

چون گاز مخزن ابتدا در دمای محیط قرار دارد و خروج گاز به آرامی صورت می گیرد، می توان گفت دمای گاز ثابت می ماند (زیرا کاهش دما با انتقال حرارت از محیط جبران می شود.) و این یک تحول USUF را طی می کند و داریم:

$$Q + m_i h_i = W + m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$W = 0, \quad m_i = 0 \rightarrow Q = m_e h_e + m_2 u_2 - m_1 u_1$$

$$T_2 = T_1, \quad P_2 = \frac{1}{2} P_1 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{2} m_1, \quad m_e = \frac{1}{2} m_1$$

$$\Rightarrow Q = \frac{m_1}{2} (h_e + u_2 - 2u_1) \quad (1)$$

از طرف دیگر داریم:

$$T_2 = T_1 \Rightarrow u_2 = u_1, \quad h_2 = h_1 = h_e \quad (1) \rightarrow Q = \frac{m_1}{2} (h_1 - u_1)$$

$$Q = \frac{m_1}{2} (u_1 + P_1 v_1 - u_1) = \frac{m_1}{2} (P v_1)$$

$$Q = \frac{P V_1}{2} = \frac{5 \times 10^3 \times 1}{2} = 2500 \text{ kJ}$$

۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$Q + m_i \left( h_i + \frac{V_i^2}{2} \right) = W + m_e \left( h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)$$

$$Q, W = 0 \rightarrow h_i + \frac{V_i^2}{2} = h_e + \frac{V_e^2}{2} \Rightarrow h_e - h_i = \frac{V_i^2}{2} - \frac{V_e^2}{2}$$

$$h_e - h_i = \frac{(100)^2}{2} - \frac{(20)^2}{2} = 5000 - 200 = 4800 \text{ j}$$

پس آنتالپی ویژه بخار خروجی از آنتالپی ویژه بخار ورودی 4800 J بیش تر است.

۵۲. گزینه ۳ درست است.

$$du = C_v dT + \left[ T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right] dV$$

چون  $V_1 = V_2$  است پس

$$du = C_v dT \rightarrow \Delta u = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT$$

چون  $V_1 = V_2$  است و تغییر حجم نداریم در نتیجه  $W = 0$  بوده و

$$\Delta u = Q - W \xrightarrow{W=0} Q = \Delta u$$

۵۳. گزینه ۱ درست است.

**نکته:** در دمای ثابت  $T$  وقتی فشار به سمت صفر میل می‌کند، ضریب تراکم‌پذیری ( $Z$ ) به سمت یک نزدیک شده ولی مساوی یک نمی‌شود ولی فقط در دمای بویل است که وقتی در دمای ثابت فشار به سمت صفر میل می‌کند  $Z$  دقیقاً مساوی یک می‌شود. طبق تعریف حجم پس‌ماند داریم:

$$\alpha = -RT \left( \frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T$$

بنابراین علامت تفاضل حجم مخصوص گاز و  $\frac{RT}{P}$  بستگی به  $\left( \frac{\partial Z}{\partial P} \right)_T$  دارد. این عبارت می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد. لذا گزینه‌های ۳ و ۴ نمی‌توانند درست باشند.

۵۴. گزینه ۱ درست است.

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} = \frac{(2 \times 5 \times 300) + (4 \times 10 \times 600)}{(2 \times 5) + (4 \times 10)}$$

$$T_e = 540 \text{ K}$$

$$\Delta S_1 = m_1 c_1 \ln \frac{T_e}{T_1} = 2 \times 5 \ln \left( \frac{540}{300} \right) = 10 \times \ln 1.8 = 10 (\ln 2 + \ln 0.9)$$

$$\Delta S_1 = 10 (\ln 2 + \ln 9 - \ln 10) = 10 (0.7 + 2.2 - 2.3) = 6$$

$$\Delta S_2 = m_2 c_2 \ln \frac{T_e}{T_2} = 4 \times 10 \ln \left( \frac{540}{600} \right) = 40 \ln 0.9 =$$

$$\Delta S_2 = 40 (\ln 9 - \ln 10) = 40 (2.2 - 2.3) = -4$$

$$\Rightarrow \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 6 - 4 = 2$$

۵۵. گزینه ۴ درست است.

$$T_2 = \gamma T_1 = \left( \frac{C_p}{C_v} \right) T_1 = \left( \frac{7}{5} \right) \times 400 = 560 \text{ K}$$

۵۶. گزینه ۳ درست است.

طبق تعریف داریم:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,x} = V$$

بنابراین رابطه زیر را نیز می‌توان نوشت:

$$V^R = \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_{T,x} \Rightarrow V^R = RT \left[ a + 2 \left( b - \frac{C}{T} \right) P \right]$$

بر اساس تعریف حجم باقی‌مانده می‌توان نوشت:

$$V^R = V - V^{ig} \rightarrow V = V^R + \frac{RT}{P}$$

$$V = RT \left[ a + 2 \left( b - \frac{C}{T} \right) P + \frac{1}{P} \right]$$

۵۷. گزینه ۱ درست است.

طبق تعریف ضریب انبساط حجمی داریم:

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \rightarrow \frac{dV}{V} = \beta dT$$

$$\ln V = \beta T + \ln A \rightarrow V = A(T) \exp(\beta T)$$

۵۸. گزینه ۲ درست است.

وقتی در یک سیستم دوجزئی قانون راولت صدق کند داریم:

$$\begin{cases} y_1 P_t = x_1 P_1^{sat} \\ y_2 P_t = x_2 P_2^{sat} \end{cases} \rightarrow P_t = x_1 P_1^{sat} + x_2 P_2^{sat}$$

با جاگذاری  $x_2 = 1 - x_1$  داریم:

$$x_1 = \frac{P - P_2}{P_1 - P_2}$$

با جایگذاری:

$$x_1 = \frac{1.15 - 0.5}{1.8 - 0.5} = 0.5 \Rightarrow x_2 = 1 - x_1 = 0.5$$

۵۹. گزینه ۲ درست است.

$$\hat{f}_1 = f_1 x_1 \gamma_1$$

$$\gamma_1 = \frac{\hat{f}_1}{f_1 x_1} = \frac{1 - x_2 + 10x_1^2}{(1 - 0 + 10) \times x_1}$$

توجه: برای محاسبه  $f_1$  در رابطه  $\hat{f}_1$  مقدار  $x_1 = 1$  قرار داده شد.

$$\gamma_1 = \frac{1 - 0.5 + 10(0.5)^2}{11 \times 0.5} = \frac{3}{5.5} = 0.54$$

۶۰. گزینه ۳ درست است.

نکته: در یک مختلط چندجزئی داریم:

$$\ln \phi = \sum x_i \ln \hat{\phi}_i$$

$$\ln \phi = x_1 \ln \hat{\phi}_1 + x_2 \ln \hat{\phi}_2$$

$$\ln \phi = 0.5(-0.333) + 0.5(-0.666) \Rightarrow \ln \phi = -0.5$$

$$\phi = \frac{1}{e^{0.5}} = \frac{1}{1.6} = 0.62$$

۶۱. گزینه ۴ درست است.

توجه:  $\gamma_1^*$  ضریب فعالیت جز اول بر مبنای قانون هنری است.

می‌دانیم:

$$\lim_{x_1 \rightarrow 0} \gamma_1^* = 1 \quad \text{یا} \quad \lim_{x_1 \rightarrow 0} (\ln \gamma_1^*) = 0$$

حال این مطلب را در گزینه‌ها امتحان می‌کنیم. فقط در گزینه ۴ است که وقتی  $x_1 \rightarrow 0$  ،  $x_2 \rightarrow 1$  مقدار  $\ln \gamma_1^* = 0$  می‌شود.

۶۲. گزینه ۴ درست است.

نکته: چون خاصیت مولی جزئی برای یکی از اجزاء داده شده است و خاصیت مولی جزئی برای جزء دوم خواسته شده است بنابراین از رابطه گیبس - دوهم استفاده می‌کنیم.

$$x_1 d\mu_1 + x_2 d\mu_2 = 0 \rightarrow x_1 d\mu_1 + x_2 \left( 0 + RT \frac{dx_2}{x_2} \right) = 0$$

$$d\mu_1 = -RT \frac{dx_2}{x_1} \xrightarrow{\substack{x_1+x_2=1 \\ dx_1=-dx_2}} = d\mu_1 = -RT \frac{dx_1}{x_1}$$

$$\mu_1 = RT \ln x_1 + c$$

ولی می‌دانیم وقتی  $x_1 = 1$  است در این صورت  $\mu_1 = G_1$  می‌باشد:

$$G_1 = RT \ln 1 + c \rightarrow c = G_1 \rightarrow \mu_1 = G_1 + RT \ln x_1$$

۶۳. گزینه ۳ درست است.

$$M = 5x_1x_2 = 5x_1(1-x_1) = 5x_1 - 5x_1^2$$

$$\bar{M} = M + (1-x_1) \left( \frac{\partial M}{\partial x_1} \right)_{T,P,x_2}$$

$$\bar{M}_1 = (5x_1x_2) + (1-x_1)(5-10x_1)$$

با جایگذاری  $x_1 = 0.4$  خواهیم داشت:

$$\bar{M}_1 = \bar{\Delta V}_1 = 1.8 \rightarrow \bar{V}_1 - V_1 = 1.8 \Rightarrow 10 + 1.8 = 11.8$$

۶۴. گزینه ۱ درست است.

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial T}\right)_P < 0 \text{ و } \Delta H_r < 0 \text{ واکنش گرمازا}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial T}\right)_P > 0 \text{ و } \Delta H_r > 0 \text{ واکنش گرماگیر}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial P}\right)_T < 0 \text{ و } \Delta n > 0 \text{ عدد استوکیومتری مثبت}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial P}\right)_T > 0 \text{ و } \Delta n < 0 \text{ عدد استوکیومتری منفی}$$

با توجه به روابط فوق مشخص است که گزینه ۱ نادرست است.

۶۵. گزینه ۴ درست است.

**نکته:** برای محاسبه ثابت هنری جزء  $i$  از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$K_i = \lim_{x_i \rightarrow 0} \frac{\hat{f}_i}{x_i}$$

$$\ln f = Ax_1 + B(1-x_1) + Cx_1(1-x_1)$$

$$\bar{M}_1 = M + (1-x_1) \left(\frac{\partial M}{\partial x_1}\right)_{T,P,x_2}$$

$$\ln \left(\frac{\hat{f}_1}{x_1}\right) = \ln f + (1-x_1) \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)_{T,P,x_2}$$

$$\ln \left(\frac{\hat{f}_1}{x_1}\right) = \underbrace{(Ax_1 + Bx_2 + Cx_1x_2) + (1-x_1)(A - B + C - 2Cx_1)}_Z$$

$$\hat{f}_1 = x_1 \exp(Z)$$

$$\Rightarrow K_1 = \lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{\hat{f}_1}{x_1} = \lim_{x_1 \rightarrow 0} \exp(Z) = \exp(B + A - B + C)$$

$$\Rightarrow K_1 = \exp(A + C)$$

پاسخ تشریحی توسط: رضا طاهری

۶۶. گزینه ۳ درست است.

اگر قانون پیوستگی را بنویسیم:

$$\rho_w UA = \rho_w \bar{V} A \rightarrow U = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}$$

$$U = \frac{2V_{\min} + V_{\min}}{2} \Rightarrow V_{\min} = \frac{2}{3} U$$

۶۷. گزینه ۴ درست است.

$$F = F_1 + F_2 \rightarrow F = VA \left( \frac{\mu_1}{h_1} + \frac{\mu_2}{h_2} \right)$$

$$F = VA \left( \frac{\mu}{y} + \frac{k\mu}{h-y} \right) \Rightarrow F = \mu AV \left( \frac{1}{y} + \frac{k}{h-y} \right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{-1}{y^2} + \frac{k}{(h-y)^2} = 0 \Rightarrow \frac{h-y}{y} = \sqrt{k}$$

$$\Rightarrow y = \frac{h}{1 + \sqrt{k}}$$

۶۸. گزینه ۲ درست است.

$$u = -x + y, \quad V = 5$$

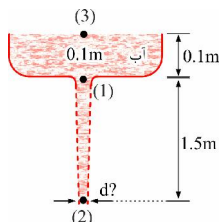
مشخص است که  $\frac{\partial u}{\partial x} = -1$ ،  $\frac{\partial V}{\partial y} = 0$  و  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -1$  می‌باشد پس بر اساس قانون پیوستگی سیال تراکم‌پذیر

بوده و:

$$\rho = \rho_0 e^{-t}$$

۶۹. گزینه ۱ درست است.

اگر قانون برنولی را بین نقاط ۱ و ۳ بنویسیم خواهیم داشت:



$$V_1 = \sqrt{2g(z_3 - z_1)} = \sqrt{2 \times 10 \times 0.1}$$

$$V_1 = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

اگر قانون برنولی را بین نقاط ۱ و ۲ بنویسیم خواهیم داشت:

$$\frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \rightarrow 0.1 + 1.5 = \frac{V_2^2}{2g} + 0$$

$$V_2^2 = 32$$

با نوشتن قانون پیوستگی در نقاط ۱ و ۲ خواهیم داشت:

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \rightarrow V_1 d_1^2 = V_2 d_2^2$$

$$V_1^2 d_1^4 = V_2^2 d_2^4 \rightarrow 2 \times (0.1)^4 = 32 \times d_2^4$$

$$d_2^4 = \frac{(0.1)^4}{16} \rightarrow d_2 = \frac{0.1}{2} = 0.05m = 5cm$$

۷۰. گزینه ۲ درست است.

از منحنی داده شده مشخص است که سیال داخل لوله از نوع شبه پلاستیک می‌باشد (با افزایش تنش برشی ویسکوزیته سیال کاهش می‌یابد).

در لوله‌های سری شده بر اساس قانون پیوستگی سرعت در مقطع (۱) بیشتر از سرعت در مقطع (۲) می‌باشد. در نتیجه تنش برشی در مقطع (۱) بیشتر از تنش برشی مقطع (۲) خواهد شد.

$$V_1 > V_2 \rightarrow \tau_1 > \tau_2 \rightarrow \mu_1 < \mu_2$$

۷۱. گزینه ۱ درست است.

با توجه به شکل مسئله مشخص است که سطح مقطع در (۱) و (۲) با هم برابر بوده و بر اساس قانون پیوستگی می‌باشد.

$$\sum f_x = \frac{\dot{m}}{g_c} (\bar{V}_{2x} - \bar{V}_{1x}) \xrightarrow{\bar{V}_{2x} = \bar{V}_{1x}} \sum f_x = 0$$

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 - B_f = 0 \Rightarrow B_f = \pi R^2 (P_1 - P_2)$$

۷۲. گزینه ۲ درست است.

چون سرعت حرکت سیال ثابت است، شتاب حرکت صفر بوده و زاویه‌ای که سطح آزاد مایع با سطح شیب‌دار می‌سازد، برابر  $\theta$  خواهد بود.



۷۳. گزینه ۳ درست است.

طبق تعریف تخلخل داریم:

$$\varepsilon = \frac{\text{حجم فضای خالی بین پرکن‌ها}}{\text{حجم کل بستر}} = \frac{\frac{3\pi}{4} - \left(\pi \times \frac{1}{4} \times 1\right)}{\left(\pi \times \frac{1}{4} \times 4\right)}$$

توجه: عبارت  $\left(\pi \times \frac{1}{4} \times 1\right)$  در صورت کسر، حجم فضای خالی در پایین بستر است. که باید کسر شود.

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{2}$$

۷۴. گزینه صحیح موجود نمی باشد.

سرعت متوسط برابر است با:

$$V = \frac{0+5}{2} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = F_1 + F_2$$

که  $F_1$  و  $F_2$  به ترتیب نیروی وارد بر قسمت بالا و پایین صفحه می باشند.

$$F = \mu A \bar{V} \left( \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right)$$

از شکل مسئله مشخص است که:

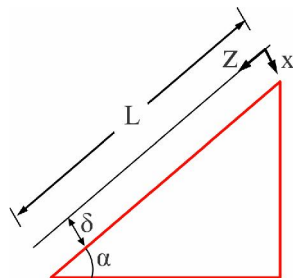
$$h_1 = h_2 = 0.01 \text{m}$$

$$\bar{V} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ویسکوزیته سیال و ابعاد صفحه داده نشده است. اطلاعات مسئله ناقص است.

۷۵. گزینه ۲ درست است.

اگر قانون بقاء مومنوم را نوشته و ساده کنیم خواهیم داشت:



$$\frac{d\tau_{xz}}{dx} = \rho g \sin \alpha$$

با اعمال شرایط مرزی ( $x = \delta$  ,  $V_z = 0$  ,  $x = 0$  ,  $\tau_{xz} = 0$ ) پروفایل سرعت به صورت زیر به دست می آید:

$$v_z = \frac{\rho g \delta^2 \sin \alpha}{2\mu} \left[ 1 - \left( \frac{x}{\delta} \right)^2 \right]$$

ماکزیمم سرعت برابر است با:

$$v_{z,\max} = \frac{\rho g \delta^2 \sin \alpha}{2\mu}$$

متوسط سرعت برابر است با:

$$\bar{v}_z = \frac{2}{3} v_{z,\max} = \frac{\rho g \delta^2 \sin \alpha}{3\mu}$$

دبی حجمی برابر است با:

$$Q = \bar{v}_z \cdot A = \frac{\rho g \delta^2 \sin \alpha}{3\mu} \times (\delta \times 1)$$

$$\delta^3 = \frac{3\mu Q}{\rho g \sin \alpha} \Rightarrow \delta = \left( \frac{3\mu Q}{\rho g \sin \alpha} \right)^{\frac{1}{3}}$$

۷۶. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta P = \frac{32\mu u L}{g_c D^2} \rightarrow \Delta P = \frac{128\mu Q L}{g_c \pi D^4}$$

حال ویسکوزیته متوسط را محاسبه کرده و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{L} \int_0^L \mu dz = \frac{1}{L} \int_0^L A \exp(BZ) dz$$

$$\bar{\mu} = \frac{A}{BL} [\exp(BZ)]_0^L = \frac{A}{BL} [\exp(BL) - 1]$$

$$\xrightarrow{(1)} \Delta P = \frac{128Q}{\pi D^4} \frac{A}{B} [\exp(BL) - 1]$$

۷۷. گزینه ۴ درست است.

$$h_f = -\frac{\Delta P}{\rho} = f_d \frac{L}{D_H} \frac{V^2}{2}$$

اول قطر هیدرولیکی را محاسبه می‌کنیم:

$$D_H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \times 2 \times 1}{2+1} = \frac{4}{3}$$

حال سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:

$$Q = \bar{V} \cdot A \rightarrow 10 = \bar{V} \frac{\pi}{4} \left( \frac{4}{3} \right)^2 \rightarrow \bar{V} = \frac{9 \times 10}{4\pi}$$

$$-\Delta P = f_d \frac{L}{D_H} \frac{\rho \bar{V}^2}{2}$$

$$-\Delta P = 0.01 \times \frac{100}{\left( \frac{4}{3} \right)} \times \frac{1 \times \left( \frac{9 \times 10}{4\pi} \right)^2}{2} \xrightarrow{\pi=3} -\Delta P = 21.1 \text{ Pa}$$

که به گزینه ۴ نزدیک‌تر است.

۷۸. گزینه ۴ درست است.

$$NPSH = \left( \frac{P_s - P_{vp}}{\rho g} \right) \pm Z_s - h_{f_s}$$

چون آب در حال جوشش است  $P_s - P_{vp} = 0$  است پس:

$$NPSH = \pm Z_s - h_{f_s}$$

کاملاً واضح است که در صورت استفاده از حالت (۱) کاویتاسیون رخ می‌دهد. در مقایسه حالت (۳) و (۴) گزینه ۴ انتخاب می‌شود. زیرا  $h_{f_s}$  در هر دو حالت یکسان بوده ولی حالت (۴) هد بیش‌تری دارد. از بین حالت‌های (۴) و (۲) واضح است که حالت (۴) انتخاب می‌شود زیرا  $Z$  برای حالت (۴) به مراتب بیش‌تر از حالت (۲) بوده و  $NPSH$  برای حالت (۴) خیلی بیش‌تر از (۲) است. ضمناً از نظر عملیاتی نصب پمپ در حالت (۲) عملی نیست.

۷۹. گزینه ۲ درست است.

با افزایش سرعت و عدد رینولدز، ضریب درگ روی یک جسم جامد کروی کاهش می‌یابد ولی نیروی درگ افزایش می‌یابد.

$$F_D = C_D A_p \frac{\rho U^2}{2}$$

۸۰. گزینه ۳ درست است.

اگر قانون ارشمیدس را برای هر دو حالت بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\rho_w AL = \rho A(L - \Delta h)$$

$W$  وزن جسم و  $A$  سطح مقطع جسم است با ساده‌سازی:

$$\frac{\rho}{\rho_w} = S = \frac{L}{L - \Delta h} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta h}{L}}$$

## کنترل فرآیندها

### پاسخ تشریحی توسط: محمدرضا سمیعی گهر

۸۱. گزینه ۳ درست است.

$$W = 0 \xrightarrow{\text{شیب } -1} W = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{شیب } -2} W = 1 \xrightarrow{\text{شیب } -1}$$

با توجه به تغییرات شیب در  $W > 1$  شیب برابر  $-1$  است.

۸۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تابع تبدیل مدار باز را تشکیل می‌دهیم.  
سیستم دارای دو قطب و بدون صفر است.

$$GH(S) = \frac{k}{(S+3)(S+1)}$$

$$\text{تابع تبدیل مدار بسته} = \frac{\frac{k}{(S+3)(S+1)}}{1 + \frac{k}{(S+3)(S+1)}} = \frac{k}{(S+3)(S+1) + k}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{S^2 + S + 3S + 3 + k} = \frac{k}{S^2 + 4S + 3 + K}$$

$$\text{مخرج تابع} \Rightarrow \frac{S^2}{3+k} + \frac{4S}{3+k} + 1$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{k+3}} \quad 2\varepsilon\tau = \frac{4}{3+k} \Rightarrow 24 \times \frac{1}{\sqrt{k+3}} = \frac{4}{3+k} \Rightarrow$$

$$\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{k+3}} \Rightarrow k = \frac{4}{\varepsilon^2} - 3 = k = \frac{4}{\frac{1}{2}} - 3 = 5$$

۸۳. گزینه ۱ درست است.

اگر  $G_1$  یا  $G_2$  صفر باشد  $\frac{y}{x}$  صفر می‌شود بنابراین گزینه‌ی ۱ یا ۲ صحیح است و اگر  $H_1$  یا  $H_2$  صفر باشد باز هم تابع  $\frac{y}{x}$  غیرصفر خواهد بود. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۸۴. گزینه ۴ درست است.

$$G(S) = \frac{ke^{-\frac{3\pi S}{4}}}{S(3S+1)}$$

$$\varphi = \left[ 0 - \frac{3\pi}{4} \omega \right] - \left[ \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} 3\omega \right] = -\pi$$

بنابراین  $\omega = \frac{1}{3}$  می‌باشد.

$$AR = \frac{k}{\omega \times \sqrt{9\omega^2 + 1}} \Rightarrow g_m = \frac{1}{AR}$$

$$\sqrt{2} = \frac{\frac{1}{3} \times \sqrt{2}}{k} = k = \frac{1}{3}$$

۸۵. گزینه ۲ درست است.

$$\text{offset} = \lim_{S \rightarrow 0} SR(S) \left[ 1 - \frac{C}{R} \right] = S \times \frac{1}{S} \lim_{S \rightarrow 0} \left[ 1 - \frac{\frac{k(S+1)}{S(S-2)}}{1 + \frac{k(S+1)}{S(S-2)}} \right]$$

$$\text{offset} = 1 - \lim_{S \rightarrow 0} \frac{k(S+1)}{S(S-2) + k(S+1)} = 1 - \frac{k}{k} = 0$$

۸۶. گزینه ۴ درست است.

۸۷. گزینه ۱ درست است.

با توجه به شکل سیستم هیچ‌گاه نقطه‌ی  $(-1, 0)$  را در جهت عقربه‌های ساعت دور نخواهد زد بنابراین سیستم همواره پایدار است.

۸۸. گزینه ۲ درست است.

می‌بایست جدول روث را تشکیل داد:

ستون اول دو مرتبه تغییر علامت داده است بنابراین تعداد ریشه‌های ناپایدار ۲ می‌باشد.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 1 \quad 2 \\ 2 & 4 \\ \hline \frac{2-4}{2} & 2 \\ \hline \frac{-4-4}{-1} & \\ \hline 2 & \end{array}$$

۸۹. گزینه ۲ درست است.

$$GH = \frac{ke^{-\frac{3\pi S}{4}}}{S+1}$$

$$\theta = -\frac{3\pi}{4} \omega - \tan^{-1} \omega = -\pi \Rightarrow \omega = 1$$

$$g_m = \frac{1}{AR} \Big|_{\theta=-180} > 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{\omega^2+1}}{k} > 1 \Rightarrow \sqrt{2} > k$$

۹۰. گزینه ۲ درست است.

$$\text{offset} = SR(S) \left[ 1 - \frac{C}{R} \right] = S \times \frac{1}{S^2} \left[ 1 - \frac{\frac{1}{S(S+1)}}{1 + \frac{1}{S(S+1)}} \right]$$

$$= \frac{1}{S} \left[ 1 - \frac{1}{S(S+1)+1} \right] = \frac{S(S+1)+1-1}{(S(S+1)+1)S} =$$

$$= \frac{S+1}{S(S+1)+1} = 1$$

$$\boxed{S \rightarrow 0}$$

۹۱. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه مقدار  $k_3$  هیچ تأثیری نباید بر غلظت A داشته باشد [ زیرا A به این واکنش ( $k_3$ ) متصل نیست ] بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$-r_A = k_1 C_A + k_2 C_A \Rightarrow \frac{\partial C_A}{\partial t} = -(k_1 + k_2) C_A$$

با لاپلاس گیری از طرفین

$$\Rightarrow C_A = C_{A_0} e^{-(k_1+k_2)t} \Rightarrow C_A(s) = \frac{C_{A_0}}{S+k_1+k_2}$$

۹۲. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{e^{-2s}}{S+2}, \quad X(s) = \frac{1}{S}$$

$$Y(s) = \frac{e^{-2s}}{s(s+2)} \xrightarrow{\text{لاپلاس معکوس}} y(t) = 0.5(1 - e^{-2(t-2)})$$

$$y(t) = 0.5(1 - e^{-2t+4})u(t-2)$$

۹۳. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{p(s)}{\varepsilon(s)} = \left(1 - \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}\right) k, \varepsilon(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$p(s) = \frac{k}{s^2} + \frac{k\tau_D}{s} + \frac{k}{\tau_I s^3} \rightarrow \text{لاپلاس معکوس} \rightarrow$$

$$\text{مسئله } p(t) = 3 + 2t + 4t^2$$

$$k = 2, \quad \tau_D \times 2 = 3 = \tau_D = 1.5, \quad \frac{1}{\tau_I} = 4 \Rightarrow \tau_I = 0.25$$

$$(2, 1.5, 0.25)$$

۹۴. گزینه ۳ درست است.

در سیستم‌های درجه دوم سریع‌ترین پاسخ غیرنوسانی زمانی می‌باشد که ضریب میرایی برابر 1 باشد.

$$1 + GH = 1 + \frac{k}{4s^2 + B^3s + B^2} = \frac{4s^2 + B^3s + B^2 + k}{4s^2 + B^3s + B^2}$$

$$\frac{GH}{1 + GH} = \frac{\frac{k}{4s^2 + B^3s + B^2}}{\frac{4s^2 + B^3s + B^2 + k}{4s^2 + B^3s + B^2}} = \frac{k}{4s^2 + B^3s + B^2 + k}$$

$$\frac{\frac{k}{B^2 + k}}{\frac{4}{B^2 + k}s^2 + \frac{B^3}{B^2 + k}s + 1}$$

با مقایسه با سیستم‌های درجه 2

$$\tau = \frac{4}{B^2 + k}, \quad \varepsilon = 1$$

$$2\varepsilon\tau = \frac{B^3}{B^2 + k} \Rightarrow 2 \times 1 \times \frac{4}{B^2 + k} = \frac{B^3}{B^2 + k} \Rightarrow B^3 = 8$$

$$\Rightarrow \boxed{B=2}$$

۹۵. گزینه ۱ درست است.

$$1 + GH = \frac{S(S+2)(2S+1) + K}{S(S+2)(2S+1)}$$

$$\text{روش تشکیل جدول: } 2S^3 + 5S^2 + 2S + k$$

|                 |   |
|-----------------|---|
| 2               | 2 |
| 5               | k |
| 5 \times 2 - 2k | 0 |
| 5               |   |
| k               |   |

اگر  $\frac{10-2k}{5} = 0$  باشد سیستم در مرز پایداری و ناپایداری قرار می‌گیرد.

$$k = 5$$

سطر  $n-1$  را تشکیل می‌دهیم:

$$5S^2 + 5 = 0 \Rightarrow S^2 = -1 \Rightarrow S = \pm i$$



## انتقال جرم و عملیات واحد ۱ و ۲

### پاسخ تشریحی توسط: محمدرضا سمیعی گهر

۹۶. گزینه ۲ درست است.

رابطه‌ی  $\frac{1}{F_{OL}} = \frac{1}{F_L} + \frac{1}{mF_G}$  در صورت برقراری رابطه‌ی  $N_A = F\Delta C_A$  برقرار است بنابراین جمله‌ی  $\sum N_i x_A$  می‌بایست صفر باشد.

۹۷. گزینه ۴ درست است.

$$N_{toG} = \frac{y_1 - y_2}{\frac{(y - y^*)_1 - (y - y^*)_2}{\ln \left[ \frac{(y - y^*)_1}{(y - y^*)_2} \right]}}$$

در این سوال غلظت در ورودی و خروجی  $H_2S$  در گاز ثابت است همچنین دبی گاز و مایع در هر دو حالت ثابت مانده:

$$\Delta y_G = \Delta x.L \Rightarrow \Delta x = cte$$

پس  $y^*$  هم ثابت می‌ماند و  $N_{toG}$  تغییر نمی‌کند.

۹۸. گزینه ۲ درست است.

شدت انتقال فاز مایع = شدت انتقال فاز گاز

$$k_G (P_{AG} - P_{Ai}) = k_x (x_{Ai} - x_{AL})$$

$$10^{-3} (30 - P_{Ai}) = 4 \times 10^{-3} (x_{Ai} - 0.007)$$

$$(P_{Ai} = 4000x_{Ai})$$

$$30 - P_{Ai} = 4 \times \frac{P_{Ai}}{4000} - 0.007 \times 4 \Rightarrow$$

$$30 - P_{Ai} = \frac{P_{Ai}}{1000} - 0.028 \Rightarrow P_{Ai} \approx 30$$

۹۹. گزینه ۳ درست است.

$$N_B = J_B + x_B \sum_{i=1}^3 N_i \Rightarrow N_B = J_B + x_B (N_B + N_A + N_C)$$

$$\Rightarrow C_B V_B = J_B + x_B (C_B V_B + C_A V_A + C_C V_C) \Rightarrow$$

$$3 \times \frac{2}{3} = J_B + \frac{3}{2+3+4} \left( 3 \times \frac{2}{3} + 2 \times 2 + 4 \times 1 \right)$$

$$2 = J_B + \frac{1}{3} (2+4+4) \Rightarrow J_B = \frac{2-10}{3} = \frac{6-10}{3} = \frac{-4}{3}$$

۱۰۰. گزینه ۴ درست است.

$$N_A = k_G (P_{A1} - P_{A2}) = \frac{N}{\sum N_i} F_G \text{Ln} \left[ \frac{\frac{N_A}{\sum N_i - y_{A2}}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{A1}} \right]$$

$$\frac{N_A}{1} = \frac{N_B}{-1} = \frac{N_C}{-1} \Rightarrow \sum N_i = N_A - N_A - N_A = -N_A$$

$$k_G (P_{A1} - P_{A2}) = -F_G \text{Ln} \left[ \frac{-1 - y_{A2}}{-1 - y_{A1}} \right]$$

$$F_G = \frac{(P_{A2} - P_{A1}) k_G}{\text{Ln} \frac{P_t - P_{A2}}{P_t - P_{A1}}}$$

۱۰۱. گزینه ۱ درست است.

در نفوذ در جزء ساکن پروفایل غلظت غیرخطی و همواره نزولی است.

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

$$\text{نسبت مقاومت مایع به گاز} = \frac{mk_y}{k_x} \Rightarrow \frac{0.6}{0.4} = \frac{2.5k_y}{k_x} \Rightarrow$$

$$\frac{k_y}{k_x} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۱۰۳. گزینه ۳ درست است.

$$N_A = \frac{N_A}{\sum N_i} F_G \text{Ln} \frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{Ai}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - y_{AG}} = \frac{N_A}{\sum N_i} F_L \text{Ln} \frac{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{AL}}{\frac{N_A}{\sum N_i} - x_{Ai}}$$

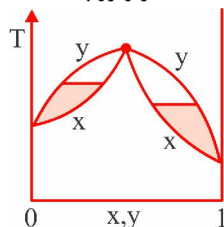
$$\sum N_i = N_A + N_B, \quad N_B = -2N_A \Rightarrow \sum N_i = N_A - 2N_A = -N_A$$

$$-F_G \text{Ln} \frac{1+y_{Ai}}{1+y_{AG}} = -F_L \text{Ln} \frac{1+x_{AL}}{1+x_{Ai}} \Rightarrow$$

$$(1 + y_{Ai}) = (1 + y_{AG}) \left( \frac{1 + x_{AL}}{1 + x_{Ai}} \right)^{\frac{F_L}{F_G}}$$

۱۰۴. گزینه ۳ درست است.

در نمودار مربوط به C در ابتدا  $y < x$  بوده و بعد از نقطه‌ی آزنوتروپ  $x < y$  است بنابراین در مختصات  $T - xy$ :



۱۰۵. گزینه ۳ درست است.

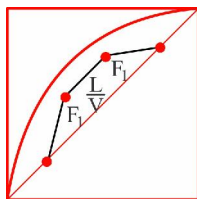
در کولرهای آبی حداکثر خنک‌سازی که در خروجی کولر اتفاق می‌افتد دمای حباب مربوط می‌باشد.

۱۰۶. گزینه ۴ درست است.

به علت بالا بودن ویسکوزیته مایع استفاده از تبخیرکننده‌ی agitated film بر دیگر دستگاه‌ها ارجحیت دارد.

۱۰۷. گزینه ۳ درست است.

در برج‌های دو فوراکه به علت این‌که با افزایش خوراک شیب خط کار در قسمت دوم افزایش می‌یابد بنابراین می‌تواند از کمتر از 45 درجه به حالت  $y = x$  برسد.



$$L = L_1 + q_1 F_1$$

$$V = V_1 - (1 - q_1) F_1$$

$$L = V \Rightarrow L_1 + q_1 F_1 = V_1 - F_1 + q_1 F_1$$

$$\Rightarrow \boxed{L_1 + F_1 = V_1}$$

۱۰۸. گزینه ۲ درست است.

$$\text{خط عملکرد در حالت تبخیر} \quad \frac{y - y_F}{x - x_F} = \frac{-W}{D}, \quad y = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}$$

برای حداکثر شدن:  $y$  بایستی  $D = 0$  یا  $x = x_F$  باشند:

$$x = 0.2, \quad y = \frac{4 \times 0.2}{1 + 3 \times 0.2} = \frac{0.8}{1.6} = 0.5$$

۱۰۹. گزینه ۱ درست است.

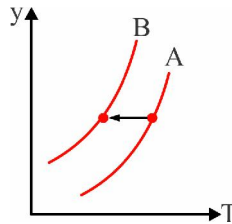
در صورتی می‌توان در خروجی به غلظت صفر رسید که شیب خط کار صفر بوده و همچنین حلال اولیه خالص باشد.

۱۱۰. گزینه ۴ درست است.

در منحنی خشک کردن حداقل رطوبت قابل دسترس رطوبت تعادلی می‌باشد که لزوماً صفر نمی‌باشد.

۱۱۱. گزینه ۱ درست است.

تا قبل از نقطه اشباع مقدار بخار ثابت می ماند ولی درجه حرارت مرطوب کاهش می یابد.



۱۱۲. گزینه ۴ درست است.

به علت این که خطوط Tie عمودی نیستند بنابراین جامد حاوی مقداری ماده حل شونده است. بنابراین جذب سطحی صورت گرفته است.

۱۱۳. گزینه ۱ درست است.

تقطیر استخراجی برای برج های بلند و بزرگ است.

۱۱۴. گزینه ۱ درست است.

$$\beta = \frac{\left(\frac{C}{A}\right)_E}{\left(\frac{C}{A}\right)_R} = \frac{Y}{X} \cdot \frac{1-X}{1-Y} \Rightarrow$$

برای این که عمل جداسازی امکان پذیر باشد.

$$\beta > 1 \Rightarrow \frac{Y}{X} \cdot \frac{1-X}{1-Y} > 1 \Rightarrow Y - Y_X > X - XY \Rightarrow \frac{Y}{X} > 1$$

بنابراین به ازای  $\frac{Y}{X} \leq 1$  جداسازی امکان پذیر نیست.

۱۱۵. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta T_i = \frac{\frac{1}{u_i}}{\sum \frac{1}{u_i}} \Delta T_{OV}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta T_1}{\frac{1}{u_1}} = \frac{\Delta T_2}{\frac{1}{u_2}} = \frac{\Delta T_3}{\frac{1}{u_3}}$$

پاسخ تشریحی توسط: رضا طاهری

۱۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$C_R - C_{R_0} = \phi \left( \frac{R}{A} \right) (C_{A_0} - C_A)$$

$$C_R = (0.1 + 0.01C_A)(10 - C_A) \quad (1)$$

$$\frac{\partial C_R}{\partial C_A} = 0 \rightarrow 0.01(10 - C_A) - (0.1 + 0.01C_A) = 0 \rightarrow C_A = 0$$

حال در رابطه (1) جایگذاری می‌کنیم:

$$C_{R_{\max}} = (0.1 + 0)(10 - 0) = 1 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

۱۱۷. گزینه ۲ درست است.

**نکته:** چون مواد A و B به نسبت استوکیومتری وارد شده‌اند پس در تمام طول واکنش به نسبت استوکیومتری می‌باشند  
( $C_A = C_B$ )

$$-r_A = k_1 C_A C_B - k_2 C_R \xrightarrow{\substack{C_A=C_B \\ C_{R_0}=0}} -r_A = k_1 C_A^2 - k_2 (C_{A_0} - C_A)$$

$$\text{در حالت تعادل } 0 = k_1 (0.5)^2 - k_2 (1 - 0.5) \rightarrow k_2 = 0.5k_1$$

$$C_A = 0.6, \quad (-r_A) = 0.16 : 0.16 = k_1 (0.6)^2 - k_2 (1 - 0.6)$$

$$\Rightarrow 0.16 = 0.36k_1 - 0.4k_2$$

از حل دو معادله و دو مجهول فوق خواهیم داشت:

$$k_1 = 1 \frac{\text{lit}}{\text{mol} \cdot \text{min}}, \quad k_2 = 0.5 \text{ min}^{-1}$$

۱۱۸. گزینه ۳ درست است.

$$\phi \left( \frac{R}{A} \right) = \frac{k_1 C_A}{k_1 C_A + k_2 C_A + k_3 C_A} = \frac{k_1}{k_1 + k_2 + k_3}$$

به همین ترتیب

$$\varphi\left(\frac{S}{A}\right) = \frac{k_2}{k_1 + k_2 + k_3}$$

$$\varphi\left(\frac{T}{A}\right) = \frac{k_3}{k_1 + k_2 + k_3} \text{ خواهد بود. در یک راکتور مخلوط شونده:}$$

$$C_R - C_{R_0} = \varphi\left(\frac{R}{A}\right)(C_{A_0} - C_A)$$

$$C_R - C_{R_0} = \frac{k_1}{k_1 + k_2 + k_3}(C_{A_0} - C_A)$$

به همین ترتیب

$$C_S - C_{S_0} = \frac{k_2}{k_1 + k_2 + k_3}(C_{A_0} - C_A)$$

$$C_T - C_{T_0} = \frac{k_3}{k_1 + k_2 + k_3}(C_{A_0} - C_A)$$

واضح است که با افزایش  $C_{A_0}$  مقدار محصولات R, S و T زیاد می شود ولی درصد آن ها در محصول نهایی ثابت باقی می ماند.

**۱۱۹.** گزینه ۴ درست است.

$$P_A = P_{A_0} - \frac{a}{\Delta n}(\pi - \pi_0)$$

چون خوراک A خالص است پس:

$$P_{A_0} = \pi_0 = 3 \text{ atm}$$

$$P_A = 3 - \frac{1}{5-1}(\pi - 3) \quad (1)$$

مسئله  $\pi$  را خواسته است. ابتدا باید  $P_A$  را محاسبه کنیم:

$$-\frac{dP_A}{dt} = k \rightarrow P_A = P_{A_0} - kt$$

$$P_A = 3 - 10(0.1) = 2 \text{ atm}$$

با جایگذاری در رابطه (1):

$$2 = 3 - \frac{1}{4}(\pi - 3) \Rightarrow \pi = 7 \text{ atm}$$

**۱۲۰.** گزینه ۳ درست است.

برای واکنش درجه دوم فاز مایع در راکتور ناپیوسته داریم:

$$\frac{x_A}{1-x_A} = ktC_{A_0}$$

حالت اول و دوم رابطه فوق را نوشته و بر هم تقسیم می کنیم:

$$\frac{\left(\frac{x_{A_2}}{1-x_{A_2}}\right)}{\left(\frac{x_{A_1}}{1-x_{A_1}}\right)} = \frac{t_2}{t_1} \rightarrow \frac{\left(\frac{0.9}{1-0.9}\right)}{\left(\frac{0.5}{1-0.5}\right)} = \frac{t_2}{10}$$

$$\frac{9}{1} = \frac{t_2}{10} \rightarrow t_2 = 90 \text{ min}$$

۱۲۱. گزینه ۴ درست است.

در یک واکنش درجه اول برگشت‌ناپذیر ثابت تعادلی  $k_c$  برابر بی‌نهایت می‌باشد.

۱۲۲. گزینه ۴ درست است.

درجه واکنش صفر است.  $\Rightarrow -r_A = \frac{0.5C_A}{C_A} = 0.5 \Rightarrow C_A \gg 1$ : اول واکنش

درجه واکنش برابر یک است.  $-r_A = 0.5C_A$ : آخر واکنش

با توجه به موارد فوق، گزینه ۴ درست است.

۱۲۳. گزینه ۲ درست است.

در یک واکنش اتوکاتالیزوری، سرعت واکنش زمانی حداکثر است که:

$$C_A = C_R = \frac{C_{A_0} + C_{R_0}}{2} = \frac{2 + 0.5}{2} = 1.25 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

۱۲۴. گزینه ۴ درست است.

واکنش‌های با درجه بزرگ‌تر یا مساوی یک هیچ‌گاه به پایان نمی‌رسند، به عبارت دیگر برای واکنش‌های درجه  $n (n \geq 1)$  زمان اختتام نداریم.

۱۲۵. گزینه ۴ درست است.

برای واکنش درجه اول فاز مایع داریم:

$$\text{راکتور لوله‌ای: } -\ln(1 - x_A) = k\tau_p$$

$$\text{راکتور مخلوط‌شونده: } \frac{x_A}{1 - x_A} = k\tau_m$$

از تقسیم دو رابطه بر هم داریم:

$$\frac{\tau_p}{\tau_m} = \frac{V_p}{V_m} = \frac{-\ln(1 - x_A)}{\left(\frac{x_A}{1 - x_A}\right)}$$

$$\frac{V_p}{V_m} = \frac{-\ln(0.2)}{\left(\frac{0.8}{0.2}\right)} = \frac{1.6}{4} = 0.4$$

۱۲۶. گزینه ۱ درست است.

$$2A \rightarrow R \quad \varepsilon_A = \frac{\Delta n}{a} \times y_{A_0} = -0.5$$

$$C_A = C_{A_0} \left( \frac{1 - x_A}{1 + \varepsilon_A x_A} \right) \rightarrow x_A = \frac{1 - \frac{C_A}{C_{A_0}}}{1 + \varepsilon_A \frac{C_A}{C_{A_0}}}$$

$$x_A = \frac{1 - \frac{4}{10}}{1 + (-0.5)\left(\frac{4}{10}\right)} = \frac{0.6}{0.8} = \frac{3}{4}$$

$$V = V_0(1 + \varepsilon_A x_A) = 2\left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right) = 1.25 \text{ lit}$$

۱۲۷. گزینه ۴ درست است.

$$-r_A = kC_A^n \rightarrow \frac{C_{A0}^{1-n} - C_A^{1-n}}{1-n} = kt$$

$$n = 0.5 \rightarrow \frac{1 - C_A^{0.5}}{0.5} = 4 \times 1$$

$$1 - \sqrt{C_A} = 2 \rightarrow \sqrt{C_A} = -1$$

و این نشان می‌دهد که واکنش تمام شده است و درجه تبدیل  $x_A = 1$  یا 100% است.

$$t_{\text{end}} = \frac{C_{A0}^{1-n}}{(1-n)k} = \frac{1}{0.5 \times 4} = 0.5 \text{ hr}$$

زمان اختتام واکنش نیم ساعت بوده و واضح است که واکنش پس از 4 ساعت تمام می‌شود.

۱۲۸. هیچ کدام از گزینه‌ها درست نیست.

$$k_2 \gg k_1 \Rightarrow C_S = C_{A0}(1 - e^{-k_1 t})$$

$$k_1 \ll k_2 \Rightarrow C_S = C_{A0}(1 - e^{-k_2 t})$$

در این مسئله  $k_1 \ll k_2$  و در نتیجه:

$$C_S = (1 - e^{-0.07})$$

که در گزینه‌ها نیست به نظر می‌رسد منظور طراح محترم گزینه (۱) می‌باشد که معادل با حالت  $k_2 \ll k_1$  است.

۱۲۹. گزینه ۲ درست است.

$$-r_A = k_1 C_A + k_2 C_A = (k_1 + k_2) C_A = k' C_A$$

برای واکنش درجه اول، زمان نیمه عمر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{k'} = \frac{\ln 2}{k_1 + k_2}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\ln 2}{\left(\frac{4}{3}\right)} = \frac{2.1}{4} = 0.517$$

۱۳۰. گزینه ۱ درست است.

برای واکنش درجه اول در یک راکتور مخلوط شونده داریم:

$$\frac{x_A}{1 - x_A} = k\tau \quad \text{یا} \quad x_A = \frac{k\tau}{1 + k\tau}$$



در حالت اول که درصد تبدیل  $x_A = 0.2$  است، داریم:

$$k\tau = \frac{0.2}{1-0.2} = \frac{1}{4}$$

در حالت دوم که دبی حجمی ورودی به راکتور نصف می‌شود، زمان پر شدن دو برابر می‌شود:

$$\tau = \frac{V}{v_0} \rightarrow \tau' = 2\tau \rightarrow k\tau' = 2k\tau \Rightarrow k\tau' = \frac{1}{2}$$

$$x'_A = \frac{k\tau'}{1+k\tau'} = \frac{0.5}{1+0.5} = \frac{1}{3} \text{ یا } 33.3\%$$

### پاسخ تشریحی توسط: رضا طاهری

۱۳۱. گزینه ۱ درست است.

از لحاظ ابعادی مشخص است که گزینه ۱ درست است.

$$\frac{kM(P - P^*)}{4\pi r^2 \rho} = \frac{\frac{\text{mol}}{\text{min}} \times \frac{\text{gr}}{\text{mol}}}{\text{Cm}^2 \times \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}} = \frac{\text{cm}}{\text{min}}$$

که با واحد  $\frac{dr}{dt}$  یکسان می‌باشد.

۱۳۲. گزینه ۲ درست است.

قانون بقاء جرم را می‌نویسیم:

تجمع = مصرف - تولید + خروجی - ورودی

$$v_0 + \alpha(V_0 - V) - 0 = \frac{dV}{dt}$$

$$\int_{V_0}^V \frac{dV}{v_0 + \alpha(V_0 - V)} = \int_0^t dt$$

$$-\frac{1}{\alpha} [\ln[v_0 + \alpha(V_0 - V)]]_{V_0}^V = t \Rightarrow \ln \left[ \frac{v_0 + \alpha(V_0 - V)}{v_0} \right] = -\alpha t$$

$$v_0 + \alpha(V_0 - V) = v_0 e^{-\alpha t} \Rightarrow V = V_0 + \frac{v_0}{\alpha} [1 - \exp(-\alpha t)]$$

۱۳۳. گزینه ۱ درست است.

برای یافتن جواب حالت پایدار هر معادله PDE کافی است  $\frac{\partial}{\partial t}$  را مساوی صفر قرار داده و معادله حاصل را حل کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a = 0 \\ u(0) = T_0 \\ \frac{\partial u(L)}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -ax + c_1 \rightarrow u = -\frac{a}{2}x^2 + c_1x + c_2$$

$$\frac{\partial u(L)}{\partial x} = 0 \Rightarrow c_1 = aL$$

$$u(0) = T_0 \Rightarrow C_2 = T_0$$

با جایگذاری  $c_1$  و  $c_2$  خواهیم داشت:

$$u_{\text{steady}} = -\frac{a}{2}x^2 + aLx + T_0 = \frac{ax}{2}(2L - x) + T_0$$

**۱۳۴. گزینه ۳ درست است.**

اگر موازنه انرژی را برای دانه کاتالیزور بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\frac{dE}{dt} = mC_p \frac{dT}{dt} = (-r_A)V(-\Delta H_R) - hA(T - T_\infty)$$

$$\rho VC_p \frac{dT}{dt} = (kC_A)V(-\Delta H_R) - hA(T - T_\infty)$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } \rho VC_p} \frac{dT}{dt} = \frac{kC_A(-\Delta H_R)}{\rho C_p} - \frac{hA}{\rho VC_p}(T - T_\infty)$$

**۱۳۵. گزینه ۳ درست است.**

اگر معادله و شرایط مرزی را بنویسیم مشخص است که شرط مرزی  $T(r, z=L) = T_b$  باعث می‌شود که در راستای  $r$  به جواب اورتوگونال و در راستای  $Z$  به جواب غیر اورتوگونال برسیم. گزینه ۳ درست است که در راستای  $Z$  جواب غیر اورتوگونال ضمناً در گزینه ۴ هر دو راستا غیر اورتوگونال است و نمی‌تواند جواب باشد. در گزینه ۲ جواب راستای  $Z$  اورتوگونال است که برعکس می‌باشد.

و در راستای  $r$  جواب تابع قابل تبدیل به اورتوگونال است.

**۱۳۶. گزینه ۳ درست است.**

شرط مرزی در  $x=0$  نوع دوم می‌باشد پس تابع ویژه در راستای  $x$  کسینوسی است  $(\cos \lambda_n x)$ .

چون شرایط مرزی در  $x=L$  و  $x=0$  هر دو از نوع دوم می‌باشد پس  $\lambda_n = \frac{n\pi}{L}$  است.

با توجه به موارد فوق مشخص است که فقط گزینه ۳ است.

**۱۳۷. گزینه ۴ درست است.**

برای توابع بسل داریم:

$$J_0(0) = I_0(0) = 1$$

$$Y_0(0) = -\infty$$

$$K_0(0) = +\infty$$

با توجه به روابط فوق مشخص است که  $I_0(0) - J_0(0) = 0$

۱۳۸. گزینه ۲ درست است.

برای حل معادله دیفرانسیل  $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  با روش ترکیب متغیرها، از پارامتر کمکی  $\eta = \frac{x}{\sqrt{m\alpha t}}$  استفاده می‌کنیم و معادله دیفرانسیل معمولی  $u'' + \frac{m}{2}\eta u' = 0$  حاصل می‌شود. با توجه به تست داده شده مشخص است که:

$$\alpha = 1, \quad m = 1 \rightarrow T'' + \frac{1}{2}\eta T' = 0$$

۱۳۹. گزینه ۱ درست است.

$y = xV \rightarrow y' = V + xV', \quad y'' = V' + (V' + xV'') = 2V' + xV''$

با جایگذاری  $y$  و  $y'$  و  $y''$  در معادله دیفرانسیل داده شده خواهیم داشت:

$$x(xV'' + 2V') - (V + xV') + x(xV) = 0$$

$$x^2V'' + xV' + (x^2 - 1)V = 0$$

که معادله دیفرانسیل بسل معمولی از مرتبه اول است پس:

$$V(x) = C_1 J_1(x) + C_2 Y_1(x) \Rightarrow y = x [C_1 J_1(x) + C_2 Y_1(x)]$$

۱۴۰. گزینه ۴ درست است.

$$P = 2xy^2 + 2, \quad Q = 2x^2y + 4y$$

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = 4xy \rightarrow \text{معادله کامل است.}$$

اگر تابع  $u$  را طوری پیدا کنیم که  $\frac{\partial u}{\partial x} = 2xy^2 + 2$ ،  $\frac{\partial u}{\partial y} = 2x^2y + 4y$ ، در این صورت  $u(x, y) = C$  جواب معادله خواهد بود:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2xy^2 + 2 \rightarrow u = x^2y^2 + 2x + f(y)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 2x^2y + f'(y) = 2x^2y + 4y$$

$$\rightarrow f'(y) = 4y \rightarrow f(y) = 2y^2$$

$$\rightarrow u = x^2y^2 + 2x + 2y^2$$

پس جواب معادله عبارت است از:

$$x^2y^2 + 2x + 2y^2 = k \rightarrow y^2(x^2 + 2) = K - 2x$$

$$y^2 = \frac{k - 2x}{x^2 + 2} \rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{K - 2x}{x^2 + 2}}$$

۱۴۱. گزینه ۳ درست است.

۱۴۲. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} = \alpha \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}$$

$$\frac{\alpha \Delta x^2 \Delta y^2}{\Delta t} T_{i,j}^{n+1} = \Delta y^2 (T_{i+1,j}^n + T_{i-1,j}^n) + \Delta x^2 (T_{i,j+1}^n + T_{i,j-1}^n) + \left( \frac{\alpha \Delta x^2 \Delta y^2}{\Delta t} - 2\Delta y^2 - 2\Delta x^2 \right) T_{i,j}^n$$

با تقسیم طرفین بر  $\frac{\alpha \Delta x^2 \Delta y^2}{\Delta t}$  خواهیم داشت:

$$T_{i,j}^{n+1} = \frac{\Delta t}{\alpha \Delta x^2} (T_{i+1,j}^n + T_{i-1,j}^n) + \frac{\Delta t}{\alpha \Delta y^2} (T_{i,j+1}^n + T_{i,j-1}^n) + \left( 1 - \frac{2\Delta t}{\alpha \Delta x^2} - \frac{2\Delta t}{\alpha \Delta y^2} \right) T_{i,j}^n$$

حال بر اساس قانون مثبت باید:

$$1 - \frac{2\Delta t}{\alpha \Delta x^2} - \frac{2\Delta t}{\alpha \Delta y^2} \geq 0 \rightarrow 2\Delta t \left( \frac{1}{\alpha \Delta x^2} + \frac{1}{\alpha \Delta y^2} \right) \leq 1 \Rightarrow 2\Delta t \leq \frac{\alpha}{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}$$

۱۴۳. گزینه ۱ درست است.

$$P(x) = L_0 f_0 + L_1 f_1$$

$$P(x) = \frac{(x-x_1)}{(x_0-x_1)} f_0 + \frac{(x-x_0)}{(x_1-x_0)} f_1$$

۱۴۴. فاقد گزینه درست است.

۱۴۵. گزینه ۲ درست است.

| t (min) | T (°C) | ΔT | Δ <sup>2</sup> T | Δ <sup>3</sup> T | Δ <sup>4</sup> T |
|---------|--------|----|------------------|------------------|------------------|
| 0       | 33     | 7  |                  |                  |                  |
| 5       | 40     | 11 | 4                | 3                |                  |
| 10      | 51     | 18 | 7                | 3                | 0                |
| 15      | 69     | 28 | 10               |                  |                  |
| 20      | 97     |    |                  |                  |                  |

$$T(t+rh) = T_0 + r\Delta T_0 + \frac{r(r-1)}{2!} \Delta^2 T_0 + \frac{r(r-1)(r-2)}{3!} \Delta^3 T_0 + \dots$$

با توجه به جدول و رابطه فوق مشخص است که حداکثر چندجمله ای درونیاب برابر 3 خواهد بود.

۱۴۶. گزینه ۴ درست است.

$$y_{n+1} = y_n + h y'_n \rightarrow y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} (-y_n + t_n + 1)$$

$$y_{n+1} = y_n - \frac{1}{2} y_n + \frac{1}{2} t_n + \frac{1}{2}$$

$$y_{n+1} = \frac{1}{2} y_n + \frac{1}{2} t_n + \frac{1}{2}$$

۱۴۷. گزینه ۳ درست است.

برای یافتن معادله بهترین خط گذرنده از مبدأ  $(y = mx)$  که اطلاعات مشخصی را برازش کند از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$y = mx \quad , \quad m = \frac{\sum_{i=0}^n x_i y_i}{\sum_{i=D}^n x_i^2}$$

$$m = \frac{0+2}{0+1} = 2 \quad \rightarrow \quad y = 2x$$

۱۴۸. گزینه ۴ درست است.

در روش سیمپسون مقدار خطا از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I = \int_a^b f(x) dx \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{-(b-a)}{180} h^4 M$$

که  $M$  ماکزیمم مقدار  $f^{(4)}(x)$  در فاصله  $[a, b]$  است.

$$f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) \quad \rightarrow \quad F'(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right) \quad \rightarrow \quad F''(x) = -\frac{1}{4} \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$F'''(x) = -\frac{1}{8} \cos\left(\frac{x}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad F^{(4)}(x) = \frac{1}{16} \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$M = \max F^{(4)}(x) \quad , \quad x \in [0, \pi] \quad \rightarrow \quad M = \frac{1}{16}$$

در نتیجه:

$$\varepsilon = \frac{-(\pi-0)}{180} \times \left(\frac{\pi}{8}\right)^4 \times \frac{1}{16}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{360} \left(\frac{\pi}{8}\right)^5$$

۱۴۹. گزینه ۱ درست است.

۱۵۰. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} C'_{A_0} = -C_{A_0} C_{C_0} + 5C_{B_0} \\ C'_{B_0} = C_{A_0} C_{B_0} - 20C_{C_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C'_{A_0} = -(50 \times 10) + (5 \times 50) = -250 \\ C'_{B_0} = 50 \times 50 - (20 \times 10) = 2300 \end{cases}$$

$$C_{A_1} = C_{A_0} + hC'_{A_0} \quad \Rightarrow \quad C_{A_1} = 50 + (0.1 \times -250) \quad \Rightarrow \quad C_{A_1} = 25$$

$$C_{B_1} = C_{B_0} + hC'_{B_0} \quad \Rightarrow \quad C_{B_1} = 50 + (0.1 \times 2300) = 50 + (0.1 \times 2300) \quad \Rightarrow \quad C_{B_1} = 280$$