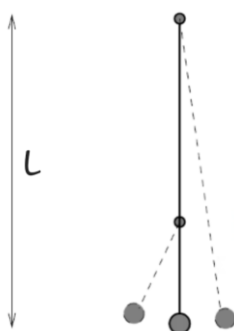


پرسش‌های پیشنهادی برای المپیاد آزمایشی همساز



۱. آونگ ساده‌ای به طول $L = 50 \text{ cm}$ و جرم $m = 50 \text{ g}$ به نقطه‌ی ثابت A متصل شده است. میخ کوچک B در فاصله‌ی عمودی $\frac{2}{3}L$ از نقطه‌ی A قرار دارد. جسم را به اندازه‌ی $\theta = 30^\circ$ از حالت تعادل، به سمت راست، منحرف می‌کنیم و به آن اجازه می‌دهیم تا مطابق شکل نوسان کند. شتاب گرانش به سمت پایین و مقدار آن برابر $g = 10 \text{ m/s}^2$ می‌باشد. مدت زمانی که طول می‌کشد تا جسم به مکان اولیه‌ی خود بازگردد برابر چند دسی‌ثانیه می‌باشد؟

$$T = 11 \text{ ds}$$

پاسخ:

می‌دانیم دوره‌ی تناوب یک آونگ ساده به طول دلخواه l برابر

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

می‌باشد. واضح است که این مقدار فقط به شتاب گرانش و طول آونگ بستگی دارد. با فرض اینکه آونگ در کل حرکت خود، نوساناتی با دامنه‌ی کوچک انجام می‌دهد، می‌توان نوشت

$$T = T_1 + T_2 = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} + \pi \sqrt{\frac{L/3}{g}} = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

که در آن T_1 برابر نصف دوره‌ی تناوب آونگ با طول L و T_2 برابر نصف دوره‌ی تناوب آونگ با طول $\frac{L}{3}$ می‌باشد. حال با توجه به اعداد داده شده در صورت سوال به راحتی مقدار T بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} T &= \pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 3.14 \times \sqrt{\frac{50 \times 10^{-2}}{10}} \left(1 + \frac{1.73}{3} \right) \\ &= 3.14 \times 0.22 \times 1.58 = 1.09 \text{ s} = 10.9 \text{ ds} \approx 11 \text{ ds} \end{aligned}$$

۲. تعداد کل چمن‌های داخل ورزشگاه‌های فوتبال سراسر دنیا را تخمین بزنید. (کاری به زمین‌های چمن مصنوعی نداشته باشید!)

الف) 10^{10} ب) 10^{13} ج) 10^{16} د) 10^{19}

پاسخ:

تعداد چمن‌های داخل هر سانتی‌متر مربع: ۵

$$70 \times 100 = 7000 \text{ m}^2 = 70000000 \text{ cm}^2 = \text{مساحت متوسط هر زمین فوتبال}$$

برای تعداد زمین‌های فوتبال کل دنیا، می‌توانیم فرض کنیم که به ازای هر ۵۰۰۰۰ نفر یک زمین فوتبال وجود دارد. جمعیت کل دنیا را برابر هفت میلیارد نفر در نظر می‌گیریم. در نتیجه:

تعداد زمین‌های چمن تمام دنیا: ۱۴۰۰۰۰

پاسخ نهایی برابر حاصل ضرب اعداد بالاست!

$$5 \times 70000000 \times 140000 = 490000000000 = 4.9 \times 10^{12} \approx 10^{13}$$