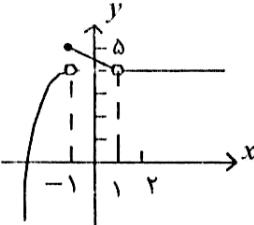


با سمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶			سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نفره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۸۰ - ۸۱	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	تابع f و g با ضابطه های $g(x) = \sqrt{x+2}$ و $f(x) = \frac{1}{x-1}$ مفروضند. دامنه توابع f و g و gof را تعیین کنید. سپس ضابطه تابع gof را (در صورت وجود) بنویسید.	۱
۲	دامنه تابع رو برو را تعیین کنید. $f(x) = \sqrt{x^3 - 9}$ (الف) $g(x) = \frac{5x}{ x-3 -2}$ (ب)	۱
۳	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1}$ را بدست آورید.	۱
۴	a و b را چنان بیابید که چندجمله ای $x^3 - 3x^2 + ax^3 + 2bx$ بر $x-1$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x-4$ برابر باشد.	۱
۵	درستی تساوی رو برو را ثابت کنید. $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \tan x \tan 3x$	۱
۶	با توجه به نمودار تابع f حدود زیر را محاسبه کنید.  (الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ (د) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$	۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید. (الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^4 - 4}{ x-2 }$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^2 - 5x}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{x^2 - 1}$ (د) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1-\tan x}}$	۲
۸	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+2}$ را در صورت وجود بنویسید. ادامه سوالات در صفحه ۵۹	۰/۷۵

با اسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶ سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	

۱/۲۵	$f(x) = \begin{cases} ax^4 + bx & x < 2 \\ x & x = 2 \\ a \sin(x-2) + b & x > 2 \end{cases}$ <p>در تابع $x = 2$ پیوسته باشد.</p>	۹
۱/۷۵	<p>۱ - مشتق بگیرید (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $y = \sqrt[3]{1-4x}$ ب) $y = 2\cos^3(x^2 - 5x)$ ج) $y = (3x^2 - 5x)^2$</p> <p>۲ - اگر $y = f(\sin x)$ باشد مشتق $f'(x) = x^4 + x$ را محاسبه کنید.</p>	۱۰
۱/۷۵	<p>با توجه به شکل زیر نقاط ماکزیمم نسبی و می نیم نسبی تابع F و نقاط بحرانی آن را تعیین کنید.</p>	۱۱
۰/۷۵	مساحت دایره ای به شعاع R را در نظر گرفته آهنگ آنی تغییر مساحت دایره را نسبت به R در $R = 4$ بیابید.	۱۲
۱	مشتق پذیری تابع F با ضابطه $(1-x)(x-1) = [x]$ را در $x = 1$ بررسی کنید. ([نماد جزء صحیح)	۱۳
۱/۲۵	تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ مفروض است ضرایب a, b, c, d را چنان بیابید که $M(1, 2)$ نقطه ماکزیمم تابع بوده و نقطه عطف منحنی بر مبدأ مختصات منطبق باشد.	۱۴
۱/۰	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = 2\cos x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱۵
۰/۷۵	محیط مستطیلی ۲۰۰ متر است. ابعاد آن را چنان بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم شود.	۱۶
۱/۲۵	ابتدا نمودار تابع $y = 4 - 2x $ را رسم کنید و با استفاده از نمودار آن حاصل $\int_{-2}^5 4 - 2x dx$ را حساب کنید. نمودار باشید	۱۷
۲۰	جمع نمرات	

با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶		سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۸۰ - ۸۱

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$D_f = R - \{1\}$, $D_g = [-2, +\infty) \quad (./25)$ $D_{gof} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in R - \{1\} \mid \frac{1}{x-1} \geq -2 \right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2} \right] \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty \right)$ $gof(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{x-1}} + 2 \quad (./25)$
۲	الف $x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [3, +\infty) \quad (./25)$ ب) $ x-3 - 2 \neq 0 \rightarrow x-3 \neq 2 \quad (./25) \rightarrow, \begin{cases} x-3 \neq 2 \rightarrow x \neq 5 \\ x-3 \neq -2 \rightarrow x \neq 1 \end{cases} \quad D_g = R - \{5, 1\} \quad (./25)$
۳	$\alpha + \beta = 4 \quad (./25)$ $\alpha\beta = -2$ $\frac{\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{(4)^2 - 2(-2) + 4}{-2 + 4 + 1} = \frac{24}{3} = 8 \quad (./25)$
۴	$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow 27 + 9a + 6b - 3 = 0 \rightarrow 3a + 2b = -8 \quad (./25)$ $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow 1 + a + 2b - 3 = -4 \rightarrow a + 2b = -2 \quad (./25)$ $\Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = -8 \\ a + 2b = -2 \end{cases} \rightarrow a = -3, b = \frac{1}{2} \quad (./25) \quad (./25)$
۵	$\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \frac{-2 \sin\left(\frac{2x+4x}{2}\right) \sin\left(\frac{2x-4x}{2}\right)}{2 \cos\frac{2x+4x}{2} \cos\frac{2x-4x}{2}} \quad (./25) = \frac{\sin 2x \sin x}{\cos 2x \cos x} \quad (./25) = \tan 2x \times \tan x \quad (./25)$
۶	$(0/25) 5 \quad (0/25) 4 \quad (0/25) 3 \quad (0/25) 2 \quad (0/25) 1 \quad (0/25) 0 \quad \text{الف) } 5 \quad \text{ب) } 4 \quad \text{ج) } 3 \quad \text{د) } 2 \quad \text{e) } 1 \quad (0/25) 6$

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دو

با اسمه تعالی

ساعت نسروز: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶		سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نفره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۸۰ - ۸۱

۷	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4(./5)$ <p>الف) $\frac{3}{4} (./5)$</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{3x - 2})(x + \sqrt{3x - 2})}{(x - 1)(x + 1)(x + \sqrt{3x - 2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-1}{2(2)} = -\frac{1}{4} (./5)$ $\lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sin 2x (\sqrt{1 + \tan x} + \sqrt{1 - \tan x})}{1 + \tan x - 1 + \tan x} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sin 2x (\sqrt{1 + \tan x} + \sqrt{1 - \tan x})}{2 \tan x} = 2 (./25)$
۸	$x \rightarrow \cdot \quad x + \frac{4}{x-4} \rightarrow x \neq -4 \quad \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \cdot^+} y = +\infty \text{ جانبی} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \cdot \text{ افقی} \end{array} \right\} \Rightarrow x \rightarrow \cdot \rightarrow D = (\cdot, +\infty) (./25)$
۹	$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4a + 2b (./25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = b (./25) \\ f(2) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 4a + 2b = b = 2 \rightarrow a = -\frac{1}{2} (./25)$

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوچ

با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۸۰ - ۸۱	

$\text{الف) } y' = \frac{-4}{\sqrt[3]{(1-4x)^2}} \quad (\cdot / 25)$ $\text{ب) } y' = 6 \cos^2(x^2 - 5x)(2x - 5)(-\sin(x^2 - 5x)) \quad (\cdot / 15)$ $\text{ج) } y' = 2(3x^2 - 5x)(6x - 5) \quad (\cdot / 5)$ $y' = \cos x \cdot f'(\sin x) = \cos x \cdot (\sin^2 x + \sin x) \quad (\cdot / 25) \quad (\cdot / 25)$	۱۰ -۱ -۲
$A, B, D \text{ تا } C \rightarrow E, F, G, H \text{ نقاط بحرانی } (\cdot / 25)$ $F, H \rightarrow D \text{ تا } C \text{ ماکزیمم نسبی } (\cdot / 5)$	۱۱ می نیم نسبی $(\cdot / 5)$ از C تا B, E, G, D $(\cdot / 5)$
$f(R) = A = \pi R^2 \quad (\cdot / 25) \quad f'(R) = A' = 2\pi R \quad (\cdot / 25) \quad f''(R) = 2\pi \quad (\cdot / 25) \quad \frac{dA}{dR} = 2\pi$	۱۲
$F'(v) = \lim_{x \rightarrow v} \frac{F(x) - F(v)}{x - v} = \lim_{x \rightarrow v} \frac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow v} [x] = v & (\cdot / 25) \\ \lim_{x \rightarrow v} [x] = 1 & (\cdot / 25) \end{cases} \Rightarrow \text{مشتق پنیر نیست} \quad (\cdot / 25)$	۱۳
$M(1, 2) \rightarrow 2 = a + b + c + d$ $y' = 2ax^2 + 2bx + c \rightarrow 2a + 2b + c = 0$ $y'' = 2ax + 2b \rightarrow 0 = 2b \rightarrow b = 0 \quad (\cdot / 25)$ $(1, 1) \rightarrow 0 = 1 + 1 + 1 + d \rightarrow d = -1 \quad (\cdot / 25)$	$\begin{cases} a + c = 2 \\ 2a + c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -1 \\ c = 2 \end{cases} \quad (\cdot / 25)$ $(\cdot / 25)$

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم

با اسمه تعالی

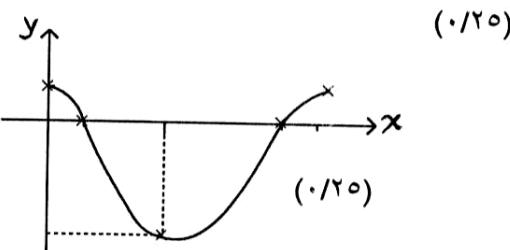
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمایی تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ/امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶ سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای) دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۱۳۸۰ - ۸۱	

$$y = \cdot \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ و } \frac{5\pi}{3} \quad x = \cdot \rightarrow y = 1 \quad (./25)$$

$$y' = -\sin x \quad (./25)$$

$$y' = \cdot \rightarrow \sin x = \cdot \rightarrow x = \cdot \text{ و } \pi \text{ و } 2\pi \quad (./25)$$

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$	2π
y'	0	-	+	0	
y	1	$\sqrt{3}$	-3	$\sqrt{3}$	1



$$\gamma(x+y) = 2 \cdot \cdot \rightarrow x+y = 1 \cdot \cdot \rightarrow y = 1 \cdot \cdot - x$$

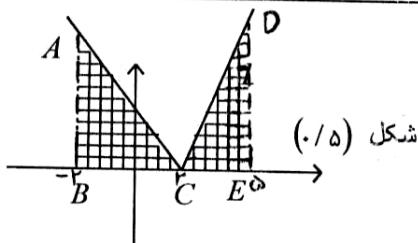
$$xy = x(1 \cdot \cdot - x) = 1 \cdot \cdot x - x^2 = f(x) \quad (./25) \quad \left\{ \begin{array}{l} f'(x) = 1 \cdot \cdot - 2x \\ f'(x) = \cdot \end{array} \right. \rightarrow x = 5 \cdot \cdot \quad (./25) \quad y = 5 \cdot \cdot \quad (./25)$$

$$y = |4 - 2x|$$

$$y = 4 - 2x$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \quad (./25)$$

$$S_{CDE} = \frac{CE \times DE}{2} = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \quad (./25) \quad \int_{-2}^{5} |4 - 2x| dx = 16 + 9 = 25 \quad (./25)$$



۱۵

۱۶

۱۷

همکاران محترم ضمن عرض سلام و خسته نباشید
لطفا برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید . با تشکر