بسم الله الرحمن الرحیم

جزوه کلاسی درس خطوط انتقال مخابراتی

دانشگاه ازاد اسلامی واحد تهران جنوب

استاد دکتر محمد باقر علایی

سال تحصیلی 89–90

برگرفته از سایت دکتر علایی

تهیه کننده :محسن درویش کسا

شماره دانشجویی9212912871

www.darvishkasa.blog.ir

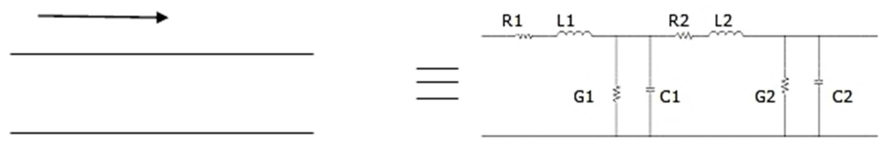
خطوط انتقال ماکروویو

خطوط انتقال به رفتار ارسال موج در فرکانس ماکروویو (GHz) و رفتار مصرف کننده می پردازد. اگر بین مصرف کننده، خط انتقال و منبع ارسال موج تطبیق وجود داشته باشد؛ مدار خط انتقال کامل است. اگر تطبیق وجود نداشته باشد، انعکاس اتفاق می افتد که باعث اتلاف انرژی خواهد شد.

در این درس روشهای تطبیق و ارسال انرژی ماکزیمم بررسی می شود. برای این کارمدل خط انتقال بررسی می شود.

- فرض می کنیم خط انتقال دو سیمه داریم:

$Z' =$ طول خط



تذکر: خط انتقال دارای مقاومت وسلف سری و هدایت وخازن موازی است.

- روابط -

ولتاژ خط $\frac{di}{dZ'} = Yv$ جریان خط $\frac{dV}{dZ'} = -Zi$

$\frac{d^2 i}{dZ'^2} = \gamma^2 i$ $\frac{d^2 v}{dZ'^2} = \gamma^2 v$

$Y = G + j\omega C$ $Z = R + j\omega L$

ضریب تضعیف: α ضریب انتشار: β $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$ $\gamma = \sqrt{Z.Y}$

مثال: یک خط انتقال $Z_0 = ۵۰\ \Omega$ دارای مشخصات زیر است $\alpha = ۰/۰۱\ dB/m$ $C = ۰/۱\ nF/m$

مطلوب است:

الف) R , L ,G

ب) سرعت انتشار موج

(این خط انتقال بدون اعوجاج).

توضیحات: بر مبنای مقادیر مختلف α و β حالتهای زیر وجود دارد.

۱ ـ حالت بدون اتلاف

$$\alpha = 0 \Longrightarrow R = G = 0 \Longrightarrow \gamma = j\omega\sqrt{LC} \Longrightarrow \beta = \omega\sqrt{LC}$$

۲ ـ حالت کم اتلاف

$$R \ll j\omega L \quad \text{و} \quad G \ll j\omega C \Longrightarrow \gamma = j\omega\sqrt{LC}\left[1 + \frac{1}{2j\omega}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right)\right]$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{LC}\left(\frac{R}{L} + \frac{G}{C}\right) \qquad\qquad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

۳ ـ حالت بدون اعوجاج

$$\frac{R}{L} + \frac{G}{C} \Longrightarrow \gamma = \sqrt{\frac{C}{L}}(R + j\omega L) \longrightarrow \begin{cases} \alpha = R\sqrt{\frac{C}{L}} \\ \beta = \omega L\sqrt{\frac{C}{L}} = \omega\sqrt{LC} \end{cases}$$

امپدانس مشخص Z_0 یعنی در هر دو نقطه ی دلخواه مقاومت بین دو سیم Z_0 است.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$Z_\circ = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \Longrightarrow \frac{R}{L} = \frac{G}{C} \Longrightarrow Z_\circ = \sqrt{\frac{L}{C}}$$ بدون اتلاف

$$Z_\circ = \sqrt{\frac{L}{C}}\left[1 + \frac{1}{2j}\left(\frac{R}{L} - \frac{G}{C}\right)\right]$$ کم اتلاف

جواب

الف)

$$L = Z_\circ^{۲} C \Longrightarrow L = ۵۰^{۲} \times ۰/۱ = ۰/۲۵ \ \mu H/m$$

نکته: همیشه در روابط واحد α باید نپر بر واحد طول باشد، بنابراین در این مسئله ابتدا باید dB/m ۰/۰۱ را به نپر بر متر تبدیل کنیم.

$$\frac{\frac{dB}{m}}{۸/۶۹} = \frac{N_p}{m}$$

$$\alpha = R\sqrt{\frac{C}{L}} \Longrightarrow R = \frac{\alpha}{\sqrt{\frac{C}{L}}} = \frac{\frac{۰/۰۱}{۸/۶۹}}{\sqrt{\frac{۰/۱}{۰/۲۵}}} = \frac{۱/۱۵ \times ۱۰^{۳}}{\sqrt{\frac{۰/۱}{۰/۲۵}}} = ۰/۰۵۷ \frac{\Omega}{m}$$

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \Longrightarrow G = \frac{RC}{L} = \frac{۰/۰۵۷ \times ۰/۱}{۰/۲۵} = ۲۲/۸ \ \frac{M \cup}{\mathrm{m}}$$

ب) رابطه $V_p = \frac{\omega}{\beta}$ سرعت انشار را به ما میدهد.

$$V_p = \frac{\omega}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{۱}{\sqrt{LC}} \frac{۱}{\sqrt{۰/۲۵ \times ۰/۱}} = ۲ \times ۱۰^{۸} \frac{m}{sec}$$

مثال:یک کابل کواکسیال در فرکانس GHz ۱ داری مشخصات زیر است.

$$C = 50\frac{PF}{m} \quad G = 7 \times 10^{-4}\frac{\mho}{m} \quad L = 450\frac{nH}{m} \quad R = 4\frac{\Omega}{m}$$

مطلوب است : $Z_\circ$, λ , α , β , V_p

جواب : (حالت کلی)

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$\gamma = \sqrt{\left(۴ + j \times ۲ \times ۳/۱۴ \times ۴۵۰\right)\left(۷ \times ۱۰^{-۴} + j \times ۲ \times ۳.۱۴ \times ۱۰^{-۳} \times ۵۰\right)}$$

$$\gamma = ۰/۰۵۴ + j۲۹/۸$$

$$\omega = ۲\pi f = ۲ \times ۳/۱۴ \times ۱۰^{۹}$$

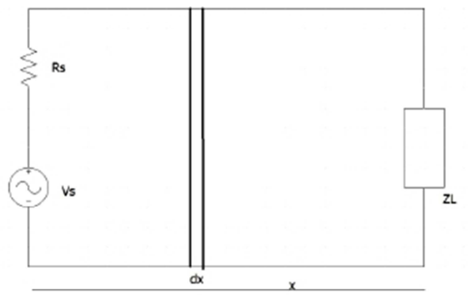
$$\alpha = ۰/۰۵۴\ \frac{N_p}{m} \qquad \beta = j۲۹/۸\ \frac{rad}{m} \qquad Z_\circ = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = ۹۵\angle ۰/۰۲۳^\circ$$

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{۲ \times ۳/۱۴ \times ۱۰^{۹}}{۲۹/۸} = ۲/۱۱ \times ۱۰^{۸}\ \frac{m}{sec}$$

$$\lambda = \frac{V_p}{f} = \frac{۲/۱۱ \times ۱۰^{۸}}{۱۰^{۹}} = ۰/۲۱\ m$$

4 | Page

مثال: یک خط انتقال در فرکانس f = 6 KHz دارای امپدانس مدار باز $Z_{oc} = 900 \measuredangle{-30}$ و امپدانس اتصال کوتاه $Z_{sc} = 400 \measuredangle{-10}$ می باشد، امپدانس مشخصه ی Z_0 را مشخص کنید.



توضیحات:

معادلات خط را حل می کنیم V و I به دست می آید که برابر است با :

$$\mathbf{V = A\cosh\gamma x + B\sinh\gamma x}$$

$$\mathbf{I = -\frac{1}{Z_\circ}(A\sinh\gamma x + B\cosh x)}$$

X : فاصله ی یک نقطه است تا منبع L : طول کل خط

با جایگزینی دو رابطه ی روبرو در رابطه ی V و I روابط جدید بر حسب توابع نمایی به صورت زیر بدست می آید.

$$\mathbf{\cosh\gamma x = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{۲} \qquad \sinh\gamma x = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{۲}}$$

$$\begin{cases} \mathbf{V = ae^{\gamma x} + be^{\gamma x}} & \mathbf{a = \dfrac{A + B}{۲}} \\ \mathbf{I = \ -\dfrac{1}{Z_\circ}(ae^{\gamma x} - be^{\gamma x})} & \mathbf{b = \dfrac{A - B}{۲}} \end{cases}$$

برای محاسبه ی A و B فرض می کنیم ولتاژ و جریان را در ابتدای خط محاسبه می کنیم، یعنی X=0 و $V = V_s$ در رابطه ی ولتاژ و X = 0 و $I = I_s$ در رابطه ی جریان.

$$\mathbf{V_s = A \quad ; \quad I_s = -\frac{B}{Z_\circ}}$$

با این مقادیر A و B روابط ولتاژ و جریان به صورت زیر می شود:

$$\mathbf{V = V_s cosh\gamma x - I_s Z_\circ sinh\gamma x}$$

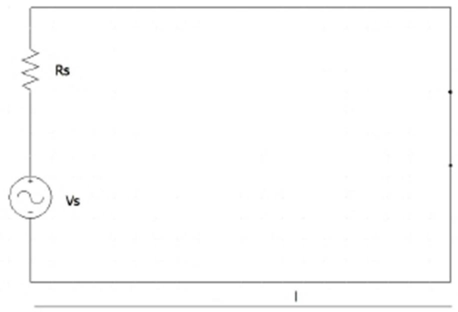
$$\mathbf{I = \ -\frac{1}{Z_\circ}(V_s sinh\gamma x - I_s Z_\circ coshx)}$$

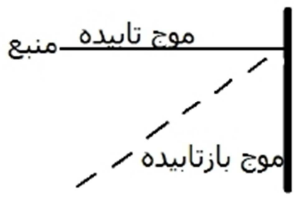
اگر داشته باشیم $\mathbf{\frac{V_s}{Z_\circ} = I_\circ}$ داریم:

$$\mathbf{I = \ -I_\circ sinh\gamma x + I_s cosh\gamma x}$$

محاسبه امپدانس اتصال کوتاه (Z_{sc})

برای اینکار انتهای خط را اتصال کوتاه می کنیم، یعنی $\mathbf{Z_L = 0}$ و $\mathbf{x = l}$





جمله ی $e^{-\gamma x}$ نشان دهنده ی موج تابیده است. (موج رفت)

جمله ی$e^{+\gamma x}$ نشان دهندهی موج بازتابیده است. (موج بازگشت)

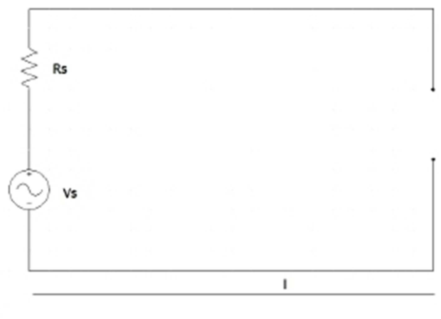
برای محاسبه ی رابطه ی ولتاژ و جریان در حالت اتصال کوتاه مقدار ولتاژ اتصال کوتاه $V = 0$ است، سپس آنرا در رابطه ی ولتاژ قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$0 = V_s \cosh\gamma l - I_s Z_\circ \sinh\gamma l$$

تذکر:در این رابطه به جای x مقدار طول خط را قرار داده ایم.

$$(1)\ Z_{sc} = \frac{V_s}{I_s} = Z_\circ \tanh\gamma l$$

محاسبه ی امپدانس مدار باز (Z_{oc})



$$\mathbf{V_R = V_s\cosh\gamma l - I_s Z_\circ \sinh\gamma l}$$

$$\mathbf{0 = -\frac{V_s}{Z_\circ}\sinh\gamma l + I_s\cosh\gamma l}$$

$$\mathbf{(2)\ Z_{oc} = \frac{V_s}{I_s} = Z_\circ\coth\gamma l}$$

$$\xRightarrow{(۲)\times(۱)} \mathbf{Z_{sc} \times Z_{oc} = Z_\circ^{۲}} \Longrightarrow \mathbf{Z_0 = \sqrt{Z_{sc} \times Z_{oc}}}$$

$$\begin{cases} \mathbf{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}} = \tanh^{۲}\gamma l \rightarrow \tanh\gamma l = \sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}}}} \\ \mathbf{\frac{Z_{oc}}{Z_{sc}} = \coth^{۲}\gamma l \rightarrow \coth\gamma l = \sqrt{\frac{Z_{oc}}{Z_{sc}}}} \end{cases}$$

می دانیم که $\gamma = \alpha + j\beta$ ،حال اگر $\alpha = 0$ باشد، رابطه ها به صورت زیر در می آیند:

$$\mathbf{Z_{sc} = Z_\circ\tanh j\beta l = jZ_\circ\tanh\beta l = jZ_\circ\tan\beta l}$$

$$\mathbf{Z_{oc} = Z_\circ\coth j\beta l = jZ_\circ\coth\beta l = jZ_\circ\cot\beta l}$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_{sc} \times Z_{oc}} = \sqrt{(۹۰۰\measuredangle -۳۰)(۴۰۰\measuredangle -۱۰)} = \sqrt{۳۶ \times ۱۰^{۴}\measuredangle -۴۰}$$
$$= ۶۰۰\measuredangle -۹۰$$

مثال: یک خط انتقال به طول ۵۰ km و فرکانس ۷۹۶ HZ دارای مقادیر زیر است:

$$Z_{sc} = ۱۵۴\measuredangle ۶/۸^\circ \qquad Z_{oc} = ۳۳۸\measuredangle - ۲۹/۲^\circ$$

۲ را بدست آوریدو از روی آن R ، L ، C ، G را محاسبه کنید.

۲ و $Z_۰$ را پارامترهای ثانویه مدار می گویند و R ، L ، C ، G را پارامترهای اوّلیه ی مدار.

$$\boldsymbol{Z_0} = \sqrt{\boldsymbol{Z_{sc}} \times \boldsymbol{Z_{oc}}} = \sqrt{(۱۵۴\measuredangle ۶/۸)(۳۳۸\measuredangle - ۲۹/۴)} = ۷۱۲\measuredangle - ۱۱/۲$$

$$tanh\gamma l = \sqrt{\frac{Z_{sc}}{Z_{oc}}} = \sqrt{\frac{۱۵۴\measuredangle ۶/۸}{۳۳۸\measuredangle - ۲۹/۴}} = ۲/۰۷\measuredangle ۱۸^\circ$$

$$tanh\gamma l = \frac{sinh\gamma l}{cosh\gamma l} = \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}} = ۲/۰۷\measuredangle ۱۸^\circ = ۲/۰۷ + j۰/۶۷۴$$

$$\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l} + e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l} - e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}} = \frac{۱ + ۲/۰۷ + j۰/۶۷۴}{۱ - ۲/۰۷ + j۰/۶۷۴}$$

$$\frac{۲e^{\gamma l}}{۲e^{-\gamma l}} = \frac{۳/۰۷ + j۰/۶۷۴}{-۱/۰۷ + j۰/۶۷۴} \longrightarrow e^{2\gamma l} = \frac{۳/۱۴\measuredangle ۱۲/۴}{۱/۲۴۲\measuredangle ۲۱۲/۳} \approx ۲/۵\measuredangle - ۱۹۹/۹$$

از طرفین ln می گیریم:

$$\ln\left(e^{۲\gamma l}\right) = \ln(۲/۵\measuredangle - ۱۹۹/۹) = -۲۰۰jln(۲/۵)$$

$$\gamma = \frac{-۲۰۰jln(۲/۵)}{۲ \times ۵۰}$$

$$\gamma = \sqrt{Z.Y} \Rightarrow \ \gamma Z_{\circ} = \sqrt{Z.Y} \times \sqrt{\frac{Z}{Y}} \Rightarrow \gamma Z_{\circ} = Z = R + j\omega L \Rightarrow$$

$$\frac{\gamma}{Z_{\circ}} = \sqrt{\frac{ZY}{Z/_{Y}}} = Y = G + j\omega C$$

$$\gamma Z_{\circ} = ۱۰/۲۵ + j۱۸/۳ \Rightarrow R = ۱۰/۲۵\ ^{\Omega}/_{km} \text{ و } \quad \omega\text{L} = ۱۸/۳ \rightarrow \omega = ۲\pi\text{f}$$

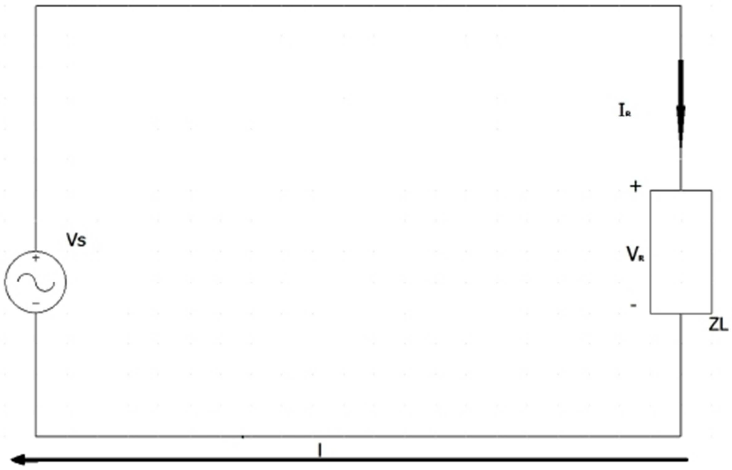
$$= ۲ \times ۲ \times ۳/۱۴ \times ۷۹۶ = ۵۰۰۰\ \frac{\text{Rad}}{\text{sec}} \Rightarrow$$

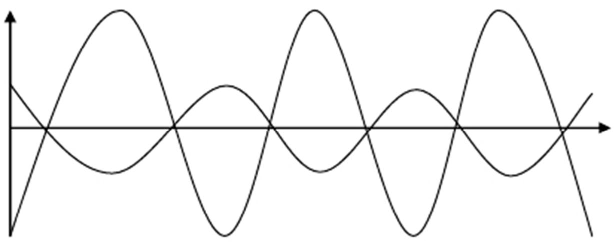
$$\text{L} = \frac{۱۸/۳}{۵۰۰۰} = ۳/۶۶\ \frac{\text{mH}}{\text{Km}}$$

$$\frac{\gamma}{Z_{\circ}} = (۵ + j۴۱/۱) \times ۱۰^{-۶} = G + j\omega C \rightarrow G = ۵ \times ۱۰^{-۶}\ \frac{۱}{\Omega Km}$$

$$C = \frac{۴۱/۱ \times ۱۰^{-۶}}{۵۰۰۰} = ۸/۲۲ \times ۱۰^{-۹}\ \frac{F}{Km}$$

محاسبه ی امپدانس ورودی(Z_{in}) . (انتهای خط ، بار Z_L وجود دارد)





روابط ولتاژ و جریان هر نقطه دلخواه روی خط با معادلات زیر دادهمشخص شده است:

$$\mathbf{V = Acosh\gamma x + Bsinh\gamma x}$$

$$\mathbf{I = -\frac{1}{Z_0}(Asinh\gamma x + Bcoshx)}$$

در این روابط بجای x مقدار آن، l را قرار داده و V_R و I_R را بدست می آوریم.

در این روابط باید مقدار A و B معلوم باشند.

با عملیات ریاضی زیر روی V_R و I_R مقدار A و B را بدست می آید.

$$(1)\quad V_R = Acosh\gamma l + Bsinh\gamma l$$

$$(2)\quad I_R = -\frac{\text{۱}}{Z_\circ}(Asinh\gamma l + Bcoshl)$$

اگر بخواهیم V_R در عبارت $\frac{\boldsymbol{cosh\gamma l}}{\boldsymbol{Z_\circ}}$ ضرب کنیم و I_R را در $sinh\gamma l$ ضرب کنیم ، دو معادله را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$(3)\quad A = V_R cosh\gamma l - I_R Z_\circ sinh\gamma l$$

برای محاسبه B باید V_R را در $\frac{\boldsymbol{sinh\gamma l}}{\boldsymbol{Z_\circ}}$ و I_R را $cosh\gamma l$ و حاصل را با هم جمع نمود.

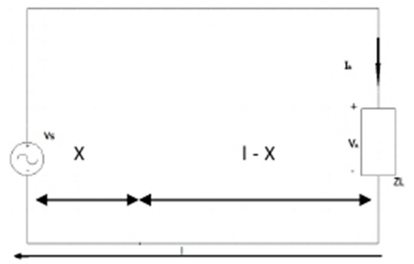
$$(4)\quad B = -V_R sinh\gamma l - I_R Z_\circ cosh\gamma l$$

با قرار دادن ۳ و۴ در معادلات ۲ و ۱ داریم:

$$\boxed{\begin{array}{c}(5)\quad V \;= V_R cosh\gamma(l-x) + I_R Z_\circ sinh\gamma(l-x)\\ (6)\quad I = I_R sinh\gamma(l-x) + I_R Z_\circ cosh\gamma(l-x)\end{array}}$$

این دو معادله را معادلات ولتاژ و جریان هر نقطه روی خط در اثر وجود بار Z_L می نامیم.

فاصله ی هر نقطه تا بار = l - x   فاصله ی هر نقطه تا منبع= X   طول خط = l



برای محاسبه Z_{in} امپدانس ورودی، باید ولتاژ و جریان ورودی را بدست آورد. یعنی ولتاژ در محل منبع و جریاندر منبع که با V_S و I_s نشان داده میشود. برای این کار کافیست در معادلات اصلی خط (۵ و ۶) به جای x، x = ۰ را قرار می هیم، خواهیم داشت:

$$V \quad = V_R cosh\gamma\, l \; + I_R Z_\circ sinh\gamma\, l$$

$$I = \frac{V_R}{Z_\circ} sinh\gamma l + I_R\, cosh\gamma\, l$$

$$Z_{in} = \frac{V_s}{I_s} \qquad Z_{in} = Z_\circ \frac{Z_L cosh\gamma + Z_\circ sinh\gamma}{Z_\circ cosh\gamma + Z_L sinh\gamma}$$

اگر صورت و مخرج را به $cosh\gamma l$ تقسیم کنیم و حاصل را به صورت $\frac{sinh\gamma l}{\cosh\gamma l}=\tanh\gamma l$ را

قرار دهیم خواهیم داشت:

$$Z_{in} = Z_\circ \frac{Z_L + Z_\circ tanh\gamma l}{Z_\circ + Z_L tanh\gamma l}$$

در حالت اتصال کوتاه Z_L را مساوی صفر است، بنابر این:

$$Z_{in} = Z_\circ \frac{Z_\circ tanh\gamma l}{Z_\circ} = Z_\circ tanh\gamma l$$

در حالت $Z_L = \infty$ حالت مدار باز داریم:

$$Z_{in} = Z_\circ \frac{\infty + Z_\circ tanh\gamma l}{Z_\circ + \infty}$$

پس از رفع ابهام داریم:

$$Z_{in} = Z_\circ\, coth\gamma l$$

مثال: یک خط انتقال به طول ۱۰Km به بار مناسبی ختم گردیده است، اگر ولتاژ دو سر بار $V_R = ۴v$ باشد، V_s را بدست آورید.

$f = ۱\ \mathrm{KHz}$ ثابت فاز $\beta = ۰.۰۳ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{Km}}$ ثابت تضعیف $\alpha = ۰.۰۵ \frac{\mathrm{nepper}}{\mathrm{Km}}$

$V_S = ?$ $\quad V_R = ۴\ \mathrm{v}$ $\quad l = ۱۰\mathrm{Km}$

تذکر: منظور از این که به بار مناسبی ختم گردیده است، یعنی $Z_L = Z_\circ$ است در این حالت وقتی $Z_L = Z_\circ$ است تطبیق برقرار می باشد و هیچ گونه انعکاسی وجود ندارد.

$$V = V_R cosh\gamma\, l + I_R Z_\circ sinh\gamma\, l \qquad \gamma = \alpha + j\beta = ۰/۰۳ + j۰/۰۳$$

با توجه به این که $Z_L = Z_\circ$ است بنابراین

$$: \ I_R Z_\circ = V_R$$

$$V_S = V_R(cosh\gamma l + sinh\gamma l) = V_R e^{\gamma l} = ۴ \times e^{(۰/۰۳+j۰/۰۳)۱۰}$$

$$= ۴e^{۰/۳} \times e^{j۰/۳} = ۴e^{۰/۳}(cos۰/۳ + jsin۰/۳) = ۵/۱۶ + j۱/۶$$

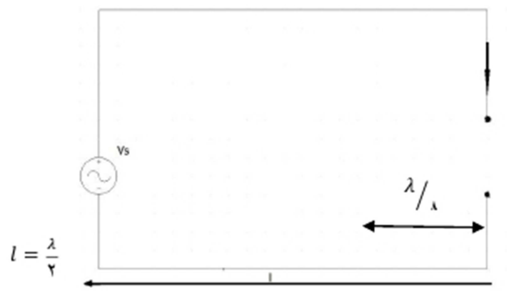
$$|V_S| = ۵/۴ \qquad \measuredangle V_S = ۱۷^\circ$$

مثال:یک خط انتقال بی تلفات (یعنی $\alpha = ۰$) و مدار باز با مشخصات زیر داریم:

$$l = \frac{\gamma}{Z}$$

$$Z_R = ۱۰\measuredangle ۰ \qquad Z_L = \infty \qquad Z_0 = ۵۰\measuredangle ۰$$

مطلوبست مقدار rms ولتاژ و جریان در فاصله ی $^{۱}/_{۸}$ طول موج از بار (مدار باز)



نکته:اگر ۰ = α یعنی خط بدون تلفات ، در این صورت داریم γ = j۶ و امپدانس ورودی به صورت زیردر می آید.

رابطه ی امپدانس ورودی و برای خط بدون تلفات

$$\mathbf{Z_{in} = Z_{\circ}\frac{Z_L + Z_{\circ}tanj\beta l}{Z_{\circ} + Z_L tanj\beta l}} \quad \text{و} \quad \mathbf{tanhj\beta l = jtan\beta l}$$

$$\boldsymbol{\beta = \frac{۲\pi}{\lambda}}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

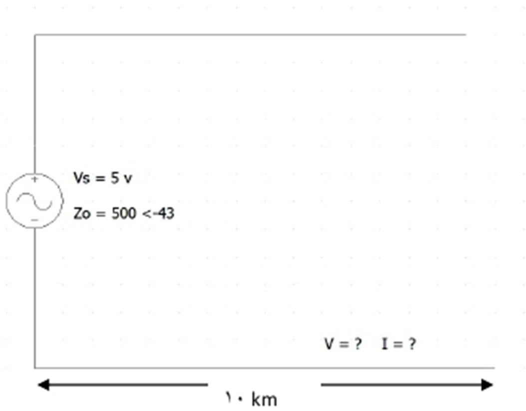
$$\begin{cases} V = V_R cosh j\beta(l-x) + I_R Z_\circ sinh j\beta(l-x) \\ I = \dfrac{V_R}{Z_\circ} sinh j\beta(l-x) + I_R cosh j\beta(l-x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = ۱۰ cos\beta\frac{\lambda}{۸} = ۱۰ cos\beta\frac{۲\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{۸} \\ I = \dfrac{j۱۰}{Z_0} sin\beta\frac{\lambda}{۸} = \dfrac{j۱۰}{Z_0} sin\frac{۲\pi}{\lambda} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V = ۱۰ cos\frac{\pi}{۴} = ۵\sqrt{۲} \\ I = \dfrac{j۱۰}{۲۰} sin\frac{\pi}{۴} = j۰/۰۴۱۴ \end{cases}$$

$$V_{rms} = ۵\ v \qquad\qquad I_{rms} = \frac{j}{۱۰}$$

مثال: یک خط انتقال با امپدانس مشخصه ی $Z_\circ = ۵۰۰ \measuredangle -۴۳$ و ثابت انتشار $\gamma = ۰/۰۷ + ۰/۰۸j$ به بار مناسبی ختم شده است (خط نا متناهی) یک ولتاژ $V_s = ۵\measuredangle ۰$ به خط اعمال می کنیم. ولتاژ و جریان rms مختلط را در فاصله ی ۱۰ km از منبع بدست آورید.



اگر طول خط نا محدود باشد (l = ∞) رابطه ی ولتاژ به صورت زیر است:

$$\boldsymbol{V = V_s e^{-\gamma x}}$$

x: فاصله ی منبع تا یک نقطه ی دلخواه روی خط (l=۱۰ km)

$$V = V_s e^{-\gamma x} = ۵e^{-(۰/۰۷+j۰/۰۸)۱۰} = ۵e^{-۰/۷}e^{-۰/۸j}$$

$$= ۵e^{-۰/۷}(cos ۰/۸ - sin ۰/۸)$$

$$V = ۲/۵\measuredangle - ۴۵/۸^\circ$$

نکته: وقتی طول خط بی نهایت است امپدانس مشخصه ی خط (Z_0) با امپدانس هر نقطه روی خط برابر است.

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{۲/۵\measuredangle - ۴۵/۸°}{۵۰۰\measuredangle - ۴۳°} = ۵ \times ۱۰^{-۳}\measuredangle - ۲/۸°$$

ضریب انعکاس(بازتابش)

V_i :ولتاژ تابش

V_R :ولتاژ بازتابش

$$\Gamma = \frac{V_R}{V_i}$$

اگر بجای V_i و V_R روابط آن را بنویسیم و در رابطه ی فوق قرار دهیم، ضریب انعکاس بر حسب Z_0 و Z_L بدست می آید.

Z_L : بار

Z_0 : امپدانس مشخصه

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

همینطور Γ نسبت جریان برگشت با جریان رفت نیز تعریف می شود، یعنی داریم:

2 | Page

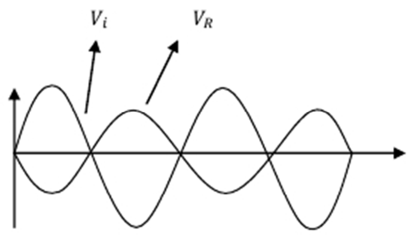
$$\Gamma = \frac{i_R}{i_i}$$

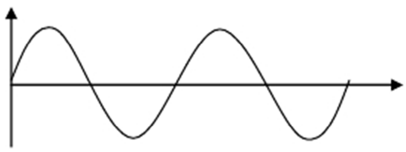
می توان امپدانس ورودی Z_{in} را بر حسب Γ بدست آورد:

$$Z_i = Z_0 \frac{۱ + \Gamma e^{-۲\gamma l}}{۱ - \Gamma e^{-۲\gamma l}}$$

نسبت موج ایستا(SWR)

موج رفت و موج برگشت باعث ایجاد ماکسیمم ها ومینیمم ها روی خط می شوند، اگر در شکل زیر موج رفت و موج برگشت را با هم در نظر بگیریم، خواهیم داشت:





$$V_{max} = V_i + V_R \qquad V_{min} = V_i - V_R$$

$$SWR = \left|\frac{V_{max}}{V_{min}}\right| \qquad SWR = \frac{۱ + |\Gamma|}{۱ - |\Gamma|} \qquad |\Gamma| = \frac{SWR - ۱}{SWR + ۱}$$

مثال: یک خط انتقال دارای مشخصات زیر است:

$Z_L = ۸۰ - j۴۰\Omega \qquad Z_0 = ۵۰\Omega$

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_\circ}{Z_L + Z_\circ} = \frac{۸۰ - j۴۰ - ۵۰}{۸۰ - j۴۰ + ۵۰} = \frac{۳۰ - j۴۰}{۱۳۰ - j۴۰} \Rightarrow$$

$$\Gamma = \frac{\sqrt{۳۰^{۲} + ۴۰^{۲}} \measuredangle tan^{-۱}\left(-\frac{۴۰}{۳۰}\right)}{\sqrt{۱۳۰^{۲} + ۴۰^{۲}} \measuredangle tan^{-۱}\left(-\frac{۴۰}{۱۳۰}\right)} = \frac{\sqrt{۹۰۰ + ۱۶۰۰}}{\sqrt{۱۶۹۰۰ + ۱۶۰۰}} = ۰/۳۶۷$$

$$SWR = \frac{۱ + ۰/۳۶۷}{۱ - ۰/۳۶۷} = ۲/۱$$

مثال: یک خط انتقال کابل کواکسیال دارای مشخصات زیر است. مطلوب است، امدانس ورودی Z_i ، Γ و SWR.

$\varepsilon = ۲/۵۶ \qquad f = ۳\ GHz \qquad Z_L = ۳۷/۵ + J۷۵ \qquad L = ۲\ cm \qquad Z_o = ۷۵\ \Omega$

در این مثال با توجه به اینکه مقدار ضریب عایق یک کابل کواکسیال (ε) داده شده است می توان از رابطه ی امپدانس ورودی بر حسب tanβl استفاده کرد.

$$Z_{in} = Z_\circ \frac{Z_L + Z_\circ jtanh\beta l}{Z_\circ + Z_L jtanh\beta l}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda'} \qquad \lambda = \frac{C}{f} \qquad \lambda' = \frac{C}{f\sqrt{\varepsilon}}$$

$$\beta = \frac{۲\pi}{۶/۲5cm} \approx 1 \quad \lambda' = \frac{۳\times ۱۰^{۸}}{۳\times ۱۰^{۹}\sqrt{۲/۵۶}} = ۶/۲۵\ cm \quad \beta l = ۲\ rad$$

$$Z_{in} = ۷۵\frac{(۳۷/۵ + j۷۵) + j۷۵\ tan۲}{۷۵\times(۳۷/۵ + j۷۵)jtan۲} = ۱۹/۱ - j۲۱/۳۵\ \Omega$$

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_\circ}{Z_L + Z_\circ} = \frac{۳۷/۵ + j۷۵ - ۷۵}{۳۷/۵ + j۷۵ + ۷۵} = ۰/۷۷ + j۰/۶۱۵ = ۰/۶۲\measuredangle ۸۲/۸۸^\circ$$

$$SWR = \frac{۱ + |\Gamma|}{۱ - |\Gamma|} = SWR = \frac{۱ + ۰/۶۲}{۱ - ۰/۶۲} = ۴/۲۶$$

ب) مطلوبست درصد توان بازگشتی وانتقالی:

درصد توان بازگشتی : $|\Gamma|^{۲} \times ۱۰۰$

درصد توان انتقالی : $۱۰۰ \times (۱ - |\Gamma|^{۲})$ = درصد توان بازگشتی – ۱

مثال: یک خط انتقال با مشخصات زیر داده شده مطلوبست ادمیتانس ورودی خط؟

$$Z_L = ۱۰۰ + j۵۰\ \Omega \qquad Z_o = ۵۰\ \Omega \qquad l = ۰.۱۵\Omega \quad Y_{in} = \frac{۱}{Z_{in}}$$

$$\beta = \frac{۲\pi}{\lambda} \Longrightarrow \beta_l = \frac{۲\pi}{\lambda}۰/۱۵\lambda = ۵۴^\circ$$

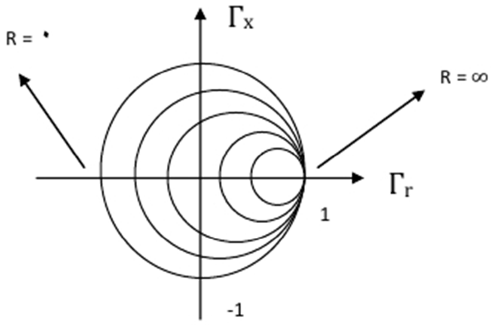
$$Z_{in} = Z_\circ \frac{Z_L + Z_\circ jtanh\beta l}{Z_\circ + Z_L jtanh\beta l} = Z_{in} = ۳۰\frac{(۱۰۰+j۵۰)+j۵۰\ tan۵۴^\circ}{۵۰\times(۱۰۰+j۵۰)jtan۵۴^\circ} = ۳۷/۵ - j۴۱/۵\ \Omega$$

حل مسائل خطوط انتقال با استفاده از نمودار اسمیت (Smith Chart)

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L - Z_o} \Longrightarrow \Gamma_r + j\Gamma_x = \frac{\frac{Z_L}{Z_o} - ۱}{\frac{Z_L}{Z_o} + ۱} = \frac{Z_r - ۱}{Z_r + ۱}$$

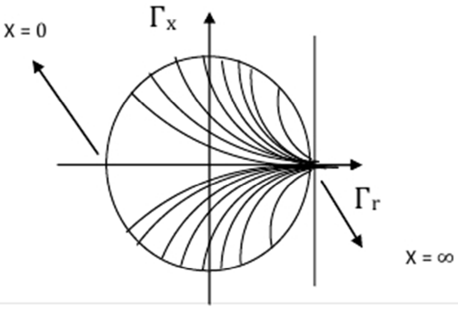
$$\Gamma_x^{۲} + \left(\Gamma_r - \frac{R}{۱ + R}\right)^{۲} = \left(\frac{۱}{۱ + R}\right)^{۲}$$

رابطه ی فوق معادله ی یک دایره به مرکز $\left(\frac{R}{۱+R} ، ۰\right)$ و شعاع $\frac{۱}{۱+R}$ در صفحه ی مختصات $\Gamma_r\ \Gamma_x$



$$\left(\Gamma_r - ۱\right)^{۲} + \left(\Gamma_x - \frac{۱}{x}\right)^{۲} = \left(\frac{۱}{x}\right)^{۲}$$

دوایر X ثابت به شعاع $\frac{۱}{X}$ و مرکز $\left(۱ ، \frac{۱}{x}\right)$ در صفحات Γ_x و Γ_r



x: قسمت موهومی

R : قسمت حقیقی

$$Z_r = R + jX \qquad\qquad Z_r = \frac{Z_L}{Z_o}$$

اگر دوایر« X ثابت » و «R ثابت» را با هم رسم کنیم دیاگرام اسمیت بدست می آید.

خواص نمودار اسمیت:

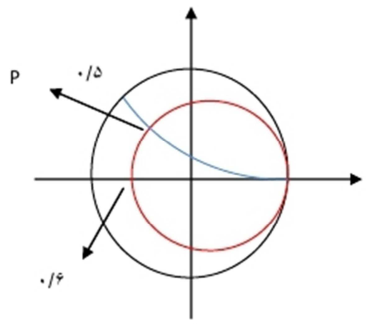
۱ – امپدانس روی نمودار اسمیت یعنی امپدانس نرمالیزه $\frac{Z_L}{Z_o}$

۲ – محل امپدانس روی نمودار اسمیت یعنی تقاطع دایره های «X ثابت» و «R ثابت»

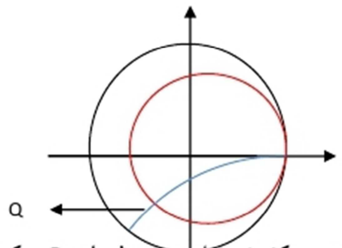
مثال: یک خط انتقال با امپدانس مشخصه ی ۰ به امپدانس بار متصل شده است، محل امپدانس Z_r را بدست آورید:

$$Z_o = ۳۰۰\ \Omega \qquad Z_L = ۱۸۰ + j۱۵۰\Omega$$

$$Z_r = \frac{Z_L}{Z_o} = \frac{۱۸۰+j۱۵۰}{۳۰۰} = ۰/۶ + j۰/۵$$



مثال: در مثال قبل اگر Z_L به صورت زیرباشد مقدار امپدانس نرمالیزه ی Z_r را از روی جدول مشخص کنید.



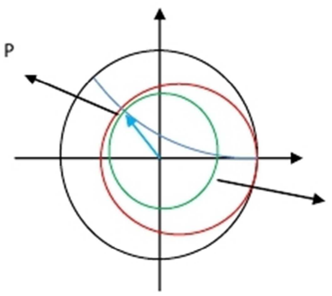
$$Z_o = ۳۰۰\ \Omega \qquad Z_L = ۱۸۰ - j۱۵۰\Omega$$

$$Z_r = ۰/۶ - j۰/۵$$

۳ – بدست آوردن SWR: دایره ی SWR دایره ای است به مرکز نمودار ۰ و شعاع ۰P که R محل امپدانس است.

مثال: در مثال قبل SWR رابدست آورید.

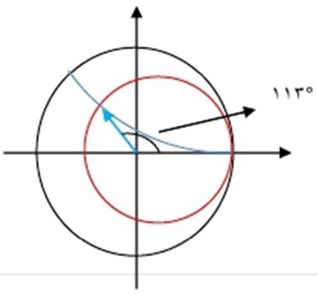
نکته: مقدار SWR برابر است با محل برخورد دایره ی SWR با سمت راست محور افقی.



۴ – تعیین مقدار Γ: Γ برابر است با $\Gamma = |\Gamma| \measuredangle \Gamma$

بدین منظور ۰P را امتداد می دهیم تا دایره را قطع کند.

مثال: در مثال قبل Γ رابدست آورید.

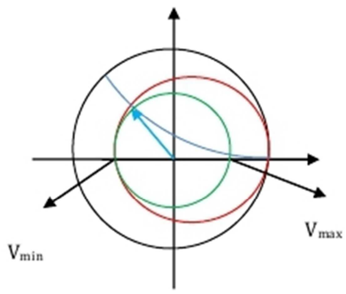


۵ ــ تعیین نقاط مینیمم و ماکسیمم

- تقاطع دایره ی SWR با سمت راست محور افقی مقدار اولّین ماکسیمم را می دهد.
- تقاطع دایره ی SWR با سمت چپ محور افقی مقدار اولّین مینیمم را می دهد.

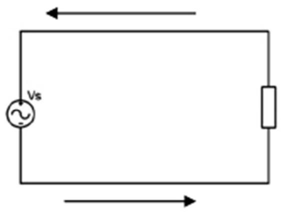
V_{max} = ۲/۲

V_{min} = ۰/۴۶



۶ ــ تعیین Z_{max} و Z_{min} : بدلیل نرمالیزه شدن امپدانس ها Z_{max} با V_{max} و Z_{min} با V_{min} برابر می باشد.

۷ ــ حرکت در جهت عقربه های ساعت یعنی حرکت روی خط به سمت منبع

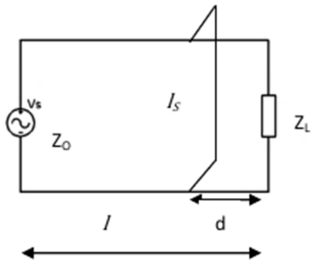


حرکت به سمت منبع معادل حرکت ساعتگرد روی نمودار اسمیت

حرکت به سمت بار معادل حرکت پاد ساعتگرد روی نمودار اسمیت

تطبیق خط با یک استاب(با استفاده از نمودار اسمیت)

می خواهیم با استفاده از یک اتصال کوتاه کاری کنیم که موج برنگردد وتطبیق در خط اتفاق بیفتد.



d : فاصله ی استاب تا بار

l: طول استاب

نکته: اگر $Z_L \neq Z_o$ باشد عدم تطبیق وجود دارد، یعنی موج برمی گردد.

روش تطبیق با استاب با استفاده از نمودار اسمیت

۱ -بدست آوردن ادمیتانس بار نرمالیزه $\overline{Y}_L$

۲ -رسم دایره SWR

۳ -بدست آوردن میزان برای که قسمت حقیقی آن واحد باشد، یعنی پیدا کردن محل تقاطع دایره SWR با دایره واحد ($y = ۱$)

۴ -محاسبه d (فاصله ی بار تا محل استاب که با استفاده از نمودار از محل ادمیتانس نرمالیزه $\overline{Y}_L$ در جهت ساعت گرد تا محل برخورد دایره SWR با دایره واحد می باشد.)

۵ - محاسبه طول استاب l_s که عبارت است از فاصله ی دایره های بی نهایت (محل تقاطع بزرگترین دایره با سمت راست محور افقی تا محل واقع شدن دایره ی موهومی به میزان قسمت موهومی خنثی شده «سوسپتانس»)

مثال: در یک خط انتقال با امپدانس مشخصه ی $Z_o = ۱۰۰\ \Omega$ می خواهیم از یک اتصال کوتاه برای تطبیق استفاده کنیم. اگر بار $Z_L = ۲۶ - j۱۶\ \Omega$ مطلوبست فاصله ی اتصال کوتاه تا بار d و طول استاب l_s با استفاده از نمودار اسمیت

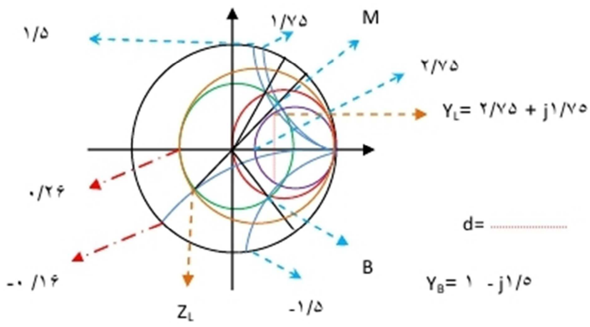
$$\bar{Z}_L = \frac{۲۶ - j۱۶}{۱۰۰} = ۰.۲۶ - j۰.۱۶$$

برای تطبیق همیشه امپدانس را به ادمیتانس تبدیل می کنیم.

$$\bar{Y}_L = \frac{۱}{\bar{Z}_L} = \frac{۱}{۰.۲۶ - j۰.۱۶}$$

اگر Z_L را $۱۸۰°$ اختلاف فاز دهیم $\bar{Y}_L$ بدست می آید، برای این کارکافیست قطری که از $\bar{Z}_L$ می گذرد را رسم کرده و محل تقاطع با قطر با SWR یعنی مقدار $\bar{Y}_L$ را بدست آورد.

2 | Page



برای انجام تطبیق باید مقدار موهومی ادمیتانس $\bar{Y}_{\mathrm{B}}$ صفر شود و مقدار حقیقی ادمیتانس $\bar{Y}_{\mathrm{B}}$ برابر ۱شود. برای صفر شدن مقدار موهومی $\bar{Y}_{\mathrm{B}}$ باید یک مقدار موهومی ادمیتانس به مدار اضافه کنیم که اثر یکدیگر را خنثی کنند. (دو دایره ای که $\bar{Y}_{\mathrm{B}}$ را به دست می دهند، از آن ها معکوس هایشان را در نظر می گیریم ±j)

در این مثال مقدار j۱/۵- با دایره ی SWR نقطه ی B را می دهند و از روی نقطه ی B فاصله ی d را بدست می آوریم. از محل نقطه ی M تا محل نقطه ی B فاصله ی بار تا محل استاب بدست می آید.

Y_B= ۱ - j۱/۵

ساخت یک دور روی دایره برابر $\frac{\lambda}{2}$ است که بیرونی ترین شماره ها می باشد.

d= ۰/۱۰۲ λ

دایره ی j۱/۵- دایره SWR را در نقطه ای که روی دایره ی حقیقی ۱ واقع می شود محل B را نشان می دهد.

نکته: حرکت از سمت بار به سمت ژنراتور ساعت گرد است.

نکته: برای تبدیل مقدار حقیقی ادمیتانس به مقدار واحد یعنی تبدیل ۲/۷۵ به ۱ باید روی دایره ی واحد حرکت کنیم تا به مبدأ o نمودار برسیم.

مثال: یک خط انتقال با امپدانس مشخصه Ω ۵۰ ، دارای بار Z_L = Ω ۲۵۰ می باشد. اگر $\bar{Z}_L$ =۵۰ Ω باشد و بخواهیم با یک استاب اتصال کوتاه تطبیق انجام دهیم، محل استاب و طول استاب را بدست آوریم. همچنین امپدانس مشخصه ی استاب و خط با هم متفاوت است و امپدانس مشخصه ی استاب Ω ۷۵ میباشد با طول موج λ = ۲۰ cm.

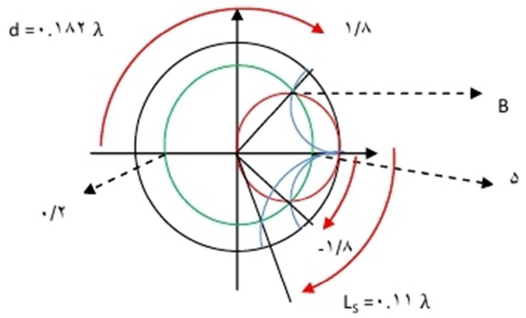
توضیح: زمانی که امپدانس مشخصه ی استاب و خط با هم متفاوت است، برای بدست آوردن سوسپتانس مورد نیاز ابتدا باید مقدار موهومی $\bar{Y}_B$ (دراین مثال ۱/۸ j) در نسبت

$$\frac{Z_{o_{\text{خط}}}}{Z_{o_{\text{استاب}}}}$$

ضرب کرد و حاصل آن را خنثی نمود

$$\bar{Y}_B = ۱ + j۱/۸$$

4 | Page



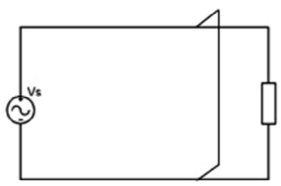
نکته۱: این تطبیق ها به لحاظ عملی صحیح نمی باشند.

نکته ۲: اشکال استاب این است که هنگامی که فرکانس تغییر می کند دیگر محل عملیات استاب در جای قبلی نخواهد بود، برای همین در عمل استفاده از دو استاب پیشنهاد می شود.

در این حالات از منبع تا استاب اوّل مقدار اصلی تطبیق انجام می شود،تطبیق تکمیلی ما بین استاب اول تا استاب دوم انجام می شود.

روابط مربوط به تطبیق امپدانس بر حسب بار و امپدانس مشخصه وهمچنین بر حسب Γ به صورت زیر است:

l_s



$$d = \frac{\lambda}{۲\pi} tan^{-۱} \sqrt{\frac{Z_L}{Z_o}} \qquad l_s = \frac{\lambda}{۲\pi} tan^{-۱} \sqrt{\frac{Z_L Z_o}{Z_L - Z_o}}$$

روابط d بر حسب Γ

$$d = \frac{\lambda}{4\pi}(\varphi + \pi - tan^{-۱}|\Gamma| \qquad l_s = \frac{۱}{\beta} tan^{-۱} \sqrt{\frac{۱ - |\Gamma|^{۲}}{۲|\Gamma|}} \qquad \beta = \frac{۲\pi}{\lambda}$$

و مقدار سوسپتانس که باید توسط استاب به مدار اضافه شود تا تطبیق اتفاق افتد از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$b_s = \frac{y_o - y_L}{y_o} \sqrt{\frac{y_o}{y_L}}$$

در انجام تطبیق با یک استاب مشکلاتی وجود دارد، از جمله اگر فرکانس کار عوض شود نیاز است محل استاب که عملاً ممکن نیست. باری رفع این اشکال تطبیق با دو استاب انجام می پذیرد، در این حالت فقط با تغییر طول استاب ها عمل تطبیق اتفاق می افتد ودیگر نیازی به جابجایی محل استاب ها وجود ندارد.

روش تطبیق با دو استاب

اگر مدار به صورت زیر باشد

بار یا مصرف کننده= Z_L

امپدانس مشخصه خط= Z_o

منبع= V_s

مقاومت داخلی منبع= R_g

برای انجام تطبیق با دو استاب به شرح زیر عمل می کنیم:

A – یک استاب را نزدیک بار یا روی بار قار می دهیم (استاب اول)

B – استاب دوم را به فاصله ی کمتر از $\frac{\lambda}{2}$ از استاب اوّل قرار می دهیم. زیرا یک دور روی دیاگرام اسمیت $\frac{\lambda}{2}$ است و باید قبل از $\frac{\lambda}{2}$ تطیق انجام شود.

C – از استاب دوم به سمت منبع تطبیق وجود دارد یعنی در مرکز داگرام اسمیت قرار دایم:

شروع حل:

۱ - $\bar{Z}_{\mathrm{L}}$ را به $\bar{Y}_{\mathrm{L}}$ تبدیل می کنیم، یعنی یا از رابطه ی $\bar{Y}_{\mathrm{L}} = \frac{۱}{\bar{Z}_{\mathrm{L}}}$ استفاده می کنیم یا $\bar{Z}_{\mathrm{L}}$ را روی دیاگرام اسمیت مشخص کرده و دایره SWR را رسم میکنیم و قطر دایره که از عبور می کند را رسم می کنیم که $\bar{Y}_{\mathrm{L}}$ بدست می آید.

۲ – از محل با $\bar{Y}_{\mathrm{L}}$ به سمت منبع روی SWR حرکت می کنیم (ساعتگرد) تا به محل استاب اوّل برسیم – فاصله ی استاب اوّل تا بار معمولاً در مسئله داده می شود (نقطه’AA) - این فاصله را با d_1 نشان می دهیم.

۳ – مقدار ادمیتانس در نقطه ی AA' قبل از اتصال $\bar{Y}_{d_1}$ نام دارد که از وی دیاگرام اسمیت مقدار آن خوانده می شود.

۴ – استاب اول را قرار می دهیم و ادمیتانس دیده شده در دو سر AA’ را به همراه مقدار سوسپتانس استاب بدست می آوریم(مقدار موهومی استاب یا سوسپتانس با $\bar{b}_{s_1}$ نشان داده می شود.)

نکته: محاسبه مقدار سوسپتانس اول روی دایره ی حقیقی ثابت

۵ – حال باید روی SWR به سمت منبع (ساعتگرد) حرکت کنیم، تا به محل استاب دوم یعنی BB’ برسیم، به اندازه ی d_2 حرکت می کنیم (معمولاً d_2 را مسئله به ما می دهد)

نکته : حرکت روی دایره ی SWR مربوط به $\bar{Y}_1$ می باشد.

۶ – وقتی استاب دوم را قرار می دهیم یک سوسپتانس ($\bar{b}_{s_1}$) در محل BB’ به ادمیتانس اضافه می کند. در نتیجه خواهیم داشت:

۷ – مقدار $\bar{Y}_2 = 1$ است یعنی تطبیق انجام شده است و در مرکز دیاگرام اسمیت قرار داریم.

۸ – طول l_{s_2} l_{s_1} از روی سوسپتانس های $\bar{b}_{s_2}$ و $\bar{b}_{s_1}$ بدست می آید، که از محل برخورد سمت راست محور افقی با دایره بیرونی و از روی جهت ساعتگرد بدست می آید.

$$d_2 < \frac{\lambda}{2}$$

نکات مهم:

الف – مقدار حقیقی $\bar{Y}_{d_2}$ حتماً برابر ۱ است، یعنی قبل از وصل استاب دوم باید روی دایره ی واحد قرار داشته باشیم.

ب – مقدار حقیقی $\bar{Y}_1$ حتماً روی دایره ی انتقال یافته ی ۱ به اندازه d_2 است(پادساعتگرد)