

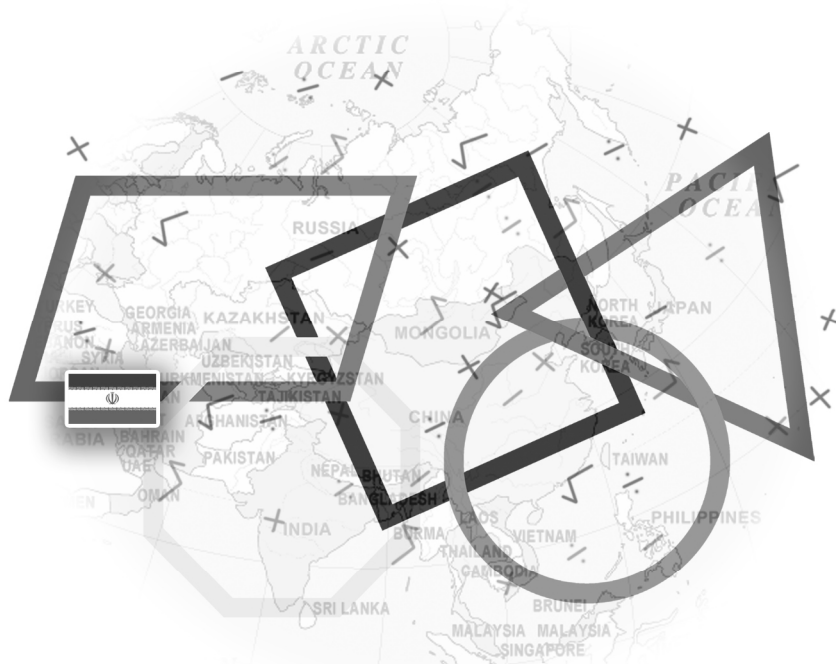


International  
Mathematics Competition  
**TAIMC 2012 - TAIWAN**

[Telegram.me/Mathhome](https://t.me/Mathhome)

کانال تلگرام خانه ریاضی تهران

# آزمون انتخابی دهمین دوره مسابقات جهانی گروهی ریاضی - IMC 2012



« ویژه دانش آموزان مقطع راهنمایی »

مدت زمان پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

[Telegram.me/Mathhome](https://t.me/Mathhome)

کانال تلگرام خانه ریاضی تهران

هر چهار پاسخ اشتباه

امتیاز یک پاسخ صحیح را از بین می برد.

دبیرخانه علمی: تهران، بلوار آفریقا، خیابان نیلوفر  
www.ysc.ac.ir / معاونت دانش پژوهان جوان  
دبیرخانه اجرایی: تهران، میدان فلسطین، ابتدای فلسطین شمالی  
خانه ریاضی آموزش و پرورش شهر تهران  
www.MathHome.ir      تلفن: ۷-۸۸۹۳۳۴۲۴



مرکز ملی استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان  
معاونت دانش پژوهان جوان



خانه ریاضی تهران



وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهرستان  
معاونت آموزش متوسط

۱. اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه عدد صحیح باشند، عمل  $*$  به صورت زیر تعریف می‌شود: (+ نشانه‌ی جمع معمولی است).  
 $a * a = 0$

$$a * (b * c) = (a * b) + c$$

با توجه به این مطلب حاصل  $۱۳۱۹ * ۱۳۹۰$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۷۱ (۴) ۲۷۰۹ (۵)  $۱۳۹۰ \times ۱۳۱۹$

۲. کدام یک از اعداد زیر از بقیه بزرگتر است؟

- (۱) ۱۱۲۴۲ (۲)  $۵^{۳۶۳}$  (۳) ۲۸۴۷ (۴)  $۷^{۳۰۸}$  (۵)  $۳^{۵۳۹}$

۳. از روستای علی‌آباد به روستای احمدآباد چهارراه و از روستای احمدآباد به روستای باقرآباد شش راه وجود دارد. به چند طریق می‌توانیم از روستای علی‌آباد به روستای باقرآباد برویم و بازگردیم، به شرطی که از مسیر رفت برنگردیم؟ (راه مستقیمی از علی‌آباد به باقرآباد وجود ندارد.)

- (۱) ۵۷۶ (۲) ۴۳۲ (۳) ۱۴۴ (۴) ۳۶۰ (۵) ۲۵۶

۴. چند عدد سه رقمی می‌توان پیدا کرد که دقیقاً دارای ۹ مقسوم‌علیه باشند؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۸ (۴) ۹ (۵) ۷

۵. پانزده خط در صفحه داریم که هیچ سه‌تایی از آن‌ها از یک نقطه نمی‌گذرند و هیچ دو تایی هم با یکدیگر موازی نیستند. تعداد نقاط به وجود آمده در صفحه کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۷۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۰۵ (۵) ۲۱۰

۶. اعداد زیر اعدادی هستند که نه مکعب عددی هستند و نه مربع عددی و چنان که می‌بینید، به صورت صعودی نوشته شده‌اند. هزار و سیصد و نود و یکمین عدد در این دنباله کدام است؟

۲, ۳, ۵, ۶, ۷, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ...

- (۱) ۱۴۲۸ (۲) ۱۴۲۹ (۳) ۱۴۳۶ (۴) ۱۴۳۷ (۵) ۱۳۹۲

۷. در مثلث  $ABC$  نقطه‌ی  $K$  را داخل مثلث (و نه روی اضلاع) طوری انتخاب می‌کنیم که روی پاره‌خطی واقع شود که رأس  $B$  را به نقطه‌ی  $M$  (روی ضلع  $AC$ ) وصل می‌کند. اگر  $\hat{B} = ۲۶^\circ$  و  $\hat{C} = ۴۹^\circ$  باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر برای اندازه‌ی  $\hat{CKB}$  قابل قبول نیست؟

- (۱)  $۱۱۰^\circ$  (۲)  $۱۷۵^\circ$  (۳)  $۹۰^\circ$  (۴)  $۱۲۰^\circ$  (۵)  $۱۳۱^\circ$

۸. در یک مدرسه که ۱۰۰ دانش‌آموز دارد، حداقل ۷ نفر از هر ۱۰ دانش‌آموز در آزمون انتخابی مرحله اول  $IMC 2012$  شرکت کرده‌اند و از بین هر ۱۰ نفری که در آزمون شرکت می‌کنند، حداقل ۳ نفر از آن‌ها در آزمون مرحله‌ی اول قبول می‌شوند. حداقل چند نفر از دانش‌آموزان این مدرسه در آزمون پذیرفته می‌شوند؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۷۰ (۴) ۹۱ (۵) ۹۰

۹. اعداد طبیعی (ابتدا از ۱) را به ترتیب و به صورت زیر پشت سرهم می‌نویسیم:

۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۴, ...

۲۰۱۲ امین عدد در این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۱ (۲) ۵۲ (۳) ۶۲ (۴) ۶۳ (۵) ۶۴

۱۰. از مجموعه‌ی اعداد طبیعی ۱ تا ۴۰۰ دو عدد  $m$  و  $n$  را به دلخواه و به صورت شانسی انتخاب می‌کنیم. اگر شش عدد در این مجموعه (با در نظر گرفتن  $n$ ) وجود داشته باشند که  $m$  بر آن‌ها بخش‌پذیر باشد. حداکثر مقدار ممکن برای  $m - n$  برابر است با:

- ۳۸۷ (۱)      ۳۶۲ (۲)      ۳۹۹ (۳)      ۳۴۲ (۴)      ۳۰۰ (۵)

۱۱. اولین رقم غیر صفر سمت راست حاصل ضرب زیر کدام است؟

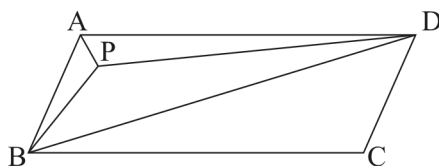
$$75098 \times 5798005 \times 1024 \times 5984379 \times 4198125$$

۲ (۱)      ۴ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)      ۶ (۵)

۱۲. هفت لامپ هوشمند داریم که پشت سرهم در یک مدار قرار گرفته‌اند و سه تای آن‌ها نور سبز و بقیه نور آبی می‌دهند. با هر بار زدن کلید، رنگ نور دو لامپ به تصادف عوض می‌شود (سبز به آبی و آبی به سبز تبدیل می‌شود). اگر  $n$  بار کلید را فشار دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر هرگز مشاهده نخواهد شد؟ ( $G$  نشان دهنده‌ی رنگ سبز و  $B$  نشان دهنده‌ی رنگ آبی است).

- (۱)  $5G + 2B$       (۲)  $7G + 6B$       (۳)  $4G + 3B$       (۴)  $7G$       (۵) بدون دانستن مقدار  $n$  نمی‌توان چیزی گفت

۱۳. در شکل زیر چهارضلعی  $ABCD$  متوازی الاضلاع و  $P$  نقطه‌ای درون مثلث  $BDA$  می‌باشد. اگر مساحت مثلث  $PAB$  برابر با ۵ و مساحت مثلث  $PCB$  برابر با ۱۴ باشد، مساحت مثلث  $BDP$  چه قدر است؟



- ۹ (۱)      ۸ (۲)      ۱۱ (۳)      ۵ (۴)      ۷ (۵)

۱۴. پویا و پدرام می‌خواهند مقداری تخمه‌ی آفتابگردان را بخورند. اما برای خوردن آن‌ها بازی زیر را انجام می‌دهند: هر نفر فقط می‌تواند ۱، ۲ یا ۵ تخمه را بردارد و کسی که آخرین تخمه را بردارد، برنده است. به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای تعداد تخمه‌ها در شروع بازی، بازیکن دوم می‌تواند با طرح یک نقشه‌ی خوب حتماً برنده باشد؟

- ۸۰ (۱)      ۱۶۲ (۲)      ۲۵۱ (۳)      ۱۲۲ (۴)      ۳۲۲ (۵)

۱۵. یک شبکه‌ی مربعی  $n \times n$  از  $n^2$  مربع  $1 \times 1$  تشکیل می‌شود. به هر یک از این مربع‌های  $1 \times 1$  یک سلول می‌گوییم. مجموع حداقل تعداد خطوط مورد نیاز برای این که در شبکه‌های  $3 \times 3$  و  $4 \times 4$  از درون همه‌ی سلول‌ها بگذرند، کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)      ۸ (۵)

۱۶. مجموع همه‌ی اعداد دو رقمی (بدون صفر) که بر هر دو رقمشان بخش‌پذیر باشند، کدام است؟

- ۱۸۰ (۱)      ۳۶۰ (۲)      ۴۹۵ (۳)      ۶۳۰ (۴)      ۷۲۰ (۵)

۱۷. می‌خواهیم در یک صفحه‌ی شطرنج  $3652$  دانه‌ی گندم را به صورت زیر قرار دهیم: در خانه اول یک دانه گندم، در خانه دوم ۲ دانه، در خانه ۳ سوم ۴ دانه و... (یعنی در هر خانه دو برابر خانه‌ی قبلی) این کار به چند طریق امکان‌پذیر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۴ (۳)      ۴ (بیش از ۴)      ۵ (امکان پذیر نیست)

۱۸. ۲۴۳ سکه داریم که همگی کاملاً به هم شبیه هستند. اما یکی از آن‌ها تقلبی بوده و از بقیه سبکتر است. با استفاده از یک ترازوی دو کفه‌ای که فقط سنگینی و سبکی را معلوم می‌کند، حداقل با چندبار وزن کردن می‌توان سکه‌ی تقلبی را پیدا کرد؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۷ (۳)      ۹ (۴)      ۱۱ (۵)

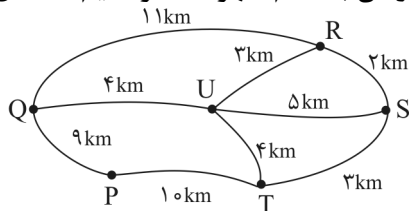
۱۹. تعداد اعداد  $n$  رقمی مربع کامل که مجموع ارقامشان ۱۳۹۱ باشد، کدام است؟ ( $n < 10$ )

- ۰ (۱)      ۱ (۲)      ۱۳۹۱ (۳)      ۲۷۷۶ (۴)      ۱۳۹۱۰ (۵)

۲۰. در مثلثی به مساحت ۶ سانتی‌متر مربع، اگر مجموع سه ارتفاع  $9/4$  باشد، مجموع معکوس‌های سه ضلع برابر است با:

- $\frac{47}{30}$  (۱)       $\frac{94}{60}$  (۲)       $\frac{94}{120}$  (۳)       $\frac{47}{120}$  (۴)       $\frac{23}{120}$  (۵)

۲۱. شش شهر که با نقاط  $U, T, S, R, Q, P$  مشخص شده‌اند، توسط جاده‌هایی به صورت زیر به هم ارتباط دارند؟ با شروع از نقطه‌ی  $P$  و بدون برگشت به این نقطه می‌خواهیم در کمترین زمان به تمام شهرها سفر کنیم. حداقل مسافتی که باید طی شود، چند کیلومتر است؟



- ۱۹ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۱ (۳)      ۲۲ (۴)      ۲۳ (۵)

۲۲. در جمع زیر، حروف متفاوت نشان دهنده‌ی ارقام متفاوتی هستند. حاصل جمع  $A + C + D$  کدام است؟ (هیچ یک از رقم‌ها برابر با صفر نیستند.)

A B C D E D B	۹ (۱)
+ B C D E D B	۱۱ (۲)
+ C D E D B	۱۵ (۳)
+ D E D B	۱۴ (۴)
+ E D B	۱۶ (۵)
+ D B	
+ B	
-----	
A A A A A A A	

Telegram.me/Mathhome

کانال تلگرام خانه ریاضی تهران

۲۳. در مسابقه‌ی فوتبال، تساوی یک امتیاز، برد سه امتیاز و باخت بدون امتیاز است. در ۲۰ مسابقه‌ی انجام شده مجموع امتیازهای تیم‌های شرکت‌کننده ۴۸ شده است. چند مسابقه به تساوی انجامیده است؟

- ۶ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۱۲ (۴)      ۱۳ (۵)

۲۴. اعداد طبیعی  $x, y$  به ترتیب دارای ۱۸ و ۱۲ مقسوم علیه هستند. اگر بزرگترین عددی که هم  $x$  و هم  $y$  بر آن بخش پذیرند، برابر با ۲۴ باشد، مجموع رقم‌های کوچکترین مضرب مشترک  $x, y$  کدام است؟

- ۱۵ (۱)      ۱۰ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)      ۱۱ (۵)

۲۵. در سرزمین عجایب، موجودات  $A$  چهار دست و موجودات  $B$  یک دست دارند. روزی ۲۰ تا از آن‌ها تصمیم می‌گیرند تا با اتصال دست‌هایشان به هم یک زنجیره بسازند، به طوری که هر ۲۰ نفر به هم متصل باشند و هیچ کس بیشتر از یک دست به کسی نداده باشد. با فرض اینکه همه‌ی موجودات  $B$  ۱۴ قلوی یکسان و بقیه نیز شش قلوی یکسان باشند، چند زنجیره مختلف می‌تواند به وجود بیاید؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۱ (۳)      ۸ (۴)      ۱۰ (۵)