

www.konkur-math.blog.ir

www.konkur-math.blog.ir

۱. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی زیر داده شده است، پنج جمله‌ی اول آن را بنویسید. ($n \in \mathbb{N}$)

۱) $t_n = \frac{n}{n+1}$ ۲) $a_n =$ مربع n امین عدد اول

۱) $t_n = \frac{n}{n+1}$ جواب: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ ۲) $a_n =$ مربع n امین عدد اول \rightarrow جواب: ۴, ۹, ۲۵, ۴۹, ۱۲۱

۲. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی زیر داده شده است، پنج جمله‌ی اول آن را بنویسید. ($n \in \mathbb{N}$)

$$u_n = \frac{(-1)^n}{n}$$

جواب: $-\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}$

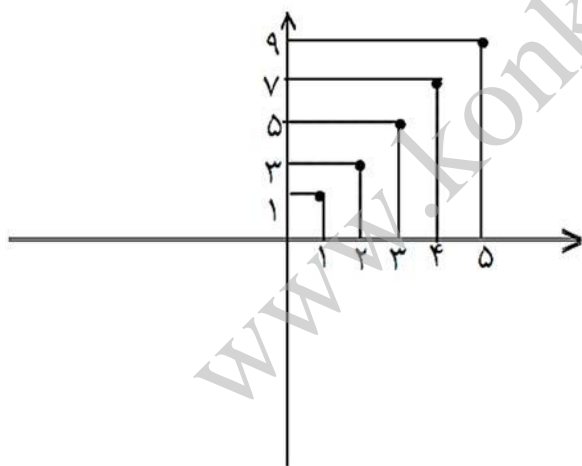
۳. جمله بعدی را در دنباله‌ی مقابل بنویسید.

۵, ۱۰, ۱۷, ۲۶, ۳۷,

به ترتیب اعداد ۵, ۷, ۹, ... به هر جمله اضافه می‌شود، جمله‌ی بعدی به دست می‌آید، پس جمله‌ی بعد از ۳۷ برابر است با $۳۷ + ۱۳ = ۵۰$.

۴. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی $t_n = 2n - 1$ است. اگر این دنباله در N_5 تعریف شده باشد آن را به صورت نقاطی از

صفحه‌ی مختصات نمایش دهید.



۵. در یک دنباله جمله $(5n - 3)$ ام بر حسب n به صورت $\frac{5(2n - 1)}{3}$ می‌باشد. جمله‌ی هفدهم این دنباله را بیابید.

$$t_{5n - 3} = \frac{5(2n - 1)}{3}$$

$$5n - 3 = 17 \rightarrow n = 4 \rightarrow t_{17} = \frac{5(2 \times 4 - 1)}{3} = \frac{35}{3}$$

۱. جمله‌ی عمومی دنباله‌ای $t_n = 2n - 1$ است. اگر این دنباله در N_5 تعریف شده باشد آن را به صورت دنباله نمایش دهید.

۲. جمله‌ی پانزدهم دنباله‌ی $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$ را بیابید.

۳. در یک رشته از اعداد جمله‌ی عمومی به صورت $a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & n \text{ فرد} \\ 3n & n \text{ زوج} \end{cases}$ است. مجموع جملات دهم، یازدهم و پانزدهم را بیابید.

۴. جمله چندم دنباله $a_n = n^2 - 9n$ برابر ۱۰ است؟

۵. در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، وسط اضلاع را به هم وصل می‌نماییم. مثلثی را که در وسط این شکل به دست می‌آید را رنگ می‌کنیم و سپس روی مثلث‌های سفید همین کار را تکرار می‌کنیم و این روند را ادامه می‌دهیم. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی تعداد مثلث‌های رنگ شده، کدام است؟

$$a_n = \frac{2^n + 1}{3} \quad (4) \quad a_n = \frac{3^n + 1}{2} \quad (3) \quad a_n = \frac{2^n - 1}{3} \quad (2) \quad a_n = \frac{3^n - 1}{2} \quad (1)$$

۶. جمله‌ی نهم دنباله اعداد $\frac{5}{2}, \frac{8}{5}, \frac{11}{10}, \frac{14}{17}, \dots$ کدام است؟

$$\frac{31}{82} \quad (4) \quad \frac{29}{82} \quad (3) \quad \frac{29}{65} \quad (2) \quad \frac{28}{65} \quad (1)$$

www.konkur-math.blog.ir

www.konkur-math.blog.ir

۱. جمله دهم تصاعد حسابی ... ۸, ۵, ۲ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱

می‌دانیم در تصاعد حسابی تفاضل دو جمله متوالی برابر قدر نسبت است. پس: $r = 5 - 2 = 3$. همچنین در تصاعد حسابی جمله عمومی بصورت $t_n = t_1 + (n - 1)r$ می‌باشد. پس:

$$t_{10} = 2 + (10 - 1) \times 3 = 2 + 27 = 29$$

پس گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲. در یک تصاعد حسابی با قدر نسبت ۵ جمله دوازدهم برابر ۶۲ می‌باشد جمله اول آن کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

در تصاعد حسابی، جمله عمومی بصورت $t_n = t_1 + (n - 1)r$ می‌باشد که در آن جمله اول تصاعد می‌باشد.

$$t_{12} = 62 \Rightarrow t_1 + 11r = 62 \Rightarrow 62 = t_1 + 11 \times 5 = t_1 + 55 \Rightarrow t_1 + 55 = 62 \Rightarrow t_1 = 62 - 55 = 7$$

لذا گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۲. اگر به قدر نسبت یک دنباله حسابی ۲ واحد اضافه کنیم به جمله پنجم دنباله حاصل چند واحد اضافه می‌شود؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۱۰

می‌دانیم جمله عمومی هر تصاعد حسابی از رابطه $a_n = a_1 + (n - 1)r$ بدست می‌آید، پس جمله پنجم برابر با $a_5 = a_1 + 4r$ می‌باشد. اگر به r ، ۲ واحد اضافه نماییم، جمله پنجم برابر با $a'_5 = a_1 + 4(r + 2)$ خواهد بود پس:

$$a'_5 = a_1 + 4r + 8 \Rightarrow a'_5 - a_5 = (a_1 + 4r + 8) - (a_1 + 4r) = 8$$

لذا گزینه ۳ صحیح است.

۴. در یک تصاعد حسابی $a_7 - a_{11} = 12$ قدر نسبت کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) +۲ (۴) +۳

جمله n ام در تصاعد حسابی با قدر نسبت d بدین صورت است:

$$(a_1 + 6d) - (a_1 + 10d) = 12 \Rightarrow -4d = 12 \Rightarrow d = -3$$

پس گزینه ۱ جواب صحیح است.

۵. بین اعداد -۱۲ و ۵۲ سه واسطه حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این سه واسطه حسابی چقدر است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۴ (۳) ۶۸ (۴) ۷۲

ابتدا قدر نسبت را با توجه به جملات اول و پنجم محاسبه می‌کنیم:

$$a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow 52 = -12 + 4d \Rightarrow d = 16$$

$$-12, 4, 20, 36, 52$$

پس تصاعد مذکور بصورت زیر می‌باشد:

یعنی جملات مذکور ۳۶، ۲۰، ۴ بوده که حاصل جمع آنها ۶۰ می‌باشد. لذا گزینه ۱ صحیح می‌باشد.

۶. چندمین جمله از تصاعد $\dots, 8, 5, 2$ برابر با ۵۶ است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

جمله اول $a = 2$ و قدر نسبت $d = 3$ می‌باشد پس برای محاسبه a_n داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d = 3 \\ a_1 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 56 = 2 + (n-1)3 \Rightarrow 3n = 57 \Rightarrow n = 19$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۷. در یک تصاعد حسابی، $t_1 = 4$ و $t_{n+1} = t_n + 3$ ، جمله n ام آن چیست؟

- (۱) $n + 5$ (۲) $3n + 1$ (۳) $2n + 3$ (۴) $4n - 1$

بنابه تعریف تصاعد حسابی داریم:

$$d = t_{n+1} - t_n = 3$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$$

بنابراین گزینه ۲ جواب صحیح است.

۸. اگر $14, a, 21, a + 14, 28$ سه جمله متوالی از یک تصاعد حسابی با جمله اول a باشد، جمله چهارم آن کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۵ (۳) ۴۳ (۴) ۴۹

می‌دانیم اگر X و Y و Z سه جمله متوالی از یک تصاعد حسابی باشند، $2Y = X + Z$ است. پس در این سوال:

$$42 = 2a + 14 \Rightarrow a = 14$$

بنابراین دنباله تصاعد حسابی بصورت $\dots, 28, 35, 42, 49$ می‌باشد. لذا گزینه ۲ صحیح است.

۹. اعداد ۶ و ۸ به ترتیب جملات چهارم و دهم یک تصاعد حسابی هستند. جمله اول این تصاعد، چند است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$$a_4 = 6 \Rightarrow a_1 + 3d = 6 \Rightarrow 3a_1 + 9d = 18$$

$$a_8 = 8 \Rightarrow a_1 + 7d = 8 \Rightarrow a_1 + 9d = 8$$

$$3a_1 - a_1 = 18 - 8 \Rightarrow 2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰. در یک تصاعد حسابی $t_n = m$ و $t_m = n$ و $n \neq m$. قدر نسبت تصاعد کدام است؟

- (۱) $n - m$ (۲) -1 (۳) $m - n$ (۴) 1

$$\left. \begin{array}{l} t_n = m \Rightarrow t_1 + (n-1)d = m \\ t_m = n \Rightarrow t_1 + (m-1)d = n \end{array} \right\} \Rightarrow (t_1 + (n-1)d) - (t_1 + (m-1)d) = m - n \Rightarrow$$

$$(n-m)d = m-n \Rightarrow (n-m)d = -(n-m) \Rightarrow d = -1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱. در یک تصاعد حسابی $t_3 = 28$ ، $t_1 - t_3 = 28$ است، قدر نسبت این تصاعد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۲. اگر مجموع جملات اول و پنجم و نهم یک تصاعد عددی ۳۶ باشد و جمله پانزدهم برابر ۴۲ آنگاه قدر نسبت چقدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{3}$

۳. در تصاعد عددی $\dots, 204, 208$ کدامین جمله صفر است؟

- (۱) ۵۲ (۲) ۵۱ (۳) ۵۴ (۴) ۵۳

۴. در یک تصاعد عددی $t_6 = 20$ و $t_{11} = 30$ آنگاه t_{17} چقدر است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۴۰

۵. برای درج ۱۱ واسطه حسابی بین اعداد ۸ و ۵۰، «قدر نسبت» چه عددی باید باشد؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۳

۶. مجموع سه عدد که تصاعد (دنباله) حسابی تشکیل می‌دهند، برابر ۲۷ و حاصل ضرب آن سه عدد برابر با ۶۴۸ است، کوچک‌ترین آن سه عدد کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۷. به جملات اول و دوم دنباله حسابی ۴ واحد افزوده و دنباله حسابی دیگری تشکیل می‌دهیم. اختلاف جملات n ام دو دنباله چقدر است؟

(۱) $2n + 2$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $4n$

۸. کدام یک از دنباله‌های زیر تصاعد عددی است؟

(۱) $t_n = 8n + 1$ (۲) $t_n = n^2$ (۳) $t_n = \frac{1}{n}$ (۴) $t_n = n^3 + n$

۹. در دنباله حسابی $\dots, y, 25, x, 125, y$ عدد y کدام است؟

(۱) -۱۰ (۲) -۵ (۳) ۰ (۴) ۵

۱۰. «اولین جمله» و «قدرنسبت» یک تصاعد حسابی به ترتیب به صورت دو عدد متوالی و جمله‌ی سوم آن برابر ۱۴ بوده، «قدرنسبت تصاعد» چقدر بوده است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱. در یک تصاعد حسابی جملات دوم و هشتم قرینه‌اند $(a_2 + a_8) = 0$ و جمله هفتم برابر چهار است $(a_7 = 4)$ مجموع هشت جمله اول چقدر است؟

(۱) ۱۸ (۲) صفر (۳) ۴ (۴) -۸

۱۲. واسطه‌ی عددی بین دو عدد $1 + \sqrt{3}$ و $\frac{2}{1 - \sqrt{3}}$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۳. جمله اول و سوم و پنجم یک تصاعد عددی به ترتیب $2x, x + 1, x - 2$ می‌باشند. جمله دوم تصاعد کدام است؟

(۱) $\frac{11}{2}$ (۲) $\frac{13}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{15}{2}$

www.konkur-math.blog.ir

www.konkur-math.blog.ir

۱. آیا دنباله‌ی روبرو یک تصاعد هندسی است؟

۲, ۵, ۱۱, ۲۳, ...

$$\frac{5}{2} \neq \frac{11}{5}$$

خیر، تصاعد هندسی نیست.

۲. جمله‌ی بیستم تصاعد هندسی مقابل را بنویسید.

۱, -۱, ۱, ...

$$q = \frac{-1}{1} = -1 \rightarrow t_{20} = aq^{19} = 1 \times (-1)^{19} = -1$$

۳. جمله‌ی دوم یک تصاعد هندسی ۶- و جمله‌ی پنجم آن ۴۸ است، این تصاعد را مشخص کنید.

$$\begin{cases} t_2 = -6 \rightarrow aq = -6 \\ t_5 = 48 \rightarrow aq^4 = 48 \end{cases} \xrightarrow{\text{بر هم تقسیم می‌کنیم.}} \frac{aq^4}{aq} = \frac{48}{-6} \rightarrow q^3 = -8 \rightarrow q = -2$$

$$aq = -6 \rightarrow a \times (-2) = -6 \rightarrow a = 3$$

تصاعد: ۳, -۶, ۱۲, -۲۴, ۴۸, ...

۴. اگر $12p-4$, $5p$, $2p+1$ جملات متوالی یک تصاعد هندسی باشند، مقدار p را تعیین کنید. ($p \in \mathbb{N}$)

$$(5p)^2 = (2p+1)(12p-4) \rightarrow 25p^2 = 24p^2 + 4p - 4$$

$$\rightarrow p^2 - 4p + 4 = 0 \rightarrow p = 2$$

۵. دو جمله‌ی اول یک تصاعد هندسی $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ و $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ است. قدرنسبت این تصاعد چقدر است؟

$$q = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{3-2} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

۶. بین اعداد $\frac{1}{4}$ و -8 چهار عدد چنان درج کنید که شش عدد حاصل تشکیل تصاعد هندسی دهند.

$$\text{بدیهی است } a = \frac{1}{4} \text{ و } t_6 = -8 \text{ پس: } t_6 = -8 = a \times q^5 = \frac{1}{4}q^5 \rightarrow q^5 = -32 \rightarrow q = -2$$

تصاعد: $\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{2}$, 1 , -2 , 4 , -8

۷. سه عدد a , b و c که مجموع آن‌ها ۱۵ است، جملات متوالی یک تصاعد هندسی هستند. اگر a , b و c تشکیل تصاعد عددی دهند a , b و c را تعیین کنید.

$$\begin{cases} a+b+c=15 \\ b^2=ac \\ 2b=a+c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b+2b=15 & b=5 \\ b^2=ac \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 25=ac \\ a+c=10 \end{cases} \rightarrow a(10-a)=25$$

$$\rightarrow a^2 - 10a + 25 = 0 \rightarrow a = 5 \rightarrow c = 5$$

۱. به ازای کدام مقدار a سه عدد $a - 1$, $a + 4$, $3a + 2$ جملات متوالی تصاعد هندسی اند؟

$$(1) -6, \frac{3}{2} \quad (2) -6, -\frac{3}{2} \quad (3) 6, -\frac{3}{2} \quad (4) 6, \frac{3}{2}$$

۲. بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه واسطه هندسی درج نموده‌ایم. جمله هفتم تصاعد تشکیل شده را بیابید.

۳. در یک تصاعد هندسی جمله سوم، ۸۱ برابر جمله هفتم است. در این تصاعد جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

۴. در یک تصاعد هندسی تفاضل جمله سوم از پنجم برابر ۹ و قدر نسبت برابر ۲ است. جمله اول این تصاعد را بیابید.

۵. جملات سوم، پنجم و هشتم یک تصاعد حسابی سه جمله متوالی یک تصاعد هندسی می‌باشند. جمله هفدهم تصاعد هندسی چند برابر جمله سیزدهم آن است؟

۶. در یک تصاعد هندسی، اگر $a_5 = 2a_6$ باشد، جمله اول کدام است؟

$$(1) \sqrt{2} \quad (2) 2\sqrt{2} \quad (3) 2 \quad (4) 4$$

۷. در یک تصاعد هندسی با قدر نسبت ۲ حاصل $\frac{a_1 a_7}{a_2}$ کدام است؟

۸. کدام عدد حقیقی می‌تواند واسطه هندسی بین دو عدد $1 - \sqrt{2}$ و $1 + \sqrt{2}$ باشد؟
- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) نشدنی

۹. اگر اضلاع یک مثلث تشکیل تصاعد هندسی دهند ثابت کنید ارتفاع نظیر این اضلاع نیز تشکیل تصاعد هندسی می‌دهند.

۱۰. اگر a, b, c و d جمله‌های متوالی یک تصاعد هندسی باشند درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید.
- $$(b - c)^2 = ac + bd - 2ad$$

۱۱. سه جمله‌ی متوالی از یک تصاعد هندسی بیابید که مجموعشان ۳۱ و حاصل ضربشان ۱۲۵ باشد.

۱۲. اگر a, b و c هم تشکیل تصاعد عددی دهند و هم تشکیل تصاعد هندسی a, b و c چه رابطه‌ای با هم دارند؟ قدر نسبت هر یک از این تصاعدها چیست؟

۱۳. اگر a, b و c تصاعد هندسی تشکیل دهند، نشان دهید که اعداد $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ و $\frac{1}{c}$ نیز تصاعد هندسی تشکیل می‌دهند.