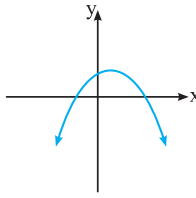
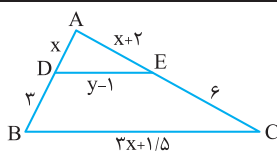
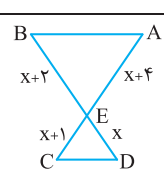


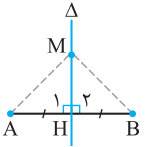


هم کلاسی
Hamkelasi.ir

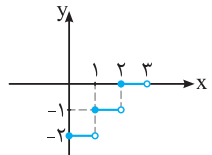
سؤالات امتحان درس: ریاضی	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	معادله خط گذرنده از نقطه (۲،۵) و عمود بر خط به معادله $3x + 5y = 1$ را بنویسید.	۱
۲	مثلث ABC با رأس‌های $A(2,0)$ ، $B(1,4)$ و $C(-3,2)$ مفروض است. (آ) طول میانه AM را به دست آورید. (ب) فاصله رأس A تا ضلع BC را به دست آورید.	۱/۵
۳	معادله $0 = 3 + 4(3 - 2x) + (3 - 2x)^2$ را حل کنید.	۱/۲۵
۴	سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، به صورت روبه‌رو است. علامت ضرایب a، b، c را مشخص کنید.	۱/۲۵
		
۵	معادله $\frac{2x+1}{x^2-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{x-1}$ را حل کنید.	۱
۶	معادله $2\sqrt{x+1} = 2x - 2$ را حل کنید.	۱/۵
۷	ثابت کنید هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.	۱
۸	در شکل مقابل، پاره‌خط DE موازی BC است. مقادیر x و y را به دست آورید.	۱/۵
		
۹	قضیه تالس را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید.	۱
۱۰	در شکل مقابل، $AB \parallel CD$ می‌باشد. (آ) ثابت کنید دو مثلث ABE و ECD متشابه هستند. (ب) نسبت مساحت‌های دو مثلث را به دست آورید.	۱/۵
		
۱۱	آیا دو تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ با هم برابرند؟ چرا؟	۱
۱۲	نمودار تابع $y = [x] - 2$ را در بازه $[0, 3]$ رسم کنید.	۱
۱۳	اگر تابع $f = \{(1, a + 2b), (-2, 3), (2a - b, 3), (1, 4), (2, 5)\}$ ، تابعی یک‌به‌یک باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	۱
۱۴	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{3x}{x+1}$ باشند، مطلوب است: (آ) مقدار $(f+g)(2)$ (ب) دامنه تابع $\frac{f}{g}$ (با استفاده از تعریف)	۱/۵
۱۵	حاصل $\cos(-24^\circ) + 2 \cot \frac{7\pi}{4} - \sin^2 135^\circ$ را به دست آورید.	۱
۱۶	اگر $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ و $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan(\frac{7\pi}{4} - \alpha)$ را به دست آورید.	۱
۱۷	نمودار تابع $y = -2 \sin x + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ و با استفاده از انتقال رسم کنید.	۱
۲۰	جمع نمره	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: ریاضی		رشته: علوم تجربی
سال یازدهم دوره دوم متوسطه	امتحان میان سال	آزمون شماره (۱)

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	شیب خط $۳x + ۵y = ۱$ برابر $m = -\frac{۳}{۵}$ است. شیب خط عمود بر این خط برابر $m' = -\frac{۱}{m} = \frac{۵}{۳}$ می باشد. $m' = \frac{۵}{۳}$, $A(۲, ۵) \Rightarrow y - ۵ = \frac{۵}{۳}(x - ۲) \xrightarrow{\times ۳} ۳(y - ۵) = ۵(x - ۲) \Rightarrow ۳y - ۱۵ = ۵x - ۱۰ \Rightarrow ۳y - ۵x = ۵$	۱
۲	(۱) $M = \frac{B+C}{۲} = (\frac{۱-۳}{۲}, \frac{۴+۲}{۲}) = (-۱, ۳) \Rightarrow AM = \sqrt{(-۱-۲)^2 + (۳-۰)^2} = \sqrt{۹+۹} = \sqrt{۲ \times ۹} = ۳\sqrt{۲}$ (ب) معادله ضلع BC به صورت زیر است: $m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{۲-۴}{-۳-۱} = \frac{-۲}{-۴} = \frac{۱}{۲}$, $B(۱, ۴)$ BC معادله ضلع: $y - ۴ = \frac{۱}{۲}(x - ۱) \xrightarrow{\times ۲} ۲(y - ۴) = x - ۱ \Rightarrow ۲y - ۸ = x - ۱ \Rightarrow ۲y - x - ۷ = ۰$ فاصله نقطه $A(۲, ۰)$ تا خط به معادله $۲y - x - ۷ = ۰$ برابر است با: $d = \frac{ ۲(۰) - ۲ - ۷ }{\sqrt{(-۱)^2 + ۲^2}} = \frac{۹}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = \frac{۹\sqrt{۵}}{۵}$	۱/۵
۳	$۳ - ۲x = A \Rightarrow A^2 + ۴A + ۳ = ۰ \Rightarrow (A+۱)(A+۳) = ۰$ $\Rightarrow \begin{cases} A+۱=۰ \Rightarrow A=-۱ \Rightarrow ۳-۲x=-۱ \Rightarrow ۲x=۴ \Rightarrow x=۲ \\ A+۳=۰ \Rightarrow A=-۳ \Rightarrow ۳-۲x=-۳ \Rightarrow ۲x=۶ \Rightarrow x=۳ \end{cases}$	۱/۲۵
۴	سهمی رو به پایین است، پس a عددی منفی است. رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد، پس طول آن عددی مثبت می باشد. $x = -\frac{b}{۲a} > ۰ \xrightarrow{a < ۰} b > ۰$ $f(۰) = c > ۰$ سهمی، محور y ها را در نقطه ای به عرض مثبت قطع کرده است. بنابراین:	۱/۲۵
۵	دو طرف معادله را در ک.م.م. مخرج ها یعنی $x^2 - ۱ = (x-۱)(x+۱)$ ضرب می کنیم: $(x^2 - ۱) \times \frac{۲x+۱}{x^2-۱} + (x-۱)(x+۱) \times \frac{x-۱}{x+۱} = (x-۱)(x+۱) \times \frac{x}{x-۱}$ $\Rightarrow ۲x+۱ + (x-۱)^2 = x(x+۱) \Rightarrow ۲x+۱+x^2-۲x+۱ = x^2+x \Rightarrow x=۲$	۱
۶	$(۲\sqrt{x+۱})^2 = (۲x-۲)^2 \xrightarrow{\text{دو طرف معادله را به توان ۲ می رسانیم.}} ۴(x+۱) = ۴x^2 - ۸x + ۴ \Rightarrow ۴x+۴ = ۴x^2 - ۸x + ۴$ $\Rightarrow ۴x^2 - ۱۲x = ۰ \Rightarrow ۴x(x-۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=۳ \end{cases}$ $۲\sqrt{x+۱} = ۲x-۲$ در معادله $x=۳$ اما در معادله $x=۰$ صدق نمی کند، پس جواب معادله نیست. اما در نتیجه جواب معادله است.	۱/۵
۷	پاره خط دلخواهی مانند AB در نظر می گیریم. خط Δ ، عمود منصف خط AB را رسم می کنیم و نقطه دلخواهی مانند M روی آن در نظر می گیریم. باید ثابت کنیم فاصله M از دو نقطه A و B به یک اندازه است، یعنی $MA = MB$ برای اثبات، M را به A و B وصل می کنیم. دو مثلث MAH و MBH را در نظر می گیریم. ثابت می کنیم این دو مثلث هم منهدست می باشند.  $\begin{cases} AH = HB \text{ (وسط AB است. H)} \\ \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = ۹۰^\circ \\ MH = MH \end{cases} \xrightarrow{\text{(ضرض)}} \triangle MAH \cong \triangle MBH$ پس سایر اجزای دو مثلث با هم برابرند و در نتیجه $MA = MB$ است.	۱

راهنمای تصحیح سوالات امتحان درس: ریاضی		رشته: علوم تجربی
سال یازدهم دوره دوم متوسطه		امتحان میان سال
		آزمون شماره (۱)

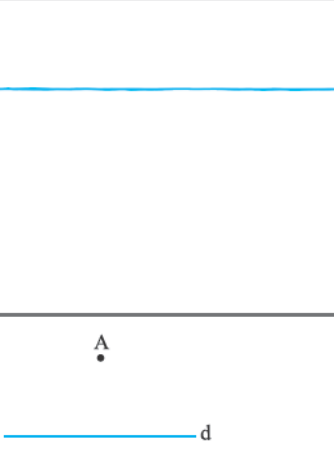
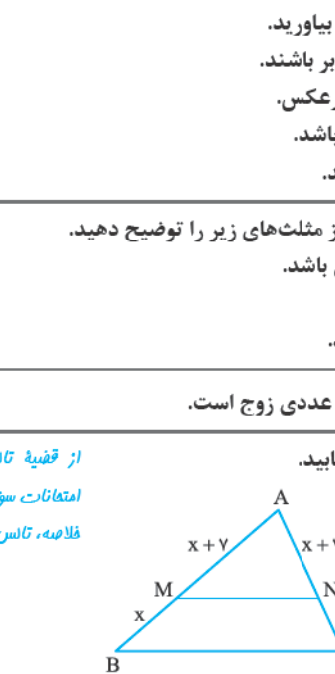
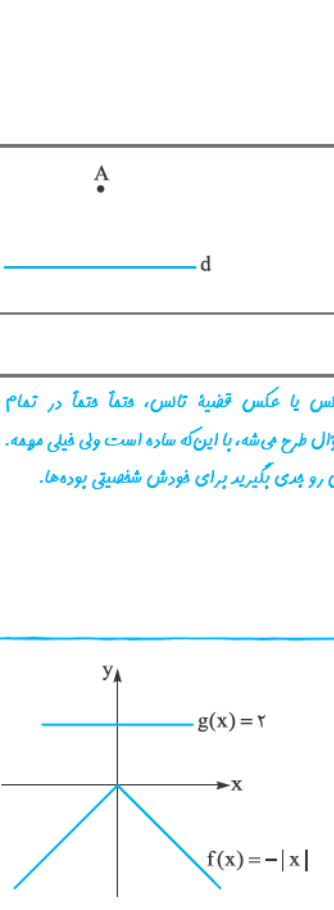
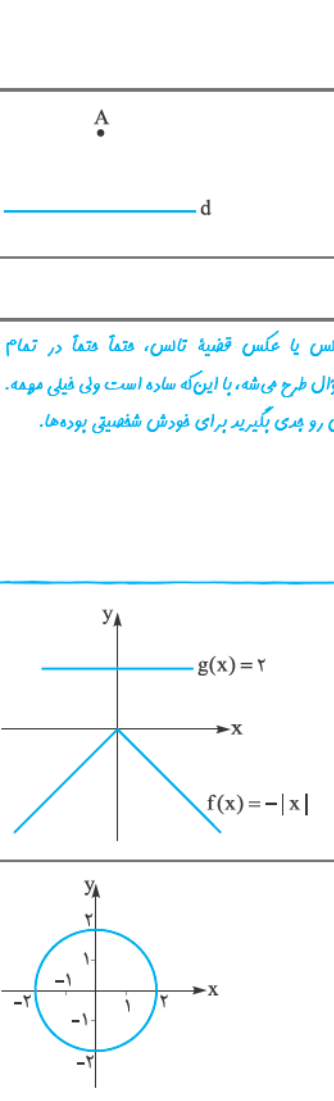
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{x+2}{x+8} = \frac{y-1}{3x+1/5}$ $\frac{x}{x+3} = \frac{x+2}{x+8} \Rightarrow x(x+8) = (x+2)(x+3) \Rightarrow x^2 + 8x = x^2 + 5x + 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$ $\frac{x}{x+3} = \frac{y-1}{3x+1/5} \xrightarrow{x=2} \frac{2}{5} = \frac{y-1}{6+1/5} \Rightarrow 5(y-1) = 2 \times 7/5 = 14 \Rightarrow y-1 = 3 \Rightarrow y = 4$	۱/۵
۹	<p>اگر ABC یک مثلث و نقاط D و E به ترتیب روی اضلاع AB و AC باشند. در این صورت:</p> $DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$	۱
۱۰	<p>(الف) $DC \parallel AB \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B}, \widehat{A} = \widehat{C} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \triangle ABE \sim \triangle DCE$</p> <p>(ب) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه با مربع نسبت تشابه برابر است.</p> $\frac{DE}{BE} = \frac{CE}{AE} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{x+1}{x+4} \Rightarrow x(x+4) = (x+1)(x+2) \Rightarrow x^2 + 4x = x^2 + 3x + 2 \Rightarrow x = 2$ $\Rightarrow k = \frac{DE}{BE} = \frac{x}{x+2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{DEC}}{S_{AEB}} = k^2 = \frac{1}{4}$	۱/۵
۱۱	<p>دامنه تابع f برابر $\mathbb{R} - \{0\}$ و دامنه تابع g نیز برابر $\mathbb{R} - \{0\}$ می‌باشد. پس $D_f = D_g$ و در نتیجه شرط اول تساوی دو تابع برقرار است.</p> $ x = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{ x }{x} \stackrel{x \neq 0}{=} \begin{cases} \frac{x}{x} & x > 0 \\ \frac{-x}{x} & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} = g(x)$ <p>پس شرط دوم تساوی دو تابع نیز برقرار است و در نتیجه دو تابع f و g با هم برابرند.</p>	۱
۱۲	$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = [x] - 2 = -2$ $1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = [x] - 2 = 1 - 2 = -1$ $2 \leq x < 3 \Rightarrow [x] = 2 \Rightarrow y = [x] - 2 = 2 - 2 = 0$ 	۱
۱۳	<p>(۱) $(1, a + 2b), (1, 4) \in f \xrightarrow{f \text{ تابع است.}} a + 2b = 4$</p> <p>(۲) $(-2, 3), (2a - b, 3) \in f \xrightarrow{f \text{ تابعی یک به یک است.}} 2a - b = -2$</p> $(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 4 \\ 2a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 4 \\ 4a - 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow \Delta a = 0 \Rightarrow a = 0 \xrightarrow{(1)} 0 + 2b = 4 \Rightarrow b = 2$	۱
۱۴	<p>(الف) $(f+g)(2) = f(2) + g(2) = \sqrt{2-1} + \frac{3(2)}{2+1} = 1 + 2 = 3$</p> <p>(ب) $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}$</p> $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$ $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-1\} \Rightarrow D_f \cap D_g = [1, +\infty)$ $g(x) = 0 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = [1, +\infty) - \{0\} = [1, +\infty)$	۱/۵

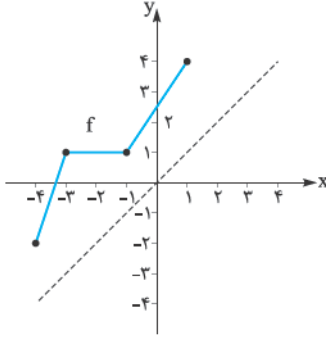
رشته: علوم تجربی		راهنمای تصحیح سؤالات امتحان درس: ریاضی
آزمون شماره (۱)	امتحان میان سال	سال یازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$\cos(-24^\circ) = \cos 24^\circ = \cos(18^\circ + 6^\circ) = -\cos 6^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\cot\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\cot\frac{\pi}{4} = -1$ $\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 135^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \cos(-24^\circ) + 2\cot\frac{7\pi}{4} - \sin^2 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}} + 2(-1) - \frac{1}{2} = -3$	۱
۱۶	$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$ $\tan\left(\frac{7\pi}{3} - \alpha\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$	۱
۱۷	<p>عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم.</p> <p>نمودار را نسبت به محور X ها قرینه می‌کنیم.</p> <p>نمودار را به اندازه یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.</p>	۱
۲۰	جمع نمره	



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

ردیف	آزمون شماره ۱	نوبت اول پایه یازدهم دوره متوسطه دوم	رشته: علوم تجربی	ریاضی (۲)
نمره				
۱/۵	<p>فصل اول</p> <p>معادلات زیر را حل کنید.</p>			۱
۱/۵	<p>الف) $\sqrt{x-3} + \sqrt{5x+2} + 2 = 0$</p> <p>ب) $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$</p>			
۱	<p>دو فرد A و B کاری را با هم در ۱۲ ساعت انجام می‌دهند؛ ولی اگر تک تک، این کار را انجام دهند، فرد A در اینگونه مسائل، معمولاً دو مجهول وجود دارد که باید یکی از اون‌ها رو X فرض کنید و دیگری رو هم بر حسب X بنویسید، یعنی توی معادله‌ای که می‌نویسید نباید دو تا مجهول مثل X و Y وجود داشته باشه، چون معادله قابل حل نیست.</p>			۲
۱	<p>نسبت دو عدد مثبت برابر است با عدد طلایی، اگر عدد کوچک‌تر $(\sqrt{5}-1)$ باشد، عدد بزرگ‌تر را به دست آورید.</p>			۳
۰/۷۵	<p>خط $2x - 5y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $W(1, -4)$ مماس است. شعاع دایره، محیط و مساحت آن را به دست آورید.</p>			۴
۰/۷۵	<p>معادله $0 = 4 - 7x^2 - 2x^4$ را به روش تغییر متغیر حل کنید.</p>			۵
۱	<p>فصل دوم</p> <p>درستی یا نادرستی هر قسمت را تعیین کنید، برای موارد نادرست مثال نقض بیاورید.</p> <p>الف) در یک مثلث دو ضلع برابرند، اگر و تنها اگر زاویه‌های روبه‌روی آن‌ها برابر باشند.</p> <p>ب) اگر یک چهارضلعی متوازی‌الاضلاع باشد، آن گاه قطرهای بر هم عمودند و برعکس.</p> <p>پ) در مثلث متساوی‌الاضلاع، یک پاره‌خط نیمساز است اگر و تنها اگر میانه باشد.</p> <p>ت) اگر در یک چهارضلعی، قطرهای یکدیگر را نصف کنند، آن گاه بر هم عمودند.</p>			۶
۱/۵	<p>فرض کنید نقطه A به فاصله ۴ سانتی‌متر از خط d باشد. روش رسم هر یک از مثلث‌های زیر را توضیح دهید.</p> <p>الف) مثلث متساوی‌الساقینی که A یک رأس آن و قاعده آن بر خط d منطبق باشد.</p> <p>ب) مثلثی که شرایط (الف) را داشته باشد و طول ساق آن ۶ سانتی‌متر باشد.</p> <p>پ) مثلثی که شرایط قسمت (الف) را داشته باشد و مساحت آن 8 cm^2 باشد.</p>			۷
۱	<p>اگر $n \in \mathbb{N}$ و n^2 عددی زوج باشد، به کمک برهان خلف ثابت کنید که n نیز عددی زوج است.</p>			۸
۱/۵	<p>در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. مقدار x و سپس طول اضلاع AC و AB را بیابید.</p> <p>از قضیه تالس یا عکس قضیه تالس، تماماً در تمام امتحانات سوال طرح می‌شه، با این‌که ساده است ولی خیلی مهمه. فاصله، تالس رو چیری بگیرد برای خودش شفیقی بوده‌ها.</p>			۹
۱	<p>فصل سوم</p> <p>با توجه به نمودارهای f و g نمودار تابع $(f-g)(x)$ را رسم کنید.</p>			۱۰
۱	<p>آیا نمودار روبه‌رو، تابع است؟ چه قسمتی از دایره را انتخاب کنیم تا نمودارش یک‌به‌یک باشد؟</p>			۱۱

شماره	kheilisabz.com	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم تجربی	ریاضی (۲)
نمره	آزمون شماره ۱			ردیف
۱	<p>توجه کنید برای تساوی دو تابع، فقط تساوی فرمول‌های آن‌ها کافی نیست بقیه‌شو نمی‌گم که جواب، نوتره.</p> <p>آیا توابع $f(x) = \begin{cases} 3x-3 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases}$ و $g(x) = 3$ با هم برابرند؟ چرا؟</p>			۱۲
۱/۵	<p>نمودار وارون تابع مقابل را رسم کنید. آیا نموداری که رسم می‌کنید خودش تابع است؟ آیا نمودار f یک‌به‌یک است؟</p> 			۱۳
فصل چهارم				
۱/۵	<p>حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.</p> $A = 2 \cos(-45^\circ) \times \tan 12^\circ + \cot 24^\circ \times \sin(-225^\circ)$			۱۴
۱/۵	<p>بدون رسم نمودار مشخص کنید آیا نمودار دو تابع $y = \sin(x - \frac{\pi}{4})$ و $y = -\cos(4\pi - x)$ بر هم منطبق هستند یا خیر؟</p>			۱۵
۱	<p>این سوال رو پارسال هم داشتین، یعنی در واقع تکراریه، ولی چون در کتاب یازدهم دوباره مطرح شده ما هم ازش سوال آوردیم.</p> <p>ثابت کنید:</p> $\frac{1 + \sin x}{\sin x} + \frac{\cot x - \cos x}{\cos x} = \frac{2}{\sin x}$			۱۶
۱/۵	<p>نمودار $y = 2 \cos x - 1$ را در یک بازه دلخواه به طول 2π رسم کنید.</p>			۱۷
۲۰	جمع نمرات			موفق باشید

پاسخنامه تشریحی

۵-

$$2x^2 - 7x^2 - 4 = 0 \xrightarrow{x^2=t} 2t^2 - 7t - 4 = 0$$

$$\Delta = 49 + 32 = 81 \Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{81}}{4} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{7+9}{4} = 4 \\ t = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 2 \\ t = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

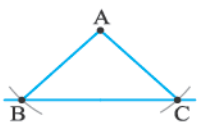
۶- الف) درست است.

ب) نادرست است؛ چون مثلاً مستطیل، نوعی متوازی‌الاضلاع است ولی قطرهای آن بر هم عمود نیستند.

پ) درست است.



ت) نادرست است؛ مثلاً در متوازی‌الاضلاع مقابل، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، ولی بر هم عمود نیستند.

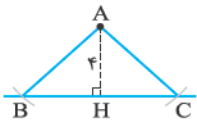


۷- الف) کافی است به مرکز A و شعاعی که اندازه‌اش بیشتر از فاصله A تا d باشد کمانی بزنیم تا خط d را در نقطه به نام‌های B و C قطع کند. مثلث متساوی‌الساقین ABC به دست می‌آید.

مثلث ABC متساوی‌الساقین است. \Rightarrow شعاع دایره $AB = AC$

ب) کافی است کمانی به مرکز A و شعاع ۶ سانتی‌متر بزنیم تا خط d را در نقاطی مثل N و M قطع کند؛ مثلث AMN متساوی‌الساقین بوده و طول ساق‌های آن ۶ سانتی‌متر است.

پ) طبق شکل، AH ارتفاع وارد بر قاعده است و داریم:



$$S = \frac{BC \times AH}{2} = 8 \Rightarrow \frac{BC \times 4}{2} = 8 \Rightarrow BC = 4$$

در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر وتر، میانه هم هست لذا: $BH = HC = 2$ بنابراین:



$$\text{فیتاغورس: } AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} AC = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

پس باید به مرکز A و شعاع $2\sqrt{5}$ کمان بزنیم تا خط d را در نقاط B و C قطع کند. مثلث ABC جواب است.

۸- فرض می‌کنیم n فرد باشد (فرض خُلف) لذا خواهیم نوشت:

$$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$$

$$= 2(\underbrace{2k^2 + 2k}_m) + 1 = 2m + 1$$

m هر عدد صحیحی که باشد، حاصل $2m + 1$ عددی فرد می‌شود؛ پس به تناقض رسیده‌ایم، چون در متن سؤال، گفته شده n^2 زوج است؛ لذا فرض خُلف نادرست بوده و n زوج است.

آزمون شماره ۱ (نوبت اول)

۱- الف) $\sqrt{x-3} + \sqrt{5x+2} + 2 = 0$
 نامفی نامفی مثبت

جمع دو عبارت نامنفی و یک عدد مثبت، هیچ‌گاه نمی‌تواند برابر صفر شود، پس این معادله جواب ندارد.

ب) $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$

$$\xrightarrow{\text{ضرب تمام جملات در } 3x(x-1)} 6x(3x) + (x-1)(x-1) = 3(3x)(x-1)$$

$$\Rightarrow 18x^2 + x^2 - 2x + 1 = 9x^2 - 9x \Rightarrow 10x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4(10)(1) = 9 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{20} = \frac{-7 \pm 3}{20}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{-7+3}{20} = \frac{-4}{20} = \frac{-1}{5} \\ x'' = \frac{-7-3}{20} = \frac{-10}{20} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول اند، چون هیچ مخرجی را صفر نمی‌کنند.

۲- اگر زمان فرد A را x در نظر بگیریم، زمان فرد B برابر $(x+10)$ خواهد بود، لذا:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{12} \xrightarrow{\text{ضرب جملات در } 12x(x+10)}$$

$$12(x+10) + 12x = x(x+10) \Rightarrow 12x + 120 + 12x = x^2 + 10x$$

$$\Rightarrow x^2 - 14x - 120 = 0 \Rightarrow (x-20)(x+6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-20=0 \Rightarrow x=20 & (\text{قق}) \\ x+6=0 \Rightarrow x=-6 & (\text{غقق}) \end{cases}$$

پس زمان شخص B هم برابر است با: (ساعت) $x+10 = 20+10 = 30$

۳- **تذکره** در ابتدای حل مسئله، می‌توانستید زمان فرد B را x و زمان فرد A را $(x-10)$ فرض کنید.

۴- اگر عدد بزرگ‌تر را x و عدد کوچک‌تر را y بنامیم، با توجه به متن سؤال، خواهیم داشت:

$$\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{5}-1} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2x = (\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1) \Rightarrow 2x = (\sqrt{5})^2 - 1^2$$

$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

۴- فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، همان شعاع دایره است، لذا:

$$2x - 5y = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 0 \end{cases}, W \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \downarrow \\ x_1 \\ y_1 \end{matrix}$$

$$\text{شعاع} = r = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(1) + (-5)(-4) + 0|}{\sqrt{2^2 + (-5)^2}} = \frac{22}{\sqrt{29}}$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi r = 2\pi \times \left(\frac{22}{\sqrt{29}}\right) = \frac{44\pi}{\sqrt{29}}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{22}{\sqrt{29}}\right)^2 = \frac{484\pi}{29}$$



$$\frac{1 + \sin x}{\sin x} + \frac{\cot x - \cos x}{\cos x}$$

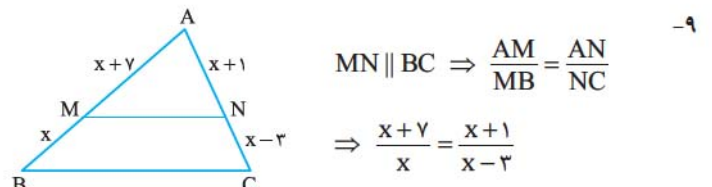
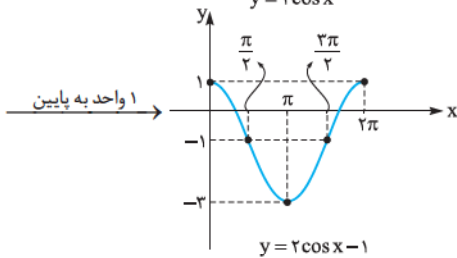
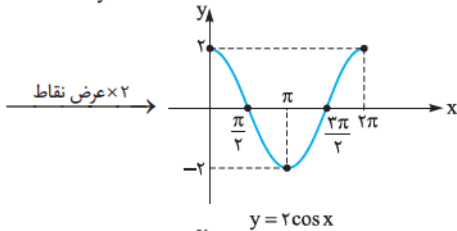
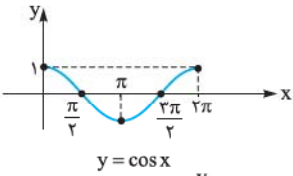
$$= \frac{(1 + \sin x) \cos x + \sin x \left(\frac{\cos x}{\sin x} - \cos x \right)}{\sin x \cos x}$$

$$= \frac{\cos x + \cancel{\sin x \cos x} + \cos x - \cancel{\sin x \cos x}}{\sin x \cos x} = \frac{2 \cos x}{\sin x \cos x} = \frac{2}{\sin x}$$

-۱۶

سمت چپ تساوی با سمت راست آن برابر شد، پس رابطه داده شده صحیح است.

-۱۷



-۹

طرفین وسطین $\rightarrow (x+7)(x-3) = x(x+1)$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 21 = x^2 + x \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

$$AB = x + 7 + x = 7 + 7 + 7 = 21$$

$$AC = x + 1 + x - 3 = 7 + 1 + 7 - 3 = 12$$

-۱۰

$(D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R}) \Rightarrow D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R}$

$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = -|x| - 2$



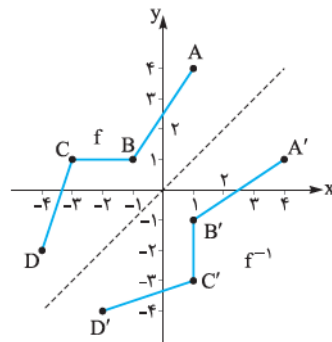
۱۱- خیر، تابع نیست؛ چون می توان خطی عمودی (موازی محور y ها) رسم کرد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.

اگر هر یک از ربع دایره ها را انتخاب کنیم، تابعی یک به یک و وارون پذیر ایجاد می شود، مانند:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3(x-1)}{x-1} & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 3 & x \neq 1 \\ 3 & x = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 3$$

-۱۲

پس f و g با هم برابرند، چون هم دامنه ها و هم ضابطه هایشان مساوی شدند.



۱۳- کافی است قرینه نقاط مهم

شکل (A, B, C, D) را نسبت به

خط $y = x$ رسم کرده و آن ها را با

خطوط راست به هم وصل کنیم، مثلاً

$$f^{-1}(A(1,4)) \Rightarrow A'(4,1)$$

تابع نیست چون f یک به یک نیست.

-۱۴

$$\cos(-45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 12^\circ = \tan(18^\circ - 6^\circ) = -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cot 24^\circ = \cot(\overset{\text{ربع دوم}}{18^\circ + 6^\circ}) = \cot 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin(-225^\circ) = -\sin 225^\circ = -\sin(\overset{\text{ربع سوم}}{18^\circ + 45^\circ}) = -(-\sin 45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow A = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{6} + \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{-5\sqrt{6}}{6}$$

$$y = \sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi}{2} - x) = -\cos x$$

-۱۵

$$y = -\cos(\overset{\text{ربع اول}}{4\pi - x}) = -\cos x$$

$$y = -\cos(\overset{\text{ربع چهارم}}{4\pi - x}) = -\cos x$$

ضابطه های دو تابع با هم برابر شدند، دامنه هایشان هم که هر دو برابر \mathbb{R} است، پس

نمودارهایشان نیز بر هم منطبق است.



هم کلاسی
Hamkelasi.ir

فصل هندسه تحلیلی و جبر

درس هندسه تحلیلی

سؤالات امتحانی درس اول

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

- ۱ دو خط d و d' به ترتیب با شیبهای m و m' برهم عمودند، هرگاه $mm' = 1$.
- ۲ خط d به معادله $y = 2x + 1$ بر خط d' به معادله $2y = -x + 1$ عمود است.
- ۳ نقطه وسط پاره خط AB عبارت است از: $M(\frac{x_A - x_B}{2}, \frac{y_A - y_B}{2})$.
- ۴ فاصله نقطه O مبدأ مختصات از نقطه A به مختصات (x, y) برابر $OA = \sqrt{x^2 + y^2}$ است.

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

به سؤالات زیر پاسخ کامل دهید.

- ۵ معادله خط گذرا از نقطه $P(1, 3)$ را بنویسید که با خط $y = 2x - 1$ موازی باشد.
- ۶ معادله خط گذرا از نقطه $P(-1, 2)$ را بنویسید که بر خط $2x - 3y = 1$ عمود باشد.
- ۷ وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید.
- ۸ به ازای چه مقدار از k ، دو خط d و d' به ترتیب به معادلات $(k+1)x - y = 2$ و $4x + (2-k)y + 1 = 0$ الف. باهم موازی اند؟ ب. برهم عمودند؟
- ۹ طول نقطه‌ای P - بوده و فاصله‌اش تا نقطه $(1, 3)$ برابر $\sqrt{4}$ است. عرض نقطه را بیابید.
- ۱۰ دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات از نقطه $(-3, 4)$ می‌گذرد. اندازه شعاع دایره را محاسبه کنید.
- ۱۱ نشان دهید مثلث ABC با رئوس $A(-2, 4)$ ، $B(-5, 1)$ و $C(-6, 5)$ متساوی‌الساقین است.
- ۱۲ ثابت کنید طول قطرهای یک مستطیل یکسان است.
- ۱۳ ثابت کنید مثلث به رئوس $A(3, -6)$ ، $B(8, -2)$ و $C(-1, -1)$ قائم‌الزاویه است. سپس مساحت این مثلث را به دست آورید.
- ۱۴ ثابت کنید نقاط $A(6, -13)$ ، $B(-2, 2)$ ، $C(13, 10)$ و $D(21, -5)$ رئوس یک مربع اند.
- ۱۵ اگر یک سر پاره خطی نقطه $(-4, 2)$ و نقطه میانی آن $(3, -1)$ باشد، مختصات سر دیگر پاره خط را بیابید.
- ۱۶ قرینه نقطه $A(1, 2)$ را نسبت به نقطه $M(-1, 4)$ به دست آورید.
- ۱۷ $ABCD$ یک متوازی‌الاضلاع است. اگر $A(-10, -13)$ ، $B(-3, 3)$ و $C(3, 1)$ باشند، مختصات نقطه D را به دست آورید.
- ۱۸ دو انتهای یکی از قطرهای دایره نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع را به دست آورید.
- ۱۹ در مثلث ABC به رئوس $A(2, 3)$ ، $B(3, -3)$ و $C(-1, -1)$ ، طول میانه وارد بر ضلع AC چه قدر است؟
- ۲۰ معادله خطی را بیابید که مختصات هر نقطه متساوی‌فاصله تا دو نقطه $A(-3, 2)$ و $B(4, 6)$ در آن صدق کنند.
- ۲۱ نقاط $(0, 0)$ و $(3, 0)$ دو رأس از یک مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. مختصات رأس سوم آن را بیابید. این مسئله چند جواب دارد؟
- ۲۲ خط $y = \frac{-4}{3}x + \frac{5}{3}$ بر دایره C به مرکز $(-2, 4)$ مماس است. طول شعاع دایره را به دست آورید.
- ۲۳ فاصله نقطه $A(1, -2)$ از خط $6x + 8y = k$ برابر ۳ است. مقدار k را به دست آورید.
- ۲۴ در صورتی که رأس یک مربع و معادله یک ضلع آن $2x - 5y = 3$ باشد، مساحت مربع چه قدر است؟
- ۲۵ مساحت مثلث ABC با رئوس $A(1, 0)$ ، $B(-7, 1)$ و $C(5, 6)$ را به دست آورید.
- ۲۶ ثابت کنید فاصله دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ است.

فاصله مبدأ تا $r = (-3, 4)$ شعاع دایره

$$\rightarrow r = \sqrt{(0+3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$B(-5, 1), A(-2, 4)$:

$$BA = \sqrt{(-2+5)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$B(-5, 1), C(-6, 5)$:

$$BC = \sqrt{(-6+5)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{17}$$

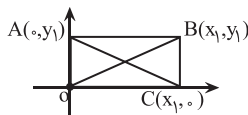
$A(-2, 4), C(-6, 5)$:

$$AC = \sqrt{(-6+2)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{17}$$

$\rightarrow BC = AC \rightarrow \Delta ABC$ متساوی الساقین

چون مختصات رئوس مستطیل داده نشده است، بنابراین رئوس

مستطیل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم. باید نشان دهیم $OB = AC$



$$\left. \begin{aligned} OB &= \sqrt{(x_1-0)^2 + (y_1-0)^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \\ AC &= \sqrt{(x_1-0)^2 + (0-y_1)^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow OB = AC$$

اندازه سه ضلع را به دست می‌آوریم و رابطه فیثاغورس را برای

آن‌ها بررسی می‌کنیم.

$A(3, -6), B(8, -2), C(-1, -1)$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(-1-3)^2 + (-1+6)^2} = \sqrt{41}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(8-3)^2 + (-2+6)^2} = \sqrt{41}$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(-1-8)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{82} \rightarrow \text{وتر}$$

$$\text{فیثاغورس: } BC^2 = AC^2 + AB^2 \rightarrow 82 = 41 + 41$$

$$\rightarrow 82 = 82 \rightarrow \Delta ABC \text{ قائم الزاویه}$$

$$S = \frac{1}{2} \times \sqrt{41} \times \sqrt{41} = \frac{41}{2}$$

چون مشخص نیست چه رئوسی روبه روی هم‌اند، پس حتماً باید

نقاط را در دستگاه مختصات مشخص کنیم.

۱۰

$$mm' = -1$$

۱ نادرست

۲ درست

۱۱

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

۳ نادرست

۴ درست

۵ شیب خط موردنظر باید با شیب خط $y = 2x - 1$ برابر باشد.

$$y = 2x - 1 \rightarrow m = 2$$

$$m = 2, (1, 3): y = mx + h \rightarrow 3 = 2 \times 1 + h \rightarrow h = 1$$

$$y = mx + h \rightarrow y = 2x + 1$$

۶ شیب خط موردنظر (m') باید عکس و قرینه شیب خط

$2x - 3y = 1$ باشد.

$$2x - 3y = 1 \rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \rightarrow m = \frac{2}{3} \Rightarrow m' = -\frac{3}{2}$$

$$m' = -\frac{3}{2}, (-1, 2): y = m'x + h$$

$$\rightarrow 2 = -\frac{3}{2} \times -1 + h \rightarrow h = \frac{1}{2}$$

$$y = m'x + h \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$L: x + 2y + 1 = 0 \rightarrow y = -\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \rightarrow m_L = -\frac{1}{2}$$

$$L': y = 2x - 3 \rightarrow m_{L'} = 2$$

$$d: 0 / \Delta x - 0 / 2 \Delta y = 0 / 7 \Delta \rightarrow y = 2x - 3 \rightarrow m_d = 2$$

بنابراین می‌توان گفت: $L \perp L', L \perp d, L' \parallel d$

$$d: (k+1)x - y = 2 \rightarrow y = (k+1)x - 2 \rightarrow m_d = k+1$$

$$d': 4x + (2-k)y + 1 = 0$$

$$\rightarrow y = -\frac{4}{2-k}x - \frac{1}{2-k} \rightarrow m_{d'} = \frac{4}{k-2}$$

$$m_d = m_{d'} \rightarrow k+1 = \frac{4}{k-2}$$

الف.

$$\rightarrow (k+1)(k-2) = 4 \rightarrow k^2 - k - 2 = 4 \rightarrow k^2 - k - 6 = 0$$

$$\rightarrow (k-3)(k+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} k=3 \\ k=-2 \end{cases}$$

$$m_d = -\frac{1}{m_{d'}} \rightarrow k+1 = \frac{2-k}{4} \rightarrow k = -\frac{2}{5}$$

ب.

$$x_A = -6, B = (1, 3), AB = \sqrt{74}, y_A = ?$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{74} = \sqrt{(1-(-6))^2 + (3-y_A)^2}$$

$$\rightarrow 74 = 49 + (3-y_A)^2 \rightarrow (3-y_A)^2 = 25$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3-y_A = 5 \rightarrow y_A = -2 \\ 3-y_A = -5 \rightarrow y_A = 8 \end{cases}$$

۱۸ مرکز دایره (O) نقطهٔ وسط قطر دایره است.

$$x_O = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{6 + 2}{2} = 4$$

$$y_O = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 - 2}{2} = 1$$

۱۹ شعاع دایره برابر فاصلهٔ مرکز دایره از یکی از دو نقطهٔ انتهایی قطر است.

$$O(4,1), A(2,-2): AO = \sqrt{(4-2)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{13}$$

$$AC \text{ وسط } M: \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 - 1}{2} = -2 \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5 - 4}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$BM = \sqrt{(x_M - x_B)^2 + (y_M - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (\frac{1}{2} - 4)^2} = \frac{\sqrt{113}}{2}$$

۲۰ نقطهٔ مورد نظر را (x, y) در نظر می‌گیریم. طبق فرض فاصلهٔ این

نقطه از دو نقطهٔ A و B یکسان است، داریم:

$$(x, y), (4, 6): \sqrt{(x-4)^2 + (y-6)^2} \quad (1)$$

$$(x, y), (-2, 2): \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} \quad (2)$$

$$(1), (2): \sqrt{(x-4)^2 + (y-6)^2}$$

$$= \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} \quad \text{طرفین به توان ۲}$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 12y + 36 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4$$

$$\rightarrow 14x + 8y - 39 = 0$$

۲۱ رأس سوم را $P(x, y)$ در نظر می‌گیریم. فاصلهٔ رأس سوم از دو

رأس دیگر برابر است و این فاصله برابر طول ضلع مثلث است.

$$(0, 0), (x, y): \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$(3, 0), (x, y): \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$$

$$\rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2} \rightarrow -6x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

از طرفی فاصلهٔ $(0, 0)$ و $(3, 0)$ برابر طول ضلع مثلث است.

$$(3, 0), (0, 0): \sqrt{3^2 + 0^2} = 3 \rightarrow \text{طول ضلع} = 3$$

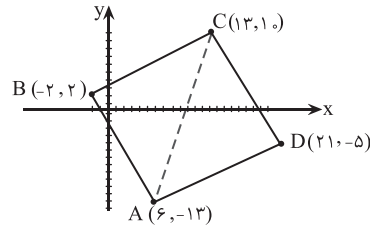
$$\xrightarrow{\text{مثلث متساوی الاضلاع}} \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 3$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 3 \xrightarrow{x = \frac{3}{2}} \sqrt{\frac{9}{4} + y^2} = 3$$

$$\rightarrow y^2 = 9 - \frac{9}{4} \rightarrow y = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow P(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}), P(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$$

پس مسئله دو جواب دارد.



باید نشان دهیم:

$$AB = BC = CD = DA$$

$$AB = \sqrt{(-2-6)^2 + (2+13)^2} = \sqrt{289} = 17$$

$$BC = \sqrt{(13+2)^2 + (10-2)^2} = 17$$

$$CD = \sqrt{(21-13)^2 + (-5-10)^2} = 17$$

$$DA = \sqrt{(6-21)^2 + (-13+5)^2} = 17$$

اما یک لوزی هم چهار ضلع برابر دارد. حال کافی است رابطهٔ

فیتاغورس را برای مثلث ABC تحقیق کنیم و نشان دهیم مثلث

ABC در زاویهٔ B قائمه است و این یعنی $ABCD$ مربع است.

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$= \sqrt{(13-6)^2 + (10+13)^2} = \sqrt{578}$$

$$\text{فیتاغورس: } AC^2 \stackrel{?}{=} AB^2 + BC^2$$

$$\rightarrow 578 \stackrel{?}{=} 289 + 289 \rightarrow 578 \stackrel{?}{=} 578$$

$$A(-4, 2), M(3, -1), B = ?$$

۱۵

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow 3 = \frac{-4 + x_B}{2} \rightarrow x_B = 10$$

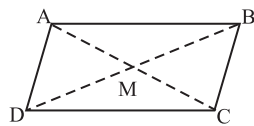
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow -1 = \frac{2 + y_B}{2} \rightarrow y_B = -4$$

۱۶ نقطهٔ M ، نقطهٔ میانی بین نقطهٔ A و قرینهٔ نقطهٔ A (یعنی B) است.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow -1 = \frac{1 + x_B}{2} \rightarrow x_B = -3$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow 4 = \frac{2 + y_B}{2} \rightarrow y_B = 6$$

۱۷ چون در متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند، داریم:



$$M = (\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}) \text{ یا } M = (\frac{x_B + x_D}{2}, \frac{y_B + y_D}{2})$$

$$x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_D}{2}$$

$$\rightarrow \frac{-10 + 3}{2} = \frac{-3 + x_D}{2} \rightarrow x_D = -4$$

$$y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_D}{2}$$

$$\rightarrow \frac{-13 + 1}{2} = \frac{3 + y_D}{2} \rightarrow y_D = -15$$

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$$

$$= \sqrt{(\Delta + 7)^2 + (\epsilon - 1)^2} = 13 \quad (1)$$

حال فاصله رأس A تا ضلع BC (ارتفاع وارد بر ضلع BC) را تعیین می‌کنیم. برای این منظور معادله خط گذرنده از دو نقطه B و C را باید به دست آوریم.

$$m = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{\epsilon - 1}{\Delta + 7} = \frac{\Delta}{12}$$

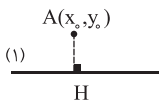
$$\xrightarrow{(\Delta, \epsilon)} y - \epsilon = \frac{\Delta}{12}(x - \Delta) \rightarrow 12y - \Delta x - 47 = 0 \quad (2)$$

$$\text{فاصله } A \text{ تا خط } (2) = \text{ارتفاع وارد بر ضلع } BC = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|-\Delta(1) + 12(\epsilon) - 47|}{\sqrt{12^2 + \Delta^2}} = 4 \quad (3)$$

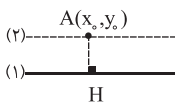
$$(1), (3): S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \frac{1}{2} \times 13 \times 4 = 26$$

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط (1) به معادله $ax + by + c = 0$ عبارت است از:



$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

حال فرض کنید خط (2) عمود بر AH (موازی با خط (1)) گذرنده از نقطه A به معادله $ax + by + c' = 0$ را رسم کنیم.

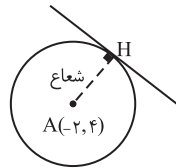


چون خط از نقطه A می‌گذرد، پس مختصات $A(x_0, y_0)$ در معادله خط (2) صدق می‌کند، یعنی:

$$ax_0 + by_0 + c' = 0$$

$$AH = \frac{\overbrace{|ax_0 + by_0 + c|}^{-c'}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-c' + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۲۵



$$y = \frac{-4}{3}x + \frac{\Delta}{3} \rightarrow 3y = -4x + \Delta \rightarrow 3y + 4x - \Delta = 0$$

$$\text{طول شعاع } AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|3(-2) + 4(4) - \Delta|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

$$6x + 8y = k \rightarrow 6x + 8y - k = 0$$

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6(1) + 8(-2) - k|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{|-10 - k|}{10}$$

$$AH = 3 \rightarrow \frac{|-10 - k|}{10} = 3 \rightarrow |k + 10| = 30$$

$$\rightarrow \begin{cases} k + 10 = 30 \rightarrow k = 20 \\ k + 10 = -30 \rightarrow k = -40 \end{cases}$$

در محاسبات بالا از دو ویژگی قدرمطلق استفاده کردیم:

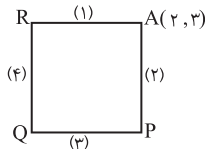
$$(1) |-a| = |a|, (2) |x| = a \rightarrow x = \pm a$$

۲۲

۲۳

۲۴

نقطه $A(2, 3)$ در معادله $2x - 5y = 3$ صدق نمی‌کند، پس انتظار داریم که طبق شکل زیر معادله خط موردنظر مربوط به ضلع‌های (3) یا (4) باشد.



$$(2, 3): 2(2) - 5(3) = 3 \rightarrow -11 = 3$$

$$AP = AR = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 - 15 - 3|}{\sqrt{4 + 25}} = \frac{14}{\sqrt{29}}$$

$$\text{مساحت مربع} = \frac{14}{\sqrt{29}} \times \frac{14}{\sqrt{29}} = \frac{196}{29}$$

درس ۷ معادله درجه دوم و تابع درجه ۲

سؤالات امتحانی درس دوم

جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.	
مجموع ریشه‌های (β, α) معادله $ax^2 + bx + c = 0$ عبارت است از: $\alpha + \beta = \dots\dots\dots$	۲۷
حاصل ضرب ریشه‌های معادله $3x^2 + 2x - 1 = 0$ برابر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $-x^2 + 2x + 3 = 0$ است.	۲۸
طبق شکل مقابل که مربوط به یک تابع با معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ است، علامت abc است.	۲۹
بیشترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ وقتی $a < 0$ باشد، به ازای $x = \dots\dots\dots$ به دست می‌آید.	۳۰

