

"بسمه تعالی"

امتحان میان ترم مبانی ریاضی

۱. رابط \circ به این شکل تعریف می شود: $p \circ q \equiv \sim p \wedge \sim q$

گزاره های $\sim p$ ، $p \vee q$ ، $p \wedge q$ ، $p \rightarrow q$ را با ذکر دلیل بر حسب \circ بنویسید.

۲. با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید که در حالت کلی داریم:

$$(A_1 - C) \cup (A_2 - C) \cup \dots \cup (A_n - C) = (A_1 \cup \dots \cup A_n) - C$$

۳. به ازای هر $t \in \mathbb{N}$ ، قرار دهید: $A_t = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{t}{t+1} < x \leq \frac{t+1}{t+2} \right\}$.

$\bigcup_{t \in \mathbb{N}} A_t$ و $\bigcap_{t \in \mathbb{N}} A_t$ را با ذکر دلیل تعیین کنید.

۴. کدامیک از جملات زیر در عالم سخن \mathbb{R} ، درست اند، چرا؟

الف) $\exists x. (x^3 + x^2 + x + 1 \leq 0)$

ب) $\forall x. x^3 + 17x^2 + 6x + 100 \leq 0$

ج) $\forall x. \exists y. (x > y^2 + 1)$

د) $\exists x. \forall y. (x < |y|)$

۵. کدامیک از شش ادعای زیر در حالت کلی، درست اند؟ چرا؟ ($\{A_i\}_{i \in I}$ و $\{B_i\}_{i \in I}$ خانواده هایی از مجموعه های

دلخواه)

1. $P(\bigcap_{i \in I} A_i) \subseteq \bigcap_{i \in I} P(A_i)$ ، $P(\bigcap_{i \in I} A_i) \supseteq \bigcap_{i \in I} P(A_i)$

2. $P(\bigcup_{i \in I} A_i) \subseteq \bigcup_{i \in I} P(A_i)$ ، $P(\bigcup_{i \in I} A_i) \supseteq \bigcup_{i \in I} P(A_i)$

3. $\bigcup_{i \in I} (A_i - B_i) \subseteq (\bigcup_{i \in I} A_i - \bigcap_{i \in I} B_i)$ ، $\bigcup_{i \in I} (A_i - B_i) \supseteq (\bigcup_{i \in I} A_i - \bigcap_{i \in I} B_i)$