

پایان ریاضی (۲) دو دبیرستان غیر دولتی خراسان و دولتی ابرجان



بیمه تحصیلی
دبیرستان غیردولتی خراسان (مختص)

کلید آزمون ریاضی ۲

کلاس : پایه دوم

نام و نام خانوادگی :

تاریخ :
نام دبیر : آقای
مدت آزمون : ۱۰ دقیقه
نمره :

۱) در یک دنباله حسابی جمله هفتم ۲ برابر جمله دوم است و مجموع جملات سوم و پنجم برابر ۲۸ است. این دنباله را مشخص کنید. (۱/۲۵ نمره)

$$\begin{cases} a_7 = 2a_2 \\ a_3 + a_5 = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 6d = 2(a + d) \\ a + 2d + a + 4d = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 4d = 0 \\ 2a + 6d = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{28}{9} \\ d = \frac{14}{9} \end{cases}$$

۲) در یک دنباله ی هندسی جمله ی سوم ۴ و جمله ششم ۱۰۸ است. جمله ی اول و قدر نسبت را بیابید. (۱ نمره)

$$a_3 = 4, a_6 = 108 \Rightarrow q = m^{-n} \frac{a_m}{a_n} = 6^{-3} \frac{108}{4} = \sqrt[3]{27} = 3 \Rightarrow q = 3$$

$$a_3 = 4 \Rightarrow aq^2 = 4 \Rightarrow a \times 3^2 = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{9}$$

۳) اگر x عددی باشد که در نامعادلات زیر صدق کند چهار جمله اول دنباله تقریبات اعشاری آن را بنویسید. (۱ نمره)

$$\begin{cases} 1-x > -3/2133 \\ 2x+3 > 11/4266 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1-x > -3/2133 \\ 2x+3 > 11/4266 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+3/2133 > x \\ 2x > 8/4266 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4/2133 > x \\ x > 4/2133 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4/4266 < x < 4/2133 \Rightarrow 4/2, 4/21, 4/213, 4/2132$$

۴) حاصل هر یک از عبارات های زیر را بدست آورید. (۲ نمره)

$$a) ((\sqrt{3})^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} = (\sqrt{3})^{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = (\sqrt{3})^3 = 3$$

$$b) (\sqrt{5}-2)^{\sqrt{5}+2} \times (\sqrt{5}+2)^{\sqrt{5}-2} = (\sqrt{5}-2)^{\sqrt{5}+2} \times (\sqrt{5}+2)^{\sqrt{5}+2} =$$

$$((\sqrt{5}-2) \times (\sqrt{5}+2))^{\sqrt{5}+2} = (5-4)^{\sqrt{5}+2} = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

۵) الف) اگر $f = \{(8, 3), (\lambda, m^2 - 2m), (1, 6), (m^2, 7)\}$ یک تابع باشد مقدار m را بدست آورید. (۱ نمره)

$$(8, 3) = (\lambda, m^2 - 2m) \Rightarrow m^2 - 2m = 3 \Rightarrow (m-3)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 3, m = -1$$

$$m = 3 \Rightarrow f = \{(8, 3), (\lambda, 3), (1, 6), (9, 7)\} \text{ ok}$$

$$m = -1 \Rightarrow f = \{(8, 3), (\lambda, 3), (1, 6), (1, 7)\} \times$$

ب) اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 7\}$ باشد. آنگاه دامنه و برد تابع $f = \{(x, 2x-1) \mid x \in A\}$ را بدست آورید. (۰/۷۵ نمره)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11), (5, 14), (6, 17)\}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, R_f = \{2, 5, 8, 11, 14, 17\}$$

۶) اگر در مورد تابع f داشته باشیم $f(2) = 2, f(-2) = \frac{1}{2}, f(1) = \frac{1}{3}, f(0) = 2$

در این صورت f را به صورت زوج مرتب بنویسید و نمودار آن را رسم کنید. آیا f یک به یک است؟ (۱ نمره)

$$f = \{(2, 2), (-2, \frac{1}{2}), (1, 1), (0, 2)\}$$



یک به یک نیست، زیرا مولفه های دوم تکراری دارد و با به عبارتی اگر خط $y=2$ را موازی محور x ها رسم کنیم نمودار را در دو نقطه قطع می کند.

۷) اگر تابع خطی $f(x) = kx + 4$ از نقطه $(1) = -2$ بگذرد، k را بیابید. (۱ نمره)

$$f^{-1}(1) = -2 \Rightarrow f(-2) = 1 \Rightarrow 1 = f(-2) = -2 \times k + 4$$

$$-2k = -3 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

۸ الف) طول یک مستطیل ۴ واحد بیشتر از عرض آن است. رابطه ای ریاضی بنویسید که محیط این مستطیل را بر حسب تابعی از عرض آن بیان کنید. (۱/۲۵ نمره)

$$y = x + 4$$

$$p = 2(x + y) = 2(x + x + 4) = 4x + 8$$

$$p(x) = 4x + 8$$

ب) برای یک تابع خطی می دانیم $f(-5) = 3, f(1) = 2$ است. نمودار تابع را رسم کنید و معادله ی نمایش جبری تابع را بنویسید. (۱/۲۵ نمره)

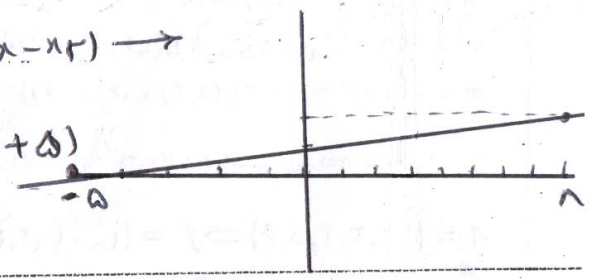
$$A \begin{cases} 1 = x_1 \\ 2 = x_2 \end{cases} \quad B \begin{cases} -5 = x_1 \\ 1 = x_2 \end{cases}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \rightarrow$$

$$y - 3 = \frac{2 - 3}{1 - (-5)} (x - (-5)) \rightarrow$$

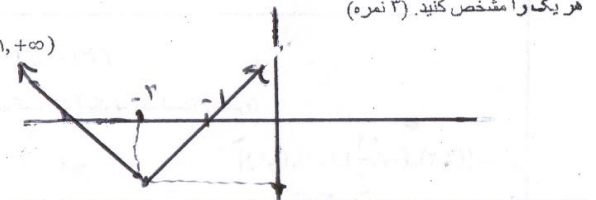
$$y - 3 = \frac{-1}{-6} (x + 5)$$

$$y = \frac{1}{6}x + \frac{19}{6}$$

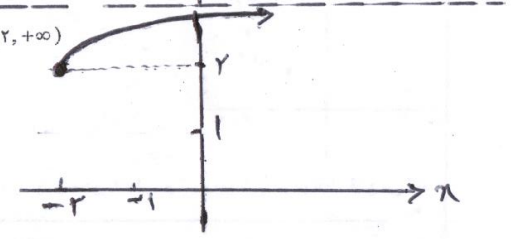


۹ نمودار هر یک از توابع زیر را با استفاده از نمودارهای $y = x^2, y = \sqrt{x}, y = |x|$ و به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد هر یک را مشخص کنید. (۳ نمره)

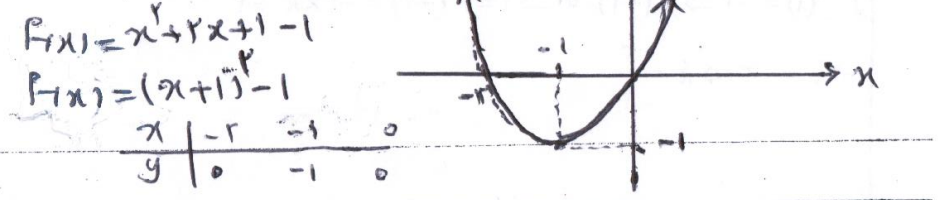
a) $y = |x + 2| - 1, D_f = \mathbb{R}, R_f = [-1, +\infty)$



b) $f(x) = 2 + \sqrt{x + 2}, D_f = [-2, +\infty), R_f = [2, +\infty)$



c) $f(x) = x^2 + 2x, D_f = \mathbb{R}, R_f = [-1, +\infty)$



۱۰ تعیین علامت کنید (۲ نمره)

$$p = \frac{-|x+1|(x^2 + 5x - 6)}{4-x}$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$4-x=0 \rightarrow x=4$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -6, x = 1$$

	$-\infty$	-6	-1	1	4	$+\infty$
$- x+1 $	-	o	-	o	-	-
$x^2 + 5x - 6$	+	o	-	o	+	+
$4-x$	+	+	+	+	o	-
$p = \frac{- x+1 (x^2+5x-6)}{4-x}$	-	o	+	o	-	+

۱۱ دامنه توابع زیر را بدست بیاورید. (۲ نمره)

a) $g(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

$$\frac{x-2}{x+1} \geq 0$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$D_f = (-1, 2]$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	o	+
$x+1$	-	o	+	+
$\frac{x-2}{x+1}$	-	o	+	o

b) $f(x) = \frac{x+1}{x(x^2-9)}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-3, 0, 3\}$

$$x(x^2-9) = 0 \rightarrow x(x-3)(x+3) = 0$$

$$x=0 \quad \underline{x=3} \quad \underline{x=-3}$$

۱۲) حدود m را چنان تعیین کنید که چند جمله ای $mx^2 - 4x + 1$ همواره مثبت باشد. (۱/۵ نمره)

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4m < 0 \Rightarrow 4 < m \\ a > 0 \Rightarrow 1 > 0 \Rightarrow 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow 4 < m$$