پاسخ کتاب کار و تمرین

مجموعه تمرینات

۱- ماتریس A دارای ۲ سطر و ۳ ستون و از مرتبهٔ ۳ × ۲ و ماتریس با فرم کلی می‌باشد.

ماتریس B دارای ۱ سطر و ۱ ستون و از مرتبهٔ ۳ × ۱ است و نوع آن ماتریس سطری می‌باشد.

ماتریس C دارای ۴ سطر و ۱ ستون و از مرتبهٔ ۱ × ۴ است و نوع آن ماتریس ستونی است.

۲-

$$\begin{bmatrix} x-y \\ ۲x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} x-y=-۱ \\ ۲x=۲ \Rightarrow x=۱ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۱-y=-۱ \Rightarrow y=۲$$

$$\begin{bmatrix} x-y & ۲ \\ ۳ & y+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۷ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x-y=۵ \\ y+x=۷ \end{cases} \Rightarrow x=۶ \ , \ y=۱$$

۳-

الف) $A+B=\begin{bmatrix} ۰ & ۳ & ۱ \\ ۰ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$

ب) $۲A-۳B=\begin{bmatrix} ۴ & ۲ & ۰ \\ -۲ & ۴ & ۶ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۶ & -۶ & -۳ \\ -۳ & ۶ & ۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱۰ & -۴ & -۳ \\ -۵ & ۱۰ & ۹ \end{bmatrix}$

۴-

الف)

$$\left.\begin{matrix} A+(B+C)=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۴ & ۶ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۷ & ۱۰ \end{bmatrix} \\ (A+B)+C=\begin{bmatrix} -۱ & ۶ \\ ۶ & ۵ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ ۱ & ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۷ & ۱۰ \end{bmatrix} \end{matrix}\right\} \Rightarrow A+(B+C)=(A+B)+C$$

ب) $X+\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۶ & ۸ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۶ & ۱۲ \\ ۹ & ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow X=\begin{bmatrix} -۶ & ۱۲ \\ ۹ & ۳ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۲ & ۴ \\ ۶ & ۸ \end{bmatrix} \Rightarrow X=\begin{bmatrix} -۸ & ۸ \\ ۳ & -۵ \end{bmatrix}$

پ)

$$A\times B=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۲ & ۴ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۴ & ۶ \\ ۶ & ۱۶ \end{bmatrix}$$

$$A\times C=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ ۱ & ۵ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۵ & ۹ \\ ۱۳ & ۱۷ \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{matrix} A\times(B+C)=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} ۱ & ۳ \\ ۴ & ۶ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۹ & ۱۵ \\ ۱۹ & ۳۳ \end{bmatrix} \\ A\times B+A\times C=\begin{bmatrix} ۴ & ۶ \\ ۶ & ۱۶ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۵ & ۹ \\ ۱۳ & ۱۷ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۹ & ۱۵ \\ ۱۹ & ۳۳ \end{bmatrix} \end{matrix}\right\} \Rightarrow A\times(B+C)=A\times B+A\times C$$

یادداشتی برای همکار

این خاصیت، خاصیت توزیع‌پذیری (پخشی) عمل ضرب ماتریس‌ها نسبت به جمع می‌باشد که به صورت شهودی و با ذکر مثال دانش‌آموز متوجه آن خواهد شد.

شما هم تجربهٔ خود را در سایت مرآت www.meraat.ir بخش صندوق تجربیات به اشتراک بگذارید

۵- الف) ضرب ماتریس تعریف نمی‌شود.

ب)

$$\begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = [۲ + ۲ + ۳] = [۷] = ۷$$

پ) ضرب تعریف نمی‌شود.

ت)

$$\begin{bmatrix} -۳ & -۱ & ۲ \\ ۲ & ۰ & ۱ \\ ۳ & ۲ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۲ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & ۱۵ \\ ۸ & ۳ \\ ۲۰ & ۳ \end{bmatrix}$$

ث)

$$\begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۱ \\ -۱ & ۳ & ۲ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۱ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۰ & ۱ \\ ۰ & ۲ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ & ۱ & ۱ \\ ۴ & ۲ & ۵ \\ ۷ & ۳ & ۷ \end{bmatrix}$$

۶-

$$۲X - \begin{bmatrix} ۰ & ۶ \\ ۶ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۶ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲X - \begin{bmatrix} ۰ & ۶ \\ ۶ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & ۰ \\ ۰ & ۶ \end{bmatrix}$$

$$۲X = \begin{bmatrix} ۴ & ۰ \\ ۰ & ۶ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ & ۶ \\ ۶ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲X = \begin{bmatrix} ۴ & ۶ \\ ۶ & ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۳ & ۳ \end{bmatrix}$$

۷-

$$M^۲ - M = \bar{O} \Rightarrow M^۲ = M \Rightarrow \begin{bmatrix} x-۱ & ۱ \\ ۰ & ۲y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x-۱ & ۱ \\ ۰ & ۲y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-۱ & ۱ \\ ۰ & ۲y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (x-۱)^۲ & x-۱+۲y \\ ۰ & ۴y^۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-۱ & ۱ \\ ۰ & ۲y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} (x-۱)^۲ = x-۱ \\ x-۱+۲y = ۱ \\ ۴y^۲ = ۲y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-۱ = ۱ \Rightarrow x = ۲ \\ \text{یا} \quad\quad\quad\quad \text{یا} \\ x-۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \end{cases}$$

اگر $x = ۲$ باشد، آن‌گاه از $x - ۱ + ۲y = ۱$ داریم $y = ۰$ که در معادلهٔ سوم دستگاه صدق می‌کند.

اگر $x = ۱$ باشد، آن‌گاه از $x - ۱ + ۲y = ۱$ داریم $y = \frac{۱}{۲}$ که در معادلهٔ سوم دستگاه صدق می‌کند.

بنابراین هر دو جواب قابل قبول خواهد بود. $x = ۲\ ,\ y = ۰$ یا $x = ۱\ ,\ y = \frac{۱}{۲}$

۸- الف)

$$\left.\begin{array}{l} A\times B=\begin{bmatrix}۱&۲&۰\\۱&۱&۰\\-۱&۴&۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۱&-۱\\۲&۲&۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳&۴&۱\\۲&۳&۲\\۳&۲&-۷\end{bmatrix} \\ A\times C=\begin{bmatrix}۱&۲&۰\\۱&۱&۰\\-۱&۴&۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱&۲&۳\\۱&۱&-۱\\۱&۱&۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳&۴&۱\\۲&۳&۲\\۳&۲&-۷\end{bmatrix}\end{array}\right\}\Rightarrow A\times B=A\times C$$

ب) از رابطهٔ $A\times B=A\times C$ نمی‌توان نتیجه گرفت $B=C$ زیرا ماتریس B و C با هم برابر نیستند. سطر سوم این دو ماتریس با هم برابر نیستند.

۹-

$$[۱\quad ۱\quad x]\begin{bmatrix}۱&۲&۰\\۰&۱&۲\\۱&۰&۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱\\۴\\-۲\end{bmatrix}=\bar{O}\Rightarrow[۱\quad ۱\quad x]\begin{bmatrix}۹\\۰\\-۱\end{bmatrix}=\bar{O}\Rightarrow[۹-x]=\bar{O}$$

$$\Rightarrow ۹-x=۰\Rightarrow x=۹$$

۱۰-

$$\begin{bmatrix}۲&۳\\۳&۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲&۳\\۳&۴\end{bmatrix}=a\begin{bmatrix}۲&۳\\۳&۴\end{bmatrix}+b\begin{bmatrix}۱&۰\\۰&۱\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}۱۳&۱۸\\۱۸&۲۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲a&۳a\\۳a&۴a\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}b&۰\\۰&b\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}۱۳&۱۸\\۱۸&۲۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲a+b&۳a\\۳a&۴a+b\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{cases}\left.\begin{array}{l}۲a+b=۱۳\\۳a=۱۸\Rightarrow a=۶\end{array}\right\}\Rightarrow b=۱\\ ۱۸=۳a\\ ۴a+b=۲۵\end{cases}$$

۱۱- الف)

$$PS=\begin{bmatrix}۵۰۰۰&۶۰۰۰&۴۰۰۰\\۳۰۰۰&۲۰۰۰&۲۵۰۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۵\\۴\\۷\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷۷۰۰۰\\۴۰۵۰۰\end{bmatrix}$$

PS میزان درآمد کارخانه در یک ماه در دو بازار m و n می‌باشد.

ب)

هزینه − درآمد = سود

$$\text{هزینه}=PK=\begin{bmatrix}۵۰۰۰&۶۰۰۰&۴۰۰۰\\۳۰۰۰&۲۰۰۰&۲۵۰۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴\\۳\\۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵۸۰۰۰\\۳۰۵۰۰\end{bmatrix}$$

$$\text{سود}=PS-PK=\begin{bmatrix}۷۷۰۰۰\\۴۰۵۰۰\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۵۸۰۰۰\\۳۰۵۰۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۹۰۰۰\\۱۰۰۰۰\end{bmatrix}$$

سود ماهانه در بازار m برابر ۱۹۰۰۰ و در بازار n برابر ۱۰۰۰۰ و جمعاً ۲۹۰۰۰ واحد خواهد بود.

-۱۲

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

ماتریس I (واحد) به هر توانی برسد همان ماتریس I خواهد بود.

$$A^{101} = A^{100} \times A = I \times A = A \qquad A^{100} = (A^2)^{50} = I^{50} = I$$

ویژهٔ دانش‌آموزان علاقه‌مند

-۱

$$A^2 = A \Rightarrow \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a^2 & a+b \\ 0 & b^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = a \\ a+b = 1 \\ b^2 = b \end{cases}$$

از $a^2 = a$ نتیجه می‌گیریم که $a = 1$ یا $a = 0$

اگر $a = 1$ باشد، آن‌گاه $b = 0$ که مورد قبول است.

اگر $a = 0$ باشد، آن‌گاه $b = 1$ که مورد قبول است پس برای مسأله دو جواب موجود است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ یا } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

-۲

$$(A+B)(A+B) = A \times A + A \times B + B \times A + B \times B = A^2 + B^2 + AB + BA$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} + AB + BA$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 2 & 13 \end{bmatrix} + AB + BA$$

$$AB + BA = \begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 3 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 2 & 13 \end{bmatrix} \qquad AB + BA = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

-۳ الف) ماتریس A باید مربعی از مرتبه‌ی ۲ باشد و چون $a_{12} = a_{21}$ پس می‌توان فرض کرد $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$ باید داشته باشیم:

$$2x^2 + 8xy - y^2 = [x \quad y]\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$= [x \quad y]\begin{bmatrix} ax+by \\ bx+cy \end{bmatrix} = ax^2 + bxy + bxy + cy^2 = ax^2 + 2bxy + cy^2$$

از مقایسه‌ی ضرایب طرفین عبارت داریم: $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases}$ درنتیجه $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

ب)

$$N = [x \quad y]\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

۴- فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}$ داریم:

$$\left.\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+by & ay+bx \\ bx+ay & by+ax \end{bmatrix} \\ BA &= \begin{bmatrix} x & y \\ y & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+by & ay+bx \\ bx+ay & by+ax \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \Rightarrow AB = BA$$

فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix}$ داریم:

$$\left.\begin{aligned} AB &= \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax-by & bx+ay \\ -ay-bx & -by+ax \end{bmatrix} \\ BA &= \begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax-by & bx+ay \\ -ay-bx & -by+ax \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \Rightarrow AB = BA$$

■ دورهٔ سریع مطالب

۱- درست

۲- نادرست

۳- نادرست

۴- نادرست

۵- درست

۶- $AB = BA$

۷- (-۱)

۸- (-۱) و ۳

۹- $\begin{bmatrix} ۵ & ۲ & ۰ \\ ۲ & ۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$

۱۰- ۲×۳

■ آزمون چهارگزینه‌ای

۱- گزینهٔ «۲»

$$\begin{cases} a - b = ۱ \\ -۲b = a \\ a = ۲a - ۲ \\ b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow a + b = ۳$$

۲- گزینهٔ «۱»

$$A - I = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$(A - I)^۲ = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ -۲ & ۲ \end{bmatrix}$$

۳- گزینهٔ «۴»

$$A^۲ = A \times A = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۲ & ۲ \\ ۳ & ۳ & ۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۲ & ۲ \\ ۳ & ۳ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ & ۶ & ۶ \\ ۱۲ & ۱۲ & ۱۲ \\ ۱۸ & ۱۸ & ۱۸ \end{bmatrix}$$

مجموع عناصر ماتریس $A^۲ = ۳ \times ۶ + ۳ \times ۱۲ + ۳ \times ۱۸ = ۱۰۸$

۴- گزینهٔ «۱»

$$\left.\begin{array}{l} A\times B=\begin{bmatrix} a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} b & a\\ d & c\end{bmatrix}\\ B\times A=\begin{bmatrix} ۰ & ۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b\\ c & d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} c & d\\ a & b\end{bmatrix}\end{array}\right\}\Rightarrow A\times B\neq B\times A\ ,\ B\times A\neq I$$

$$B^{۲}\times A=\begin{bmatrix} ۰ & ۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۰ & ۱\\ ۱ & ۰\end{bmatrix}\times A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}\times A=I\times A=A$$

۵- گزینهٔ «۲»

$$(A^{۲}+I)^{۲}=(A^{۲}+I)(A^{۲}+I)=A^{۴}+A^{۲}\times I+I\times A^{۲}+I\times I=A^{۴}+۲A^{۲}+I$$
$$=A(A^{۳}+۲A)+I=A\times I+I=A+I$$

۶- گزینهٔ «۲»

$$\begin{bmatrix} -۲ & ۱\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۲ & ۱\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix} -۲ & ۱\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix} ۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۹ & ۲\\ ۱۰ & ۲۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۲\alpha & \alpha\\ ۵\alpha & ۴\alpha\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \beta & ۰\\ ۰ & \beta\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix} ۹ & ۲\\ ۱۰ & ۲۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۲\alpha+\beta & \alpha\\ ۵\alpha & ۴\alpha+\beta\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\alpha=۲\\ -۲\alpha+\beta=۹\end{cases}\Rightarrow\beta=۱۳\Rightarrow\alpha+\beta=۱۵$$

۷- گزینهٔ «۳»

$$A^{۲}=A\times A=\begin{bmatrix} ۲ & ۳\\ ۴ & ۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & ۳\\ ۴ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۱۶ & ۲۱\\ ۲۸ & ۳۷\end{bmatrix}$$

$$A^{۲}-۷A-۲I=\begin{bmatrix} ۱۶ & ۲۱\\ ۲۸ & ۳۷\end{bmatrix}-۷\begin{bmatrix} ۲ & ۳\\ ۴ & ۵\end{bmatrix}-۲\begin{bmatrix} ۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۰ & ۰\\ ۰ & ۰\end{bmatrix}$$

از رابطهٔ $A^{۲}-۷A-۲I=\overline{O}$ نتیجه می‌گیریم که $A^{۲}=۷A+۲I$

یادداشتی برای همکار

اگر $A=\begin{bmatrix} a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه $A^{۲}-(a+d)A+|A|I=\overline{O}$ خواهد بود (رابطهٔ کیلی‌هامیلتون).

شما هم تجربهٔ خود را در سایت مرآت www.meraat.ir بخش صندوق تجربیات به اشتراک بگذارید

۸- گزینهٔ «۲»، چون A و B قرینه‌اند پس $A+B=\overline{O}$ درنتیجه:

$$(۲A+B)^{۲}=(A+A+B)^{۲}=(A+\overline{O})^{۲}=A^{۲}$$

۹- گزینهٔ «۳»

$$۲A=\begin{bmatrix} ۳ & ۴\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۵ & ۱\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -۲ & ۳\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}\Rightarrow A=\begin{bmatrix} -۱ & \frac{۳}{۲}\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$$

-۱۰ گزینهٔ «۳»

$$A = [a_{ij}]_{۳\times۲} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۴ \\ ۳ & ۹ \end{bmatrix} \Rightarrow ۱ + ۲ + ۳ = ۶$$

پاسخ ایستگاه فکر ۱

$۷۲(۱۲ + ۸ + ۱۴ + ۶ + ۹ + ۱۰ + ۱۳)$

پاسخ ایستگاه فکر ۲

او ابتدا قهوه را شیرین کرده بود. موقع خوردن قهوه مگس را دیده و تقاضای تعویض قهوه را کرده، اما وقتی قهوهٔ جدید را می‌بیند متوجه می‌شود که باز هم شیرین است. نتیجه می‌گیریم که قهوه عوض نشده است.