



بسمه تعالی

تاریخ امتحان: 1397/10/18

مدت امتحان: 90 دقیقه

مدیریت آموزش و پرورش ناحیه چهار تبریز

دیرستان پسرانه غیر دولتی مشکاة نور - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: دوازدهم ریاضی موضوع امتحان: ریاضی گسسته نام دبیر: علیزاده

1- اگر n^2 عددی فرد باشد ثابت کنید n نیز فرد است .

2- ثابت کنید حاصلضرب هر دو عدد بصورت $6k + 5$ بصورت $6q + 1$ است .

3- اگر باقیمانده تقسیم عدد a بر 9 برابر 3 و بر 8 برابر 5 باشد آنگاه باقیمانده تقسیم a بر 72 چقدر است ؟

4- اگر $a|b$ و $b|a$ ثابت کنید $a = \pm b$ است .

5- اگر $5|4k + 1$ ثابت کنید $25|16k^2 + 28k + 6$.

6- اگر $(a,b) = 1, (a,c) = 1$ باشد ثابت کنید $(a, bc) = 1$ است .

7- حاصل هریک از عبارات زیر را بدست آورید .

الف) $([m^2, m], m^5) =$

ب) $(7m + 3, 5m + 2) =$

ج) $[(72, 48), 120] =$

د) $[a, (a, b)] =$

8- اگر $a \equiv b$ و $c \equiv d$ ثابت کنید $ac \equiv bd$.

9- باقیمانده تقسیم عدد $10^{62} + 10^{31} + 1$ را بر 111 حساب کنید .

10- معادله های زیر را در اعداد صحیح حل کنید .

ب) $6x \equiv 11 \pmod{9}$

الف) $7x + 5y = 11$

(بارم هر سؤال 2 نمره می باشد)

نامزدنامه ریاضی

$$\begin{aligned} \text{فرض: } n^2 &= 2k+1 \\ \text{قسم: } n &= 2k'+1 \end{aligned}$$

- ①

اگر فرض کنیم n فرد است

$$n = 2q \Rightarrow n^2 = 4q^2 = 2(2q^2) = 2q'$$

زوج
دوین حذف فرض است

$$\begin{aligned} n &= 4k+d \\ y &= 4k'+d \Rightarrow xy = (4k+d)(4k'+d) \stackrel{2\epsilon+1}{=} \\ &= 16kk' + 4k + 4k' + 2d \\ &= 4(4kk' + d(k+k')) + 1 \\ &= 4q + 1 \end{aligned}$$

- ②

$$\begin{aligned} 1 \int a &= 9k+3 \\ 9 \int a &= 1k+d \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} 1a &= 72k+2\epsilon \\ 9a &= 72k'+\epsilon d \end{aligned}$$

$$a = 72(k'-k) + 21 \quad \text{عدد صحیح} = 21$$

- ③

$$\begin{aligned} a|b &\rightarrow |b| \geq |a| \\ b|a &\rightarrow |a| \geq |b| \end{aligned} \Rightarrow |a| = |b|$$

$$\Rightarrow a = \pm b$$

- ④

$$\begin{aligned} \delta | \epsilon k + 1 &\xrightarrow{\times \delta} 2\delta | 2k + d \\ \alpha | \epsilon k + 1 &\xrightarrow{\text{تقسیم}} 2\delta | 14k^2 + 11k + 1 \end{aligned} \xrightarrow{\epsilon \delta} 2\delta | 14k^2 + 11k + 4$$

- ⑤

$$\begin{aligned} (a, b) = 1 &\rightarrow ra + sb = 1 \\ (a, c) = 1 &\rightarrow r'a + s'c = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} rr'a + rs'ac + sr'ab + ss'bc &= 1 \\ (rr'a + rs'c + sr'b) a + (ss')bc &= 1 \Rightarrow (a, bc) = 1 \end{aligned}$$

- ⑥

با این نام، کافی است

$$\text{الف) } ([m^r, m], m^d) = (m^r, m^d) = m^r \quad - \textcircled{v}$$

$$\text{ب) } (\nu_{m+r}, \delta_{m+r}) = d \rightarrow d | \nu_{m+r} \xrightarrow{\times d} d | \nu \delta_{m+d} \\ d | \delta_{m+r} \xrightarrow{\times d} d | \nu \delta_{m+r} \Rightarrow d | 1 \Rightarrow \boxed{d=1}$$

$$\text{ج) } [(\nu r, \epsilon r), \nu_0] = [1, \nu_0] = \nu_0.$$

$$\text{د) } [a, (a, b)] = |a|$$

$$a \equiv b \Rightarrow a - b = mk \xrightarrow{\times c} ac - bc = mkc$$

$$c \equiv d \Rightarrow c - d = mk' \xrightarrow{\times b} bc - bd = mk'b$$

$$ac - bd = m(kc + k'b)$$

$$\Rightarrow ac \equiv bd$$

$$10 \equiv 1 \rightarrow 10 \equiv 1 \rightarrow 10 \equiv 1$$

$$\rightarrow 10 \equiv 1$$

$$10 + 10 + 1 \equiv 100 + 10 + 1 \equiv 111 \equiv 0$$

$$\text{الف) } \nu m + \delta y = 11$$

$$x_0 = 3 \rightarrow x = 3 + 5k$$

$$y_0 = -2 \rightarrow y = -2 - 7k$$

$$\text{ب) } 4x \equiv 11$$

$$(9, 9) = 3 \quad \text{جواب ندارد}$$

$$3 \not\equiv 11$$