باسمه تعالی

تمرین سری چهارم درس کدگذاری کانال نام استاد: خانی

پرسش های فصل ۳-قسمت دوم (**توجه: تمرین ها با تأخیر پذیرفته نخواهد شد.**)

۱- کد بلوکی خطی (4، 8) را که معادلات آن به صورت زیر است در نظر بگیرید:

$$v0=u1+u2+u3, \qquad v4=u0,$$
$$v1=u0+u1+u2, \qquad v5=u1,$$
$$v2=u0+u1+u3, \qquad v6=u2,$$
$$v3=u0+u2+u3, \qquad v7=u3.$$

که در آن u0، u1، u2، و u3 بیت های پیام و v0، v1، v2، و v3 بیت های پریتی-چک هستند. الف) ماتریس مولد و ماتریس پریتی-چک این کد را بیابید. ب) فاصله کمینه، d_{min}، این کد را یکبار از روی وزن بردارهای کد و بار دیگر از روی مارتریس پریتی-چک کد بدست آورید. ج) برای این کد یک آرایه استاندارد درست کنید. د) این کد حداکثر وقوع چند خطا را می تواند تشخیص دهد. ه) این کد حداکثر چند خطا را می تواند تصحیح کند. و) این کد حداکثر چند بردار خطای غیرصفر متمایز را می تواند تصحیح کند. ز) آیا این کد یک کد MDS است؟

راهنمایی: یک کد c(n,k) با فاصله کمینه d_{min} می تواند حداکثر d_{min}-1 خطا را تشخیص داده و $\left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor$ خطا را تصحیح کرده و 2^{n-k}-1 بردار خطای غیرصفر متمایز را تصحیح کند.

۲- با استفاده از شیفت رجیستر و جمع کننده ها در مبنای 2 الف) مدار مورد نیاز برای محاسبه سندرم مربوط به کد توصیف شده در پرسش 1 را رسم کنید. ب) مدار کدبردار را رسم کنید. (راهنمایی: کدبردار از روی جدول سندرم باید بردار خطای تصحیح شونده، **e**، را پیدا کرده و آنرا با بردار دریافتی، **r**، جمع کند. مثال 3.9 صفحه ۷۴ و شکل 3.9 صفحه ۷۶ مرجع درس را ملاحظه نمایید.)

۳-ماتریس مولد یک کد بلوکی خطی به صورت زیر است:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الف) آیا این کد از نوع سیستماتیک است؟ ب) ماتریس-پریتی چک این کد را بنویسید. ج) از روی ماتریس پریتی-چک، فاصله کمینه این کد را بیابید. د) این کد حداکثر وقوع چند خطا را می تواند تشخیص دهد. ه) این کد حداکثر چند خطا را می تواند تصحیح کند. و) این کد حداکثر چند بردار خطای غیرصفر متمایز را می تواند تصحیح کند. ز) آیا این کد یک کد MDS است؟

۴- فرض کنید C_1 یک کد بلوکی خطی سیستماتیک (n_1,k) با فاصله کمینه d_1 و ماتریس مولد $G_1=[I_k$ $P_1]$ و C_2 یک کد بلوکی خطی سیستماتیک (n_2,k) با فاصله کمینه d_2 و ماتریس مولد $G_2=[I_k$ $P_2]$ باشد. حال فرض کنید C یک کد بلوکی خطی (n1+n2,k) با ماتریس پریتی-چک زیر است:

$$\mathrm{H} = \begin{bmatrix} \vdots\ P_1^T \\ I_{n_1+n_2-k} \vdots\ I_k \\ \vdots\ P_2^T \end{bmatrix}$$

الف) آیا C یک کد سیستماتیک است؟ ب) نشان دهید فاصله کمینه C بزرگتر یا مساوی d_1+d_2 است.

۵- نشان دهید کد دوگان کد بلوکی خطی پرسش ۱ خودش می باشد. به این کدها، کدهای خود-دوگان (self-dual) گویند.

۶- کد بلوکی خطی C(n,k) با فاصله کمینه $d_{min}\geq 2t+1$ را در نظر بگیرید. نشان دهید که تعداد بیت های بررسی توازن یعنی n-k در نامساوی زیر صدق می کند:

$$n-k \geq log_2\left[1+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{t}\right]$$

این نامساوی کران بالای قابلیت تصحیح خطا را در یک کد بلوکی خطی نشان می دهد که به آن کران همینگ گفته می شود. (راهنمایی: برای یک کد بلوکی خطی (n,k) با فاصله کمینه بزرگتر یا مساوی 2t+1 همه n-تایی ها با وزن کوچکتر یا مساوی t را می توان به عنوان رهبر کاست ها در آرایه استاندارد استفاده نمود.

پیروز باشید.