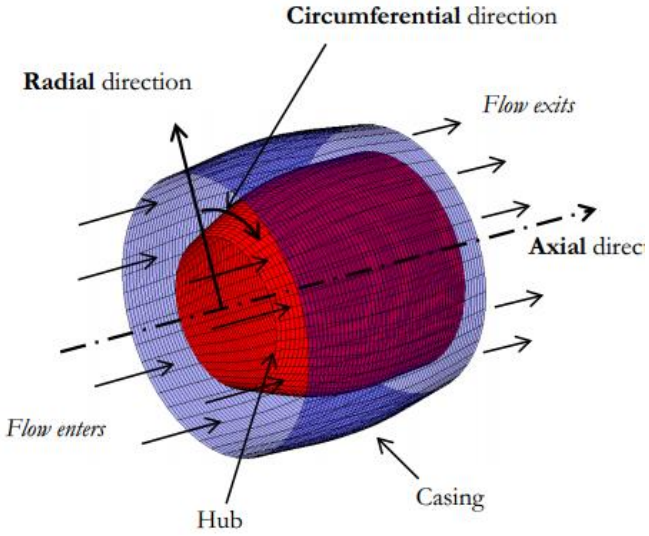
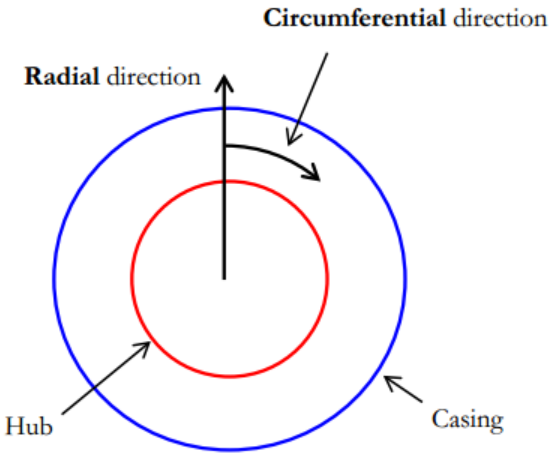
توربوماشین ها
فصل سوم: تعاریف و تئوری توربوماشین ها

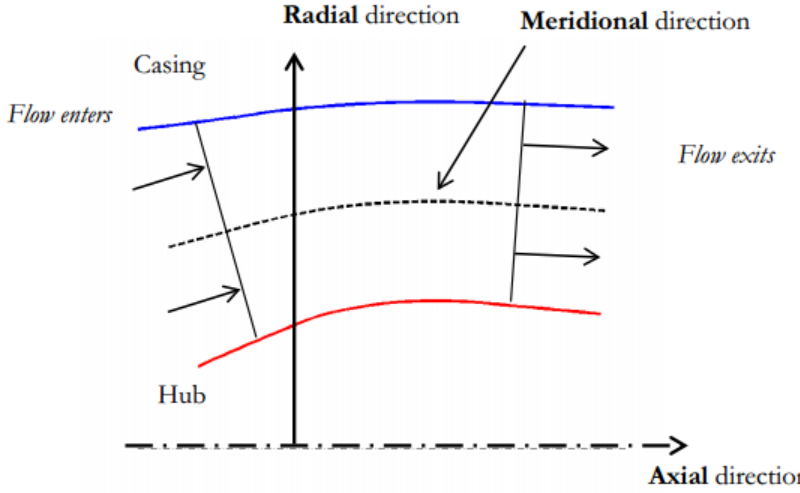
میلاد نادری
t.me/Hydrodynamic
www.lecturenote.blog.ir
دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا

۱۳۹۹

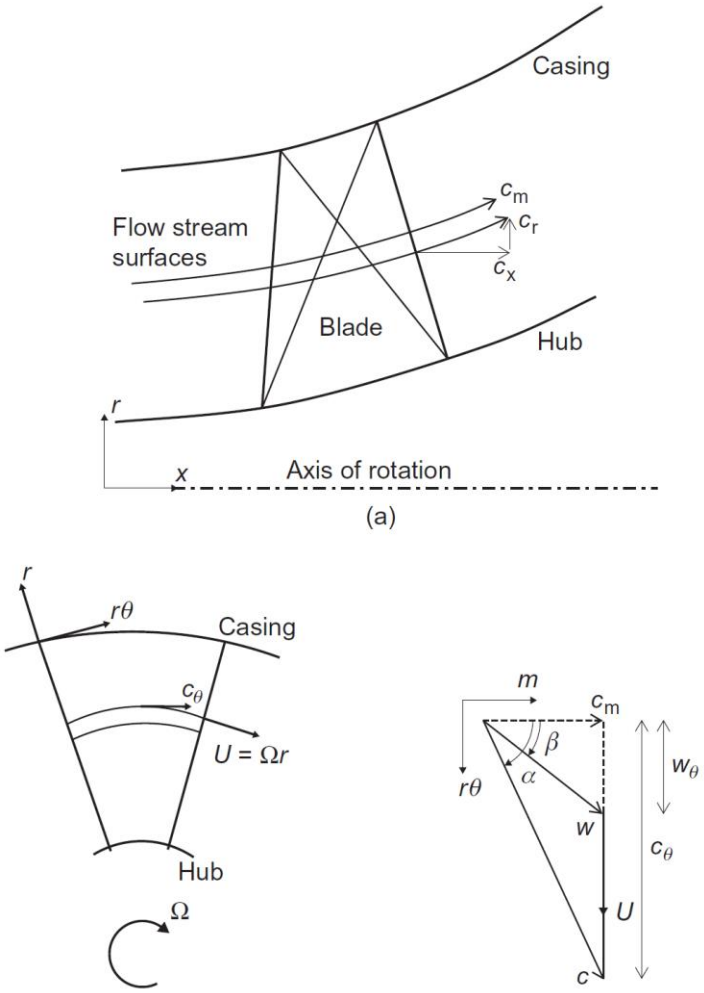
نماهای توربوماشین



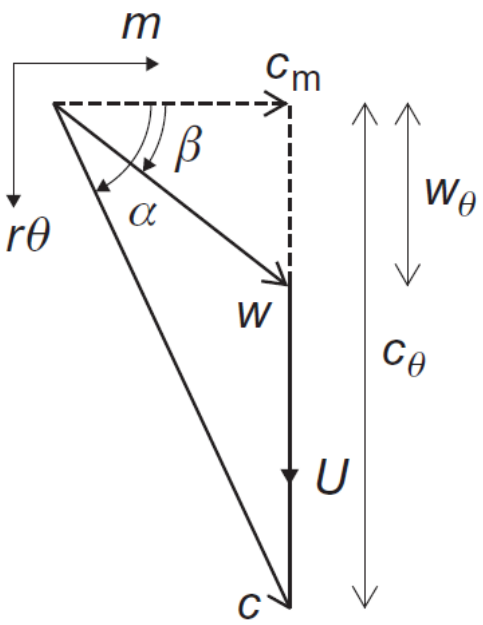




مثلث سرعت


Casing
Flow stream surfaces
c_m
c_r
c_x
Blade
Hub
r
x
Axis of rotation
(a)
r
rθ
Casing
c_θ
U = Ωr
Hub
Ω
m
c_m
β
α
w_θ
rθ
w
c_θ
U
c

مثلث سرعت



$$c_m = \sqrt{c_x^2 + c_r^2}$$

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_r^2 + c_\theta^2} = \sqrt{c_m^2 + c_\theta^2}$$

Swirl or tangential angle

$$\alpha = \tan^{-1}(c_\theta / c_m)$$

$$w_\theta = c_\theta - U, w_x = c_x, w_r = c_r$$

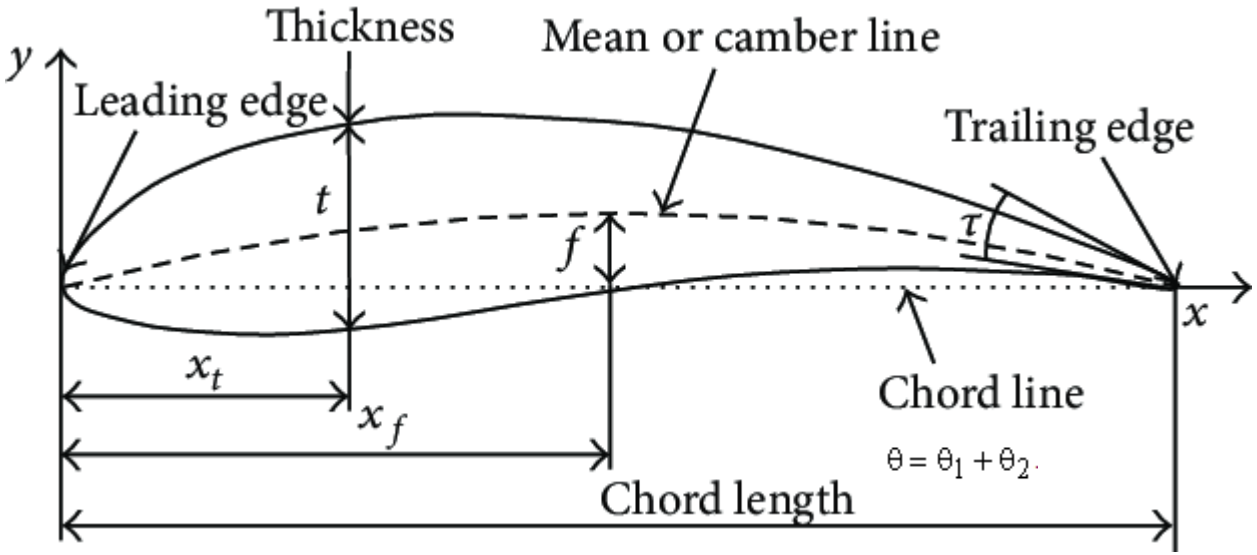
Relative flow angle

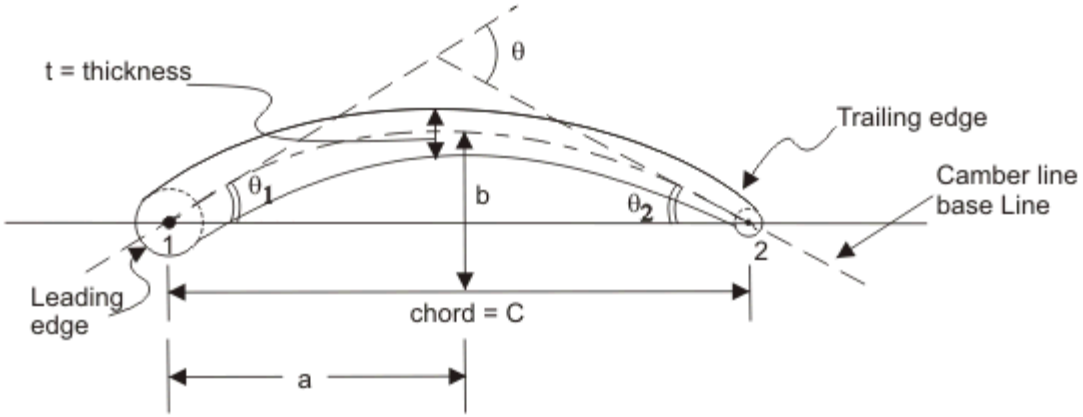
$$\beta = \tan^{-1}(w_\theta / c_m)$$

$$\tan \beta = \tan \alpha - U / c_m$$

آشنایی با پره ها و عملکرد آنها

الف) شکل مقطع پره





۱-لبه راهنما LE

۲-لبه پایانی TE

۳-محل ضخامت ماکزیمم x

۴-طول (وتر) c

۵-خط کمبر(خمیدگی)

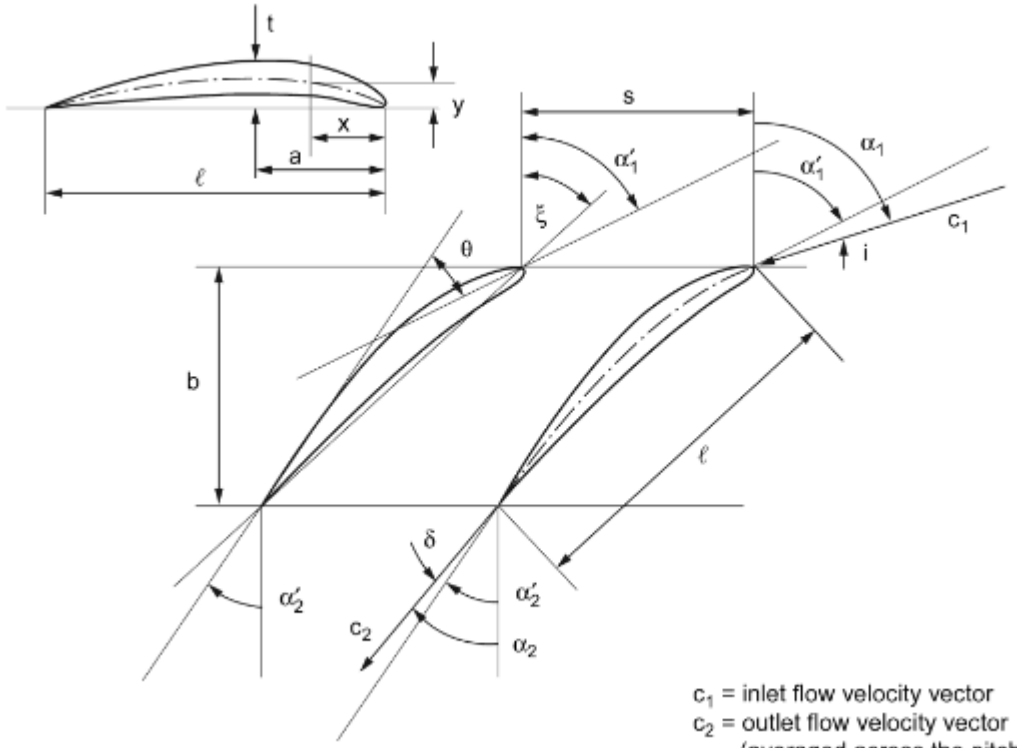
۶-زاویه کمبر $\theta = \theta_1 + \theta_2$

۷- β زاویه هندسی پره

زاویه بین خط کورد و صفحه چرخش فویل

آشنایی با زوایای پره

خط مبنا در این بحث در امتداد محور توربو ماشین انتخاب شده است .



c_1 = inlet flow velocity vector
c_2 = outlet flow velocity vector
(averaged across the pitch)

Term	Static	Moving
Fluid inlet angle	α_1	β_1
Fluid outlet angle	α_2	β_2
Blade inlet angle	α'_1	β'_1
Blade outlet angle	α'_2	β'_2
Blade camber angle	$\theta[=(\alpha'_1-\alpha'_2)]$	$[=(\beta'_1-\beta'_2)]$
Stagger angle	γ or ζ	
Deflection	$\varepsilon[=(\alpha_1-\alpha_2)]$	$[=(\beta_1-\beta_2)]$
Incidence angle	i	
Deviation angle	δ	
Chord	c	
Distance to point of maximum camber	a	
Spacing or pitch	s	
Blade height	h	
Space : chord ratio	s/c	
Solidity	c/s	
Aspect ratio	h/c	
Lift coefficient $C_L = L/\frac{1}{2}\rho V^2$ (projected area)		
Drag coefficient $C_D = D/\frac{1}{2}\rho V^2$ (projected area)		
Pitching moment $M = LX$		

زاویه انحراف پره (δ)

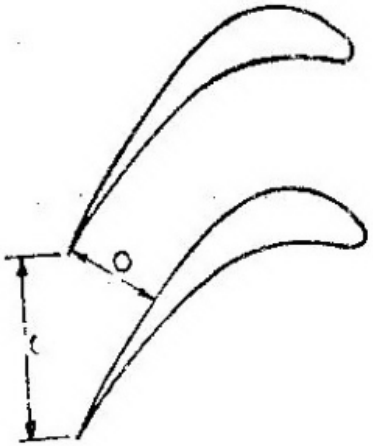
زاویه انحراف (δ) اختلاف بین زاویه خروجی پره و زاویه خروجی سیال $\delta = \alpha_2 - \acute{\alpha}_2$ می باشد. δ برای کمپرسور ها و در توربینها منفی است

در محدوده کاری توربو ماشینها زاویه انحراف حدود ده درجه می باشد. این زاویه بر روی هد و دبی جریان اثر زیادی دارد.

وجود زاویه انحراف به علت اختلاف فشاری که در دو طرف سیال وجود دارد می باشد. همچنین ارتفاع لایه مرزی در دو طرف یکسان نبوده و نیز وجود جریان ثانویه بین پره ها نیز در ایجاد زاویه انحراف نقش دارند.

زاویه انحراف را از رابطه ساده زیر نیز حساب می کنند :

$$\delta = \alpha_2 - \alpha_2 = \acute{\sin}^{-1}\frac{o}{s}$$



O = گلوگاه پره

S = گام پره

o کمترین فاصله عمودی بین دو پره در انتهای پره ها که معمولا پس از نصب با ساچمه اندازه می گیرند و S فاصله بین دو پره در نقاط مشابه در امتداد محور توربو ماشین است.

ایرفویل های ۴ رقمی

$$Y_t = \frac{t}{0.1}(0.2969\ \sqrt{x} - 0.126\,x - 0.3516\,x^2 + 0.2843\,x^3 - 0.1015\,x^4)$$

Y_T : نسبت ضخامت ایرفویل به طول وتر

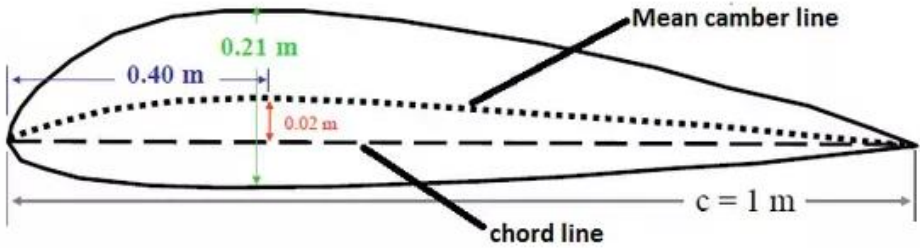
t نسبت ضخامت ماکزیمم به طول وتر (C)

x فاصله ابتدایی ایرفویل تا هر نقطه تقسیم بر طول وتر

$$Y_c = \frac{Y_c\ \max}{x_p}(2\,x_p x - x^2) \qquad x \le x_p$$

$$Y_c = \frac{Y_c\ \max}{(1-x_p)}\left\{(1-2x_p) + 2\,x_p x - x^2\right\} \qquad x \ge x_p$$

Y_c نسبت فاصله عمودی بین محور و خط وتر بر طول وتر x_p نسبت فاصله ابتدایی ایرفویل تا محل Y_c max بر طول وتر .



مثال NACA2421:

اولین شماره مشخصه ایرفویل معرف درصد Y_c max در مثال ۲٪

دومین شماره مشخصه ایرفویل معرف ده برابر x_p در مثال، 0.4C

و دو شماره آخر معرف نسبت درصد ضخامت ماکزیمم به طول و تر Y_t max است که در مثال فوق 0.21 c

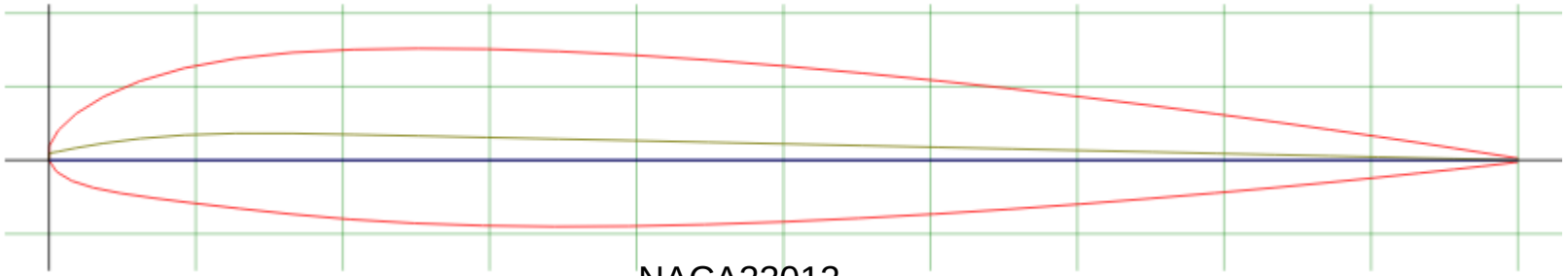
ایرفویل های ۵ رقمی

این ایرفویل ه دارای توزیع ضخامت مشابه ایرفویل های ۴ رقمی است اما تفاوت آن در خمیدگی محور(کمبر) است به گونه ای که محل YC_{max} به ابتدای ایرفویل نزدیکتر و ضریب بالا بر آن بیشتر است.

اولین رقم مقدار کمبر ماکزیمم بر طول کورد (درصد)
دومین و سومین رقم موقعیت کمبر ماکزیمم در ۲ درصد کورد (وتر)
دو رقم آخر ماکزیمم ضخامت بر طول کورد (درصد)

مثال: NACA23012

ایرفویلی است که ماکزیمم کمبر آن ۲ درصد طول کورد (وتر) است. محل ماکزیمم در ۰/۶ طول کورد واقع است و نسبت t/c معادل 0.12 است.

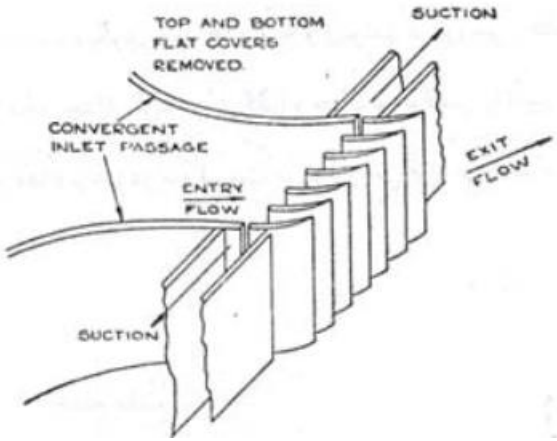


NACA23012

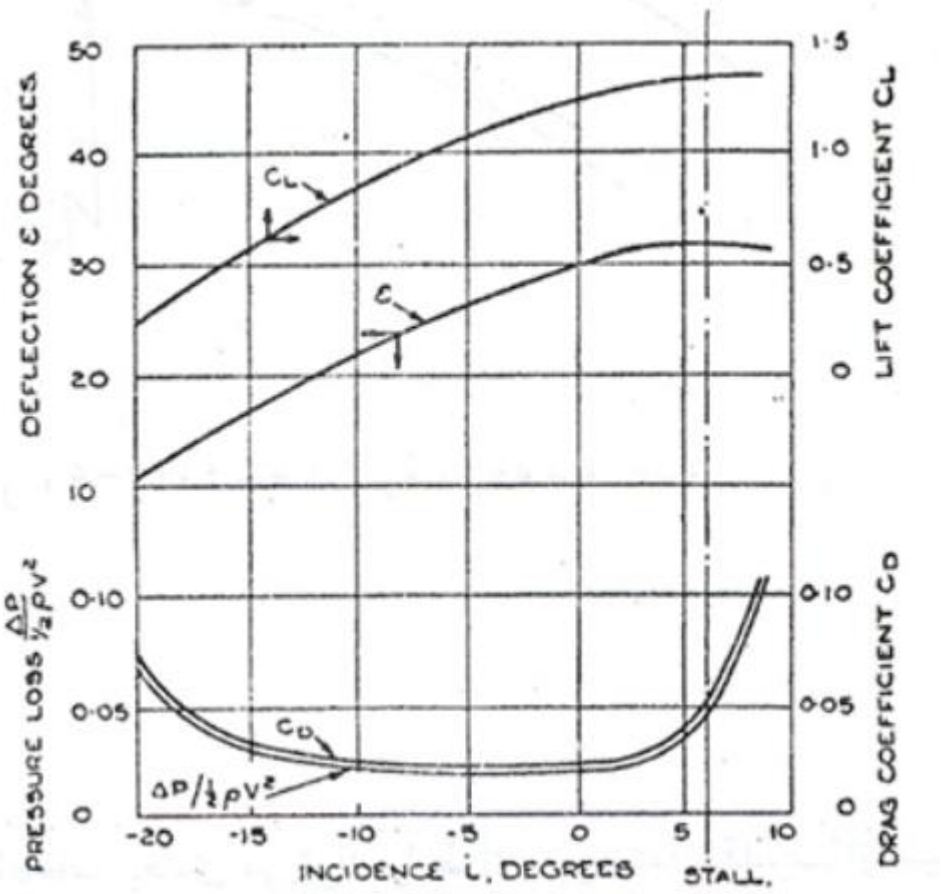
دسته پره های Cascade

مجموعه پره هایی که در یک ردیف کنار هم با فاصله های یکسان موازی و هم اندازه با هم قرار می گیرند دسته پره می گویند.و در بررسی جریان روی یک سطح جریان دو بعدی مورد بحث قرار می گیرد.فاصله هر دو پره متوالی در دسته پره ها را گام S می نامند. گام به همراه زاویه حمله چگونگی قرار گرفتن پره را روی دسته پره مشخص می کنند. نسبت $\frac{C}{S}$ = گام/طول وتر را استواری گویند.

معمولا ارتفاع پره را سه برابر یا بیشتر نسبت به طول وتر می سازند. تغییرات فشار در حوالی انتهای دو پره بیشتر از نواحی بین دو پره می باشد.در انتهای پره کاهش چشمگیری در فشار کل دیده می شود.علت افت فشار سیال در اثر لایه مرزی و ناحیه در صورت وجود جدایی می باشد.



دسته پره های Cascade



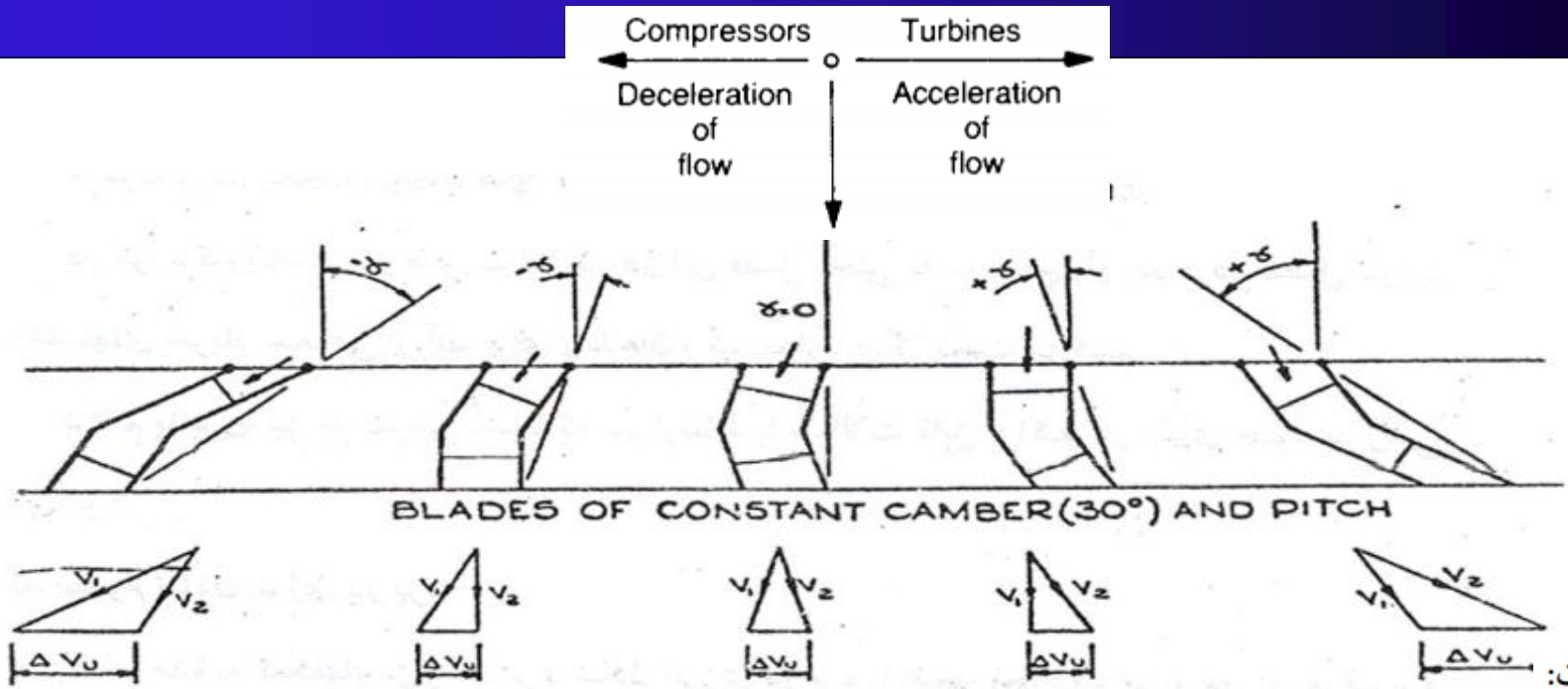
قبل از استال (جدایش جریان):

با افزایش زاویه برخورد-ضریب لیفت و زاویه چرخش افزایش و ضریب درگ و ضریب افت فشار کاهش می یابد.

بعد از استال (جدایش جریان):

با افزایش زاویه برخورد-ضریب لیفت و زاویه چرخش کاهش و ضریب درگ و ضریب افت فشار افزایش می یابد.

تاثیر زاویه حمله بر سرعت و فشار



تغییرات سرعت:

$V_{r1} \rangle\rangle V_{r2}$ $V_{r1} \rangle V_{r2}$ $V_{r1} = V_{r2}$ $V_{r1} \langle V_{r2}$ $V_{r1} \langle\langle V_{r2}$

تغییرات فشار:

$P_2 \rangle\rangle P_1$ $P_2 \rangle P_1$ $P_2 = P_1$ $P_2 \langle P_1$ $P_2 \langle\langle P_1$

نیروهای بالابر و پسا و ضرایب بالابر و پسا

نیروهای بالابر و پسا نیروهایی هستند که بعد از برخورد سیال متحرک به جسم و با حرکت جسم با سرعت در سیال بوجود می آید نیروی بالا بر همان اختلاف فشار دو طرف پره می باشد که به پره در جهت عمود بر امتداد حرکت سیال نیرو وارد می کند. و با علامت L نشان داده می شود . اما نیروی پسا نیرویی مقاوم در برابر حرکت سیال یا پره می باشد و در اثر وجوداصطکاک و جدائی بوجود می آید با علامت D نشان داده میشود

$$C_l = \frac{L/A_l}{1/2\rho V^2} = \frac{L/(C\times \ell)}{1/2\rho V^2}$$

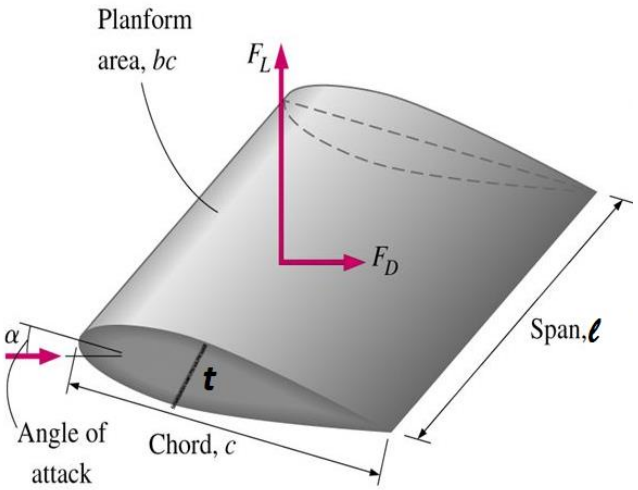
برا(بالا برنده)

$$A_l = C.l$$

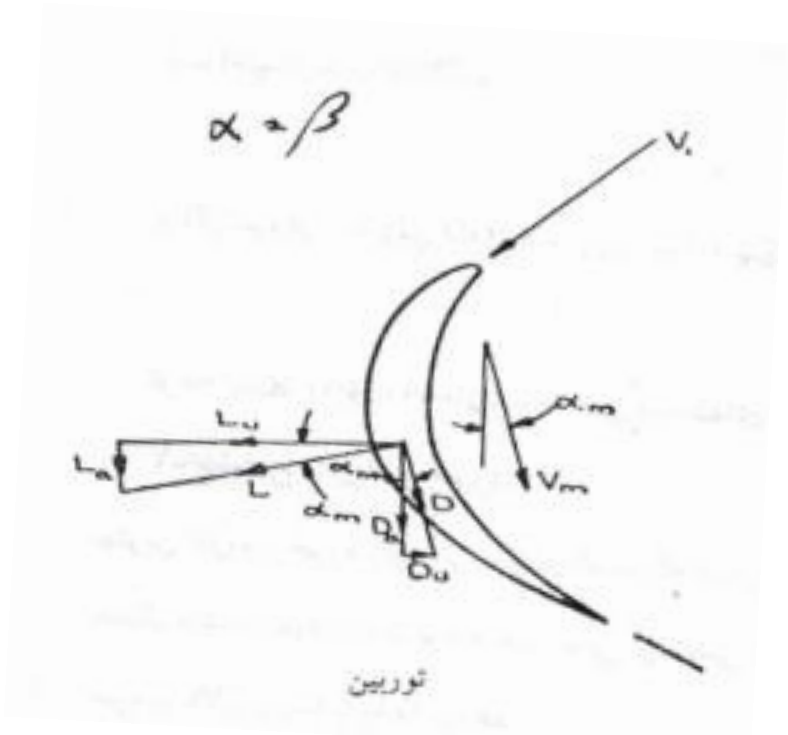
$$C_D = \frac{D/A_d}{1/2\rho V^2} = \frac{D/t\cdot \ell}{1/2\rho V^2}$$

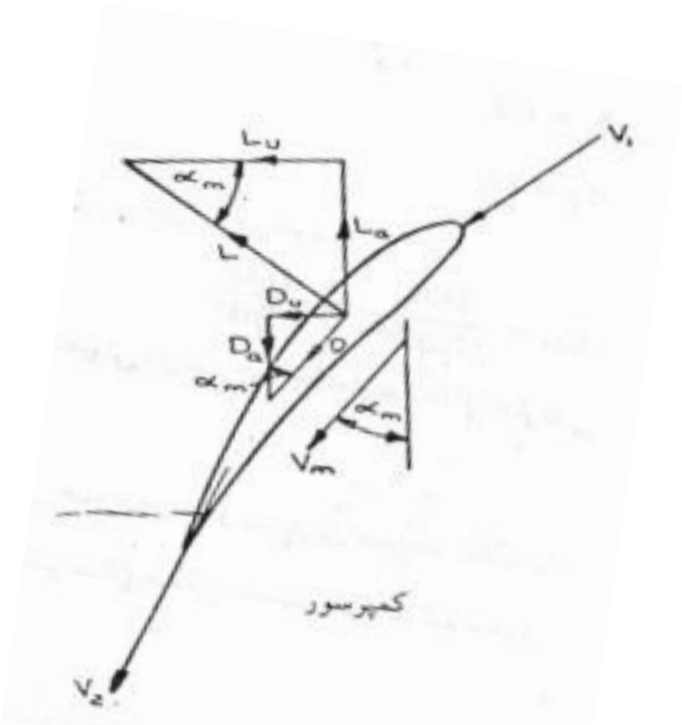
پَسا(بازدارنده)

$$A_d = t.L$$



نیروهای بالابر و پسا برای پره توربین و کمپرسور





نکته : نیروی بالابر عمود بر **سرعت نسبی متوسط** پره می باشدو نیروی پسا در امتداد **سـرعت نسـبی متوسـط** سـیال است

$$F_a = F_l \times \sin\beta_m \pm F_D \times COS\beta_m$$

(-) پمپ و کمپرسور (+) توربین

$$F_u = F_l \times \cos\beta_m \pm F_D \times \sin\beta_m$$

(+) پمپ و کمپرسور (-) توربین

نیروهای بالابر و پسا برای پره توربین و کمپرسور

$$F_L = C_l \times \frac{\rho \times V_m^{\,2}}{2} \times A$$

$$F_D = C_D \times \frac{\rho \times V_m^{\,2}}{2} \times A$$

$$F_a = \frac{\rho \times V_m^{\,2}}{2} \times A(C_D Cos\beta_m \pm C_L Sin\beta_m)$$

$$F_u = \frac{\rho \times V_m^{\,2}}{2} \times A(C_L Cos\beta_m \pm C_D Sin\beta_m)$$

$$V_m = \frac{V_a}{Cos\beta_m}$$

$$F_a = \frac{\rho \times V_a^{\,2}}{2} \times c \times h \times \frac{(C_D Cos\beta_m \pm C_L Sin\beta_m)}{Cos^2\beta_m}$$

(-) پمپ و کمپرسور
(+) توربین

$$F_u = \frac{\rho \times V_a^{\,2}}{2} \times c \times h \times \frac{(C_l Cos\beta_m \pm C_d Sin\beta_m)}{Cos^2\beta_m}$$

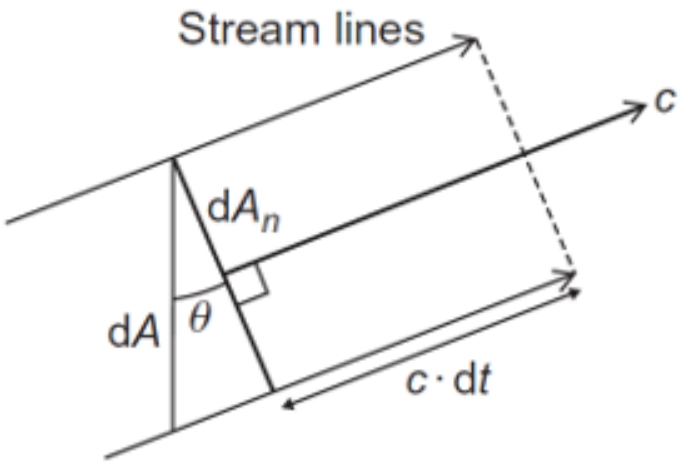
(+) پمپ و کمپرسور
(-) توربین

قوانین اصلی

قوانین اصلی انتگرالی

- اصل بقای جرم
- اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)
- معادله مومنتوم (خطی و زاویه‌ای)
- قانون دوم ترمودینامیک

اصل بقای جرم



$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} = \rho c dA_n$$

برای جریان پایدار بین دو مقطع ۱ و ۲ از یک کانال

$$\dot{m} = \rho_1 c_1 A_{n1} = \rho_2 c_2 A_{n2} = \rho c A_n$$

اصل بقای انرژی (قانون اول ترمودینامیک)

جریان پایدار بین دو مقطع ۱ و ۲ از یک وسیله تک‌ورودی-تک‌خروجی

$$\dot{Q} - \dot{W}_x = \dot{m}\left[(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1)\right]$$

$$h_0 = h + \frac{1}{2}c^2$$

آنتالپی کل

$$\dot{Q} - \dot{W}_x = \dot{m}(h_{02} - h_{01})$$

توربین

$$\dot{W}_x = \dot{W}_t = \dot{m}(h_{01} - h_{02})$$

کمپرسور

$$\dot{W}_c = -\dot{W}_x = \dot{m}(h_{02} - h_{01})$$

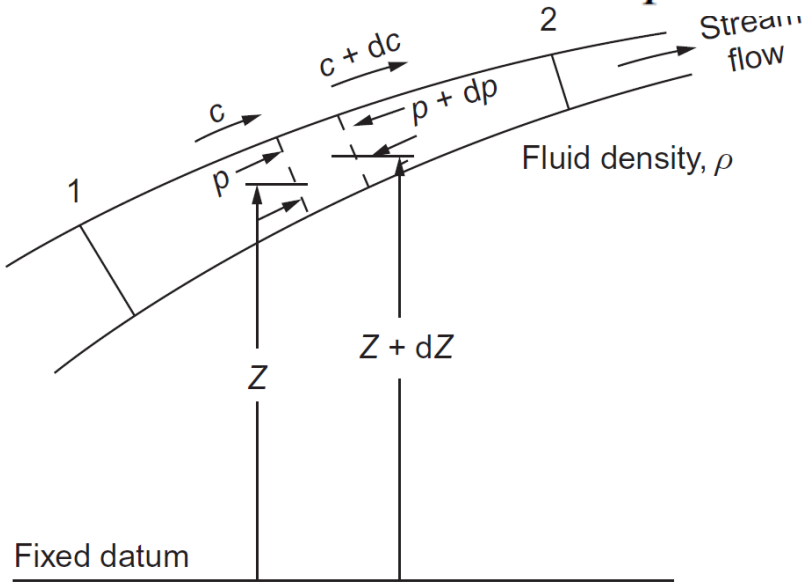
معادله برنولی (حالتی خاص از معادله بقای انرژی)

$$\frac{1}{\rho}\mathrm{d}p + c\mathrm{d}c + g\mathrm{d}z = 0$$

$$\int_1^2 \frac{1}{\rho}\mathrm{d}p + \frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) = 0$$

$$\frac{1}{p}(p_{02} - p_{01}) + g(z_2 - z_1) = 0$$

$$H_2 - H_1 = 0$$



که H هد جریان می‌باشد
و بصورت زیر تعریف می‌شود

$$\boldsymbol{H = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z}$$

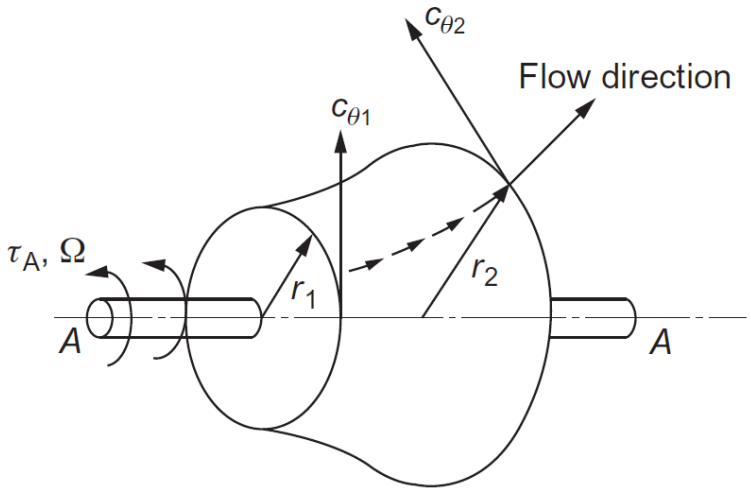
معادله مومنتم

- مومنتوم خطی

جریان پایدار بین دو مقطع ۱ و ۲ از یک کانال

$$\sum F_x = \dot{m}(c_{x2} - c_{x1})$$

- مومنتوم زاویه ای



جریان پایدار بین دو مقطع ۱و ۲ از یک وسیله دورانی

$$\tau_A = \dot{m}(r_2 c_{\theta 2} - r_1 c_{\theta 1})$$

معادله کار اویلر

توان یک توربوماشین تک ورودی- تک خروجی:

$$\dot{W}_c = \tau_A \Omega = \dot{m}(U_2 c_{\theta 2} - U_1 c_{\theta 1})$$

کار مخصوص برای یک توربوماشین آدیاباتیک:

$$\Delta W_x = (h_{01} - h_{02}) = U_1 c_{\theta 1} - U_2 c_{\theta 2}$$

برای یک ردیف ثابت از پره (استاتور):

$$U = 0 \longrightarrow h_0 = \text{constant}$$

روتالپی (Rothalpy)

از معادله کار اویلر:

$$h_{01} - U_1 c_{\theta 1} = h_{02} - U_2 c_{\theta 2} \Rightarrow I = h_0 - U c_\theta = const.$$

که I روتالپی سیال است و داریم:

$$I = h + \frac{1}{2}c^2 - U c_\theta$$

همچنین بر مبنای سرعت نسبی میتوان نوشت:

$$I = h + \frac{1}{2}(w^2 + U^2 + 2U w_\theta) - U(w_\theta + U) = h + \frac{1}{2}w^2 - \frac{1}{2}U^2$$

$$I = h_{0,\mathrm{rel}} - \frac{1}{2}U^2$$

راندمان توربین

- راندمان کلی:

$$\eta_0 = \frac{\text{mechanical energy available at coupling of output shaft in unit time}}{\text{maximum energy difference possible for the fluid in unit time}}$$

- راندمان آیزنتروپیک یا راندمان هیدرولیکی:

$$\eta_t (\text{or } \eta_h) = \frac{\text{mechanical energy supplied to the rotor in unit time}}{\text{maximum energy difference possible for the fluid in unit time}}$$

و یا:

$$\eta_t (\text{or } \eta_h) = \frac{\text{actual work}}{\text{ideal (maximum) work}} = \frac{\Delta W_x}{\Delta W_{max}}$$

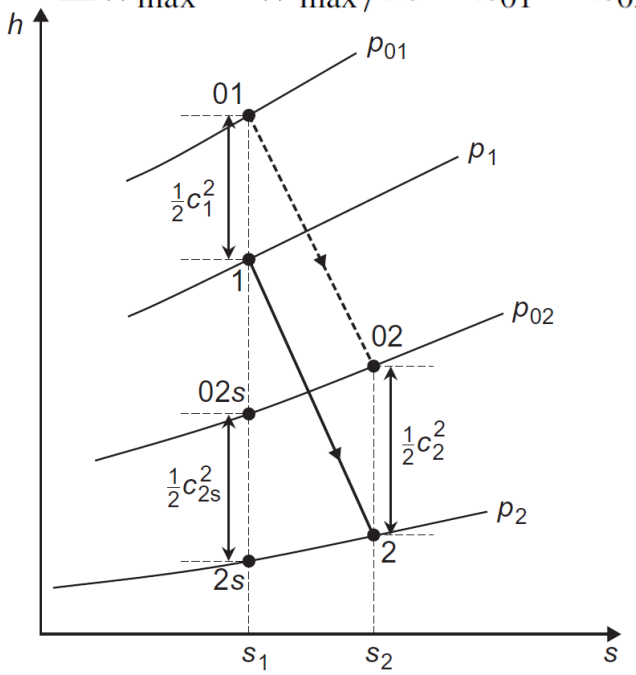
- راندمان مکانیکی:

$$\eta_m = \eta_0 / \eta_t (\text{or } \eta_0 / \eta_h)$$

- حالت اول: انرژی جنبشی سیال خروجی مورد استفاده باشد (مانند موتورهای جت و توربین‌های چندمرحله‌ای):

$$\Delta W_x = \dot{W}_x/\dot{m} = h_{01} - h_{02} = (h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2)$$

$$\Delta W_{\max} = \dot{W}_{\max}/\dot{m} = h_{01} - h_{02s} = (h_1 - h_{2s}) + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_{2s}^2)$$



$$\eta_{tt} = \Delta W_x/\Delta W_{\max} = (h_{01} - h_{02})/(h_{01} - h_{02s})$$

total-to-total efficiency

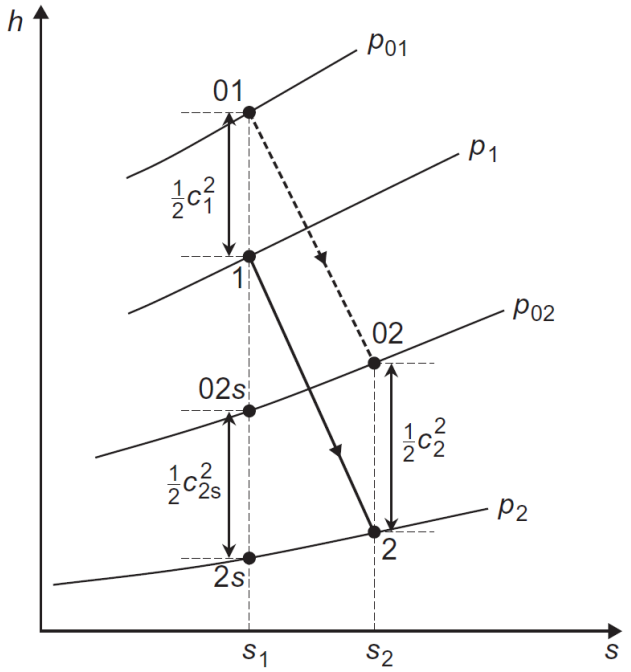
اگر تغییرات انرژی جنبشی ناچیز باشد:

$$\eta_{tt} = (h_1 - h_2)/(h_1 - h_{2s})$$

حالت دوم: انرژی جنبشی سیال خروجی تلف شود (سیال خروجی از توربین مستقیما به اتمسفر تخلیه شود):

$$\Delta W_x = \dot{W}_x/\dot{m} = h_{01} - h_{02} = (h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2)$$

$$\Delta W_{\max} = \dot{W}_{\max}/\dot{m} = h_{01} - h_{2s} = (h_1 - h_{2s}) + \frac{1}{2}c_1^2$$



$$\eta_{ts} = \Delta W_x/\Delta W_{\max} = (h_{01} - h_{02})/(h_{01} - h_{2s})$$

total-to-static efficiency

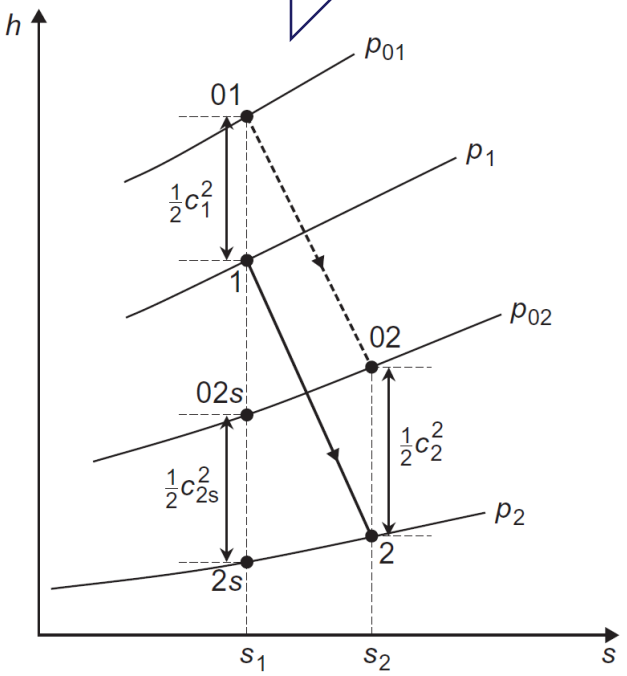
اگر تغییرات انرژی جنبشی ناچیز باشد:

$$\eta_{ts} = (h_1 - h_2)/\left(h_1 - h_{2s} + \frac{1}{2}c_1^2\right)$$

$$\dot{W}_{\max} = \dot{m}\left[\frac{1}{\rho}(p_1 - p_2) + \frac{1}{2}(c_1^2 - c_2^2) + g(z_1 - z_2)\right] = \dot{m}g(H_1 - H_2)$$

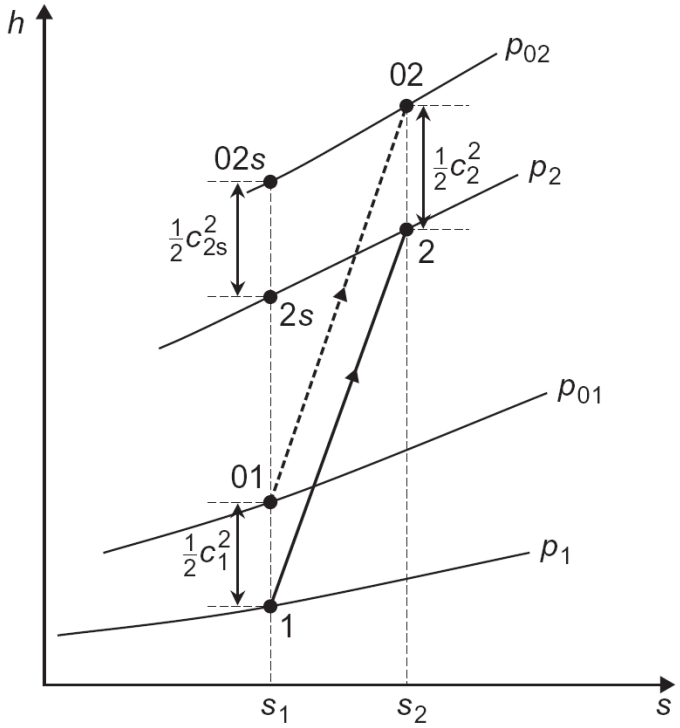
از قانون اول ترمودینامیک

$$\eta_h = \frac{\dot{W}_x}{\dot{W}_{\max}} = \frac{\Delta W_x}{g[H_1 - H_2]}$$



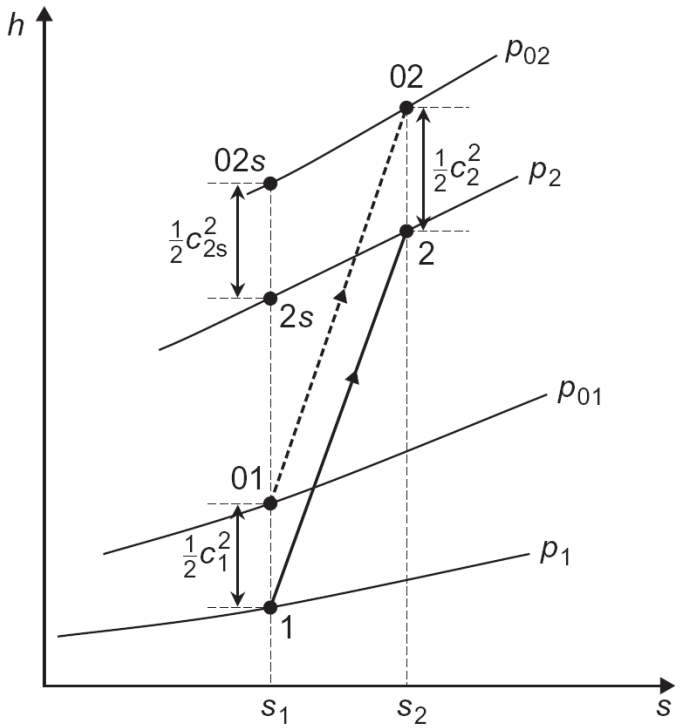
$$\eta_c(\text{or } \eta_h) = \frac{\text{useful (hydrodynamic) energy input to fluid in unit time}}{\text{power input to rotor}}$$

$$\eta_o = \frac{\text{useful (hydrodynamic) energy input to fluid in unit time}}{\text{power input to coupling of shaft}}$$



$$\eta_m = \eta_o/\eta_c(\text{or } \eta_o/\eta_h)$$

$$\eta_c = \frac{\text{ideal (minimum) work input}}{\text{actual work input}} = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}}$$



اگر تغییرات انرژی جنبشی ناچیز باشد:

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

راندمان پمپ

$$\eta_{\mathrm{h}} = \frac{\dot{W}_{\min}}{\dot{W}_{\mathrm{c}}} = \frac{g[H_2 - H_1]}{\Delta W_{\mathrm{c}}}$$