فصل ۳: فشار و استاتیک سیال

میلاد نادری
دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا
Naderi.m@aut.ac.ir
نیمسال ۹۶-۹۷

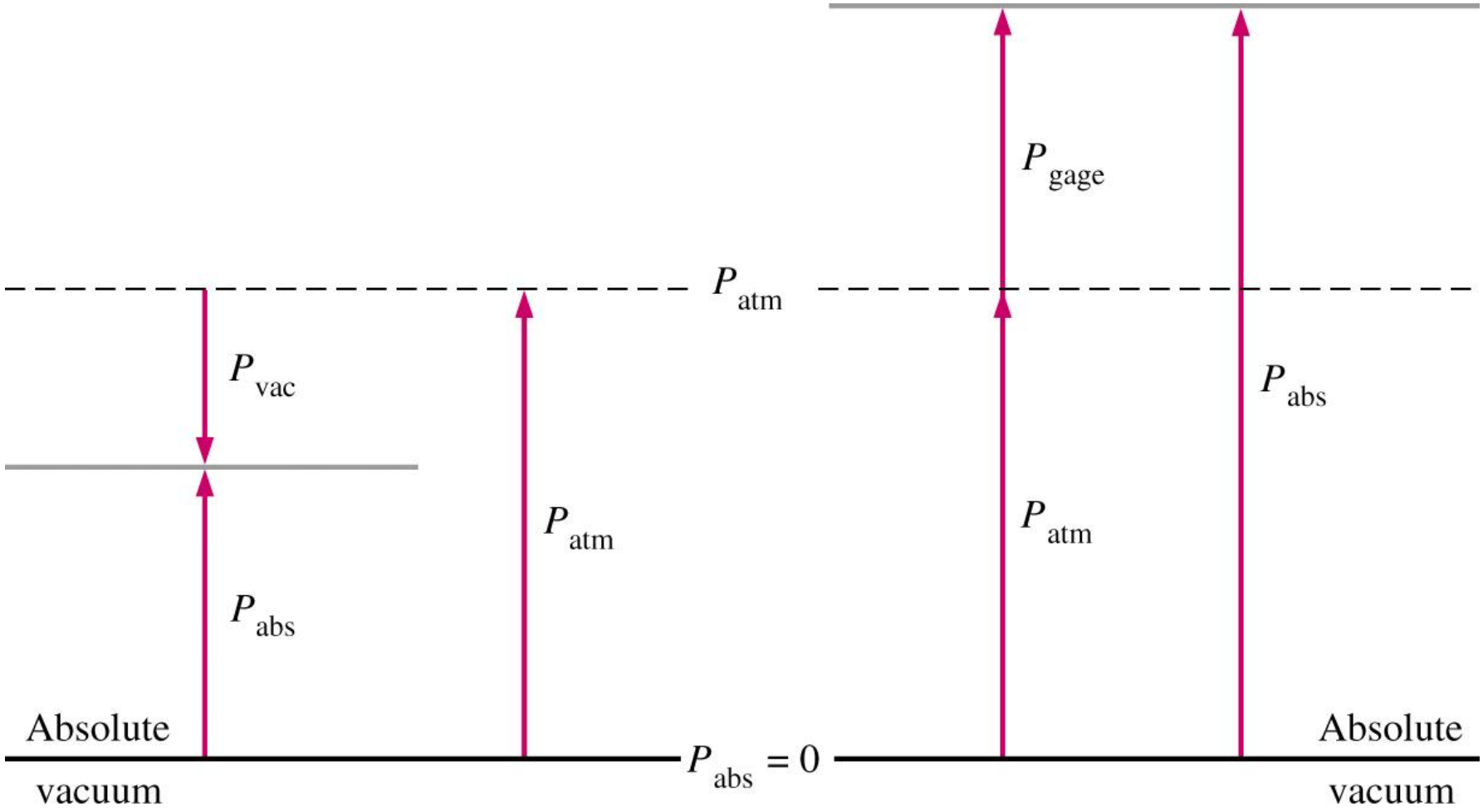
فشار

- **فشار** نیروی قائم وارد بر یک سیال در واحد سطح می باشد.
- واحد فشار N/m^2 است که Pascal نامیده می شود.
- از آنجایی که واحد فشار (Pa) برای فشارهایی که در واقعیت وجود دارد، خیلی کوچک است معمولاً از واحدهای کیلوپاسکال ($1\ kPa = 10^3\ Pa$) و مگا پاسکال ($1\ MPa = 10^6\ Pa$) استفاده می شود.
- واحد های دیگر فشار *bar, atm, kgf/cm², lbf/in²=psi* می باشند.

فشار مطلق، فشار گیج و فشار خلاء

- فشار واقعی در یک نقطه معین فشار مطلق نامیده می شود.
- بیشتر تجهیزات اندازه گیری فشار بر اساس عدد صفر در اتمسفر مدرج شده اند و بنابراین آنها فشار گیج (فشار نسبی) را نشان می دهند $P_{gage}=P_{abs}-P_{atm}$
- فشارهای کمتر از فشار اتمسفریک فشار خلاء نامیده میشود. $P_{vac}=P_{atm}-P_{abs}$

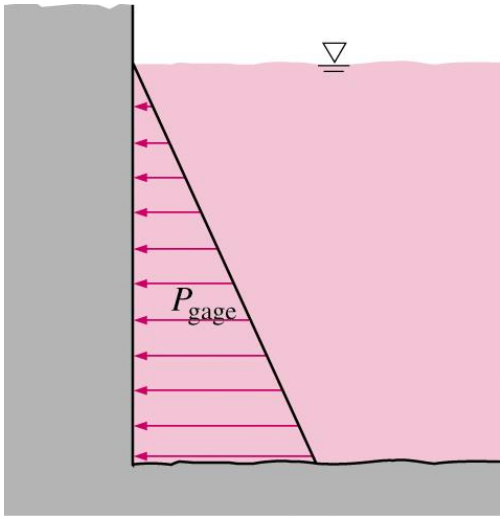
فشار مطلق، فشار گیج و فشار خلاء



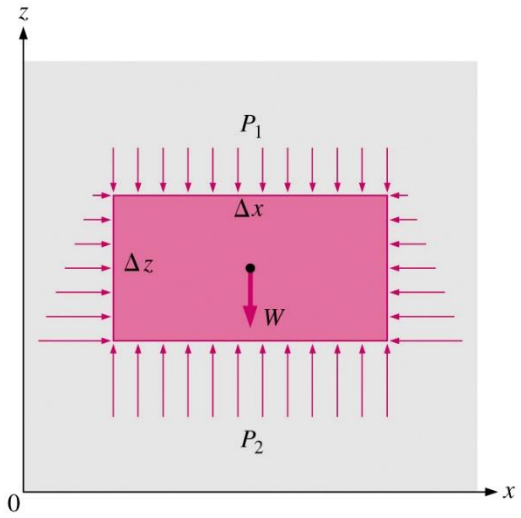
فشار در یک نقطه

- فشار در هر نقطه داخل سیال در همه جهات برابر است.
- فشار مقدار دارد اما جهت مشخصی ندارد بنابراین فشار کمیتی اسکالر است.

تغییر فشار با عمق



- در حضور میدان گرانشی (جاذبه)، فشار با عمق افزایش می یابد زیرا سیال بیشتری در لایه های عمیق تر در حالت سکون قرار دارد.
- به منظور استخراج رابطه ای برای تغییرات فشار با عمق یک المان مستطیلی را در نظر بگیرید.
  - تعادل نیروها در جهت z :



$$\sum F_z = ma_z = 0$$

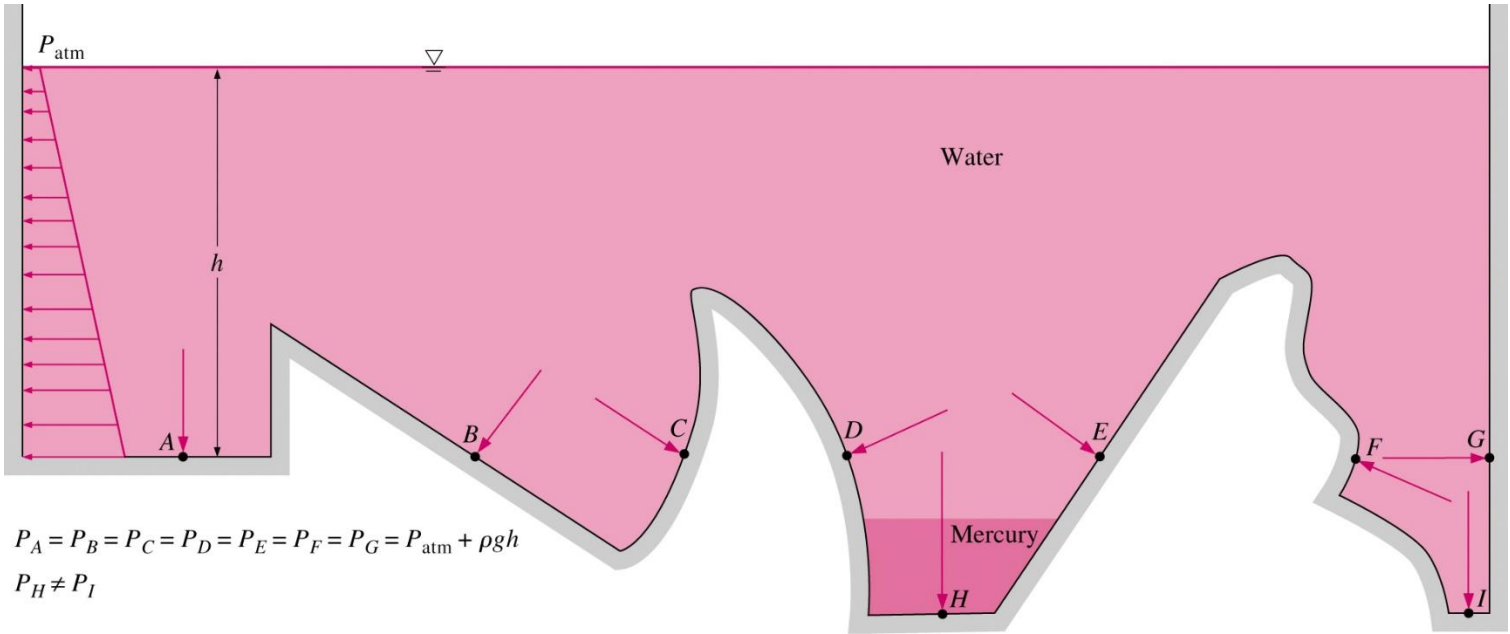
$$P_2\Delta x - P_1\Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

- با تقسیم کردن رابطه فوق بر Δx و مرتب سازی آن داریم:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta z = \gamma_s \Delta z$$

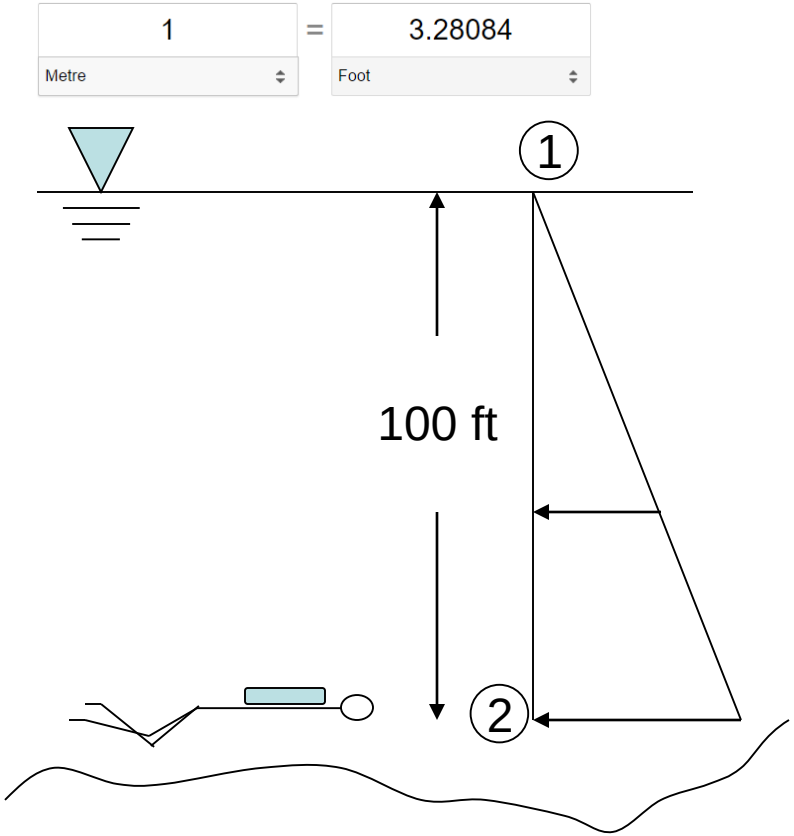
تغییر فشار با عمق

- فشار در یک سیال در حال سکون مستقل از شکل ظرف (محفظه) است.
- فشار در همه نقاط روی یک صفحه افقی در یک سیال مشخص برابر است.



غواصی و فشار هیدرواستاتیک

غواصی و فشار هیدرواستاتیک



- فشار روی یک غواص در عمق ۱۰۰ فوت؟

$$P_{gage,2} = \rho g z = \left(998\frac{kg}{m^3}\right)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(100\,ft)\left(\frac{1m}{3.28\,ft}\right)$$

$$= 298.5kPa\left(\frac{1atm}{101.325kPa}\right) = 2.95atm$$

$$P_{abs,2} = P_{gage,2} + P_{atm} = 2.95atm + 1atm = 3.95atm$$

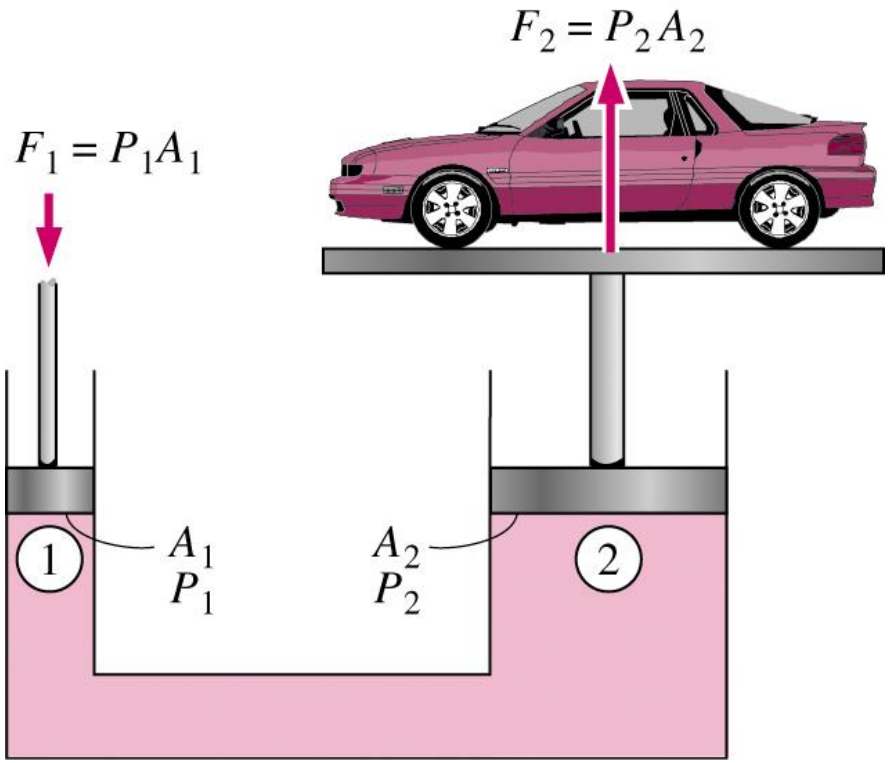
- خطر صعود اضطراری؟

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad \text{Boyle's law}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3.95atm}{1atm} \approx 4$$

اگر در حین صعود نفس خود را نگه دارید؛ حجم ریه شما با ضریب ۴ افزایش می یابد که منجر به آمبولی (انسداد جریان خون) و یا حتی مرگ خواهد شد.

قانون پاسکال



- اگر به یک سیال بسته فشار اعمال شود، فشار در سرتاسر سیال به یکسان افزایش خواهد یافت.

- در تصویر پیستون ها ارتفاع برابری دارند بنابراین:

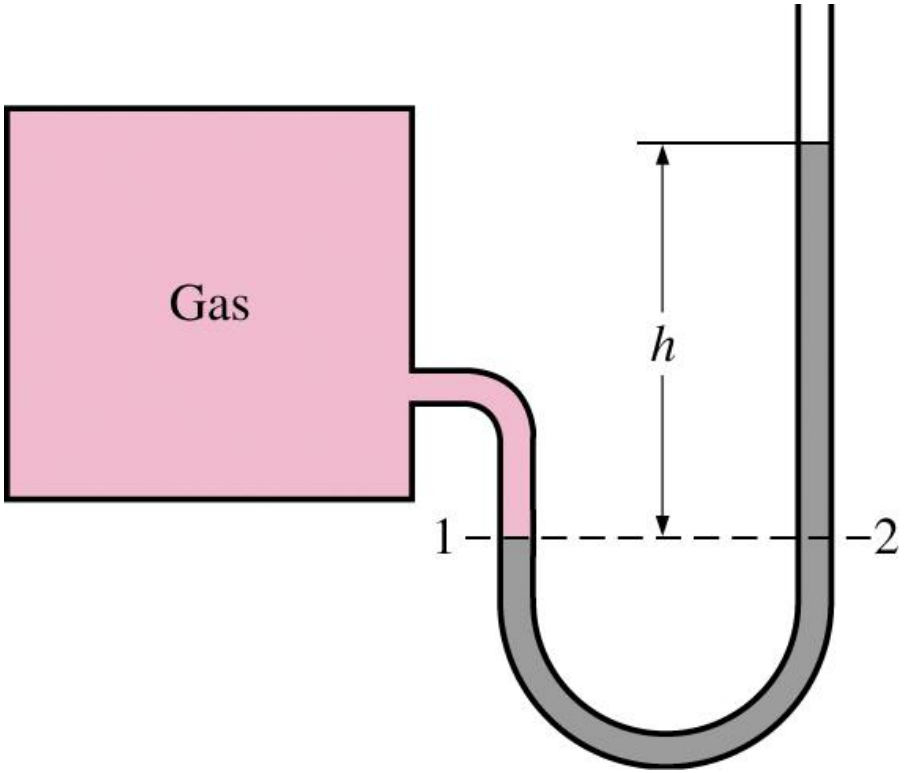
$$P_1 = P_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

- نسبت A_2/A_1 ؛ مزیت مکانیکی ایده آل نامیده می شود.

مانومتر

تغییر ارتفاع Δz در یک سیال در حال سکون متناظر است با $\Delta P/\rho g$.

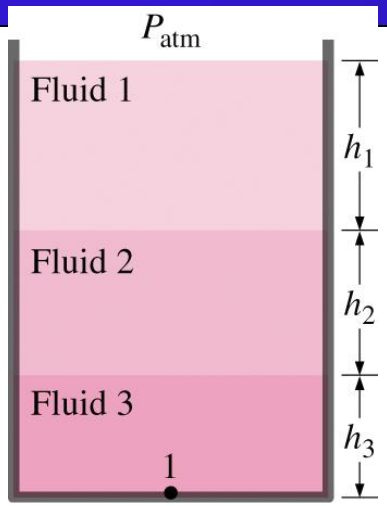
- وسیله ای که بر این مبنا باشد **مانومتر** نام دارد.
- مانومتر یک لوله **U** شکل است که شامل یک و یا تعداد بیشتری سیال مانند جیوه، آب، الکل یا نفت است.
- از سیال های سنگین مانند جیوه در مانومترها زمانی استفاده می شود که اختلاف فشارهای زیادی وجود داشته باشد.



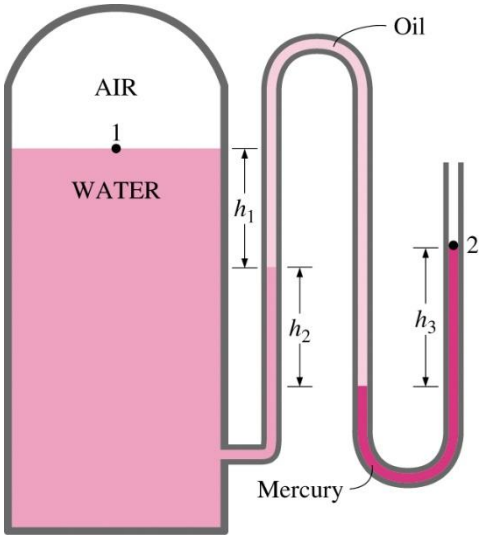
$$P_1 = P_2$$

$$P_2 = P_{atm} + \rho g h$$

مانومتر با چند سیال



$$P_2 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 = P_1$$

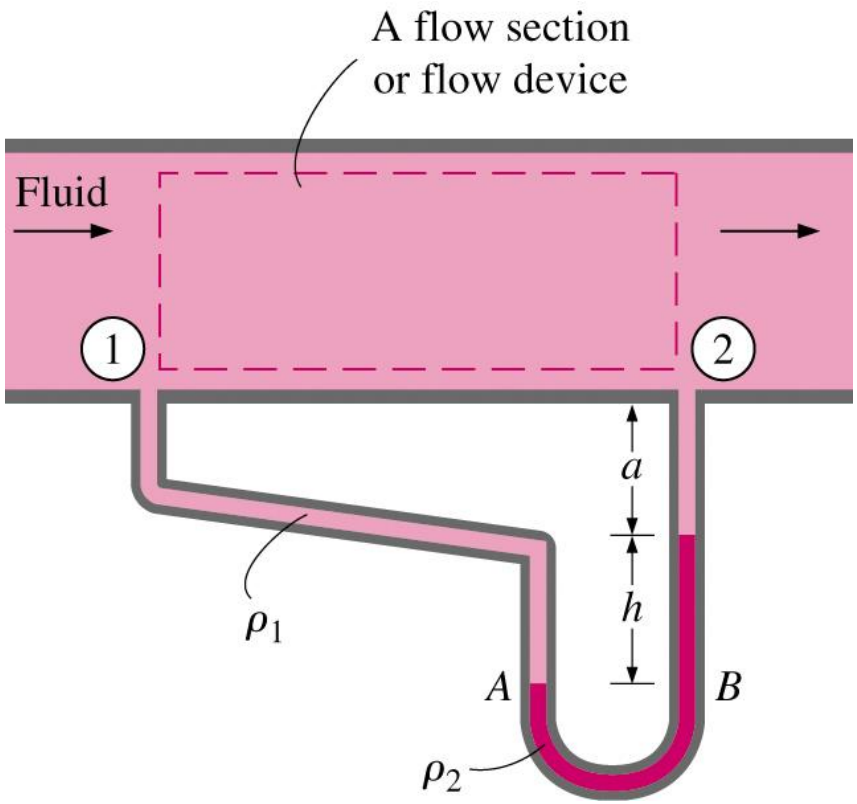


برای سیستم های شامل چند سیال:

- تغییر فشار در امتداد یک ستون سیال به ارتفاع h برابر است با $\Delta P = \rho g h$.
- *فشار به سمت پایین افزایش و به سمت بالا کاهش می یابد.*
- دو نقطه در **ارتفاع یکسان** در یک **سیال پیوسته** فشار یکسانی دارند.
- فشار می تواند با اضافه و کم کردن ترم های $\rho g h$ تعیین شود.

$$P_{air} = P_{atm} + g\left(\rho_{mercury} h_3 - \rho_{oil} h_2 - \rho_{water} h_1\right)$$

اندازه گیری افت فشار

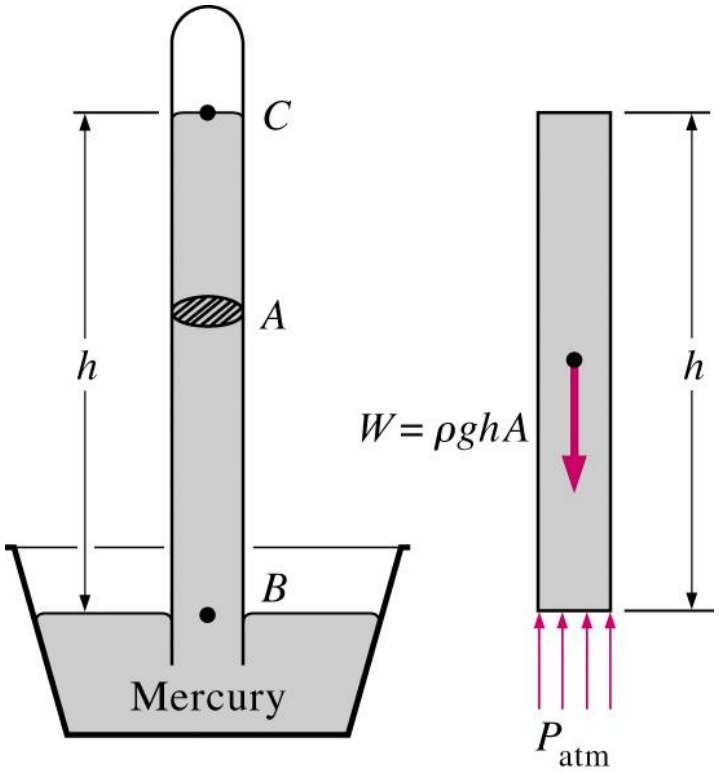


- مانومترها ابزارهای بسیار مناسبی برای اندازه گیری افت فشار در امتداد شیرها، لوله ها، مبدل های حرارتی و ... هستند.
- رابطه افت فشار P_1-P_2 با شروع از نقطه ۱ و اضافه و یا کم کردن ترم های ρgh تا رسیدن به نقطه ۲ بدست می آید.
- اگر سیال داخل لوله گاز باشد آنگاه $\rho_2 >> \rho_1$ و میتوان نوشت:

$$P_1 - P_2 = \rho_2 gh$$

بارومتر

- فشار اتمسفریک به وسیله بارومتر اندازه گیری می شود، بنابراین برخی اوقات فشار اتمسفریک، فشار بارومتریک نیز نامیده میشود.
- P_C میتواند صفر در نظر گرفته شود زیرا فقط بخار جیوه بالای نقطه C قرار دارد که فشار آن خیلی کمتر از فشار اتمسفر است.



$$P_C + \rho g h = P_{atm}$$

$$P_{atm} = \rho g h$$

استاتیک سیالات

- **استاتیک سیالات با مسائلی سر و کار دارد که مرتبط با سیالات در حال سکون می باشد.**
- در استاتیک سیالات، حرکت نسبی بین لایه های مجاور سیال وجود ندارد.
- بنابراین تنش برشی که سعی بر تغییر شکل سیال دارد در این حالت وجود نخواهد داشت
- تنها تنشی که در استاتیک سیالات وجود دارد، تنش نرمال است.
  - تنش نرمال ناشی از فشار است
  - تغییر فشار فقط ناشی از وزن سیال است← استاتیک سیالات فقط در حضور میدان های ثقلی وجود دارد.
- کاربرد: اجسام شناور یا مغروق، سد ها و دروازه های آبی، مخازن نگهداری مایعات و ....

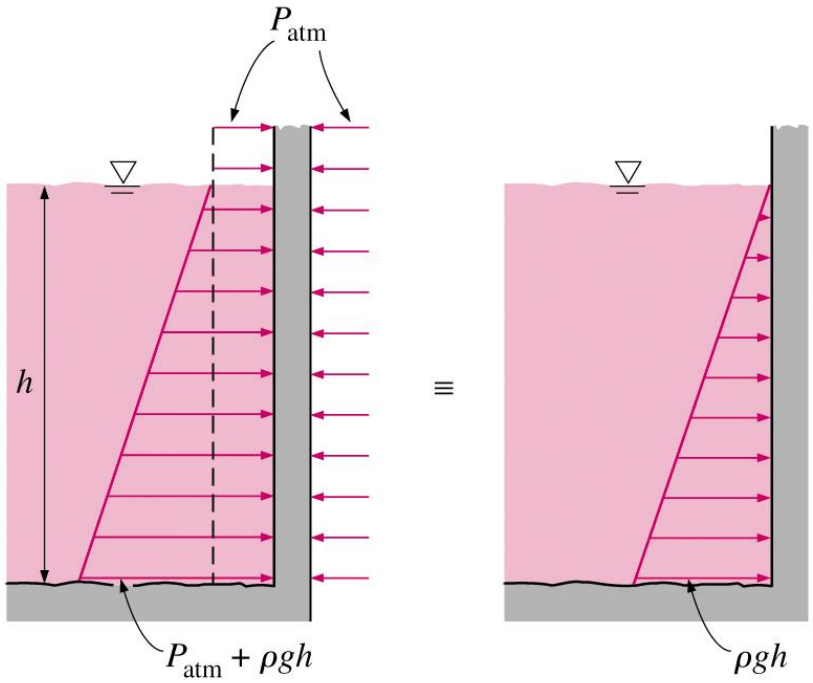
سد زاینده رود

سد زاینده رود

سد زاینده رود

- مثال از تبدیل هد ارتفاع z به هد سرعت $V^2/2g$.
- این مبحث با جزئیات در فصل ۵ (معادله برنولی) توضیح داده خواهد شد.

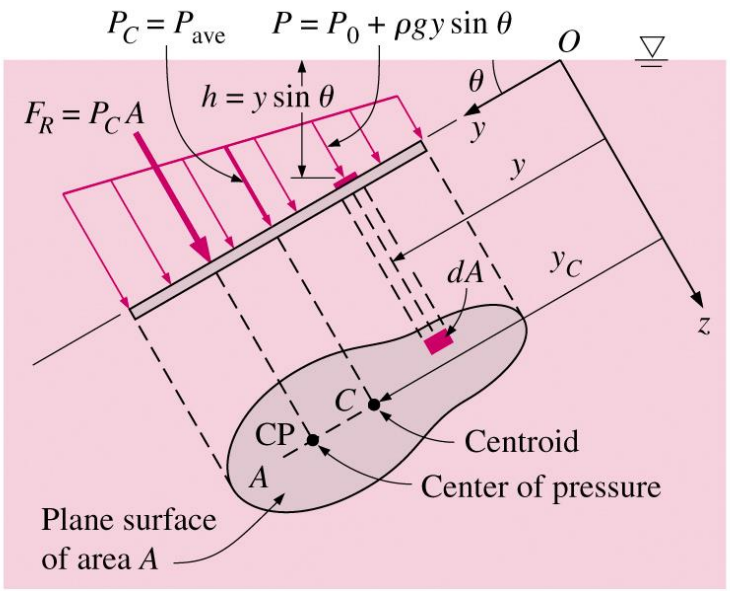
نیروهای هیدرواستاتیک روی صفحات مسطح

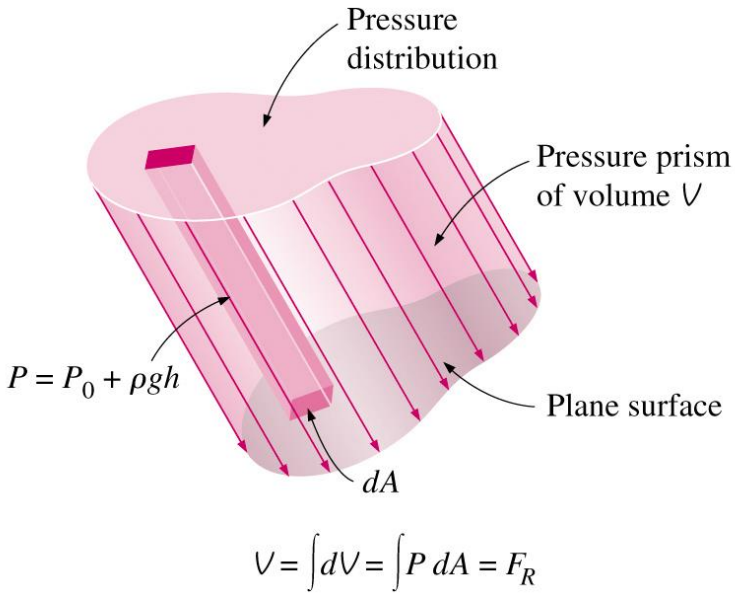


(*a*) P_{atm} considered (*b*) P_{atm} subtracted

- روی یک صفحه صاف، نیروهای هیدرواستاتیک، یک سیستم از نیروهای موازی هستند.
- برای بسیاری از کاربردها، مقدار و موقعیت اثر نیرو (که **مرکز فشار** نامیده می شود) باید تعیین شود.
- اگر فشار اتمسفریک بر هر دو سمت صفحه اعمال شود، می توان از آن صرفنظر کرد.

نیروی برآیند

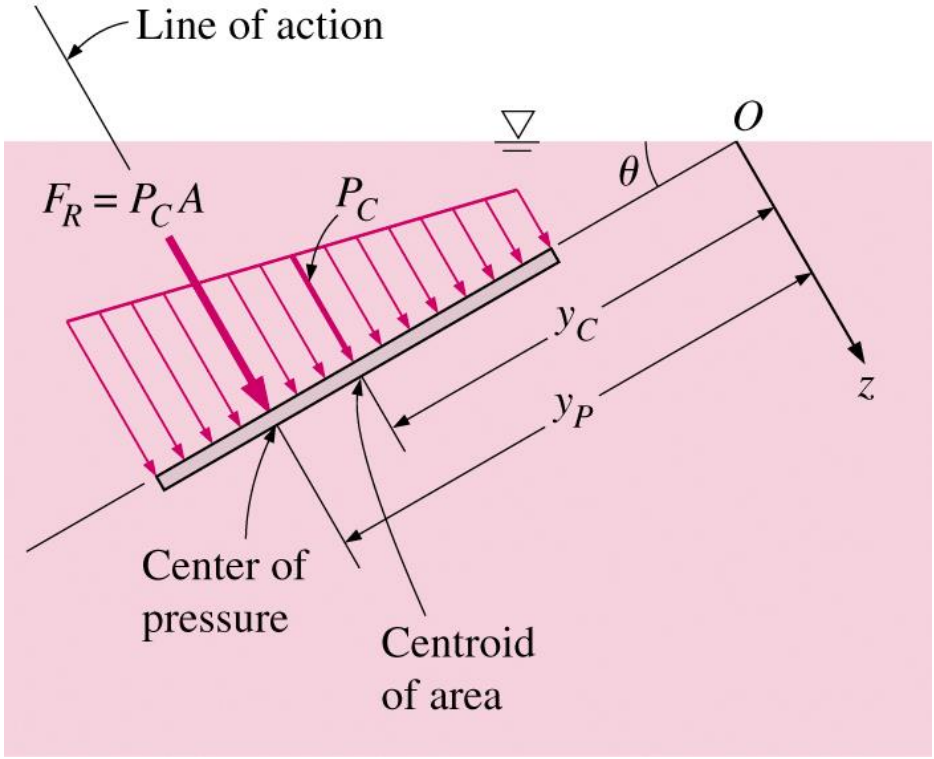




مقدار نیروی برآیندی که روی یک صفحه مسطح کاملاً مغروق در سیال همگن وارد می شود، برابر است با حاصلضرب فشار مرکز سطح (P_C) در مساحت آن صفحه A.

$$F_R = P_C \cdot A$$

مرکز فشار

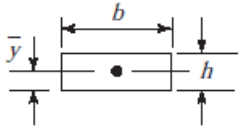
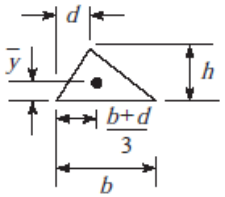
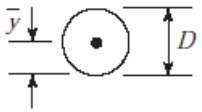
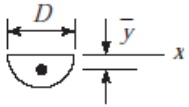
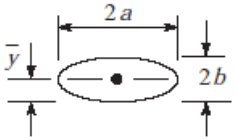
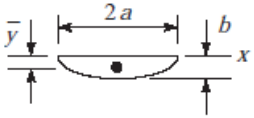


- لزوماً خط اثر نیروی برآیند $F_R=P_CA$ از مرکز سطح صفحه عبور نمی کند. در حالت کلی مرکز فشار (محل عبور خط اثر نیرو) زیر مرکز سطح قرار می گیرد.
- موقعیت عمودی **مرکز فشار** از تساوی گشتاور نیروی برآیند با گشتاور نیروی فشار توزیع شده بدست می آید.

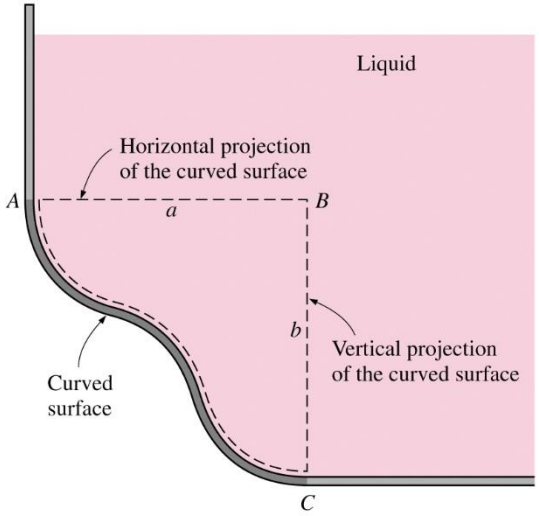
$$y_p = y_C + \frac{I_{xx,C}}{y_c A}$$

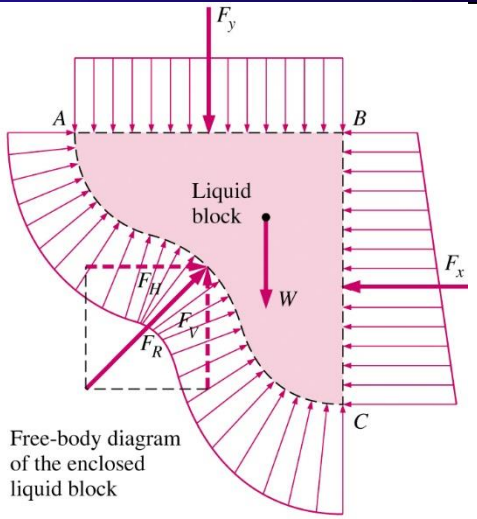
- $I_{xx,C}$ (ممان اینرسی سطح حول محور x که از نقطه C می گذرد) را می توان برای شکل های ساده از جداول بدست آورد.
- تمرین: روابط این بخش را اثبات کنید.
- تمرین: چرا مرکز فشار زیر مرکز سطح قرار می گیرد.

ممان اینرسی سطح (ممان دوم سطح)

	Sketch	Area	Centroid	Second moment
Rectangle		bh	$\bar{y} = h/2$	$\bar{I} = bh^3/12$ $\bar{I}_{xy} = 0$
Triangle		$bh/2$	$\bar{y} = h/3$	$\bar{I} = bh^3/36$ $\bar{I}_{xy} = (b - 2d)bh^3/72$
Circle		$\pi D^2/4$	$\bar{y} = r$	$\bar{I} = \pi D^4/64$
Semicircle		$\pi D^2/8$	$\bar{y} = 4r/3\pi$	$I_x = \pi D^4/128$
Ellipse		πab	$\bar{y} = b$	$\bar{I} = \pi ab^3/4$
Semiellipse		$\pi ab/2$	$\bar{y} = 4b/3\pi$	$I_x = \pi ab^3/8$

نیروهای هیدرواستاتیک روی سطوح منحنی





- F_R روی یک سطح انحنا دار پیچیده تر است زیرا محاسبه آن نیازمند انتگرال گیری از نیروهای فشاری است که جهت آنها در امتداد سطح تغییر میکند.
- ساده ترین راه حل: تعیین مولفه های افقی F_H و عمودی F_V به صورت جداگانه

نیروهای هیدرواستاتیک روی سطوح منحنی

- مولفه نیروی افقی روی سطوح منحنی: $F_H=F_x$ ، خط اثر روی صفحه قائم به ما مختصه y مرکز فشار روی سطح انحنادار را می دهد.
- مولفه عمودی نیرو روی سطح منحنی: $F_V=Fy+W$ که W وزن سیال داخل بلوک فرضی می باشد $W=\rho g V$. مختصه x مرکز فشار ترکیب خط اثر روی صفحه افقی (مرکز سطح) و خط اثر گذرنده از حجم می باشد (مرکز حجم)
- مقدار نیروی برآیند: $F_R=(F_H^2+F_V^2)^{1/2}$
- زاویه نیرو: $\alpha = tan^{-1}(F_V/F_H)$

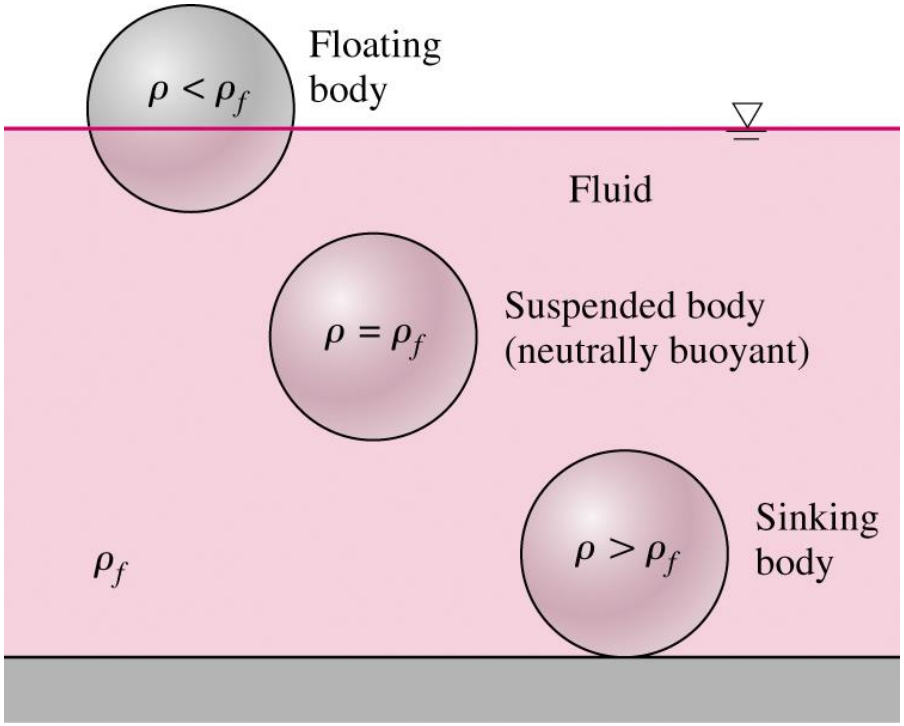
بویانسی و پایداری

- بویانسی ناشی از سیال جابجا شده توسط یک جسم می باشد.

$$F_B = \rho_f g V_{displaced}$$

- **اصل ارشمیدس:** نیروی بویانسی وارد بر یک جسم غوطه ور در یک سیال برابر است با وزن سیال جابجا شده توسط جسم. این نیرو رو به بالا بوده و از مرکز حجم سیال جابجا شده می گذرد.

بویانسی و پایداری



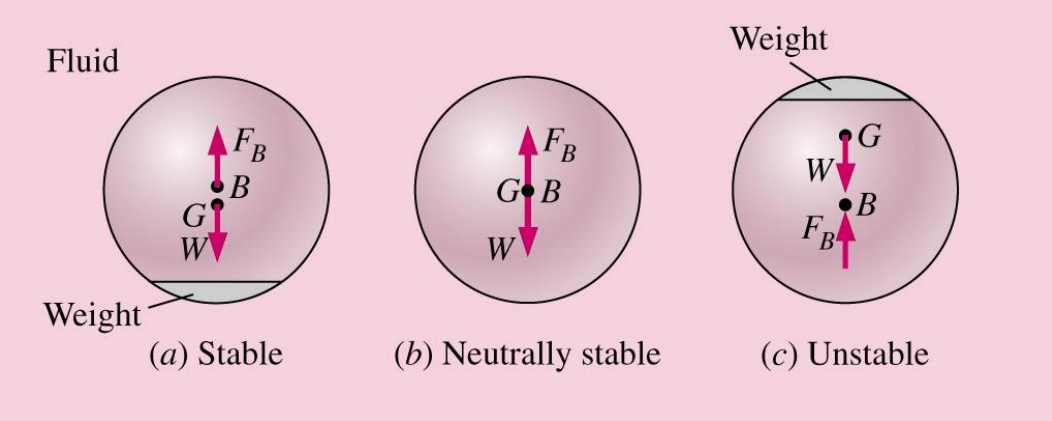
- ۳ سناریو امکان پذیر است:

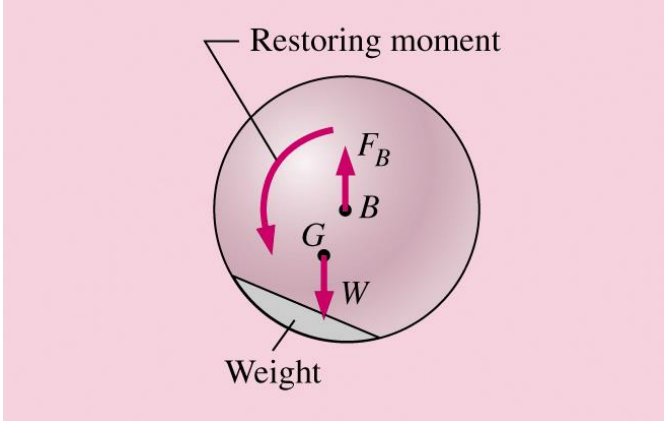
I. $\rho_{body} < \rho_{fluid}$: جسم شناور

II. $\rho_{body} = \rho_{fluid}$: جسم معلق (بویانسی خنثی)

III. $\rho_{body} > \rho_{fluid}$: جسم غرق شده

پایداری اجسام غوطه ور

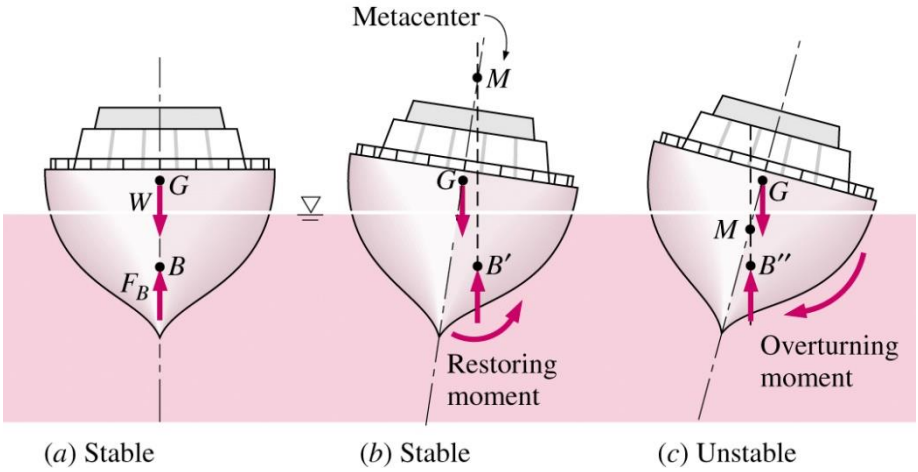




- پایداری اجسام غوطه ور بستگی به موقعیت نسبی مرکز ثقل G و مرکز بویانسی B دارد:
  - G زیر B : پایدار
  - G بالای B : ناپایا
  - G منطبق بر B: پایداری خنثی

پایداری اجسام شناور

- اگر قسمت های پایین جسم سنگین باشد (G پایین تر از B باشد) ، همیشه جسم پایدار است.
- همچنین اجسام شناور ممکن است در حالتی که G آنها بالاتر از B قرار دارد هم پایدار باشد که علت آن جابجایی موقعیت مرکز بویانسی و ایجاد ممان بازگرداننده خواهد بود.
- میزان پایداری برای اجسام شناور ارتفاع متاسنتریک GM است. اگر نقطه G زیر نقطه M باشد جسم شناور پایدار است.
- نقطه متاسنتر (M) از تلاقی راستای G و B بدست می آید.



$$GM = \frac{I_{xx}}{\nabla} - \forall$$

مسائل فصل ۳

مثال ۱

الف) در یک کوه فشار هوا معادل ۶۸۰ میلی متر جیوه است. این فشار را به کیلو پاسکال و همچنین بر حسب ارتفاع آب تبدیل نمایید. (چگالی مخصوص جیوه ۱۳/۶ است.)

ب) اگر ارتفاع اولیه ۲۰۰۰ متر باشد، با صعودی به اندازه ۵۰۰ متر فشار چه میزان تغییر می کند؟

حل الف – ۱)

$$p = \gamma_{Hg} h$$
$$= (9.81\ \text{kN/m}^3 \times 13.6) \times 0.680\ \text{m} = 90.7\ \text{kPa}$$

حل الف – ۲)

$$h = \frac{p}{\gamma_{H_2O}}$$
$$= \frac{90.7}{9.810} = 9.25\ \text{m of water}$$

حل ب)

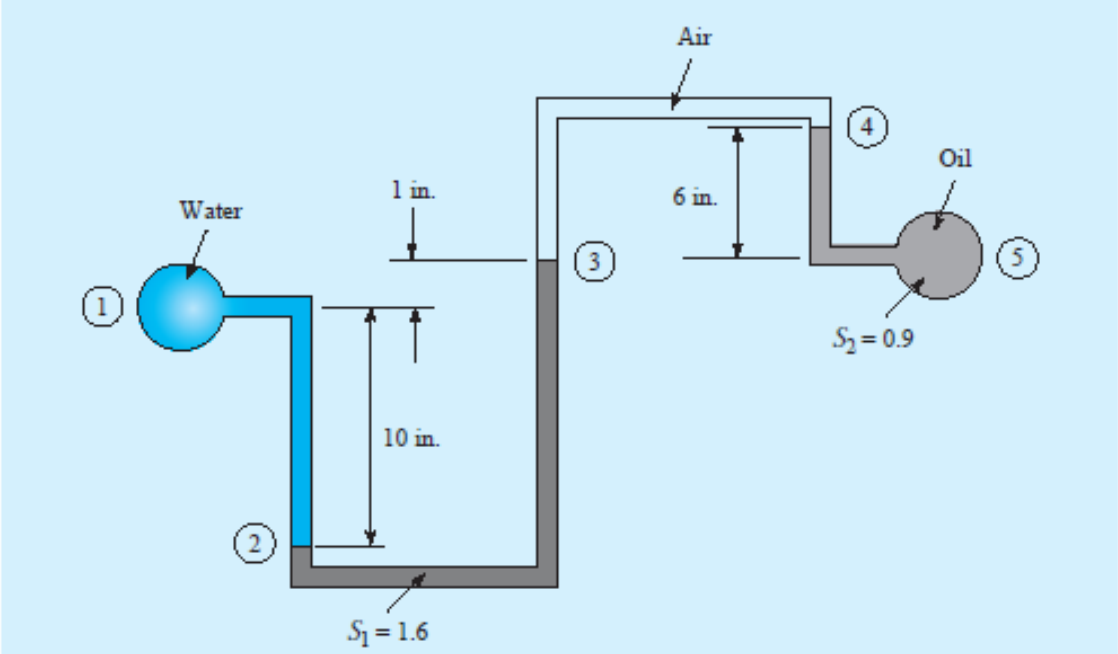
$$\Delta p = -\gamma \Delta z = -\rho g \Delta z$$
$$= -1.007\ \text{kg/m}^3 \times 9.81\ \text{m/s}^2 \times 500\ \text{m} = -4940\ \text{Pa}$$

توجه

$$\text{kg} = \text{N-s}^2/\text{m}.$$

مثال ۲

آب و روغن در لوله های افقی جریان دارند. یک مانومتر U شکل بین این لوله ها قرار گرفته است. اختلاف فشار بین لوله آب و روغن را بیابید.



مثال ۲ - حل

- ابتدا نقاط مناسب را مانند شکل می یابی. از نقطه ۱ شروع کرده . و با حرکت به سمت پاین فشار را جمع و با حرکت به سمت بالا فشار را کم کنیم تا زمانی که به نقطه ۵ برسیم.

$$p_1 + \gamma(z_1 - z_2) - \gamma S_1(z_3 - z_2) - \gamma S_{air}(z_4 - z_3) + \gamma S_2(z_4 - z_5) = p_5$$

$\gamma = 62.4\ \text{lb/ft}^3, S_1 = 1.6, S_2 = 0.9$, and $S_{air} \approx 0$. Thus

$$p_1 - p_5 = 62.4\left(-\frac{10}{12} + 1.6 \times \frac{11}{12} + 0 \times \frac{6}{12} - 0.9 \times \frac{6}{12}\right)$$

$$= 11.44\ \text{lb/ft}^2 \quad \text{or} \quad 0.0794\ \text{psi}$$

- توجه: با صرفنظر از وزن هوا، فشار در نقطه ۳ برابر با فشار در نقطه ۴ خواهد بود.

مثال ۳

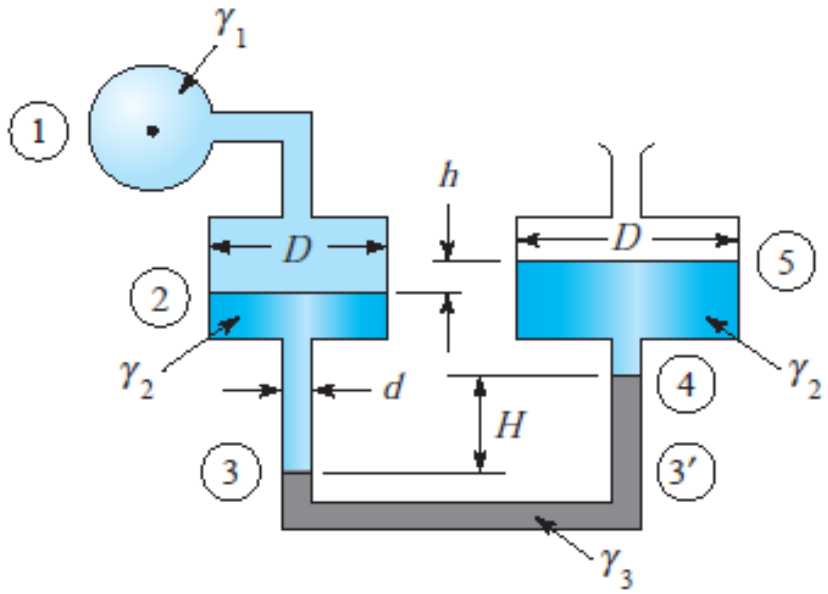
در شکل زیر مایع در سطوح زیر قرار دارد:

$$z_1 = 0.95m,\ z_2 = 0.7m,\ z_3 = 0.52m,\ z_4 = 0.65m,\ z_5 = 0.72m$$

همچنین : $\gamma_1 = 9810N/m^3, \gamma_2 = 11500N/m^3, \gamma_3 = 14000N/m^3$

قطر ها برابرند با : $D = 0.2m,\ d = 0.01m$

مقدار P_1 را محاسبه کنید.



مثال ۳ - حل

با توجه به شکل داریم:

$$h = 0.72 - 0.70 = 0.02 \text{ m}$$
$$H = 0.65 - 0.52 = 0.13 \text{ m}$$

بنابراین مقدار فشار در نقطه ۱ برابر است با:

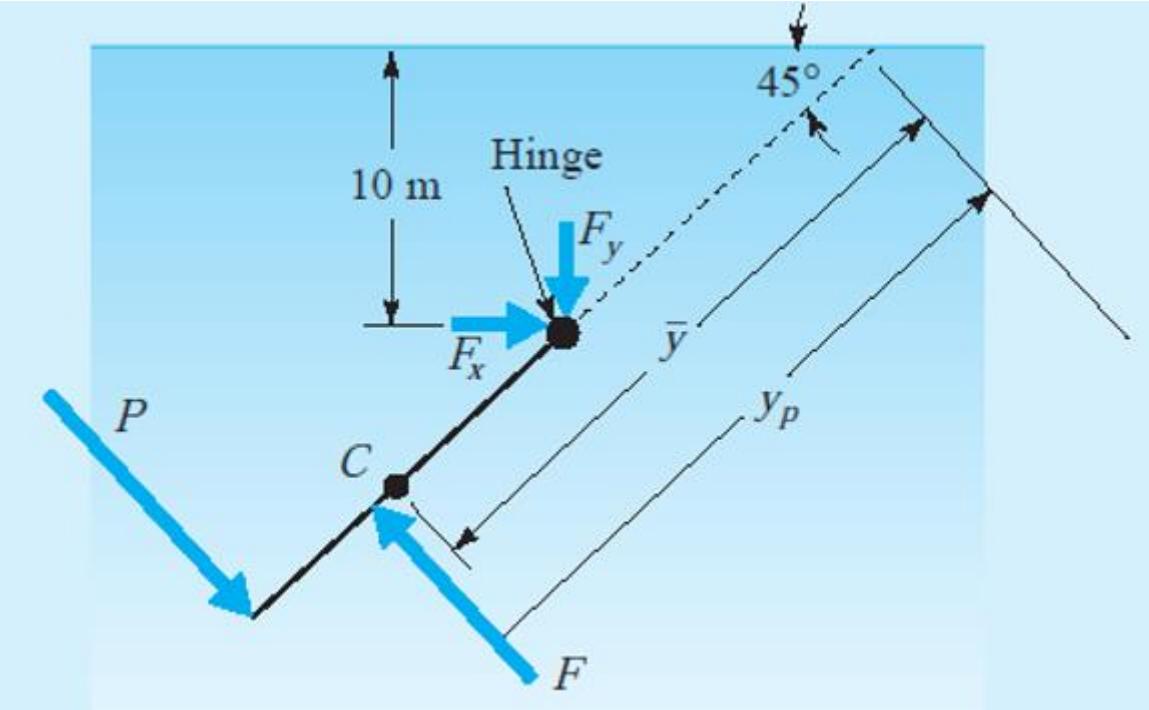
$$p_1 + \gamma_1(z_1 - z_2) + \gamma_2(z_2 - z_3) = p_5 + \gamma_2(z_5 - z_4) + \gamma_3(z_4 - z_3)$$

$$\begin{aligned} p_1 &= \gamma_1(z_2 - z_1) + \gamma_2(h - H) + \gamma_3 H \\ &= \gamma_1(z_2 - z_1) + \gamma_2 h + (\gamma_3 - \gamma_2)H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_1 &= \gamma_1(z_2 - z_1) + \gamma_2 h + (\gamma_3 - \gamma_2)H \\ &= 9810(0.70 - 0.95) + 11\,500(0.02) + (14\,000 - 11\,500)(0.13) \\ &= -1898 \text{ Pa} \end{aligned}$$

مثال ۴

یک صفحه تخت با ابعاد 80 cm در 80 cm به صورت یک دریچه خروج یک زیردریایی عمل می کند. اگر این صفحه با راستای افق زاویه ۴۵ درجه داشته باشد، چه نیرویی در راستای عمود بر دریچه در لبه پایینی باید اعمال کرد تا دریچه باز شود؟ دریچه در لبه بالایی که در در عمق ۱۰ متری قرار دارد لولا شده است. فشار داخل زیردریایی را برابر فشار اتمسفر فرض کنید.



مثال ۴ – حل

- نیروی آب وارد بر دریچه :

$$F = \gamma \bar{h} A$$
$$= 9810(10 + 0.4 \times \sin 45°)(0.8 \times 0.8) = 64\,560 \text{ N}$$

- فاصله مرکز هندسی سطح:

$$\bar{y} = \frac{\bar{h}}{\sin 45°} = \frac{10 + 0.4 \times \sin 45°}{\sin 45°} = 14.542 \text{ m}$$

- فاصله مرکز فشار

$$y_P = \bar{y} + \frac{\bar{I}}{A\bar{y}}$$
$$= 14.542 + \frac{0.8 \times 0.8^3/12}{(0.8 \times 0.8) \times 14.542} = 14.546 \text{ m}$$

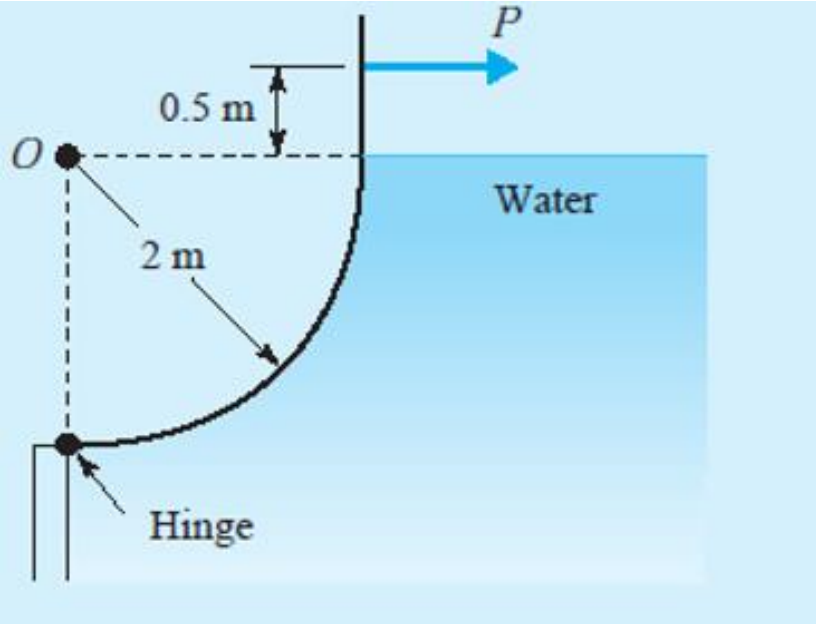
- با انجام ممان گیری حول نقطه لولا، مقدار نیروی مجهول P بدست می آید:

$$0.8P = (y_p - \bar{y} + 0.4)F$$

$$\therefore \quad P = \frac{14.546 - 14.542 + 0.4}{0.8} 64\,560 = 32\,610 \text{ N}$$

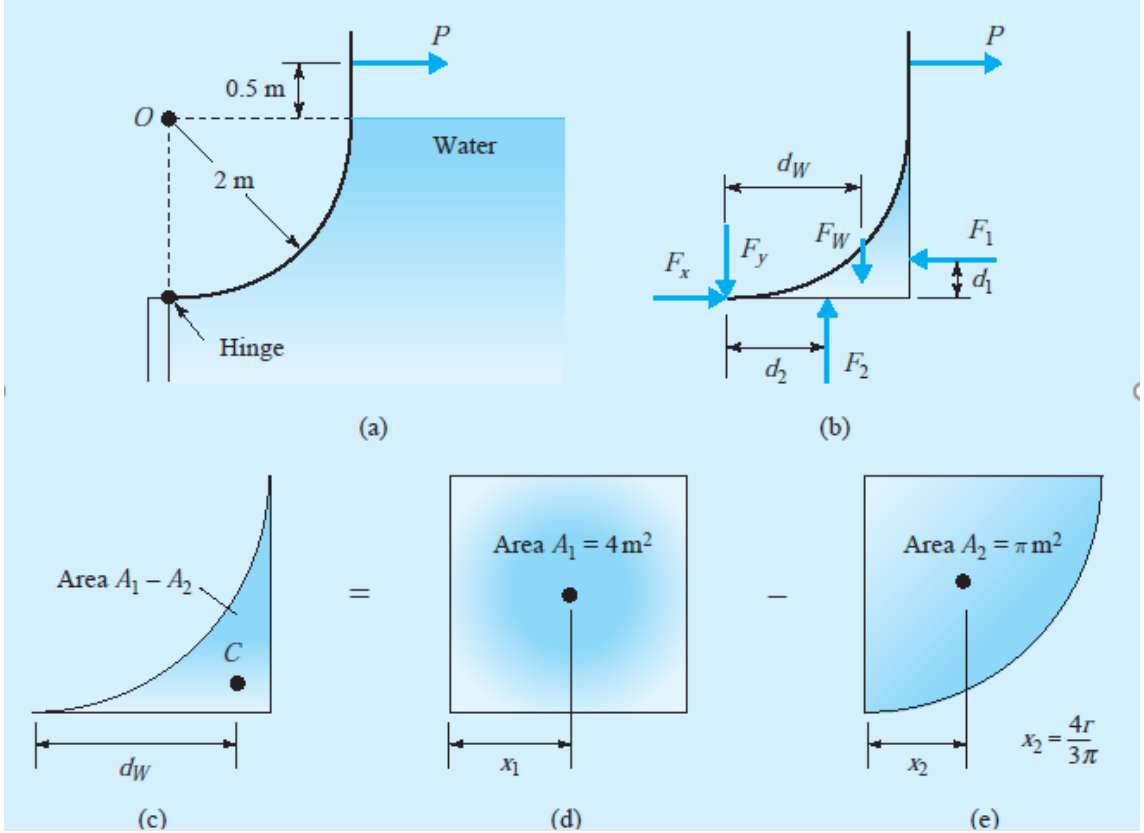
مثال

- نیروی P مورد نیاز برای نگه داشتن دریچه زیر با عرض ۴ متر در موقعیت نشان داده شده را بدست آورید.



حل مثال

- قدم اول ترسیم دیاگرام آزاد است(شکل b).



- برای محاسبه نیروی P باید مقادیر زیر را ابتدا محاسبه کرد:

$F_1, F_2, F_W, d_1, d_2,$ and d_W;

حل مثال

- مولفه های نیرو :

$$F_1 = \gamma \bar{h}_1 A_1$$
$$= 9810 \times 1 \times (2 \times 4) = 78\,480 \text{ N}$$
$$F_2 = \gamma \bar{h}_2 A_2$$
$$= 9810 \times 2 \times (2 \times 4) = 156\,960 \text{ N}$$
$$F_W = \gamma V_{\text{water}}$$
$$= 9810 \times 4\left(4 - \frac{\pi \times 2^2}{4}\right) = 33\,700 \text{ N}$$

dw فاصله مرکز حجم است. این فاصله را می توان با در نظر گرفتن مساحت مورد نظر به صورت اختلاف مربع و ربع دایره محاسبه کرد. گشتاور سطح برابر است با:

$$d_W(A_1 - A_2) = x_1 A_1 - x_2 A_2$$
$$d_W = \frac{x_1 A_1 - x_2 A_2}{A_1 - A_2}$$
$$= \frac{1 \times 4 - (4 \times 2/3\pi) \times \pi}{4 - \pi} = 1.553 \text{ m}$$

- فاصله $d_2=1$ m و با توجه به توزیع مثلثی فشار نیروی F1 خواهیم داشت:

$$d_1 = \frac{1}{3}(2) = 0.667 \text{ m}$$

حل مثال

- نهایتا گشتاورگیری حول لولا مقدار نیروی P را به ما خواهد داد:

$$2.5P = d_1F_1 + d_2F_2 - d_WF_W$$

$$P = \frac{0.667 \times 78.5 + 1 \times 157.0 - 1.553 \times 33.7}{2.5} = 62.8 \text{ kN}$$

- آیا راه حل ساده تری به ذهن شما می رسد؟

حل مثال

- یک سیلندر به قطر ۰/۲۵ متر و طول ۰/۲۵ متر از ماده ای با وزن مخصوص ۸۰۰۰ N/m^3 تشکیل شده است. آیا این سیلندر به صورت عمودی در آب شناور خواهد ماند؟

- ممان اینرسی دوم سطح آبخور:

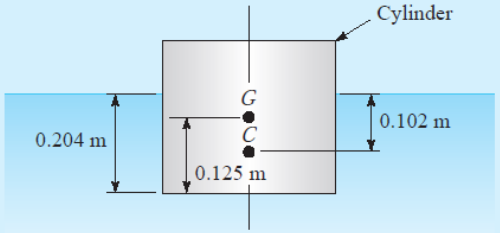
$$I_O = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi \times 0.25^4}{64} = 0.000192 \text{ m}^4$$

- حجم جابجایی:

$$\forall = \frac{W}{\gamma_{water}} = \frac{8000 \times \pi/4 \times 0.25^2 \times 0.25}{9810} = 0.0100 \text{ m}^3$$

- میزان فرورفتگی سیلندر در آب:

$$depth = \frac{\forall}{A} = \frac{0.01}{\pi \times 0.25^2/4} = 0.204 \text{ m}$$



حل مثال

- بنابراین مرکز جرم در فاصله زیر از مرکز حجم (مرکز بویانسی) قرار می گیرد:

$$\overline{CG} = 0.125 - \frac{0.204}{2} = 0.023 \text{ m}$$

- نهایتا:

$$\overline{GM} = \frac{0.000192}{0.01} - 0.023 = -0.004 \text{ m}$$

- از آنجایی که مقدار GM منفی بدست آمد، این سیلندر نمی تواند به صورت عمودی در آب شناور بماند.

- پایداری سیلندر در حالت افقی را بررسی کنید.