

1- میخواهیم از اعداد 1 تا n ($n \geq 1$) تعدادی دسته انتخاب کنیم که هر دسته دارای دقیقاً دو عدد باشد، هر عدد در حداکثر یک دسته بیاید، مجموع دو عدد دسته کمتر مساوی n باشد و هر دو دسته ی متفاوت مجموعشان نیز متفاوت باشد. برای مثال به ازای $n = 5$ نمیتوانیم دو دسته ی $(1,4)$ و $(2,3)$ را باهم انتخاب کنیم زیرا مجموع هر دو 5 است. حداکثر تعداد دسته هایی که میتوانیم انتخاب کنیم چند است؟

2- در یک جایگشت p از اعداد 1 تا 1000، به یک زوج مرتب (a, b) ملوس میگوییم اگر شرط های زیر برایش برقرار باشند:

- $1 \leq a < b \leq 1000$
- $|p_a - p_b| = \min_{c,d|a \leq c < d \leq b} |p_c - p_d|$

به بیان دیگر هیچ دو عددی در جایگشت بین مکان a ام و b ام نباشند که اختلافشان از اختلاف p_a و p_b کمتر باشد.

ثابت کنید به ازای هر جایگشت دلخواه از اعداد 1 تا 1000، تعداد زوج مرتب های ملوس حداکثر 25000 است.

3- همه ی n هایی را بیابید که $n \geq 1$ باشد و بتوان مقسوم علیه های عدد n را در یک جدول مستطیلی قرار داد به طوری که هیچ خانه ی جدول خالی نباشد، هر مقسوم علیه دقیقاً در یک خانه از جدول آمده باشد، مجموع اعداد سطر های جدول باهم برابر باشد و همچنین مجموع اعداد ستون های جدول نیز باهم برابر باشد (لزومی ندارد که مجموع اعداد هر سطر و ستون نیز باهم برابر باشد).

4- یک گراف ساده n راسی و یک عدد k داریم به طوری که $n > k > \frac{n}{2} \geq \frac{3}{2}$. میدانیم که گرافمان خوشه $k + 1$ راسی ندارد ولی اگر بین هر دو راس دلخواهی که به هم یال ندارند، یال بگذاریم، خوشه $k + 1$ راسی بوجود میاید. کمترین تعداد راس های درجه $n - 1$ در گراف را بدست آورید (خوشه x راسی در یک گراف، مجموعه ای شامل x راس است که دو به دو به هم یال دارند).