

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

سلام دوستان. ایام به کام!

این PDF شامل نمونه سوالات بفره‌ها **مفکات** و تقسیم چند جمله **اره‌ها** کلاس‌ها
آقایان پور احمد و صفر هست.

واحد جزوه و نمونه سوال وبلاگ کلاس ۳۰۵

دبیرستان علامه صدر تهران



مصدر صدر سنجانر

مصدرضا طیبیر سنانر

Helli305.ir

۱۵ / در ۵۶ / ۹۳

۱. باقیمانده و خارج قسمت تقسیم $x^6 - 2x^4 + 5x^2 - 1$ را بر $x^2 - 2$ به دست آورید.

۲. اگر چند جمله‌ای $x^6 + ax^4 + bx^2 + 1$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد a و b را به دست آورید.

۳. باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای درجه دوم $P(x)$ بر $x - 1$ ، $x - 2$ و $x - 3$ به ترتیب ۱، ۲ و ۱ شده است. $P(x)$ را تعیین کنید.

۴. مقادیر m و n را طوری بیابید که باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $x^m + nx$ بر $x^2 - x - 2$ برابر با $2x + 6$ شود.

۵. اگر باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x^2 - 4$ برابر با $45 - 12x$ و بر $x^2 - 1$ برابر با $6 - 9x$ باشد، باقیمانده تقسیم

چند جمله‌ای $P(x)$ را بر $x^2 - 3x + 2$ به دست آورید.

۶. چند جمله‌ای درجه سوم $P(x)$ را طوری بیابید که در تقسیم آن بر هر یک از چند جمله‌ای‌های $x + 1$ ، $x + 2$ و $x + 3$ هر

بار باقیمانده برابر با ۳ شود و بر $x - 1$ بخش پذیر باشد.

۷. اگر باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر چند جمله‌ای‌های $x - 1$ ، $x - 2$ و $x - 3$ به ترتیب برابر با ۳، ۷ و ۱۳ باشد،

باقیمانده تقسیم $P(x)$ را بر $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ به دست آورید.

۸. اگر m ، n و k اعدادی طبیعی باشند ثابت کنید $x^{2m+1} + x^{2n+2} + x^{2k}$ بر $x^2 + x + 1$ بخش پذیر است.

۹. اگر $ax^4 - x^2 + b$ بر $x^2 + 2$ بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم $x^6 - 2ax^2 + 3x^2 + b$ را بر $x^2 + 2$ پیدا کنید.

۱۰. اگر باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $(x - 1)^2$ برابر با $4x$ باشد، a و b را به دست آورید.

۱۱. اگر $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید چندجمله‌ای $nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1$ بر $(x-1)^2$ بخش پذیر است.

۱۲. اگر باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $P(x)$ بر $x-2$ برابر با ۵ باشد، باقیمانده تقسیم $P(x^2+x)$ را بر $x-1$ به دست آورید.

۱۳. مقادیر a و b را طوری بیابید که چندجمله‌ای x^2+1 بر x^2+ax+b بخش پذیر باشد.

۱۴. چندجمله‌ای درجه چهارم $P(x)$ را طوری بیابید که $P(x+1)$ بر $(x-1)^2$ و $P(x-1)$ بر $(x+1)^2$ بخش پذیر باشد

$$P(1) = 1 \text{ و}$$

۱۵. ثابت کنید چندجمله‌ای

$$x^{999} + x^{888} + x^{777} + \dots + x^{222} + x^{111} + 1$$

بر چندجمله‌ای $x^9 + x^8 + x^7 + \dots + x^2 + x + 1$ بخش پذیر است.

۱. اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\tan \beta = \frac{12}{5}$ و انتهای کمان α در ربع دوم و انتهای کمان β در ربع سوم باشد، مقدار عبارت‌های زیر را

حساب کنید.

(الف) $\sin(\alpha + \beta)$ (ب) $\cos(\alpha - \beta)$ (ج) $\cot(\alpha - \beta)$

(د) $\sin 2\alpha$ (ه) $\cos 2\beta$ (و) $\tan 2\alpha$

۲. عبارت‌های زیر را بر حسب مقادیر نسبت‌های مثلثاتی a ، b و c بنویسید.

(الف) $\sin(a + b + c)$ (ب) $\cos(a + b + c)$

۳. اگر $\tan(a - b) = 2$ و $\tan(a + b) = 3$ ، مقادیر عددی $\tan 2a$ و $\cot 2b$ را به دست آورید.

۴. اتحادهای مثلثاتی زیر را ثابت کنید.

(الف) $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ (ب) $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ (ج) $\tan x = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$

۵. درستی روابط زیر را بررسی کنید.

(الف) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + a\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} - a\right) = \frac{1}{2} \cos 2a$

(ب) $\sin(a + b) \cdot \sin(a - b) = \sin^2 a - \sin^2 b$

(ج) $\cos(a + b) \cdot \cos(a - b) = \cos^2 a - \sin^2 b$

(د) $\sin x \cdot \sin(x + 2y) - \sin y \cdot \sin(2x + y) = \sin^2 x - \sin^2 y$

(ه) $\cos x \cdot \cos(x + 2y) - \cos y \cdot \cos(2x + y) = \sin^2 x - \sin^2 y$

$$\cot x - \tan x = \frac{2}{\sin 4x} + 2 \cot 2x \quad (و)$$

$$\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0 \quad (ز)$$

$$\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{3} \quad (ح)$$

$$\sin^2 x \cdot \cos x = \frac{1}{4}(\cos x - \cos 3x) \quad (ط)$$

$$\sin^2 x \cdot \cos x = \frac{1}{8}(2 \sin 2x - \sin 4x) \quad (ی)$$

۶. اگر k عددی صحیح باشد و $a + b + c = k\pi$ و $\tan a$ ، $\tan b$ ، $\tan c$ و $\tan c$ تعریف شده باشند، ثابت کنید

$$\tan a + \tan b + \tan c = \tan a \cdot \tan b \cdot \tan c$$

۷. اگر k عددی صحیح باشد و $a + b + c = k\pi + \frac{\pi}{4}$ و $\tan a$ ، $\tan b$ ، $\tan c$ و $\tan c$ تعریف شده باشند، ثابت کنید

$$\tan a \cdot \tan b + \tan b \cdot \tan c + \tan c \cdot \tan a = 1$$

۸. در مثلث ABC فرض کنید $\tan \angle A = 2$ و $\tan \angle B = 3$. اندازه $\angle C$ را به دست آورید.

الف. اتحادهای مثلثاتی زیر را ثابت کنید.

$$\sin \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \quad (1)$$

$$\cos \alpha + \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = 0 \quad (2)$$

$$\tan \alpha + \tan\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \tan\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = 3 \tan 3\alpha \quad (3)$$

$$\cot \alpha + \cot\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \cot\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) = 3 \cot 3\alpha \quad (4)$$

$$4 \sin \alpha \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \sin 3\alpha \quad (5)$$

$$4 \cos \alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cos 3\alpha \quad (6)$$

$$\tan \alpha \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \tan 3\alpha \quad (7)$$

$$\cot \alpha \cdot \cot\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \cot 3\alpha \quad (8)$$

ب. مقدار عددی عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$\cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ \quad (10)$$

$$\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \quad (9)$$

$$\frac{\sin 10^\circ + \cos 10^\circ}{\sin 55^\circ} \quad (12)$$

$$\frac{\sin 10^\circ - \sin 70^\circ}{\sin 50^\circ} \quad (11)$$

$$\frac{\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} \quad (14)$$

$$\frac{\sin 10^\circ - \cos 10^\circ}{\cos 55^\circ} \quad (13)$$

$$\frac{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}}{1 + \tan^2 \frac{\pi}{8}} \quad (16)$$

$$\frac{\tan 15^\circ}{1 + \tan^2 15^\circ} \quad (15)$$

$$\cot 15^\circ + \tan 15^\circ \quad (18)$$

$$\cot 15^\circ - \tan 15^\circ \quad (17)$$

$$\frac{\tan 50^\circ - \tan 20^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\tan 50^\circ \cdot \tan 20^\circ} \quad (20)$$

$$\frac{1 + 4 \sin 20^\circ \sin 40^\circ}{\sin 70^\circ} \quad (19)$$

$$\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ \quad (22)$$

$$\sin 70^\circ \cdot \sin 50^\circ + \sin^2 10^\circ \quad (21)$$

ج- ثابت کنید.

$$\frac{\sin a - \sin 3a + \sin 5a}{\cos a - \cos 3a + \cos 5a} = \tan 3a \quad (23)$$

$$\frac{\sin 29^\circ - \sin 19^\circ}{\sin 8^\circ - \sin 7^\circ} = \frac{\cos 31^\circ + \sin 11^\circ}{\cos 20^\circ - \cos 50^\circ} \quad (24)$$

$$\cos 43^\circ + \cos 29^\circ - \cos 79^\circ - \cos 65^\circ = \cos 7^\circ \quad (25)$$

۱. مقدار عددی عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$\cos(\operatorname{Arccos}(-\frac{1}{5}))$	(ب)	$\sin(\operatorname{Arcsin}(-\frac{1}{5}))$	(الف)
$\cos(\operatorname{Arcsin}(-\frac{5}{13}))$	(د)	$\sin(\operatorname{Arccos}(-\frac{2}{5}))$	(ج)
$\operatorname{Arccos}(\cos 1^\circ)$	(و)	$\operatorname{Arcsin}(\sin 1^\circ)$	(ه)
$\operatorname{Arccot}(\cot 1^\circ)$	(ح)	$\operatorname{Arctan}(\tan 1^\circ)$	(ز)
$\operatorname{Arctan} 3 + \operatorname{Arccot} 3$	(ی)	$\operatorname{Arctan}(\frac{1}{3}) + \operatorname{Arctan}(\frac{1}{3})$	(ط)
$\operatorname{Arctan} 1 + \operatorname{Arctan} 2 + \operatorname{Arctan} 3$	(ل)	$\tan(\operatorname{Arctan}(\frac{1}{3}) - \operatorname{Arccos}(-\frac{2}{5}))$	(ک)
$\operatorname{Arctan} 2 - \operatorname{Arccot}(-\frac{1}{3})$	(ن)	$\tan(2\operatorname{Arctan}(\frac{1}{3}) + \operatorname{Arctan}(\frac{1}{3}))$	(م)
$\operatorname{Arcsin}(\frac{\sqrt{5}}{13}) + \operatorname{Arccos}(\frac{\sqrt{5}}{13})$	(ع)	$\operatorname{Arctan}(-2) - \operatorname{Arccot}(-\frac{1}{3})$	(س)

۲. ثابت کنید

$$\operatorname{Arctan} \frac{1}{3} + \operatorname{Arctan} \frac{1}{5} + \operatorname{Arctan} \frac{1}{7} + \operatorname{Arctan} \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4}$$

۳. ثابت کنید

$$2\operatorname{Arctan} \frac{1}{5} - \operatorname{Arctan} \frac{1}{239} = \frac{\pi}{4}$$

۴. اتحادهای مثلثاتی زیر را ثابت کنید.

$$\cos(\operatorname{Arctan} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad (\text{ب})$$

$$\sin(\operatorname{Arccos} x) = \sqrt{1-x^2} \quad (\text{الف})$$

$$\sin(\operatorname{Arctan} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad (\text{د})$$

$$\sin(\operatorname{Arccot} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad (\text{ج})$$

$$\tan(\operatorname{Arccos} x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} \quad (\text{و})$$

$$\tan(\operatorname{Arctan} x) = x \quad (\text{ه})$$

$$\sin(2\operatorname{Arctan} x) = \frac{2x}{1+x^2} \quad (\text{ح})$$

$$\tan(\operatorname{Arccot} x) = \frac{1}{x} \quad (\text{ز})$$

۵. نشان دهید روابط زیر برقرار است.

$$\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} = -\frac{1}{2} \quad (\text{الف})$$

$$\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ = 4 \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1}{\sin \frac{2\pi}{5}} + \frac{1}{\sin \frac{4\pi}{5}} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{5}} \quad (\text{ج})$$

$$\tan^2 10^\circ + \tan^2 50^\circ + \tan^2 70^\circ = 9 \quad (\text{د})$$

۱. اگر $\angle A, \angle B$ و $\angle C$ اندازه زوایای مثلث ABC باشند ثابت کنید

$$\sin \angle A + \sin \angle B + \sin \angle C = 4 \cos \frac{\angle A}{2} \cos \frac{\angle B}{2} \cos \frac{\angle C}{2}$$

$$\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha} = \tan 4\alpha \quad \text{۲. ثابت کنید}$$

$$\sin 2^\circ + \sin 24^\circ + \sin 34^\circ - 4 \sin 27^\circ \cos 5^\circ \cos 2^\circ = -\frac{1}{4} \quad \text{۳. نشان دهید}$$

۴. معادله‌های مثلثاتی زیر را حل کنید.

(ب) $\sin^2 x + \cos x = 1$

(الف) $\cos 3x - \cos x = 0$

(د) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 3x$

(ج) $\sin x + \cos x - \sin x \cdot \cos x = 1$

(و) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

(ه) $\cos 5x + \cos 3x = \cos x$

(ح) $\tan x \cdot \tan 2x = 1$

(ز) $\tan x + \tan 2x = \tan 3x$

(ی) $\cos 3x \cdot \cos^2 x = \sin 3x \cdot \sin^2 x$

(ط) $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 1$

(ل) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = \frac{3}{2}$

(ک) $32 \cos^6 x - \cos 6x = 1$

(م) $\tan x = \frac{\cos^2 10^\circ}{\cos 20^\circ \cos 30^\circ}$

* معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\tan^2 x = \tan^2 x + \tan x - 1 \quad (1)$$

$$\tan x + 3 \cot x = 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$3 \tan x - \cot x = 2 \quad (3)$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{5\pi}{12} - x\right) = 2 \quad (4)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2} - \sin x \quad (5)$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \quad (6)$$

$$\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = 5 - 6 \sin x \cos x \quad (7)$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = \frac{1}{4} \quad (8)$$

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{3} \quad (9)$$

$$2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x = 2 \quad (10)$$

$$4 \operatorname{Arcsin} x + \operatorname{Arccos} x = \pi \quad (11)$$

$$\operatorname{Arccos} x - \operatorname{Arcsin} x = \operatorname{Arccos}(\sqrt{3}x) \quad (12)$$

