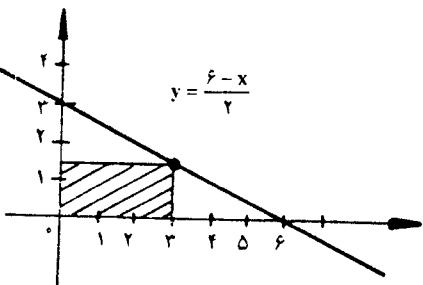


با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رئسته: ریاضی و فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۰۷		سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۸۳ سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه			

ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا توابع زیر مساویند؟ چرا؟ $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$ $g(x) = \tan x \cdot \cot x$	۰/۷۵
۲	توابع آویج با ضابطه های $g(x) = \sqrt{x(x-2)}$ و $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه توابع f و g را محاسبه کنید. ب) آیا تابع $g + f$ وجود دارد؟ چرا؟	۱
۳	در صورتی که دو چند جمله ای $2 - 4x^3 + 5x + a$ و $x^3 + 3x^2 - 4x^3 + 5x + a$ در تقسیم بر $x+2$ هم باقیمانده باشند، مقدار a را تعیین کنید.	۱
۴	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است. معکوس تابع $1 + g(x) = f(2x-3)$ را به دست آورید.	۱
۵	عبارت زیر را به حاصلضرب تبدیل کنید: $A = \cos 2x - \cos 4x + \sin 3x$	۱/۲۵
۶	مقدار a را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = a[x] + [x+1]$ در نقطه $x = -1$ حد داشته باشد. (۱) نماد جزء صحیح است.	۱
۷	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\sin(2x - \pi)}{x - \frac{\pi}{2}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \cot x$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + \sqrt{x^2 + 7}}{2x + \sqrt{x}}$	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم وافقی تابع $y = \frac{2x-3}{ x +1}$ را در صورت وجود بنویسید.	۰/۷۵
۹	پیوستگی تابع f با ضابطه $f(x) = 2x + [x]$ برای بازه $(1, 2]$ بررسی کنید. (۱) نماد جزء صحیح است.	۱
	ادامه سوالات در صفحه دوم	

با اسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات/امتحان نهایی درس: حسابان
مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه		
تاریخ/امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۰۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانشآموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۸۳	
۱/۷۵	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) (الف) $y = \frac{(3x+5)^2}{\sqrt{x-1}}$ (ب) $y = \cos^3 x + \tan(2x - \frac{\pi}{3})$ (ج) $y = \sqrt[3]{(2x-1)^2}$	۱۰
۱	مقادیر a, b را چنان بیابید که نقطه $M(2, 3)$ یکی از نقاط ماکزیمم یا می نیمم تابع $y = \frac{x^2+3}{ax+b}$ باشد .	۱۱
۱/۵	از نقطه $M(1, 4)$ دو مماس بر منحنی $y = -x^2 + 2x$ رسم می کنیم . معادله مماسهای را بنویسید.	۱۲
۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{(x-1)^2(x+2)}$ با ضابطه $f'(x) = \sqrt{(x-1)^2(x+2)}$ را در $x=1$ بررسی کنید .	۱۳
۱/۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{1+\cos x}{\cos x}$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید .	۱۴
۱	ابتدا نمودار تابع $y = -x^3 + 1 $ را به کمک مفهوم قدر مطلق رسم کنید . سپس با توجه به نمودار ، مختصات نقطه‌ی عطف را تعیین کنید .	۱۵
۱	یک مستطیل مطابق شکل به محورهای x ها و y ها و نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{6-x}{2}$ (شکل زیر) محدود شده است . طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟ 	۱۶
۱/۲۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x & , x \geq 0 \\ 1-3x & , x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و با استفاده از نمودار آن حاصل $\int_{-1}^1 f(x) dx$ را حساب کنید .	۱۷
۲۰	جمع نمرات «موفق باشید»	

با اسمه تعالی

رئسته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۰۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خوداد ماه سال ۸۳

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$D_f = R \quad (\cdot / 25)$ $D_g = R - \{x x = k\pi \text{ و } x = k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ و } k \in Z\} \quad (\cdot / 25)$ $\Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g \quad (\cdot / 25)$ خیر زیرا:
۲	$D_f : \forall x - x^r \circ \rightarrow x(r-x) \circ \quad x = \circ \quad x - x^r \begin{array}{c ccccc} x & -\infty & 0 & r & +\infty \\ \hline & - & o & + & - \\ & \zeta & & & \end{array} \quad D_f = (0, r) \quad (\cdot / 25)$ $D_g : x(x-r) \geq 0 \rightarrow x = \circ \quad x = r \quad x - x^r \begin{array}{c ccccc} x & -\infty & 0 & r & +\infty \\ \hline & + & o & - & + \\ & & o & - & + \end{array}$ $D_g = (-\infty, 0] \cup [r, +\infty) \quad (\cdot / 25)$ $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \emptyset \Rightarrow f+g \quad (\cdot / 25)$ وجود ندارد
۳	$x+r = \cdot \rightarrow x = -r \quad (\cdot / 25)$ $p(x) = x^r + rx - r \rightarrow p(-r) = -r \quad (\cdot / 25)$ $q(x) = x^r - rx^r + ax + a \rightarrow q(-r) = -rr + a \quad (\cdot / 25)$ $\Rightarrow -rr + a = -r \rightarrow a = r \quad (\cdot / 25)$
۴	$g(x) = f(rx - r) + 1 = y \Rightarrow \begin{cases} g(x) = y \rightarrow x = g^{-1}(y) \quad (\cdot / 25) \\ f(rx - r) + 1 = y \rightarrow f(rx - r) = y - 1 \end{cases}$ $rx - r = f^{-1}(y - 1) \rightarrow x = \frac{f^{-1}(y - 1) + r}{r} \quad (\cdot / 25)$ $g^{-1}(y) = \frac{f^{-1}(y - 1) + r}{r} \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{f^{-1}(x - 1) + r}{r} \quad (\cdot / 25)$
۵	$A = \cos rx - \cos rx + \sin rx = -r \sin \frac{rx + rx}{2} \sin \frac{rx - rx}{2} + \sin rx \quad (\cdot / 25)$ $= r \sin rx \sin rx + \sin rx = r \sin rx \left(\sin x + \frac{1}{r} \right) = r \sin rx \left(\sin x + \sin \frac{\pi}{r} \right) \quad (\cdot / 25)$ $= r \sin rx \left(\sin \frac{x + \frac{\pi}{r}}{r} \cos \frac{x - \frac{\pi}{r}}{r} \right) \quad (\cdot / 25)$
	ادامه در صفحه دوم

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۰۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۸۳

۶

$$\lim_{x \rightarrow (-\infty)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-\infty)^-} (a[x] + [x + 1]) = -2a - 1 \quad (\cdot / 25)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\infty)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-\infty)^+} (a[x] + [x + 1]) = -a \quad (\cdot / 25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ا) } x - \frac{\pi}{2} = t \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + t \Rightarrow \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\sin\left(2\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \pi\right)}{t} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\sin 2t}{t} = 2 \\ \text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{-1} = -\infty \quad (\cdot / 25) \end{array} \right. \quad (\cdot / 25)$$

۷

$$\text{الف) } x - \frac{\pi}{2} = t \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + t \Rightarrow \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\sin\left(2\left(\frac{\pi}{2} + t\right) - \pi\right)}{t} = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\sin 2t}{t} = 2$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{-1} = -\infty \quad (\cdot / 25)$$

۸

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x+2} - 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \frac{1}{4} \quad (\cdot / 5)$$

۹

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\delta x + x \sqrt{1 + \frac{y}{x}}}{2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\delta x}{2x} = 0 \quad (\cdot / 5)$$

۱۰

$$D = R \quad (\cdot / 25) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{yx}{x} = 2 \rightarrow y = 2 \quad (\cdot / 25) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{yx}{x} = -2 \rightarrow y = -2 \quad (\cdot / 25)$$

۱۱

$$\text{ا) } \forall x \in (1, 2) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(x) = 2x + 1 \quad \text{پیوسته است در بازه } (1, 2) \\ \underset{\circ}{\lim}_{x \rightarrow x} f(x) = 2x + 1 \quad (\cdot / 25) \end{array} \right. \rightarrow (0 / 25) \quad \text{در } (1, 2) \text{ پیوسته است.}$$

$$\text{ب) } f(1) = 3, \quad \underset{x \rightarrow 1^+}{\lim} f(x) = 3 \rightarrow \underset{x \rightarrow 1^+}{f(x)} = 3 \quad \text{پیوستگی راست دارد.} \quad (\cdot / 5)$$

۱۲

$$\text{الف) } y' = \frac{2(2)(2x+5)(\sqrt{x}-1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+5)^2}{(\sqrt{x}-1)^2} \quad (\cdot / 25)$$

$$\text{ب) } y' = 2 \cos^2 x \sin x + 2 \left(1 + \tan^2 x \left(2x - \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad (\cdot / 5)$$

تقسیم بارم به عهدہ همکار

ادامه در صفحه سوم

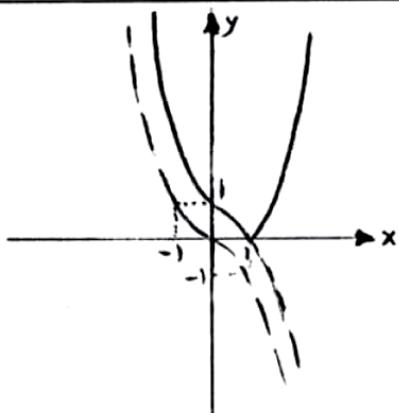
با اسمه تعالی

رئسنه: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان															
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۰۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)															
سازمان آموزش و پژوهش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خوداد ماه سال ۸۳															
$y = \frac{1+r}{a+b} \Rightarrow a+b = r(1/25) \quad y' = \frac{rx(ax+b) - a(x^r + r)}{(ax+b)^2} \quad (1/25) \quad a = 1 \quad (1/25)$ $y' = \frac{r}{x} \rightarrow r(a+b) - a(r) = 1 \quad b = 1 \quad (1/25)$	۱۱															
$B \begin{vmatrix} \alpha \\ -\alpha^r + r\alpha \end{vmatrix}$ $y' = -2x + 1 \rightarrow m = -2\alpha + 1 \rightarrow y - (-\alpha^r + r\alpha) = (-2\alpha + 1)(x - \alpha) \quad (1/25)$ $\alpha^r - \lambda\alpha + r = 1 \rightarrow \alpha = 1, \alpha = r \quad (1/25)$ $y - 1 = 1(x - 1) \rightarrow \boxed{y = 1} \quad y + r\Delta = -12(x - r) \rightarrow \boxed{y = -12x + 49} \quad (1/25)$	۱۲															
$f(x) = x - \sqrt{x+r} \quad (1/25)$ $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x - \sqrt{x+r} - 1}{x - 1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)\sqrt{x+r}}{x-1} = -\sqrt{r} & (1/25) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)\sqrt{x+r}}{x-1} = \sqrt{r} & (1/25) \end{cases}$ متنق پذیر نبود $f'(1) = -\sqrt{r} \neq f'_r(1) = \sqrt{r} \rightarrow f'(1)$ نیست $(1/25)$	۱۳															
$\cos x = 1 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \quad (1/25)$ محل قائم $y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} \quad (1/25) \quad y' = 1 \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = \pi \rightarrow y = 1 \quad X = 1 \rightarrow y = 1$ $x = 2\pi \rightarrow y = 1 \quad (1/25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$\frac{\pi}{2}$</td> <td style="text-align: center;">π</td> <td style="text-align: center;">$\frac{3\pi}{2}$</td> <td style="text-align: center;">2π</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">$1 \nearrow +\infty$</td> <td style="text-align: center;">$1 \searrow -\infty$</td> <td style="text-align: center;">$-\infty \searrow 1$</td> <td style="text-align: center;">$1 \nearrow +\infty$</td> </tr> </table> $(1/5)$	x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	y'	+	-	-	+	y	$1 \nearrow +\infty$	$1 \searrow -\infty$	$-\infty \searrow 1$	$1 \nearrow +\infty$	۱۴
x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π												
y'	+	-	-	+												
y	$1 \nearrow +\infty$	$1 \searrow -\infty$	$-\infty \searrow 1$	$1 \nearrow +\infty$												

ادامه در صفحه‌ی چهارم

با اسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۳/۰۷	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خوداد ماه سال ۸۳



سه مرحله رسم شکل هر کدام (۰/۲۵) جمع (۰/۷۵) نقطه عطف (۱ و ۰) (۰/۲۵)

۱۵

$$\text{عرض} = y = \frac{6-x}{2}$$

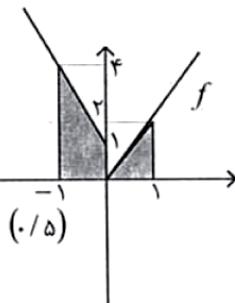
$$\text{طول} = x$$

$$S = xy = x\left(\frac{6-x}{2}\right) = \frac{6x - x^2}{2} \quad (0/25)$$

$$S' = \frac{6-2x}{2} = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{2} \quad (0/25)$$

۱۶

$$\int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{2}[(1+4)\times 1] + \frac{1}{2}(1\times 2) = \frac{7}{2}$$



۱۷

همکار محترم با تبرض سلام و خسته نباشد

لطفاً برای کلیه ای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . باتشکر