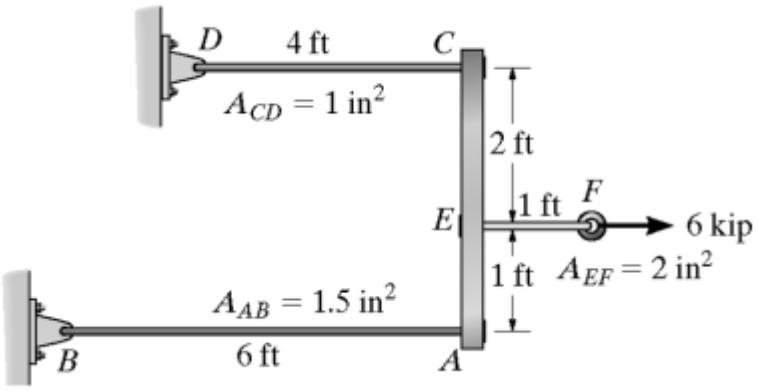
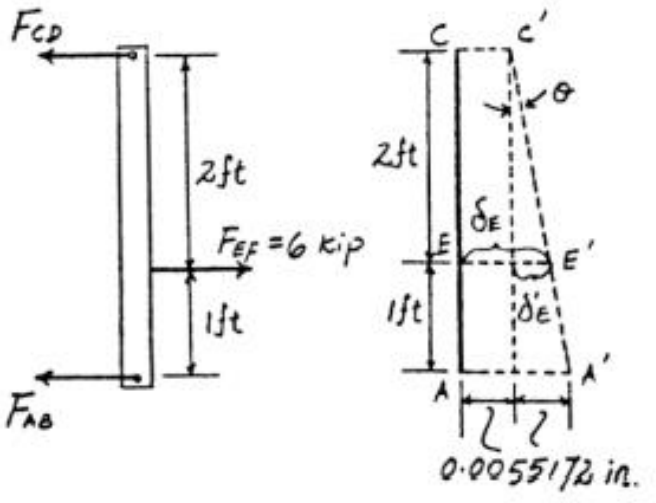
۱) مجموعه نشان داده شده از سه میله تیتانیومی و تیر صلب AC تشکیل شده است. اگر نیروی ۶ کیلو پوند به حلقه F اعمال شود، زاویه کج شدن تیر AC را محاسبه کنید. مساحت هر مقطع روی شکل نوشته شده است.



پاسخ)



نیروی داخلی در میله ها:

$$\curvearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad F_{CD}(3) - 6(1) = 0 \quad F_{CD} = 2.00 \text{ kip}$$
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad 6 - 2.00 - F_{AB} = 0 \quad F_{AB} = 4.00 \text{ kip}$$

جابجایی ها:

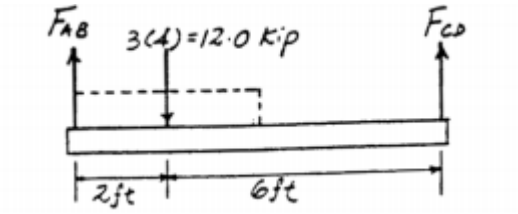
$$\delta_C = \frac{F_{CD}L_{CD}}{A_{CD}E} = \frac{2.00(4)(12)}{(1)(17.4)(10^3)} = 0.0055172 \text{ in.}$$

$$\delta_A = \frac{F_{AB}L_{AB}}{A_{AB}E} = \frac{4.00(6)(12)}{(1.5)(17.4)(10^3)} = 0.0110344 \text{ in.}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{\delta_A - \delta_C}{3(12)} = \tan^{-1}\frac{0.0110344 - 0.0055172}{3(12)}$$
$$= 0.00878°$$

۲) تیر صلب نشان داده شده در شکل زیر به وسیله دو میله فولادی نگه داشته شده است. اگر تنش مجاز برای فولاد $\sigma_{\text{allow}} = ۱۶.۲ksi$ و شدت نیرو $w = ۳kip/ft$ و گستردگی آن $x = ۴ft$ باشد، مطلوبست محاسبه قطر هر میله به گونه ای که تیر پس از بارگذاری نیز به صورت افقی باقی بماند.-

پاسخ)



نیروهای داخلی در میله ها:

$$+\Sigma M_A = 0; \quad F_{CD}(8) - 12.0(2) = 0 \quad F_{CD} = 3.00 \text{ kip}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{AB} + 3.00 - 12.0 = 0 \quad F_{AB} = 9.00 \text{ kip}$$

جابجایی ها:

برای اینکه تیر به صورت افقی باقی بماند، افزایش طول میله های AB و BC باید برابر باشد:

$$\delta_{AB} = \delta_{CD}$$

$$\frac{9.00(6)(12)}{\frac{\pi}{4}d_{AB}^2 E} = \frac{3.00(6)(12)}{\frac{\pi}{4}d_{CD}^2 E};$$

$$9d_{CD}^2 = 3d_{AB}^2; \quad d_{AB} = \sqrt{3}\, d_{CD} \qquad [1]$$

تنش نرمال مجاز:

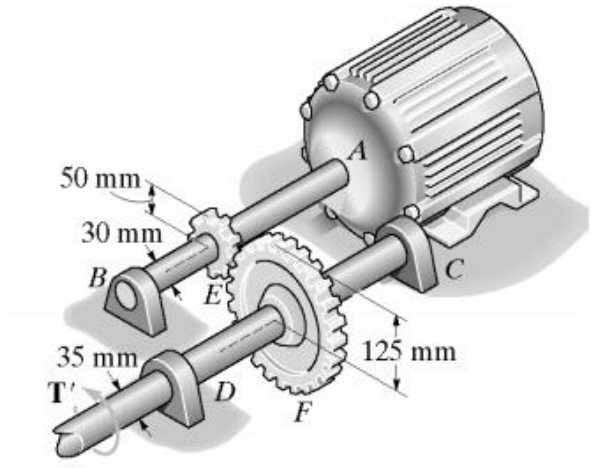
$$\sigma_{\text{allow}} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}}; \quad 16.2 = \frac{9.00}{\frac{\pi}{4}d_{AB}^2}$$

$$d_{AB} = 0.841 \text{ in.}$$

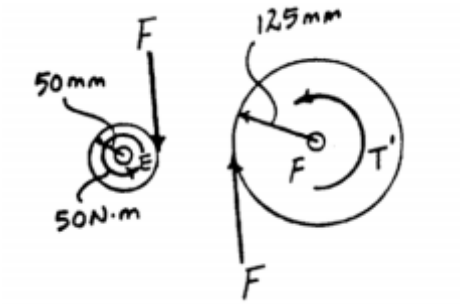
از معادله ۱

$$d_{CD} = 0.486 \text{ in.}$$

۳) موتور نشان داده شده در شکل گشتاوری به میزان ۵۰ نیوتون متر تولید میکند. این گشتاور از طریق چرخ دنده به محور CD منتقل میگردد. مطلوبست محاسبه گشتاور تعادلی T' روی شافت CD و همچنین بیشترین مقدار تنش برشی در هر دو شافت.



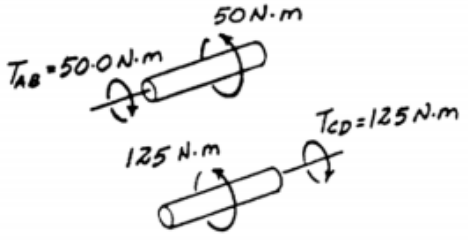
پاسخ:



معادلات تعادل:

$$\zeta + \Sigma M_E = 0; \quad 50 - F(0.05) = 0 \quad F = 1000\ \text{N}$$

$$\zeta + \Sigma M_F = 0; \quad T' - 1000(0.125) = 0$$
$$T' = 125\ \text{N} \cdot \text{m}$$

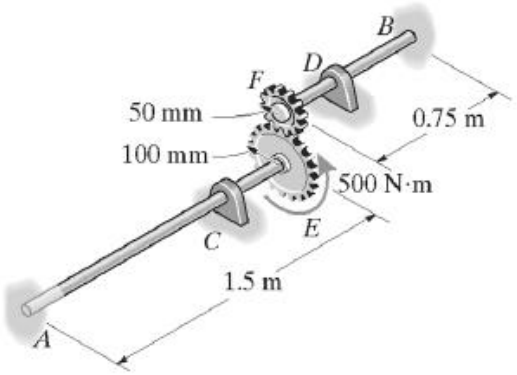


بیشترین مقدار تنش:

$$(\tau_{AB})_{max} = \frac{T_{AB}c}{J} = \frac{50.0(0.015)}{\frac{\pi}{2}(0.015^4)} = 9.43\ \text{MPa}$$

$$(\tau_{CD})_{max} = \frac{T_{CD}c}{J} = \frac{125(0.0175)}{\frac{\pi}{2}(0.0175^4)} = 14.8\ \text{MPa}$$

۴) دو محور نشان داده شده در شکل زیر با قطر میلی متر توسط چرخ دنده به یکدیگر متصل شده اند. سمت دیگر محورها به تیکه گاه ثابت متصل گردیده است. اگر گشتاور ۵۰۰ نیوتون متر به چرخ دنده در نقطه E اعمال شود، نیروهای تکیه گاهی در نقاط A و B را تعیین کنید.

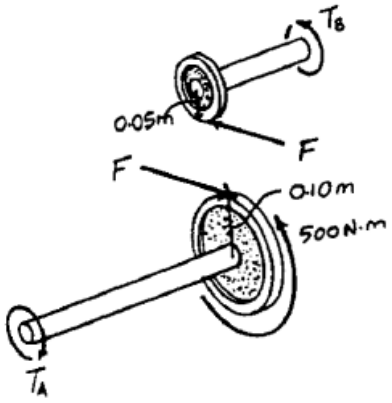


پاسخ:

معادلات تعادل استاتیک:

$$T_A + F(0.1) - 500 = 0 \qquad [1]$$

$$T_B - F(0.05) = 0 \qquad [2]$$



از معادله ۱ و ۲:

$$T_A + 2T_B - 500 = 0 \qquad [3]$$

معادله سازگاری:

$$0.1\phi_E = 0.05\phi_F$$

$$\phi_E = 0.5\phi_F$$

$$\frac{T_A(1.5)}{JG} = 0.5\left[\frac{T_B(0.75)}{JG}\right]$$

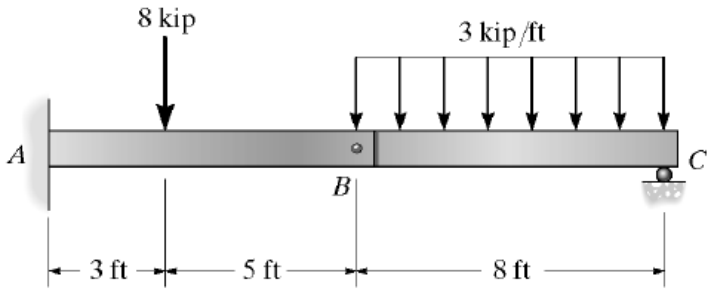
$$T_A = 0.250T_B \qquad [4]$$

حل معادله ۳ و ۴:

$$T_B = 222\ \text{N}\cdot\text{m}$$

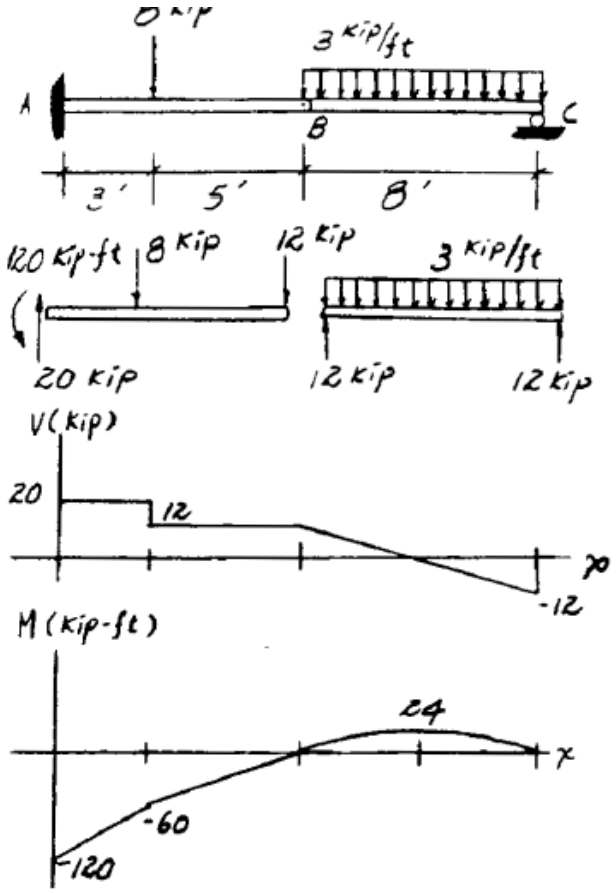
$$T_A = 55.6\ \text{N}\cdot\text{m}$$

۵) با ترسیم دیاگرام ممان خمشی، بیشترین مقدار تنش خمشی در تیر زیر را بدست آورید. سطح مقطع تیر به شکل مستطیل با عرض ۴ اینچ و ارتفاع ۸ اینچ می باشد.



پاسخ:

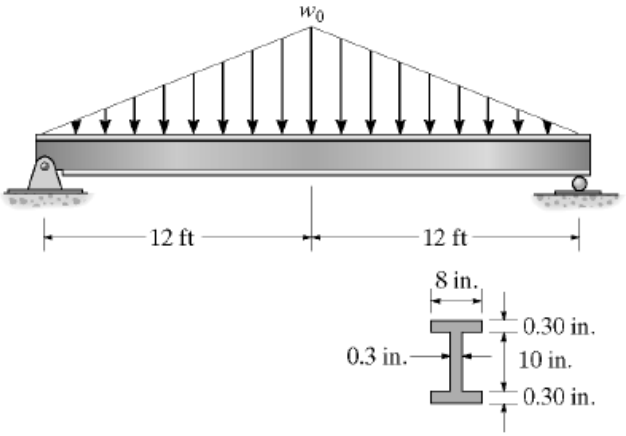
ترسیم دیاگرام نیروی برشی و ممان خمشی:



$$M_{max} = 120 \text{ kip} \cdot \text{ft}$$

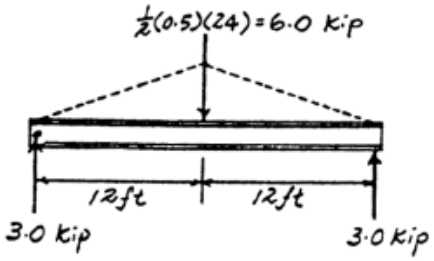
$$\sigma_{max} = \frac{Mc}{I} = \frac{120(12)(10^3)(4)}{\frac{1}{12}(4)(8)^3} = 33.8 \text{ ksi}$$

۶) تیر نشان داده شده در شکل زیر دارای مقطع I شکل است. اگر $w_o = ۰.۵ kip/ft$ مطلوبست محاسبه بیشترین مقدار تنش خمشی در تیر.



پاسخ:

عکس العمل های تیکه گاهی در شکل زیر محاسبه شده است:

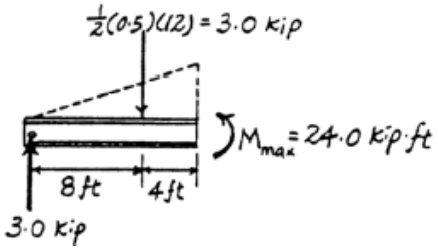


محاسبه ممان اینرسی:

$$I = \frac{1}{12}(8)\left(10.6^3\right) - \frac{1}{12}(7.7)\left(10^3\right) = 152.344\ \text{in}^4$$

بیشترین مقدار ممان خمشی:

بیشترین مقدار گشتاور داخلی در میانی طولی تیر اتفاق می افتد. مقدار آن نیز مطابق شکل زیر از روش مقاطع برابر با ۲۴ کیلو پوند. فوت تعیین شده است.



بنابراین بیشترین مقدار تنش خمشی برابر خواهد بود با:

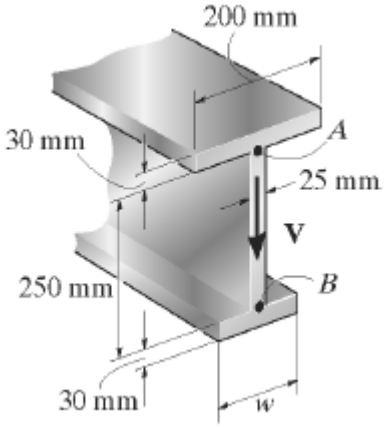
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}\, c}{I}$$
$$= \frac{24.0(12)(5.30)}{152.344}$$
$$= 10.0 \text{ ksi}$$

۷) تیر نشان داده شده در معرض نیروی برشی ۱۵ کیلونیوتون قرار گرفته است. اگر w=125 mm :

الف) نشان دهید تارخنثی در فاصله $\bar{y} = ۰.۱۷۴۷$ از کف قرار دارد.

ب) مقدار ممان اینرسی نسبت به تارخنثی (I_{NA})را بدست آورید.

ج) تنش برشی را در نقاط A و B از جان تیر تعیین کنید و مولفه‌های تنش را روی المانهای حجمی نشان دهید.



پاسخ:

$$\bar{y} = \frac{(0.015)(0.125)(0.03) + (0.155)(0.025)(0.25) + (0.295)(0.2)(0.03)}{0.125(0.03) + (0.025)(0.25) + (0.2)(0.03)} = 0.1747 \text{ m}$$

$$I = \frac{1}{12}(0.125)(0.03^3) + 0.125(0.03)(0.1747 - 0.015)^2$$
$$+ \frac{1}{12}(0.025)(0.25^3) + 0.25(0.025)(0.1747 - 0.155)^2$$
$$+ \frac{1}{12}(0.2)(0.03^3) + 0.2(0.03)(0.295 - 0.1747)^2 = 0.218182\,(10^{-3})\ \text{m}^4$$

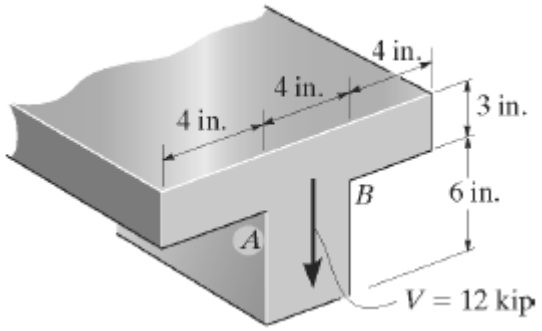
$$Q_A = \bar{y}'A_A' = (0.310 - 0.015 - 0.1747)(0.2)(0.03) = 0.7219\,(10^{-3})\ \text{m}^3$$

$$Q_B = \bar{y}'A_B' = (0.1747 - 0.015)(0.125)(0.03) = 0.59883\,(10^{-3})\ \text{m}^3$$

$$\tau_A = \frac{VQ_A}{It} = \frac{15(10^3)(0.7219)(10^{-3})}{0.218182(10^{-3})(0.025)} = 1.99 \text{ MPa} \quad \textbf{Ans}$$

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It} = \frac{15(10^3)(0.59883)(10^{-3})}{0.218182(10^{-3})(0.025)} = 1.65 \text{ MPa} \quad \textbf{Ans}$$

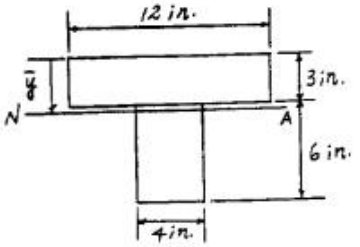
۸) اگر تیر نشان داده شده در شکل زیر در معرض نیروی برشی $V = ۱۲kip$ قرار بگیرد، بیشترین مقدار تنش برشی و موقعیت آن را تعیین کنید. همچنین میزان پرش تنش در اتصال جان-تیر AB را محاسبه کنید. همچنین پروفیل تغییرات تنش برشی روی کل مقطع تیر را ترسیم کنید.



پاسخ ها:

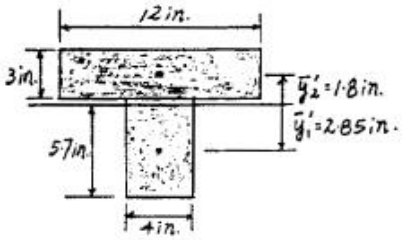
$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y} A}{\Sigma A} = \frac{1.5(12)(3) + 6(4)(6)}{12(3) + 4(6)} = 3.30 \text{ in.}$$

$$I_{NA} = \frac{1}{12}(12)\left(3^3\right) + 12(3)(3.30 - 1.5)^2 + \frac{1}{12}(4)\left(6^3\right) + 4(6)(6 - 3.30)^2 = 390.60 \text{ in}^4$$



$$Q_{max} = \bar{y}_1' A' = 2.85(5.7)(4) = 64.98 \text{ in}^3$$

$$Q_{AB} = \bar{y}_2' A' = 1.8(3)(12) = 64.8 \text{ in}^3$$



Shear Stress: Applying the shear formula $\tau = \frac{VQ}{It}$

$$\tau_{max} = \frac{VQ_{max}}{It} = \frac{12(64.98)}{390.60(4)} = 0.499 \text{ ksi} \quad \textbf{Ans}$$

$$(\tau_{AB})_f = \frac{VQ_{AB}}{I t_f} = \frac{12(64.8)}{390.60(12)} = 0.166 \text{ ksi} \quad \textbf{Ans}$$

$$(\tau_{AB})_w = \frac{VQ_{AB}}{I t_w} = \frac{12(64.8)}{390.60(4)} = 0.498 \text{ ksi} \quad \textbf{Ans}$$