

به نام خدا

نام و نام خانوادگی:

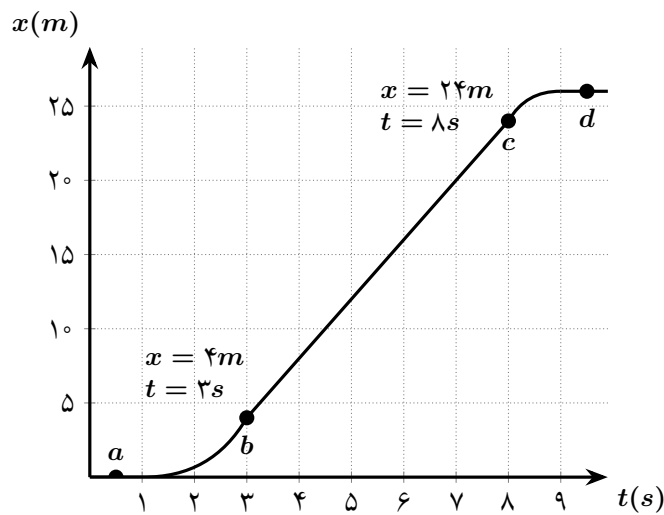
شماره دانشجویی:

امتحان میان‌ترم درس: فیزیک عمومی تاریخ: ۲۷/۰۸/۱۳۹۷ مدت امتحان: ۸۰ دقیقه

در جدول زیر چیزی ننویسید.

سوال ۱	سوال ۲	سوال ۳	سوال ۴	سوال ۵	سوال ۶	جمع
۱۵	۲۴	۱۲	۲۷	۱۳	۹	۱۰۰

سوال ۱: در شکل ۱، نمودار مکان برحسب زمان برای کابین یک آسانسور کشیده شده است. آسانسور در ابتدا ثابت است، سپس به سمت بالا حرکت می‌کند (جهت مثبت محور x) و در انتها دوباره می‌ایستد. نمودار سرعت برحسب زمان ($v(t)$) و همچنین، نمودار شتاب بر حسب زمان را برای این کابین رسم کنید.



شکل ۱: شکل سوال ۱

پاسخ: شیب نمودار $x(t)$ و در نتیجه سرعت در مدت زمان بین صفر تا ۱ ثانیه صفر است. در فاصله زمانی بین نقاط bc ، شیب ثابت و غیرصفر است. در نتیجه کابین با سرعت ثابت زیر حرکت می‌کند:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 - 4}{8 - 3} = +4 \text{ m/s}$$

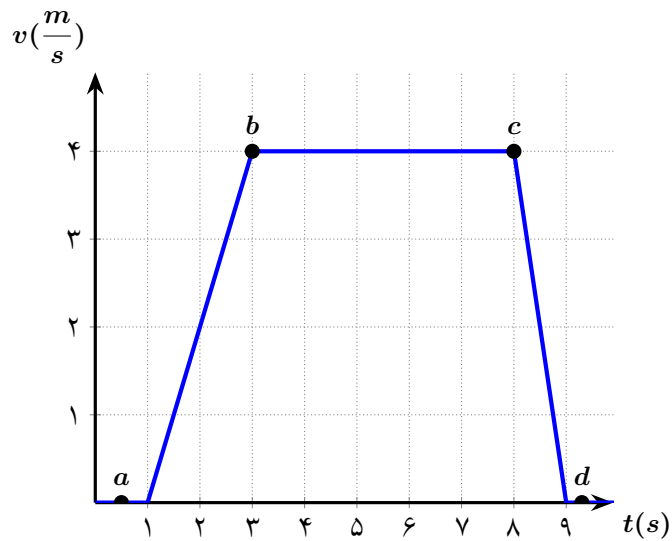
در مدت زمان‌های ۱ تا ۳ ثانیه و ۸ تا ۹ ثانیه، سرعت کابین به صورت خطی تغییر می‌کند. شکل زیر، نمودار سرعت برحسب زمان کابین است. در لحظات ۰ تا ۱ ثانیه و ۹ تا ۱۰ ثانیه وقتی جابه‌جایی و سرعت صفر هستند، در نتیجه شتاب نیز صفر خواهد بود. در لحظات ۳ تا ۸ ثانیه با توجه به اینکه سرعت ثابت است، پس شتاب صفر خواهد بود. در لحظات ۱ تا ۳ ثانیه شتاب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{3 - 1} = +2 \text{ m/s}^2$$

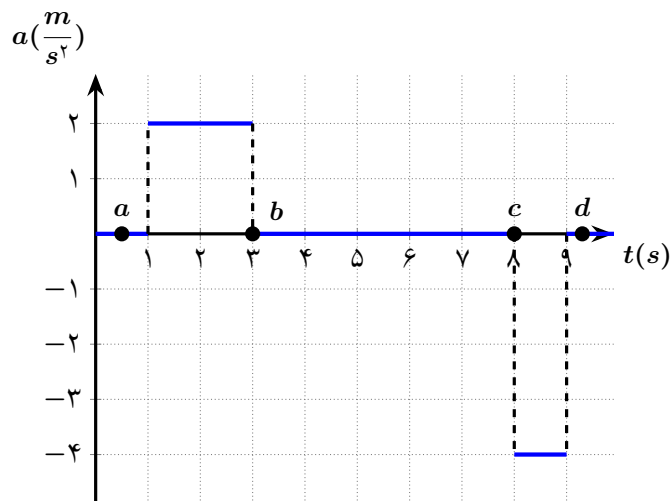
همچنین، بین لحظات ۸ تا ۹ ثانیه، شتاب به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{9 - 8} = -4 \text{ m/s}^2$$

نمودار شتاب برحسب زمان به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۲: نمودار $v(t)$



شکل ۳: نمودار $a(t)$

سوال ۲: موقعیت یک ذره بر روی محور x به صورت زیر است:

$$x = 12 - 9t + 3t^2$$

که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است.

(الف) تابع سرعت $v(t)$ و تابع شتاب $a(t)$ ذره را بیابید.

(ب) در چه زمانی $v = 0$ می‌گردد؟

پاسخ:

(الف)

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -9 + 6t, a(t) = \frac{dv}{dt} = 6$$

(ب)

$$-9 + 9t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = \frac{9}{9} \Rightarrow t = \pm 1$$

سوال ۳: در مسابقه‌ای بین یک موتورسیکلت، ماشین و هواپیما، ابتدا موتورسیکلت پیشی می‌گیرد اما در ادامه هواپیما جلو می‌زند و در انتها، ماشین از موتورسیکلت عبور می‌کند. اگر برروی موتورسیکلت و ماشین تمرکز کنیم و مقادیر قابل قبولی را برای حرکت آن‌ها در نظر بگیریم، داریم: موتورسیکلت ابتدا پیشی می‌گیرد زیرا شتاب (ثابت) آن $a_m = ۸/۴ \frac{m}{s^2}$ بزرگتر از شتاب (ثابت) ماشین $a_c = ۵/۶ \frac{m}{s^2}$ است. اما بزودی به ماشین می‌بازد زیرا قبل از اینکه ماشین به سرعت نهایی خود یعنی $v_c = ۱۰۶ \frac{m}{s}$ برسد، به سرعت نهایی خود یعنی $v_m = ۵۸۸ \frac{m}{s}$ می‌رسد. چقدر طول می‌کشد تا ماشین به موتورسیکلت برسد؟

پاسخ:

$$x_c = x_{m1} + x_{m2}$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x_c = \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v = v_0 + a t \Rightarrow t_m = \frac{v_m}{a_m} = \frac{۵۸۸}{۸/۴} = ۷ s$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x_{m1} = \frac{1}{2} a_m t_m^2 = \frac{1}{2} \times ۸/۴ \times ۷^2 = ۲۰۵/۸ m$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x_{m2} = v_m(t - t_m) = v_m(t - ۷)$$

$$\frac{1}{2} a_c t^2 = ۲۰۵/۸ + v_m(t - t_m) = ۲۰۵/۸ + v_m(t - ۷) \Rightarrow ۲/۸ t^2 = ۲۰۵/۸ + ۵۸۸ t - ۴۱۱/۶$$

$$\Rightarrow ۲/۸ t^2 - ۵۸۸ t + ۲۰۵/۸ = 0 \Rightarrow t^2 - ۲۱ t + ۷۳/۵ = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = ۲۱^2 - 4 \times ۷۳/۵ \times ۱ = ۴۴۱ - ۲۹۴ = ۱۴۷$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{۲۱ \pm \sqrt{۱۴۷}}{۲} = ۴/۴ s, ۱۶/۶ s$$

سوال ۴: یک پرتاب‌کننده بیسبال توپ را در راستای محور y و با سرعت اولیه $۱۲ m/s$ پرتاب می‌کند (مقدار $g = ۹/۸ m/s^2$ است).

(الف) چه مدت طول می‌کشد تا توپ به بالاترین ارتفاع برسد؟

(ب) بالاترین ارتفاع توپ بالای نقطه رها شده چقدر است؟

پاسخ:

(الف)

$$v = v_0 - g t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{-g} = \frac{0 - ۱۲}{-۹/۸} = ۱/۲ s$$

(ب)

$$v^2 - v_0^2 = -2gy \Rightarrow y = \frac{v^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{0 - ۱۲^2}{-2 \times ۹/۸} = ۷/۳ m$$

سوال ۵: هواپیمایی ۲۰۹ کیلومتر روی خط راستی در جهت ۲۲/۵ درجه شرقی نسبت به شمال می‌پیماید. این هواپیما از مبدا خود چقدر به شمال و چقدر به شرق رفته است؟

$$\theta = ۹۰ - ۲۲/۵ = ۶۷/۵$$

$$d_x = d \cos \theta = ۲۰۹ \cos ۶۷/۵ = ۷۹/۹۸ \approx ۸۰ km$$

$$d_y = d \sin \theta = ۲۰۹ \sin ۶۷/۵ = ۱۹۳/۰۹ \approx ۱۹۳ km$$

سوال ۶: سه بردار در یک صفحه واقع شده‌اند. در یک دستگاه مختصات دکارتی عبارت‌اند از:

$$a = 43i - 17j, \quad b = -29i + 22j, \quad c = -36j$$

یکای مولفه‌ها یکسان است. بردار برآیند s را پیدا کنید. اندازه و زاویه بردار برآیند را بدست آورید.

پاسخ:

$$s_x = a_x + b_x + c_x = 43 - 29 + 0 = 14, \quad s_y = a_y + b_y + c_y = -17 + 22 - 36 = -31$$

$$s = s_x i + s_y j = 14i - 31j$$

$$|s| = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{14^2 + (-31)^2} = 34, \quad \theta_s = \tan^{-1}\left(\frac{s_y}{s_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-31}{14}\right) = -65.69 \text{ یا } 29.4$$