

# ۱ آزمون گروهی سوم

۱. به ازای چند مقدار صحیح  $n$  عدد  $\frac{5n+3}{n-1}$  یک عدد صحیح است.
۲. در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $M$  را روی ضلع  $BC$  در نظر می‌گیریم و از  $M$  خطوطی موازی اضلاع  $AB$ ، و  $AC$  رسم می‌کنیم. فرض کنید مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل،  $\frac{5}{18}$  برابر مساحت مثلث  $ABC$  شود. در این صورت نقطه  $M$  ضلع  $BC$  را به چه نسبتی تقسیم می‌کند؟
۳. فرض کنید اعداد حقیقی  $a$ ،  $b$  و  $c$  در روابط زیر صدق کنند:  
$$2a + b + c = 0, \quad ab + ac + bc = 0$$
در این صورت کسر  $\frac{a^2+1}{b^2+c^2+1}$  چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد.
۴. چند عدد ۱۳ رقمی از ارقام  $\{1, 2, 3, 4\}$  وجود دارد که مجموع هر سه رقم متوالی در آن زوج باشد.
۵. ۳۱ کیسه داریم. در هر کدام از کیسه‌ها حداقل یک سکه، در ۲۵ تا حداقل ۲ سکه، در ۱۷ تا حداقل ۳ سکه، در ۱۵ تا حداقل ۴ سکه، در ۹ تا حداقل ۵ سکه و در ۶ تا حداقل ۶ سکه وجود دارد. در هر کیسه حداکثر شش سکه است. در این کیسه‌ها در مجموع چند سکه وجود دارد.
۶. کوچکترین عدد ۶ رقمی که مجموع ارقامش با حاصل ضرب ارقامش برابر است را پیدا کنید.
۷. مجموع ارقام کدام یک از اعداد زیر بیشتر است.  
(الف)  $20 + 2100$  (ب)  $12 + 2100$  (ج)  $8 + 2100$  (د)  $4 + 2100$  (ه)  $2100$
۸. عددی دو رقمی در نظر بگیرید. حاصل ضرب ارقامش را محاسبه کنید. برای عدد بدست آمده همین کار را انجام دهید و این کار را آن قدر تکرار کنید تا به عددی یک رقمی برسید. با شروع از چند عدد دو رقمی به عدد ۲ می‌رسید.
۹. ۱۵ شتر در یک صف پشت سر هم ایستاده‌اند. می‌دانیم که وزن هر شتر عددی طبیعی از ۱ تا ۱۵ است و ممکن است وزن دو شتر یکسان باشد. هر شتر مجموع وزن خود و دو برابر وزن نفر جلویی‌اش را حساب می‌کند به جز نفر اول صف که شتری در جلوی‌اش نیست. در کمال تعجب شترها متوجه می‌شوند که همه‌ی ۱۴ عدد محاسبه شده بر ۱۵ بخش پذیر است. وزن این ۱۵ شتر چند حالت مختلف می‌تواند داشته باشد؟
۱۰. طول هر ضلع مربع  $ABCD$  برابر با ۲ واحد است.  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط ضلعهای  $AB$  و  $AD$  هستند.  $G$  نیز نقطه‌ای روی  $CF$  است، به طوری که  $3CG = 2GF$ . مساحت مثلث  $BEG$  را بدست آورید.