

x	۱	۲	۳	۴	...	n
y = ax + b	a + b	۲a + b	۳a + b	۴a + b	...	na + b

شیب خط = قدر نسبت دنباله  $\Rightarrow$  (a = شیب خط , a = قدر نسبت دنباله)

ب) اگر  $a > 0$  باشد دنباله حسابی متناظر آن افزایشی و در حالت  $a < 0$  دنباله کاهشی و در حالت  $a = 0$  دنباله ثابت خواهد بود.

تفاضل دو جمله A و B

پ) معادله فرمول شیب در خط  $y = ax + b$  همان اندازه قدرنسبت دنباله است که به صورت: تفاضل مقدار دنباله در دو جمله A و B

۶- الف) خط از دو نقطه  $(0, -200)$  و  $(50, 0)$  می‌گذرد. شیب آن را به دست می‌آوریم.

$$m = \frac{0 - (-200)}{50 - 0} = \frac{200}{50} = 4 \rightarrow y + 200 = 4(x - 0) \Rightarrow y = 4x - 200$$

ب)

$$1000 = 4x - 200 \Rightarrow x = \frac{1200}{4} = 300 \quad \text{تعداد تولید کالا}$$

پ) در نقطه A تعداد تولید کالا صفر ولی مبلغ سود عدد  $200 -$  هزار تومان شده است این بدان معنی است که مقدار هزینه‌های اولیه  $200$  هزار تومان است که از جیب رفته است و با تولید کالا می‌تواند سرشکن شود.  
در نقطه B تعداد کالا  $50$  است در این جا سود صفر می‌شود یعنی با تولید  $50$  کالا هزینه‌های اولیه تلافی می‌شود.

۷- الف) اگر x کیلومتر طی شده و y قیمت کرایه ماشین باشد داریم:

$$y = 250x + 500$$

ب) این تابع خطی است زیرا معادله آن به صورت  $y = ax + b$  می‌باشد.

۸- الف) حدس می‌زنیم خطی باشد معادله خط گذرنده از نقاط  $(1, 7)$  و  $(2, 12)$  را می‌نویسیم.

$$\text{شیب} = \frac{7-12}{1-2} = 5 \rightarrow y - 7 = 5(x - 1) \Rightarrow y = 5x + 2$$

حال تحقیق می‌کنیم که آیا مختصات نقاط  $(4, 3)$  و  $(6, 32)$  در این معادله صدق می‌کند یا نه؛ با آزمایش در می‌یابیم که مختصات این دو نقطه نیز در معادله صدق می‌کند پس تابع خطی است.  
ب) واضح است که تابع خطی است (نمایش آن یک خط است)  
معادله خط گذرا از نقاط  $(0, 4)$  و  $(5, 12)$  را می‌نویسیم.

$$\text{شیب خط} = \frac{12-4}{5-0} = \frac{8}{5} \rightarrow y - 4 = \frac{8}{5}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{8}{5}x + 4$$

پ) یک تابع خطی نمی‌باشد زیرا میزان افزایش به صورت خطی (با شیب ثابت) نمی‌باشد. با کمی دقت مشاهده می‌شود y مربع x است بنابراین  $y = x^2$

ت) تابع خطی نمی‌باشد. میزان رشد yها به صورت خطی نسبت با کمی دقت رابطه بین x و y به صورت  $y = x^2 + 1$  خواهد بود.

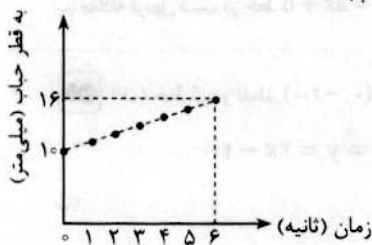
مجموعه تمرینات



۱-

(الف)

(ب)



زمان (ثانیه)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
قطر چاب (میلی متر)	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶

(پ) بله این تابع، یک تابع خطی است زیرا نمایش آن به صورت یک خط می‌باشد. (رشد آن بر حسب زمان مقدار ثابتی است).

۲- (الف) چون تابع خطی است پس باید معادله خطی را بنویسیم که از نقاط  $(50, 27000)$  و  $(100, 38000)$  بگذرد.

$$\text{شیب خط} = \frac{38000 - 27000}{100 - 50} = \frac{11000}{50} = 220$$

$$\text{معادله خط: } y - 27000 = 220(x - 50) \Rightarrow y = 220x + 16000$$

(ب)

$$y = 220(80) + 16000 = 33600 \rightarrow \text{قیمت } 80 \text{ واحد کالا}$$

۳- (الف)

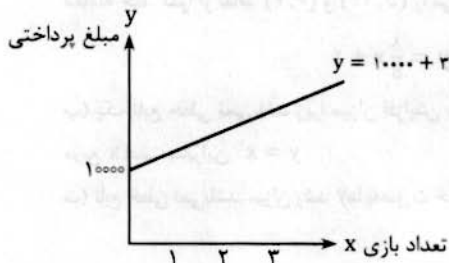
$x$ (تعداد بازی)	۰	۱	۲	۳	...	$x$
$y$ (مبلغ پرداختی)	۱۰۰۰۰	۱۰۳۰۰	۱۰۶۰۰	۱۰۹۰۰	...	$10000 + 300x$

$$y = 10000 + 300x$$

(ب)

$$37000 = 10000 + 300x \Rightarrow 27000 = 300x \Rightarrow x = 90$$

(پ)



۴- فرض کنیم تابع خطی  $y = ax + b$  باشد چون باید مختصات نقاط داده شده در ضابطه تابع صدق کند داریم:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 \\ 50 \end{bmatrix} &\rightarrow 50 = a(1) + b \Rightarrow a + b = 50 \\ \begin{bmatrix} 3 \\ 130 \end{bmatrix} &\rightarrow 130 = a(3) + b \Rightarrow 3a + b = 130 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 40 \\ b &= 10 \end{aligned}$$

معادله تابع خطی به صورت  $y = 40x + 10$  می‌باشد.

۵- الف) به نظر می‌رسد تابع خطی باشد معادله خط گذرا از دو نقطه  $(0, 5)$  و  $(1, 7)$  را می‌نویسیم و سایر نقاط را در آن آزمون می‌کنیم.

$$\text{شیب} = \frac{7-5}{1-0} = 2 \rightarrow y - 5 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 5$$

نقاط  $(2, 9)$  و  $(8, 21)$  در ضابطه تابع صدق می‌کند پس تابع خطی است.

دامنه آن  $\{0, 1, 2, 8\}$  و برد آن  $\{5, 7, 9, 21\}$  می‌باشد.

ب) در مورد خطی بودن تابع تردید داریم. فرض کنیم تابع خطی باشد با معادله خط گذرا از نقاط  $(-4, 5)$  و  $(-1, 2)$  را می‌نویسیم.

$$\text{شیب خط} = \frac{5-2}{-4+1} = -1 \rightarrow y - 5 = -1(x + 4) \Rightarrow y = -x + 1$$

اما نقطه‌های  $(3, -5)$  و  $(4, 8)$  در این ضابطه صدق نمی‌کنند پس تابع نمی‌تواند خطی باشد.

۶- الف)

h : ساعات کار	۱	۲	۳	۴
W : مجموع دستمزد	۱۹۰۰۰	۳۸۰۰۰	۵۷۰۰۰	۷۶۰۰۰

ب) معادله مجموع دستمزد فروشنده و حسابدار:

$$W = 19000h \quad \text{یا} \quad W = (7000 + 12000)h$$

۷- توابعی خطی هستند که نسبت به متغیر مستقل آن از درجه حداکثر یک باشند (فرم کلی  $y = ax + b$ ) بنابراین تابع  $y = -2x + 3$  خطی است ولی توابع  $y = x^2 + 1$  و  $y = \frac{1}{x} + 4$  خطی نیستند.

۸- فرض کنیم تابع خطی به فرم  $y = ax + b$  باشد منحنی نظیر این تابع از نقاط  $(0, -2)$  و  $(4, 0)$  گذشته است داریم:

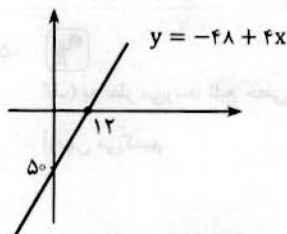
$$\begin{cases} -2 = a(0) + b \Rightarrow b = -2 \\ 0 = a(4) + b \Rightarrow 0 = 4a + b \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

معادله تابع خطی به فرم  $y = \frac{1}{2}x - 2$  خواهد بود.

- ۹- طول مستطیل  $4 + x$  و عرض آن ۳ خواهد بود و مساحت تابع برابر:  $S = 3(4 + x) = 12 + 3x$  است که تابعی خطی خواهد بود.

- ۱۰- الف) بله چون معادله (ضابطه) آن درجه اول و مربوط به معادله یک خط است.  
ب)

$$80 = -48 + 4x \Rightarrow 128 = 4x \Rightarrow x = 32 \text{ (۳۲ واحد تولید کند)}$$

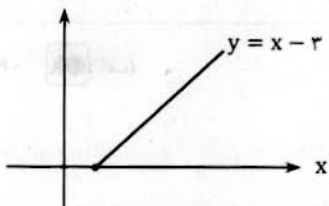


- پ) در محل برخورد با محور  $x$ ها ( $x = 12$ ) تعداد تولید کالا است که سود در آنجا صفر است و هنوز در مرحله جبران هزینه‌های اولیه (ثابت) می‌باشیم.

- ۱۱- در حالتی که  $x = a$  باشد ( $a$  مقدار ثابت) تابع خطی نیست در این حالت شیب برای خط  $x = a$  تعریف نمی‌شود.

- ۱۲- الف) خطی است و ضابطه آن  $y = 4x$  است ( $x$  طول ضلع و  $y$  محیط مربع)  
ب) خطی است و ضابطه آن  $y = at$  است که در آن  $t$  زمان برحسب ساعت و  $y$  مسافت طی شده برحسب کیلومتر و  $a$  سرعت ثابت متحرک است.  
پ) تابع خطی نمی‌باشد زیرا معادله مساحت دایره  $S = \pi R^2$  می‌باشد که از درجه دو است.

- ۱۳- الف)  $y = x - 3$   
ب)



- پ) کوچک‌ترین مقدار دامنه  $x = 3$  و حداقل مقدار برد تابع صفر است. در زمان تولد زهرا، علی سه ساله بوده است. بنابراین به‌ازای  $x = 3$  مقدار  $y = 0$  به دست می‌آید.

### ویژه دانش آموزان علاقه‌مند

x	۱	۲	۳	۴	۵	
y	۱	۳	۵	۷	۹	...

- ۱- برای به دست آوردن معادله تابع خطی، معادله خطی را می‌نویسیم که از دو نقطه  $(1, 1)$  و  $(2, 3)$  بگذرد.

$$\text{شیب خط} = \frac{3-1}{2-1} = 2 \Rightarrow \text{معادله خط: } y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 1$$

- ۲- برای به دست آوردن ضابطه تابع (تابع خطی است زیرا میزان رشد آن مقدار ثابتی است) معادله خط گذرا از دو نقطه  $(1, 1)$  و  $(3, 2)$  را می‌نویسیم.

$$\text{شیب خط: } m = \frac{2-1}{3-1} = \frac{1}{2} \quad \text{معادله خط: } y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

۳- الف) در محدوده ساعت ۶ تا ۹ همچنین در محدوده ساعت ۹ تا ۱۳ تابع به صورت خطی است.  
 ب) چون در محدوده ۹ تا ۱۳ تابع به صورت خطی است معادله خط گذرا از دو نقطه  $(9, 40)$  و  $(13, 90)$  را می‌نویسیم و تعداد باکتری برای  $x = 11$  را به دست می‌آوریم.

$$\text{شیب} = m = \frac{90-40}{13-9} = \frac{50}{4} = 12.5$$

$$\text{معادله خط: } y - 40 = 12.5(x - 9) \Rightarrow y = 12.5x - 72.5$$

$$x = 11 \Rightarrow y = 12.5(11) - 72.5 = 65$$

پ) در ساعت ۱۳ و ۱۸ تعداد باکتری بیش‌تر از سایر زمان‌هاست.

ت) در فاصله زمانی ۶ تا ۹ صبح ضابطه به صورت  $y = 40$  و در ساعت ۹ تا ۱۳ ضابطه به صورت  $y = 12.5x - 72.5$  می‌باشد. برای به دست آوردن معادله تابع در ساعات ۱۳ تا ۱۸ با استفاده از معادله  $y = ax^2 + bx + c$  و اطلاع از این‌که منحنی تابع از نقاط  $(13, 90)$  و  $(18, 90)$  و  $(15, 40)$  می‌گذرد مقادیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به دست می‌آوریم بدین منظور می‌توان نوشت:

$$(13, 90) \rightarrow 90 = a(13)^2 + b(13) + c \Rightarrow 169a + 13b + c = 90 \quad (1)$$

$$(15, 40) \rightarrow 40 = a(15)^2 + b(15) + c \Rightarrow 225a + 15b + c = 40 \quad (2)$$

$$(18, 90) \rightarrow 90 = a(18)^2 + b(18) + c \Rightarrow 324a + 18b + c = 90 \quad (3)$$

$$(1) - (2) \rightarrow -56a - 2b = 50 \Rightarrow -168a - 6b = 150 \Rightarrow 3 \cdot a = 250 \Rightarrow a = \frac{250}{3} = \frac{25}{3}$$

$$(3) - (2) \rightarrow 99a + 3b = 50 \Rightarrow 198a + 6b = 100$$

$$99a + 3b = 50 \Rightarrow 99\left(\frac{25}{3}\right) + 3b = 50 \Rightarrow b = \frac{50 - 25 \times 33}{3} \Rightarrow b = \frac{-775}{3}$$

$$169a + 13b + c = 90 \Rightarrow 169\left(\frac{25}{3}\right) + 13\left(\frac{-775}{3}\right) + c = 90$$

$$c = 2040 \Rightarrow y = \frac{25}{3}x^2 - \frac{775}{3}x + 2040$$

۴- الف) 

$$\text{هزینه } C = 3000000 + 6000x$$

$$\text{درآمد } R = 10000x$$

$$\text{سود} = P = R - C = 4000x - 3000000$$

ب) برای آن‌که ضرر نکند باید حداقل مقدار سود برابر صفر باشد.

$$4000x - 3000000 = 0 \Rightarrow x = 750$$

### ■ دوره سریع مطالب

۱- نادرست

۲- درست

۳- نادرست

۴- نادرست

۵- درست

۶-  $\{-2, -5, 0\}$

$$y = -x + 2 - 8$$

$$\left\{ \frac{1}{r}, 1, 2 \right\} - 7$$

$$-10 \text{ محیط دایره}$$

$$m = -5 - 9$$

### ■ آزمون چهارگزینه‌ای

۱- گزینه «۴». سایر گزینه‌ها: گزینه (۱): خطی با معادله  $y = -x + 4$  و گزینه (۲): خطی با معادله  $y = -x + 6$  و گزینه (۳) خطی با معادله  $y = -x + 2$  می‌باشد.

۲- گزینه «۳»

$$\begin{aligned} (1, 0) \rightarrow 0 &= a + b \\ (0, -1) \rightarrow -1 &= 0 + b \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a - b = 2 \end{aligned}$$

۳- گزینه «۲». نمایش تابع به صورت مقابل است:

x ساعت	۱	۲	۳	...
y ارتفاع	۱۶	۱۲	۸	...

که در ضابطه  $y = 20 - 4x$  صدق می‌کند.

۴- گزینه «۱»

$$\left. \begin{aligned} y &= -2x + 3 \\ x + 2y &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + 2(-2x + 3) = 5 \Rightarrow -3x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$x + 2y = 5 \xrightarrow{x=\frac{1}{3}} y = \frac{y}{r} \rightarrow 2a + b = \frac{2}{r} + \frac{y}{r} = \frac{9}{r} = 3$$

۵- گزینه «۳». نمودار از دو نقطه  $(0, -2)$  و  $(6, 0)$  گذشته است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 0 = 6a + b \\ -2 = 0 + b \Rightarrow b = -2 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - 2$$

نمودار تابع از نقطه  $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$  می‌گذرد.

### پاسخ ایستگاه فکر ۱

C رنگ کلاه خودش را فهمیده است.

دقت کنید اگر کلاه افراد C و D هر دو سیاه یا هر دو سفید باشد، سرباز B به سرعت رنگ کلاه خودش را می‌فهمد (برعکس رنگ دو نفر جلویی). اما اگر C و D یکی کلاه سیاه و یکی کلاه سفید داشته باشند، B رنگ کلاه خودش را نمی‌تواند اعلام کند. وقتی ۱۰ ثانیه می‌گذرد و سرباز B رنگ کلاه خودش را اعلام نمی‌کند، C می‌فهمد که رنگ کلاه خودش و D و برعکس هم‌اند (یک سیاه و یک سفید) در نتیجه با دیدن رنگ کلاه D، رنگ کلاه خودش را می‌فهمد.

### پاسخ ایستگاه فکر ۲

کسرهای هم‌ارز متوالی عبارتند از:  $\frac{17}{85}$  و  $\frac{167}{835}$