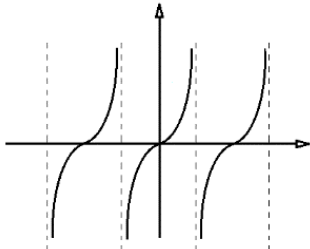
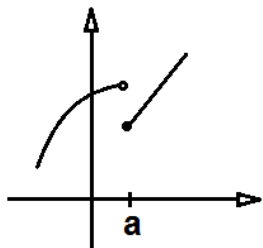


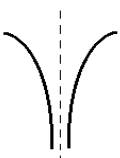
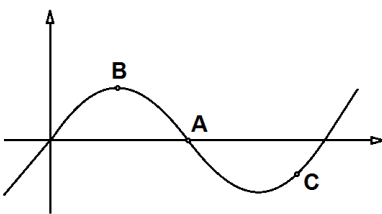
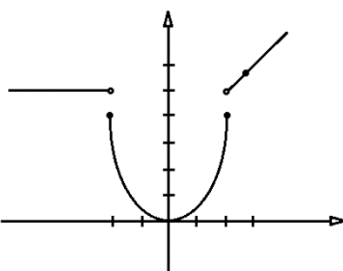
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷				
طراح سوال: وجیهه سیدابوسعیدی				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)			نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است. ب) اگر $x = a$ طول نقطه ی آگسترمم نسبی تابع f باشد، $f'(a) = 0$ است. پ) اگر تابعی نزولی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن هم نزولی است. ت) تابع صعودی اکید نقطه ی عطف ندارد.</p>			۱
۲	<p>اگر $x + 2$ یک عامل یک عامل $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ باشد و باقی مانده ی تقسیم $p(x)$ بر $(x - 1)$ برابر -6 باشد. a و b را بدست آورید.</p>			۱
۳	<p>عبارت زیر را تجزیه کنید. $x^4 - \frac{1}{81} = \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{9}\right)$</p>			۰/۵
۴	<p>جواب معادله ی زیر را در بازه ی $[0, 2\pi]$ پیدا کنید. $\sin 2x - \sqrt{2} \sin x = 0$</p>			۱/۲۵
۵	<p>حاصل حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos \pi}{\pi - x} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + \sqrt{4x^2}}{3x - 1} =$</p>			۱
۶	<p>نمودار تابع $f(x) = \frac{-2x}{x^2 - 6x + 9}$ را در حوالی مجانب قائم رسم کنید.</p>			۱
۷	<p>نقاطی مانند A و B و C را روی نمودار $y = f(x)$ مشخص کنید به طوری که الف) A نقطه ای است که در آن $f' < 0$ و عرض تابع برابر صفر است. ب) B نقطه ای است که در آن $f' = 0$ و $f > 0$ پ) C نقطه ای است که در آن $f' > 0$ و تابع بعد از آن اکیدا صعودی باشد.</p> 			۱/۵
۸	<p>نشان دهید $x = 1$ نقطه ی گوشه ای برای تابع $f(x) = x^2 - x$ است. سپس معادله ی نیم مماس هایش را بدست آورید.</p>			۱/۵
۹	<p>الف) با رسم نمودار f مشتق پذیری آن را در 2 و -2 بررسی کنید. ب) ضابطه ی تابع مشتق را بدست آورده و آن را رسم کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x + 3 & x > 2 \\ x^2 & -2 \leq x \leq 2 \\ -5 & x < -2 \end{cases}$			۱/۵

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان:
نام و نام خانوادگی:	سال دوازدهم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸	تعداد صفحه: ۲
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷ طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی			
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)		
	مشتق توابع زیر را بدست آورید.		
۲/۲۵	الف) $f(x) = (2x^2 - 5x)^3(4x^3 - 5)$ ب) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{5x+2}$ پ) $f(x) = \frac{2-\sin x}{\tan^2 x}$		
۱۱	در تابع با ضابطه $f(t) = t^3 - 1$ اختلاف آهنگ تغییر لحظه ای در $t = 2$ را با آهنگ تغییر متوسط در بازه $[2, 3]$ بدست آورید.		
۱۲	در شکل زیر، نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی را مشخص کنید.		
۱۳	مقادیر اکسترمم مطلق و نسبی تابع $f(x) = x + \frac{9}{x}$ را در بازه $[2, 4]$ بدست آورید.		
۱۴	نمودار تابع $y = f(x)$ را به گونه ای رسم کنید که همه ی شرایط زیر را داشته باشد الف) $f(0) = f(2) = 0$ ب) در بازه $(-\infty, 0)$ ، $f'(x) < 0$ باشد. پ) در بازه $(0, 2)$ ، f' اکیدا صعودی باشد. ت) در بازه $(2, \infty)$ ، $f'' < 0$ باشد.		
۱۵	در تابع $y = ax^2 + bx^2 + c$ ضرایب a و b و c را چنان تعیین کنید که نمودار تابع از مبدا مختصات بگذرد و نقطه $(1, 1)$ نقطه ی عطف آن باشد.		
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x+2}{x-1}$ را رسم کنید.		

باسمه تعالی

مدت امتحان :	ساعت شروع ۸ صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان : / / ۱۳۹۸	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال : وجیهه سید ابوسعیدی		جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷	
نمره	پاسخنامه		ردیف
۱	<p>الف) درست است با توجه به شکل ، این تابع در $k\pi + \frac{\pi}{2}$ تعریف نشده و در بازه های تعریف شده صعودی است.</p>  <p>ب) نادرست است . در شکل $x = a$ مینیمم نسبی تابع است ولی $f'(a)$ موجود نیست.</p>  <p>پ) نادرست است. برای مثال تابع $f(x) = x$ تابعی صعودی است در حالی که آهنگ تغییر متوسط آن ثابت است. ت) نادرست است . زیرا نقطه ی $(0,0)$ نقطه ی عطف تابع $f(x) = x^3$ است . در حالی که این تابع صعودی اکید است.</p>		۱
۱	$12p(-2) = 0 \rightarrow (-2)^3 + a(-2)^2 + b(-2) - 4 = 0 \rightarrow 4a - 2b = 12$ $P(1) = -6 \rightarrow a + b = 3$ $= 3$ $\begin{cases} 4a - 2b = 12 \\ a + b = 3 \end{cases} \rightarrow a = 3, b = 0$		۲
۰/۱۵	$= (x - \frac{1}{3})(x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{9}x + \frac{1}{27})x^4 - \frac{1}{81}$		۳
۱/۲۵	$\sin 2x - \sqrt{2} \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin x \cos x - \sqrt{2} \sin x = 0 \rightarrow \sin x (2 \cos x - \sqrt{2}) = 0$ $\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$ $7\frac{\pi}{4} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{4}$		۴
۱	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\cos x}{\pi - x} = \frac{\cos \pi}{\pi - \pi^+} = \frac{-1}{-} = +\infty$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\Delta x + \sqrt{4x^2}}{3x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\Delta x + 12x}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\Delta x - 2x}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7x}{3x} = \frac{-7}{3}$</p>		۵

مدت امتحان :	ساعت شروع ۸ صبح	رشته : ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تعداد صفحه: ۴	تاریخ امتحان : / / ۱۳۹۸	سال دوازدهم آموزش متوسطه	نام و نام خانوادگی :
طراح سوال : وجیهه سید ابوسعیدی		جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷	
نمره	پاسخنامه		ردیف
۱	<p>مجانِب قائم تابع $f(x)$ برابر است با:</p> $= \frac{-2x}{(x-3)^2} : (x-3)^2 = 0 \rightarrow x = 3 \quad f(x) = \frac{-2x}{x^2-6x+9}$ $-\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-2x}{(x-3)^2} = \frac{-6}{.+} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2x}{(x-3)^2} = \frac{-6}{.+} = -\infty$ <p>پس نمودار تابع در حوالی مجانب قائمش به صورت مقابل است.</p> 		۶
۱/۵			۷
۱/۵	<p>اگر $x = 1$ نقطه ی گوشه برای $f(x) = x^2 - x$ باشد، باید $f_+'(1) \neq f_-'(1)$</p> $f_+'(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2-x }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} x = 1$ $f_-'(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2-x }{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -x = -1$ <p>پس f در $x = 1$ نقطه ی گوشه ای است. شیب نیم مماس های چپ و راست و نقطه ی $(1, 0)$ روی تابع f را داریم،</p> <p>پس</p> <p>معادله ی نیم مماس چپ $y - 0 = -1(x - 1) \rightarrow y = -x + 1$</p> <p>معادله ی نیم مماس راست $y - 0 = 1(x - 1) \rightarrow y = x - 1$</p>		۸
۱/۵	<p>الف) نمودار $y = f(x)$ به صورت مقابل است.</p>  <p>چون f در $x = 2$ و $x = -2$ ناپیوسته است در نتیجه مشتق ناپذیرند یعنی $f'(2)$ و $f'(-2)$ موجود نیستند.</p>		۹

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان:													
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸		تعداد صفحه: ۴													
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی																	
ردیف	پاسخنامه						نمره												
	<p>ب) با توجه به قسمت الف، f در $x = 2$ و $x = -2$ مشتق ناپذیرند، پس در دامنه ی f' نیستند.</p> $f'(x) = \begin{cases} 1 & x > 2 \\ 2x & -2 < x < 2 \\ 0 & x < -2 \end{cases}$ <p>نمودار f' به صورت مقابل است.</p>						۱												
۲/۲۵	<p>الف) $f'(x) = 3(2x^2 - 5x)^2(4x - 5)(4x^3 - 5) + 12x^2(2x^2 - 5x)^3$</p> <p>ب) $f'(x) = \frac{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}(\Delta x + 2) - 5\sqrt[3]{x}}{(\Delta x + 2)^2}$</p> <p>ج) $f'(x) = \frac{-\cos x \tan^x x + 2 \tan^x x (1 + \tan^x x)(2 - \sin x)}{\tan^x x}$</p>						۱۰												
۱	<p>آهنگ تغییر لحظه ای در $t=2$ یعنی $f'(2)$</p> $\text{آهنگ تغییر متوسط در بازه ی } [2, 3] = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{26 - 7}{1} = 19$ <p>پس اختلاف این دو آهنگ ۵ واحد است</p> <p>$f'(t) = 3t^2 \rightarrow f'(2) = 12$</p>						۱۱												
۱	<p>نقاط بحرانی G, F, D, C</p> <p>نقطه ی مینیمم نسبی G</p> <p>نقاط ماکزیمم نسبی F, D</p> <p>نقطه ی ماکزیمم مطلق H</p> <p>نقطه ی مینیمم مطلق G</p>						۱۲												
۱/۵	<p>$f(x) = x + \frac{9}{x} \rightarrow f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$ غ ق</p> <p>$\max f(2) = \frac{13}{2}$ مطلق</p> <p>$f(3) = 6$ مطلق \min</p> <p>$f(4) = \frac{25}{4}$</p> <p>تنها نقطه ی بحرانی تابع $x = 3$ است. جدول تعیین علامت برای f' به صورت زیر است.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$\frac{13}{2}$</td> <td>۶</td> <td>$\frac{25}{4}$</td> </tr> </table>						x	۲	۳	۴	$f'(x)$	-	۰	+	$f(x)$	$\frac{13}{2}$	۶	$\frac{25}{4}$	۱۳
x	۲	۳	۴																
$f'(x)$	-	۰	+																
$f(x)$	$\frac{13}{2}$	۶	$\frac{25}{4}$																

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک																			
نام و نام خانوادگی:		سال دوازدهم آموزش متوسطه																			
مدت امتحان:		ساعت شروع: ۸ صبح																			
تعداد صفحات: ۴		تاریخ امتحان: / / ۱۳۹۸																			
جشنواره طراحی سوال امتحان نهایی خراسان رضوی - بهمن ۹۷		طراح سوال: وجیهه سید ابوسعیدی																			
ردیف	پاسخنامه	نمره																			
۱۴		۱																			
۱۵	<p>نمودار تابع از مبدا مختصات می گذرد بنابراین $c=0$</p> <p>$(1,1)$ نقطه ی عطف است. پس در تابع صدق می کند.</p> <p>چون ۱ طول نقطه ی عطف است بنابراین نقطه ی $(1,0)$ در y'' صدق می کند.</p> $y = ax^r + bx^r + c$ $1 = a + b$ $y' = rax^{r-1} + rbx^{r-1}$ $y'' = rax^{r-2} + rbx^{r-2} \rightarrow 0 = ra + rb$ $b = \begin{cases} a + b = 1 \\ ra + rb = 0 \end{cases} \rightarrow a = \frac{-1}{r}$	۱																			
۱۶	<p>دامنه ی تابع $x \neq 1$ می باشد.</p> <p>$y = \frac{x+3}{x-1} \rightarrow x=1$ مجانب قائم</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x-1} = 1 \rightarrow y=1$ مجانب افقی</p> <p>نقطه ی برخورد با محور x ها $(-3,0)$</p> <p>نقطه ی برخورد با محور y ها $(0,-3)$</p> $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>-3</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$	y'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	y	1	0	-3	$-\infty$	$+\infty$	۲	
x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$																
y'	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$																
y	1	0	-3	$-\infty$	$+\infty$																