



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

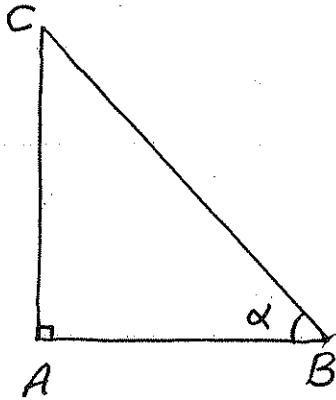
(@riazisara)

مثلثات

- ❖ نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه
- ❖ تعیین نسبت‌های مثلثاتی زوایای معروف
- ❖ قانون مساحت و سینوس ها در مثلث
- ❖ دایره مثلثاتی
- ❖ بدست آوردن نسبت‌های مثلثاتی از یک نسبت
- ❖ شیب خط و تانژانت زاویه
- ❖ روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
- ❖ رادیان
- ❖ نسبت‌های مثلثاتی برای تمام زوایا

نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه:

در مثلث قائم الزاویه زیر (بازاوی بی قائمه‌ی A) نسبت‌های مثلثاتی را بصورت زیر تعریف -



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به } \alpha}{\text{ضلع مجاور به } \alpha} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور به } \alpha}{\text{ضلع مقابل به } \alpha} = \frac{AB}{AC}$$

می‌تسیم:

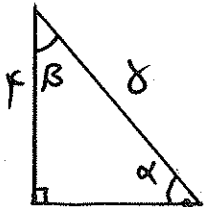
نکته: با توجه به مثلث قائم الزاویه فوق و نسبت‌های مثلثاتی بیان شده می‌توان روابط زیر را نتیجه گیری کرد:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}, \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}, \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

همچنین:

تمرین ۱: در مثلث مقابل نسبت‌های مثلثاتی زوایای α و β را بدست آورید.

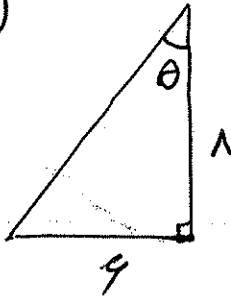


تمرین ۲: طول وتر یک مثلث قائم الزاویه ۳۹ و سینوس یکی از زاویه‌های حاده‌ی آن $\frac{5}{13}$ باشد

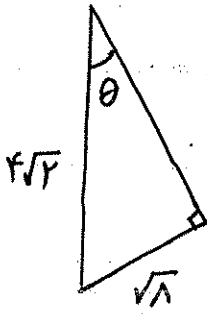
محیط مثلث را بدست آورید.

تمرین ۳: در هر مثلث نسبتی زاویه θ را بدین کدودید:

الف)



ب)



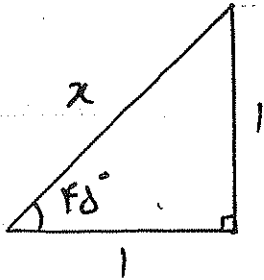
تمرین ۴: اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ مقادیر $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ را بیابید.

تمرین ۵: حاصل عبارت $\tan 1^\circ \tan 2^\circ \dots \tan 89^\circ \tan 90^\circ$ کدام است؟

نسبت‌های مثلثاتی زوایای 30° ، 45° و 60° :

تمرین ۶: در مثلث روبرو اندازه‌ی زاویه‌ی 30° را بدست آورید و با استفاده از این نسبت‌های

مثلثاتی زاویه‌ی 45° را بسازید.



تمرین ۷: با استفاده از یک مثلث مستوی الاضلاع دلخواه نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های

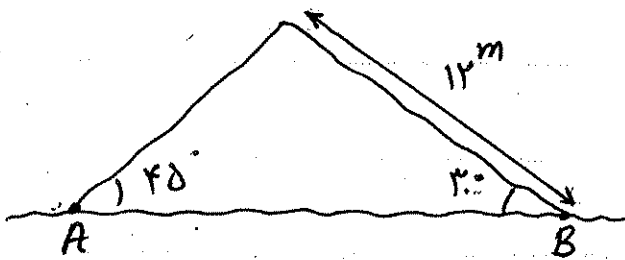
30° و 60° را بدست آورید.

تمرین ۸: بدون استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس نشان دهید قطر مربعی به ضلع a برابر

$a\sqrt{2}$ می‌باشد.

تمرین ۹: اگر نردبان را به دیواری نگیه داده باشیم بطوریکه فاصله‌ی پای نردبان تا دیوار 2.5^m باشد و زاویه‌ی که نردبان با سطح افق می‌سازد 30° باشد، طول نردبان را محاسبه کنید.
ارتفاع نردبان در چه ارتفاعی از سطح زمین قرار گرفته است؟

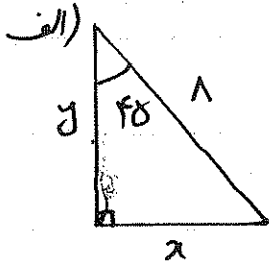
تمرین ۱۰: در یک جاده کوهستانی مسابله شکل زیر، طول جاده سرپاکنی 12^m و زاویه جاده‌ی سرپاکنی و سرپاکنی با سطح زمین به ترتیب 45° و 30° است:



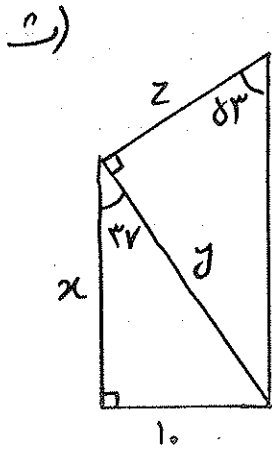
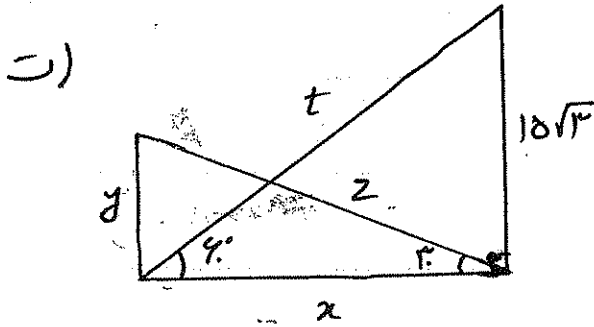
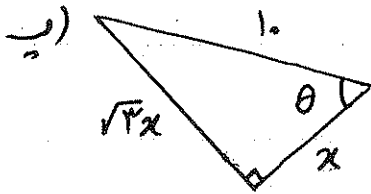
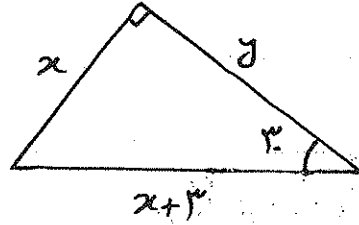
- الف - ارتفاع قلعه را بدست آورید.
- ب - طول جاده سرپاکنی را بدست آورید.
- پ - طول تونل احداث شده بین دو نقطه‌ی A و B چه قدر است؟

تمرین ۱۱: شخصی بابت 170^m باربادگی را به هوا فرستاده است. در لحظه‌ای که شخص 9^m از نخ راه‌آهن کرده و زاویه‌ی بین راستای نخ و سطح زمین 30° باشد، ارتفاع باربادگ از سطح زمین چه قدر است؟

تمرین ۱۲: در غیر متساوی الساقیوں میں زاویہ اور وتر

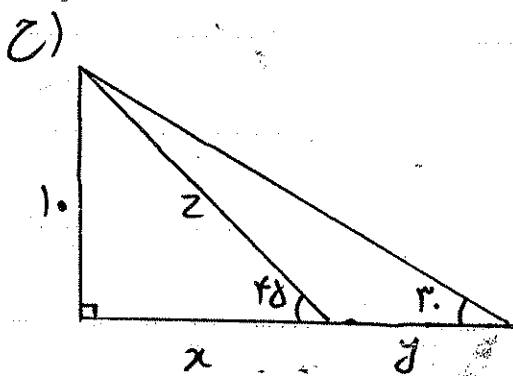
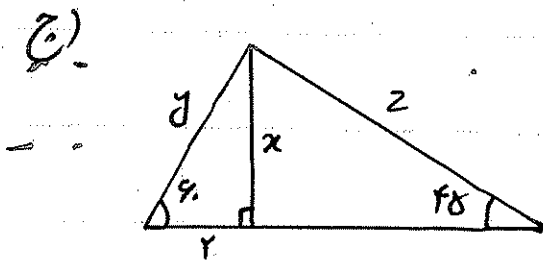
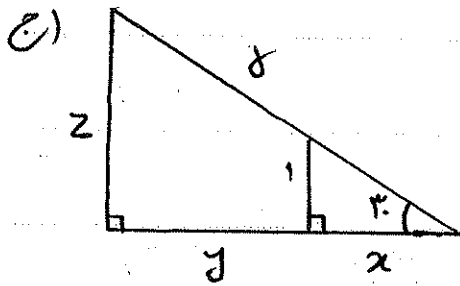


ب)



$$\sin 37^\circ = .19$$

$$\cos 37^\circ = .18$$



تمرین ۱۳: حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

۱) $\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta$

۲) $r \sin \alpha + \cos \alpha \delta - \sin \beta$

۳) $\tan \alpha \cot \beta + \sin \alpha + \cos \beta$

$$f) \sqrt{3} \tan \varphi - \frac{\tan 2\varphi}{\sqrt{3}}$$

$$d) 2 \tan 2\varphi \cot 3\varphi - 3 \cot 4\varphi \tan 4\varphi$$

$$e) (\cos 2\varphi - \sin 4\varphi)(\sin \varphi + \cos 3\varphi)$$

$$v) \frac{1 + \tan^2 \varphi + \tan^2 \varphi}{1 + \cot^2 \varphi + \cot^2 \varphi}$$

$$A) 1 - 2 \sin^2 \varphi + \frac{\cos^2 \varphi}{2}$$

تمرین ۱۴: درستی تساوی‌های زیر را نشان دهید.

$$1) 2 \sin 2\varphi \cos 2\varphi = \sin 4\varphi$$

$$2) \sin 4\varphi \cos 3\varphi = \sin 2\varphi$$

$$3) \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$$

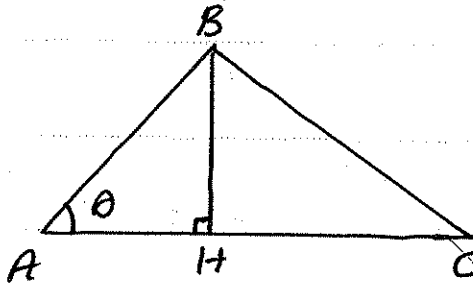
$$4) 1 + \tan^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$5) \frac{\sin^2 4\varphi}{2} = \sin^2 2\varphi$$

قانون مساحت در مثلث:

برای مثلث دلتوا ABC رو برو می دانیم:

$$S_{ABC} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{BH \times AC}{2}$$

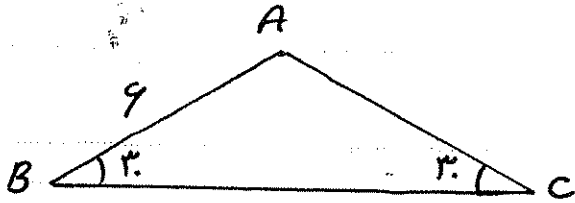


از طرفی $\sin \theta = \frac{BH}{AB}$ پس $BH = AB \sin \theta$

با جایگذاری در رابطه بالا داریم:

$$S_{ABC} = \frac{(AB \sin \theta)(AC)}{2} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \theta$$

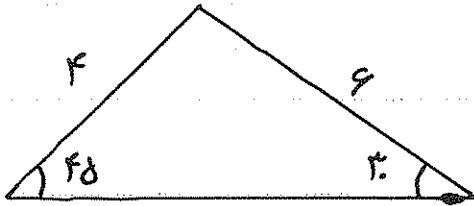
تمرین ۱۵: مساحت مثلث رو برو کدام است؟



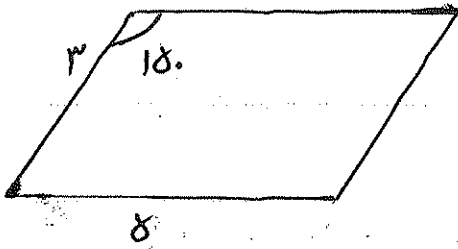
تمرین ۱۶: مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a را بیابید.

تمرین ۱۷: مساحت هر یک از مثلث‌های زیر را بدست آورید.

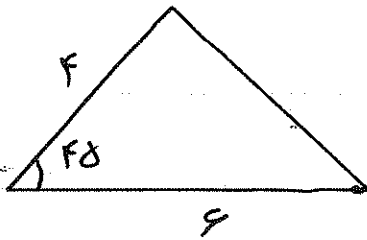
الف)



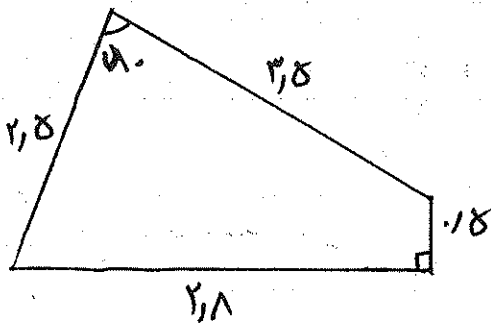
ب)



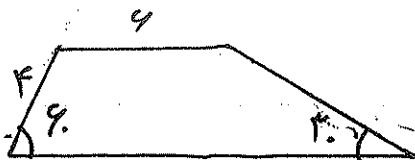
ج)



د)

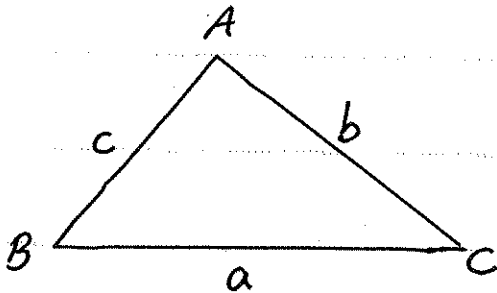


کمترین محیط و مساحت دوازده‌گونی متساوی‌الساقین را بدست آورید.

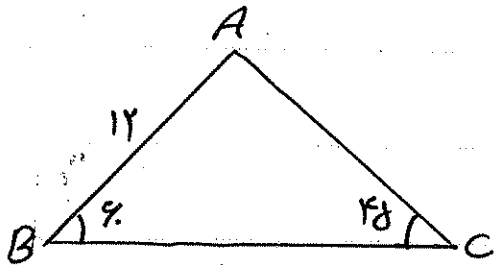


قانون سین ها: در هر مثلث دلخواه ABC داریم:

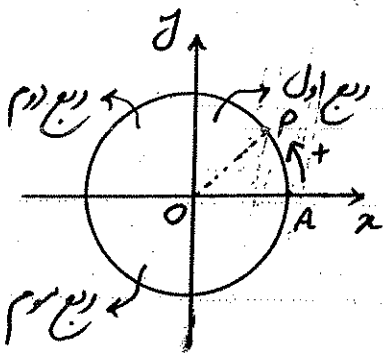
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



تمرین ۱۹: در مثلث مقابل اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟



دایره مثلثاتی:



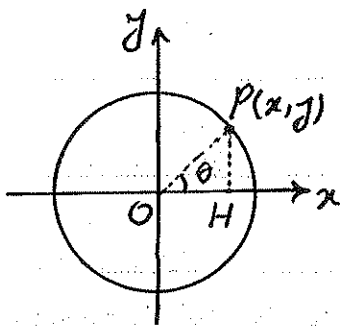
دایره‌ای به شعاع یک که مرکز آن روی مبدأ مختصات می‌باشد را دایره مثلثاتی می‌گوئیم. ضلع OA برای زاویه ثابت است. اگر نقطه‌ی P در خلاف جهت عقربه‌های ساعت (از A) شروع به حرکت کند، زاویه‌ی مثبت AOP بدست می‌آید و اگر نقطه‌ی P در جهت عقربه‌های ساعت (از A) شروع به حرکت کند، زاویه‌ی منفی بدست خواهد آمد.

تمرین ۲۰: زاویه‌های زیر را روی دایره‌ی مثلثاتی رسم کنید.

۶۰، ۱۵۰، ۲۷۰، ۳۱۵، -۳۰، -۹۰، -۱۳۵، -۱۸۰، -۲۴۰.

تمرین ۱۱: بدون رسم دایره مثلثاتی مشخص کنید هر یک از زوایای زیر در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارند؟
۱۳۸، ۳۲۱، -۲۲۰، -۷۵، ۲۰۱۶، -۷۲، ۵۴۰، -۲۷۰

تعیین نسبت‌های مثلثاتی از روی دایره مثلثاتی:



فرض کنید $P(x, y)$ نقطه دلخواهی روی دایره مثلثاتی بوده و زاویه θ -

تشکیل شده را θ می‌نامیم. از نقطه P خطی را بر محور x ها عمود

می‌کشیم. در مثلث OPH نسبت‌های مثلثاتی را می‌نویسیم:

$$\sin \theta = \frac{PH}{OP} = \frac{y}{1} = y$$

$$\cos \theta = \frac{OH}{OP} = \frac{x}{1} = x$$

$$\tan \theta = \frac{PH}{OH} = \frac{y}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{OH}{PH} = \frac{x}{y}$$

اگر θ در زوایای دیگر دستگاه مختصات هم قرار بگیرد، همین تعریف را برای آنها در نظر می‌گیریم، یعنی اگر $P(x, y)$ زاویه θ را بر وجود آورد، $\sin \theta$ همان عرض نقطه P ، $\cos \theta$ همان طول

نقطہ ۱۲ است. بہ همین دلیل محور x اور محور y کے \sin اور \cos کے نام دیے گئے۔

نوٹ: ۱: برای هر زاویه θ داریم: $|\sin \theta| < 1$, $|\cos \theta| < 1$ ۔
اما $\tan \theta$, $\cot \theta$ هر مقدار حقیقی تواند باشند۔

نوٹ: ۲: با توجه به اینکه محور x اور محور y کے \sin اور \cos کے نام دیے گئے۔
علامت نهیهای سُنیاتی را می توان به صورت جدول زیر مشخص نمود:

	ربع اول $x > 0, y > 0$	ربع دوم $x < 0, y > 0$	ربع سوم $x < 0, y < 0$	ربع چهارم $x > 0, y < 0$
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-
$\cot \theta$	+	-	+	-
	همه مثبت	فقط \sin مثبت	کاتانژانت و کوتانژانت مثبت	فقط \cos مثبت

تمرین ۲۲: با توجه به اطلاعاتی که در موارد زیر داده شده است، تعیین کنید که α در کدام ربع های سُنیاتی قرار دارد؟

۱) $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha$

۲) $\tan \alpha$, $\sin \alpha$ هم علامتند

۲) $\sin \alpha \cos \alpha < 0$.

۴) $\sin \alpha \tan \alpha > 0$, $\cot \alpha < 0$.

تمرین ۲۳: می دانیم نقطه‌ی انته‌ای همان زاویه‌ی α دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی $P(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ قطع می‌کند و زاویه‌ی ایجاد شده ۱۵ است. نتیجه‌ی مثلثاتی زاویه‌ی α را بیابید.

تمرین ۲۴: اگر t عددی حقیقی و $P(\frac{3}{8}, -\frac{4}{8})$ نقطه‌ی ای روی دایره‌ی مثلثاتی و متناظر با t باشد، نتیجه‌ی مثلثاتی آنرا بیابید.

تمرین ۲۵: علامت نتیجه‌ی مثلثاتی زاویه‌ی 1395° را مشخص کنید.

تمرین ۲۶: دو زاویه ۴۵ و ۱۳۵ را در دایره مُشکاتی رسم کرده و نتایج مُشکاتی زاویه ۱۳۵ را بنویسید.

تمرین ۲۷: دو زاویه ۳۰ و ۳۰ را در دایره مُشکاتی رسم کرده و نتایج مُشکاتی زاویه ۳۰ را بنویسید.

تمرین ۲۸: دو زاویه ۹۰ و ۲۴۰ را در دایره مُشکاتی رسم کرده و نتایج مُشکاتی زاویه ۲۴۰ را بنویسید.

تمرین ۲۹: دو زاویه ۴۵ و ۳۱۵ را در دایره مُشکاتی رسم کرده و نتایج مُشکاتی زاویه ۳۱۵ را بنویسید.

تمرین ۳۰: برای چه مقدار از α در ناحیه بین 0 و 360° رابطه $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ برقرار است؟

تمرین ۳۱: برای چه مقدار از α در ناحیه بین 0 و 360° رابطه $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ برقرار است؟

تمرین ۳۲: برای چه مقدار از α در ناحیه بین 0 و 360° رابطه $\tan \alpha = \sqrt{3}$ برقرار است؟

تمرین ۳۳: به ازای چه مقادیر از α در ناحیه \sin بین 0 و 360° ، $\cot \alpha = -1$ برقرار است؟

تمرین ۳۴: با توجه به دایره مثلثاتی به شعاع 1 نسبتهای مثلثاتی زوایای 0° ، 90° ، 180° و

270° را بیابید.

بدست آوردن نسبتهای مثلثاتی از روی یک نسبت:

اگر یکی از نسبتهای مثلثاتی داده شده باشد، می توان سایر نسبتها را از روی آن

بدست آورد. با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم: $x^2 + y^2 = 1$ ، از طرفی $\sin \theta = y$

و $\cos \theta = x$ می باشد. حال با داشتن یکی از نسبتهای \sin یا \cos و قرار دادن در

این رابطه و با توجه به علامت نسبتها در زوایای 4 گانه می توان سایر نسبتها را بدست آورد.

تمرین ۳۵: اگر $\cos \theta = \frac{2}{7}$ و θ در ربع چهارم باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه θ را بیابید.

تمرین ۳۶: اگر α زاویه‌ای در ربع سوم دایره مثلثاتی باشد بطوری که $\sin \alpha = -\frac{2}{8}$ سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه α را بیابید.

تمرین ۳۷: اگر $\tan \theta = \frac{3}{4}$ و θ در ربع سوم واقع باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه θ را بیابید.

تمرین ۳۸: اگر $\cot \alpha = -\sqrt{18}$ و α در ربع دوم واقع باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی زاویه α را بیابید.

را بدست آورید

تمرین ۳۹: به جای \circ نماد \langle یا \rangle قرار دهید

۱) $\sin 2^\circ \circ \sin 4^\circ$

۷) $\cos 29^\circ \circ \cos 31^\circ$

۲) $\cos 2^\circ \circ \cos 4^\circ$

۸) $\sin 24^\circ \circ \sin 22^\circ$

۳) $\tan 2^\circ \circ \tan 4^\circ$

۹) $\sin 11^\circ \circ \cos 24^\circ$

۴) $\cot 2^\circ \circ \cot 4^\circ$

۱۰) $\sin 24^\circ \circ \cos (-2^\circ)$

۵) $\sin 11^\circ \circ \sin 18^\circ$

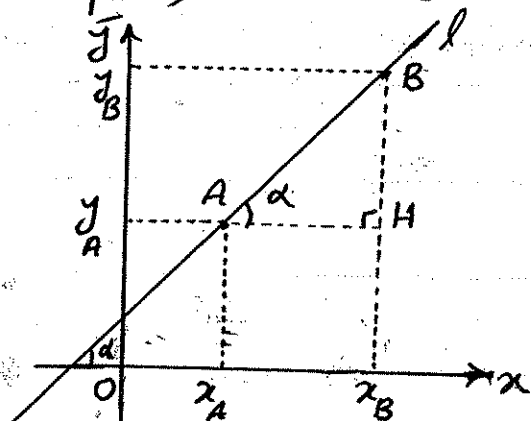
۱۱) $\tan 4^\circ \circ \tan 6^\circ$

۶) $\cos 12^\circ \circ \cos 18^\circ$

۱۲) $\cot 4^\circ \circ \cot 6^\circ$

شیب خط و آنرا α زاویه:

فرض کنید معادله خط بصورت $y = mx + b$ باشد، دو نقطه A و B را در نظر بگیرید:



اگر زاویه این خط با محور Ox برابر α باشد، زاویه α

از مثلث AHB نیز α است. حال داریم:

$$\text{شیب خط } l = m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{BH}{AH} = \tan \alpha$$

نماییں سب خط با انرافت زاویہی کن با جهت مثبت محور OX برابر است.

تمرین ۴۰: خط $x = 1 - \sqrt{3}y$ محور x ہا را بالدام زاویہ قطع می کند؟

تمرین ۴۱: معادله خطی بنویسید کہ با محور x زاویہی 30° می سازد و از نقطه $A(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ گذرد.

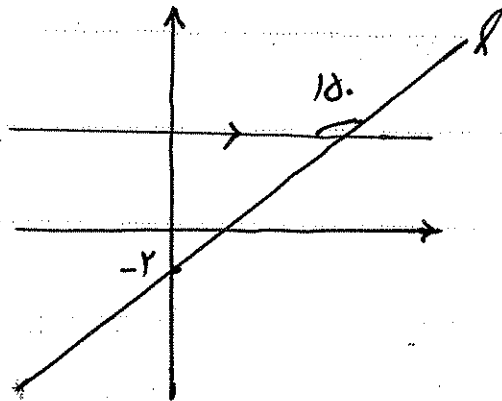
تمرین ۴۲: معادله خطی را بنویسید کہ از نقطه A بہ طول 2 واقع بر محور x گذرد و با جهت مثبت محور طول ہا زاویہی 120° سازد.

تمرین ۴۳: خط $4 = (2a+1)y - (a-5)x$ مفروض است، مقدار a را

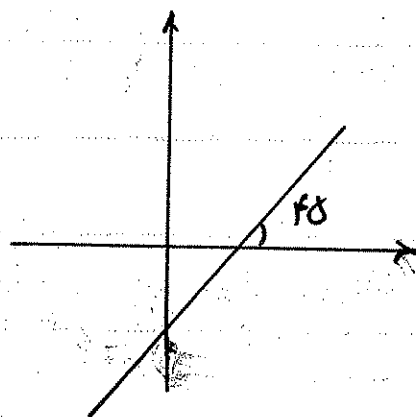
چنان تعیین کنید کہ این خط با محور x زاویہی 45° سازد.

تمرین ۴۴: نقاط $A|b^2$ ، $B|b^2-1$ مفروضند. ط را خطی بنامید که خط گذرنده از این دو نقطه با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد.

تمرین ۴۵: با توجه به شکل مقابل، معادله خط l را بنویسید.



تمرین ۴۶: در شکل مقابل معادله خط صورت $2x + ay + 3 = 0$ است. این خط عمود بر خط l را با چه عرضی قطع می کند؟



روابط بین نتیجه‌های سئالاتی:

باتوجه به دایره مثلّاتی و قضیه فیثاغورس روابط زیر را بدست آوردم:

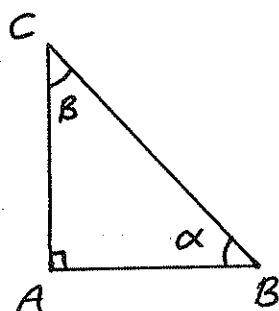
$$x = \cos \theta, \quad y = \sin \theta, \quad x^2 + y^2 = 1$$

از روابط زیر رابطه $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ را می توان نتیجه گرفت.

نکته: از رابطه فوق روابط زیر را می توان نتیجه گرفت:

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta, \quad \sin \theta = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta, \quad \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$



تمرین ۴۷: به کمک مثلث متقابل ثابت کنید:

الف - $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

ب - $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

پ - $\cos \alpha \cdot \tan \beta = \sin \alpha$

تمرین ۴۸: اگر $90^\circ < \theta < 180^\circ$, $\cos \theta = -\frac{12}{13}$ سایر نسبت های مثلّاتی را بدست آورید.

تمرین ۴۹: اگر $27. < \alpha < 39.$ و $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ باشد، سایر نسبت های مثلثاتی α را

بیابید.

تمرین ۵۰: اتحادهای زیر را ثابت کنید:

$$1) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$2) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

تمرین ۵۱: اگر $27. < \alpha < 39.$ و $\tan \alpha = -\frac{2}{3}$ باشد، سایر نسبت های مثلثاتی α

را بدست آورید.

تمرین ۵۲: اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{18}}{3}$ باشد، حاصل $\sin \alpha \cos \alpha$ را بدست آورید.

$$\frac{2\sin\alpha + \cos\alpha}{\cos\alpha - 2\sin\alpha}$$

تمرین ۵۳: اگر $\tan\alpha = -2$ باشد حاصل عبارت را بدست آورید.

تمرین ۵۴: اگر $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $(2 - \cos^2\alpha)(\cot^2\alpha - 2)$ را بدست آورید.

تمرین ۵۵: حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

۱) $\frac{1 + \tan x}{1 + \cot x}$

۲) $\frac{\tan x + \cot x}{\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}}$

۳) $(\sin x - \cos x)^2 + \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$

$$۴) \left(\frac{1}{\cos x} + \tan x \right) (1 - \sin x)$$

تمرین ۵۶: درستی تساوی‌های زیر را بررسی کنید.

$$۱) \frac{1}{\sin x} \times \tan x = \frac{1}{\sin x}$$

$$۲) (1 - \sin x)(1 + \sin x) = \cos^2 x$$

$$۳) \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha$$

$$۴) (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$۵) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$۶) \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$۷) \left(\frac{1}{\cos x} + \tan x \right) (1 - \sin x) = \cos x$$

ریاضی دهم

رادمان: هرگاه عمده دایره را به اندازهی شعاع دایره تقسیم بندی کنیم، یعنی به 2π تقسیم کنیم نگاه به هر کدام از آنها یک رادمان می گوئیم و با R نشان می دهیم.

برای تبدیل واحدهای زاویه از درجه به رادمان و رادمان به درجه از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

تمرین ۵۷: زوایای زیر را به رادمان تبدیل کنید.

۲۰, ۴۵, ۶۰, ۹۰, ۱۲۰, ۲۲۵, ۲۴۰, ۳۰۰.

تمرین ۵۸: زوایای زیر را به درجه تبدیل کنید.

$$\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, \frac{11\pi}{6}$$

تمرین ۵۹: اگر $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ معادله $\frac{\pi}{2} + \alpha$, $\pi - \alpha$, $\pi + \alpha$, $2\pi - \alpha$ (در تمام

خاصی سُلماتی فرارڈرند:

سبھی سُلماتی ایسی عامی زوایا:

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(2\pi - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(2\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

تمرین ۹: مقدار عددی عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$۱) \frac{\cos ۵۰^\circ \times \sin ۳۰^\circ - \sin ۱۳۵^\circ}{\tan ۴۵^\circ - \cos ۶۰^\circ \tan ۱۲^\circ}$$

$$۲) \frac{\sin \frac{۲\pi}{۳} \cos \frac{۲\pi}{۳} + \cos \frac{۲\pi}{۳} \sin \frac{۲\pi}{۳}}{\cos \frac{۵\pi}{۴} \cos(-\frac{۳\pi}{۴}) + \sin \frac{۵\pi}{۴} \sin(-\frac{۳\pi}{۴})}$$

$$۳) \frac{\sqrt{۶} \sin ۳۱۵^\circ \cos ۳^\circ + \tan(-۴۵^\circ)}{\cos ۱۸۰^\circ + ۲ \sin^2 ۲۷^\circ}$$

$$۴) \frac{\sin \frac{۳\pi}{۴} \cos \frac{۵\pi}{۹} + \cos \frac{۵\pi}{۹} \sin \frac{\pi}{۳}}{\tan \frac{۷\pi}{۹} \tan \frac{\pi}{۹} - \tan \frac{۲\pi}{۳} \tan \frac{۱۱\pi}{۹}}$$

تمرین ۹: اگر $\sin x = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$ و $\frac{\pi}{۲} < x < \pi$ حاصل عبارت زیر را بیابید.
 $\sin(x - \frac{\pi}{۲}) + \cos(x - \pi)$

