بسمه تعالی

جزوه ی ریاضی، هفتم

ترم دوم (فصل اول تا پنجم)

(دوره اول متوسطه)

تهیه و تنظیم:
حسین مشایخی

فهرست مطالب ریاضی هفتم–ترم اول

فصل ۱ : راهبردهای حل مساله

- ✓ راهبرد رسم شکل و الگوسازی
- ✓ راهبرد حذف حالت های نامطلوب و الگویابی
- ✓ راهبرد حدس و آزمایش و زیرمسئله
- ✓ راهبرد حل مساله ساده تر و روش نمادین

فصل۲ : عددهای صحیح

- ✓ معرفی عددهای علامت دار
- ✓ جمع و تفریق اعداد صحیح
- ✓ ضرب و تقسیم اعداد صحیح
- ✓ تمرین های فصل

فصل۳ : جبر و معادله

- ✓ الگوهای عددی
- ✓ عبارت های جبری
- ✓ مقدار عددی یک عبارت جبری
- ✓ معادله
- ✓ تمرین های فصل

فصل۴ : هندسه و استدلال

- ✓ روابط بین پاره خط ها
- ✓ زاویه ها و روابط بین زاویه ها
- ✓ تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)
- ✓ شکل های مساوی (همنهشت)
- ✓ تمرین های فصل

فصل۵ : شمارنده ها و اعداد اول

- ✓ عدد اول
- ✓ شمارنده اول
- ✓ بزرگترین شمارنده مشترک (ب.م.م)
- ✓ کوچک ترین مضرب مشترک (ک.م.م)
- ✓ تمرین های فصل

فهرست مطالب ریاضی هفتم–ترم دوم

فصل ۶ : سطح و حجم

- ✓ حجم های هندسی
- ✓ محاسبه حجم های منشوری
- ✓ مساحت جانبی و کل
- ✓ حجم و سطح
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۷ : توان و جذر

- ✓ تعریف توان
- ✓ محاسبه عبارت های تواندار
- ✓ ساده کردن عبارت های تواندار
- ✓ جذر و ریشه
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۸ : بردار و مختصات

- ✓ پاره خط جهت دار
- ✓ بردارهای مساوی و قرینه
- ✓ مختصات
- ✓ بردار انتقال
- ✓ تمرین های فصل

فصل ۹ : آمار و احتمال

- ✓ جمع آوری و نمایش داده ها
- ✓ نمودارها و تفسیر نتیجه ها
- ✓ احتمال یا اندازه گیری شانس
- ✓ احتمال و تجربه
- ✓ تمرین های فصل

فصل اول : راهبردهای حل مساله

راهبرد رسم شکل

۱) کرمی در پایین دیوار ۲۱ متری به سمت بالا می خزد. این کرم هر روز ۶ متر به طرف بالا و ۲ متر به پایین می خزد. چند روز طول می کشد تا کرم به بالای دیوار برسد؟

۲) دور زمینی مستطیل شکل به طول و عرض ۱۲ و ۵ متر می خواهیم نواری پلاستیکی بکشیم اگر ۲۰ دور نوار دور زمین بکشیم چند متر نوار نیاز داریم؟

۳) می خواهیم روی میز دایره ای شکل به قطر ۴ متر رومیزی بیندازیم به طوری که از اطراف میز ۰٫۵ متر رومیزی آویزان شود. مساحت کل رومیزی به چه اندازه باید باشد؟

✓ **راهبرد الگوسازی (نوشتن تمام حالات پاسخ طبق الگویی منظم)**

۴) با سکه های ۱۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ تومانی به چند حالت می توان ۵۰۰ تومان ساخت؟

۵) به چند حالت حاصلضرب دو عدد طبیعی برابر ۳۶ می شود.

✓ **راهبرد حذف حالت های نامطلوب**

۶) محموع دو عدد فرد کدام یک از گزینه های زیر می تواند باشد؟

۱) ۳۱ ۲) ۴۵ ۳) ۴۲ ۴) ۳۷

۷) محیط یک مستطیل که قطر آن ۵ متر و طول اضلاع آن عدد طبیعی می باشد چند متر است؟

۱) ۱۹ ۲) ۱۷ ۳) ۱۵ ۴) ۱۴

۸) حاصلضرب دو عدد ۴۸ و حاصلجمع آن ها ۱۴ می باشد. آن دو عدد را بیابید.

✓ **راهبرد الگویابی**

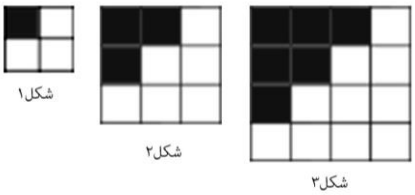
۹) سه عدد بعدی دنباله های زیر را بنویسید.

- ۱ ، ۲ ، ۴ ، ۸ ، ۱۶ ، ..... ، ..... ، .....
- ۲ ، ۵ ، ۱۴ ، ۵۱ ، ..... ، ..... ، .....
- ۱ ، ۴ ، ۹ ، ۱۶ ، ..... ، ..... ، .....

۱۰)سه عدد بعدی دنباله های زیر را بنویسید.

- $\frac{2}{3},\frac{3}{4}.\frac{4}{5},\ldots,\ldots,\ldots$
- $\frac{2}{5},\frac{4}{6},\frac{6}{7},\ldots,\ldots,\ldots$
- $1,\frac{3}{4},\frac{5}{8},\frac{1}{2},\ldots,\ldots,\ldots$

۱۱)چه کسری از شکل ۸ ام رنگی است.



✓ **راهبرد حدس و آزمایش**

۱۲)دوزاویه متمم اند و یکی از زاویه ها از ۳ برابر زاویه دیگری ۱۰ درجه بیشتر است. اندازه هر دو زاویه را بدست آورید.

۱۳)در مزرعه ای ۵۴ مرغ و گاو می باشد و تعداد پاهای آنها مجموعا ۱۲۲ عدد می باشد.در این مزرعه مجموعا چند مرغ و گاو وجود دارد؟

✓ **راهبرد زیر مسئله**

۱۴)مساحت مربعی برابر ۶۴ متر می باشد. محیط این مربع چند است؟

۱۵)ظرفیت یک آسانسور ۲۰ نفر کودک یا ۱۵ نفر بزرگسال می باشد. اگر ۱۲ نفر کودک درون آسانسور باشد چند بزرگسال دیگر می توانند داخل آسانسور شوند؟

✓ **راهبرد حل مسئله ساده تر**

۱۶)در صفحه شطرنج چند مربع داریم؟

۱۷)مطلوبست حاصل عبارتهای زیر.

- $1\frac{1}{2}\times 1\frac{1}{3}\times 1\frac{1}{4}\times 1\frac{1}{5}.....\times 1\frac{1}{100}=$
- $\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}+.....+\frac{1}{98\times 99}=$
- $(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4}).....(1-\frac{1}{100})=$

۱۸)اگر عدد ۱۹ را ۵۷ بار در خودش ضرب کنیم عدد حاصل به چه رقمی ختم می شود؟

✓ **راهبرد روش های نمادین**

۱۹)علی کتاب داستانی را در ۷ ساعت خواند و ۸ صفحه از آن باقی ماند اگر کتاب ۱۲۰ صفحه باشد به طور متوسط علی چند صفحه در ساعت کتاب خوانده است؟

۲۰)محیط یک مستطیل ۳۷۰ متر است و طول آن از دو برابر عرض آن ۴۰ متر کمتر است مساحت مستطیل را حساب کنید.

۲۱)شعاع دایره ای را دو برابر می کنیم مساحت آن جند برابر می شود؟

۲۲)دوزاویه مکمل یکدیگرند اگر اندازه یکی ۳ برابر دیگری باشد. اندازه دو زاویه را بدست آورید.

۲۳)پویا برای خرید ۵ کیلوگرم سیب و ۳ کیلوگرم پرتقال ۱۵۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۹۰۰ تومان پس گرفت اگر قیمت هر کیلو سیب ۱۵۰۰ تومان باشد قیمت هر کیلوگرم پرتقال چند تومان است؟

✓ **تمرین فصل اول**

۱) مربعی به مساحت ۳۶ متر مربع را به مثلثی متساوی الاضلاع با محیط ۱۸ متر از یکی از اضلاع چسبانده‌ایم. محیط شکل ایجاد شده چقدر است؟

۲) زمینی به شکل مستطیل به طول ۹ متر و عرض ۴ متر را می خواهیم به فاصله ۱ متر از لبه‌ها ۳ دور سیم‌خاردار بکشیم. به چند متر سیم نیاز داریم؟

۳) خط اتوبوسی ۹ ایستگاه دارد. و فاصله ایستگاه اول تا سوم ۶۰۰ متر است. طول کل خط را بیابید.

۴) علی ثلث پول خود را شلوار و $\frac{3}{4}$ ار بقیه پول را پیراهن خرید و ۳۶۰۰ تومان برای او باقی ماند. کل پول او و قیمت پیراهن چقدر بوده است؟

۵) در پارکینگی تعداد ۱۲ ماشین و موتور وجود دارد. اگر تعداد چرخهای آنها ۲۸ تا باشد چه تعداد ماشین و موتور در این پارکینگ وجود دارد؟

۶) با اعداد ۳، ۰، ۵، ۱ به چند حالت می توان اعداد سه رقمی مضرب ۵ ساخت؟

۷) زهرا ۲ شلوار ۳ مانتو و ۲ کیف دارد او به چند حالت می تواند لباسهای خود را بپوشد؟

۸) حاصلضرب سه عدد حسابی غیر تکراری ۲۴۰ و مجموع آنها بیش از ۳۰ می باشد. تمام حالات ممکن را در جدولی بنویسید.

۹) اگر اندازه اضلاع مثلثی ۵ و ۸ باشد اندازه ضلع سوم چه اعدادی می تواند باشد؟

۱۰)حاصلضرب دو عدد طبیعی یک رقمی ۲۴ و حاصل جمع آنها ۱۱ می باشد. عدد کوچکتر کدام است؟

۱۱)در تقسیم عدد ۱۹ بر ۷ صدمین رقم اعشار خارج قسمت چند است؟

۱۲)مثلث روبرو به مثلث خیام-پاسکال شهرت دارد. با توجه به الگوی ۵ ردیف اول، ردیفهای ۶ و ۷ را بنویسید.

ردیف شماره ۰	۱
ردیف شماره ۱	۱ ۱
ردیف شماره ۲	۱ ۲ ۱
ردیف شماره ۳	۱ ۳ ۳ ۱
ردیف شماره ۴	۱ ۴ ۶ ۴ ۱
ردیف شماره ۵	۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱
ردیف شماره ۶	۱ ۱
ردیف شماره ۷	۱ ۱

۱۳)مجموع سه عدد فرد متوالی ۵۱ شده است. آن سه عدد را بیابید.

۱۴)امید و ایمان روی هم ۱۵ مداد دارند تعداد مدادهای امید ۳ تا بیشتر از ایمان است. تعداد مدادهای هر کدام چقدر است؟

۱۵)با پیمانه های ۵ و ۴ لیتری به چند طریق می توان ظرفی به گنجایش ۲۴ لیتر را پر کرد؟ (طوری که ظرف سرریز نکند)

۱۶)مریم با $\frac{2}{7}$ پول خود ۴ دفتر خرید. اگر قیمت هر دفتر ۱۵ تومان باشد پول مریم چقدر بوده است؟

۱۷)در اتوبوسی که $\frac{1}{3}$ خالی یوده ۲۵ درصد مسافران مرد، نصف آنها زن و مابقی ۷ نفر بچه می باشد. ظرفیت کل اتوبوس چند نفر است؟

۱۸)در یک مسابقه دوی ۱۲۰ متر رضا در وسط مسیر و احمد در $\frac{2}{3}$ مسیر است. سعید ۱۰ متر عقب تر از رضا و مرتضی درست بین سعید و احمد قرار دارد. نفرات را از اول تا چهارم مشخص کنید؟ نفر آخر چقدر تا انتهای مسیر فاصله دارد؟

۱۹)کارگری کاری را در ۳ ساعت و کارگر دیگر همان کار در ۶ ساعت انجام می دهد اگر هر دو با هم شروع به انجام کار کنند در چند ساعت کار تمام می‌شود؟

۲۰)تعداد قطرهای یک ۶ ضلعی جندتا است؟ (حل مساله ساده تر)

۲۱)الگویی برای بدست آوردن مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی محدب بدست آوردید؟(حل مساله ساده تر)

۲۲)عدد $2\frac{1}{3}$ جند برابر عدد $1\frac{1}{6}$ است؟

۲۳)حاصل عبارت (۱۳۹۵-۲۰۱۵)(۱۳۹۵-۲۰۱۴)(۱۳۹۵-۲۰۱۳).....(۱۳۹۵-۳)(۱۳۹۵-۲)(۱۳۹۵-۱) چند می شود؟

۲۴)برای خرید ۲ خودکار ۸۰۰ تومان پول داده ایم و ۸۰ تومان پس گرفته ایم. قیمت یک خودکار چند تومان است؟

۲۵) مهدی برای دوستانش می خواهد مداد بخرد. اگر مداد ۱۰۰ تومانی بخرد ۵۰ تومان اضافه می‌آورد. و اگر مداد ۱۲۰ تومانی بخرد ۳۰ تومان کم می آورد. مهدی چقدر پول دارد؟

۲۶) مسابقات سه گانه از سه بخش شنا، دوچرخه سواری و دو تشکیل شده است. در المپیک، ورزشکاران این رشته، ابتدا $\frac{3}{103}$ مسیر را شنا می کنند. سپس $\frac{4}{5}$ باقی مانده راه را رکاب می زنند و بعد ۱۰ کیلومتر می دوند تا به خط پایان برسند. طول مسیر مسابقات سه گانه در المپیک چند کیلومتر است؟

۲۷) به الگوی زیر توجه کنید.

- شکل پنجم این الگو چند دایره دارد؟ جمله بیست و پنجم چند دایره دارد؟
- با توجه به الگوی بدست آمده حاصل اعداد ۱ تا ۵۱ را بدست آورید.

۲۸) می دانیم که سن مونا برابر با تعداد شمع هایی است که در آخرین جشن تولدش روی کیک قرار داده است. اگر او به ۶۶ شمع روی کیک های تولدش فوت کرده باشد، اکنون چند سال سن دارد؟

۲۹) در جام جهانی فوتبال ۳۲ تیم حاضر هستند. اگر در مرحله اول ۸ گروه ۴ تیمی باشد و هر تیم یکبار با سه تیم دیگر گروه خود بازی کند، مجموعا در مرحله اول چند بازی انجام خواهد شد؟

۳۰) ۲۴ پرنده روی دو کابل برق نشسته بودند. وقتی ۶ پرنده از کابل دوم به کابل اول و ۹ پرنده از کابل اول به کابل دوم پریدند، تعداد پرنده های کابل اول نصف پرنده های کابل دوم شد. در ابتدا چند پرنده روی کابل دوم نشسته بودند؟

۳۱) در کلاس ۲۰۲ آموزشگاه مهرتاک تعدادی نیمکت وجود دارد. وقتی روی هر نیمکت دو نفر می نشینند، ۲ نفر مجبورند از کلاس کناری صندلی بیاورند اما اگر روی هر میز ۳ نفر بنشینند، دو نیمکت خالی می ماند. این کلاس چند نیمکت دارد؟

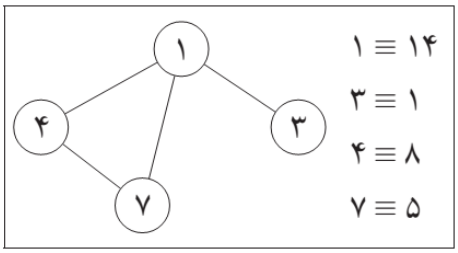
۳۲) در جعبه ای ۱۰۰ مهره به رنگ های سفید، قرمز و آبی وجود دارد. در تاریکی، حداقل چند مهره از جعبه بیرون بیاوریم که در بین آنها ۱۰ مهره هم رنگ وجود داشته باشد؟

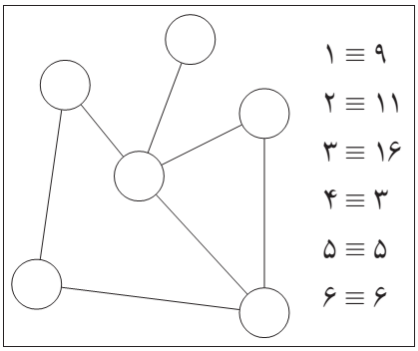
۳۳) در کنار جاده ای تیرهای چراغ برق به فاصله های برابر قرار دارند. حامد از تیر اول آغاز به حرکت کرد و بعد از ۶ دقیقه از کنار تیر ششم گذشت. اگر حامد با همین سرعت ادامه دهد، پس از چند دقیقه از کنار تیر بیست و ششم می گذرد؟

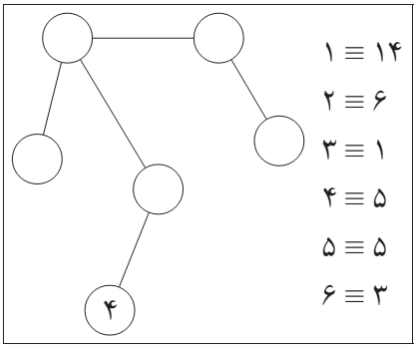
۳۴) حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\ldots\ldots\ldots\left(1-\frac{1}{99}\right)\times\left(1-\frac{1}{100}\right)=?$$

۳۵) در شکل روبرو اعداد سمت چپ علامت ≡ طوری داخل دایره ها قرار داده شده که مجموع اعدادی که به دایره متصل می شود برابر عدد سمت راست علامت ≡ می باشد. با توجه به این شکل و قاعده بیان شده دو شکل پایین را کامل کنید.



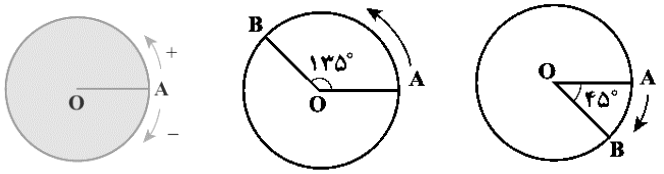




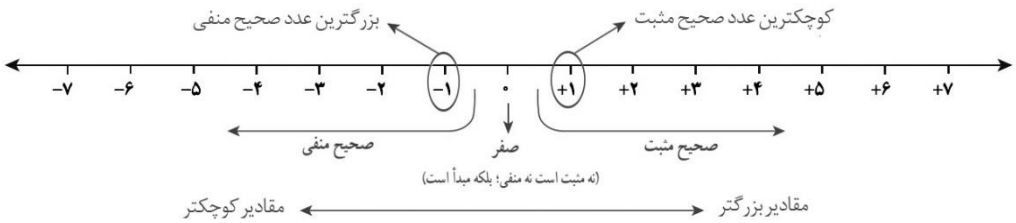
فصل دوم : عددهای صحیح

✓ **اعداد علامت دار و دلیل استفاده از آنها**

(ارتفاع و عمق از سطح دریا، د رجه هوا و ...)



✓ **محور اعداد**



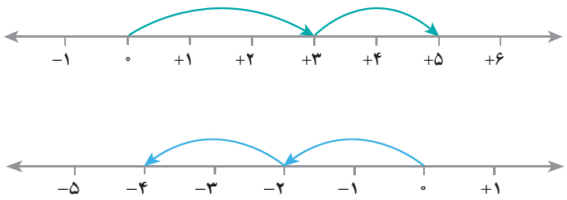
✓ **بررسی مجموعه اعداد طبیعی و صحیح (N و Z)**

✓ **قرینه اعداد (تعداد علامت های منفی قبل از عدد)**

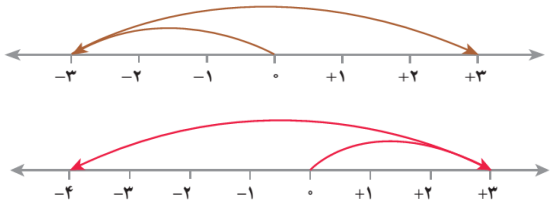
- قرینه ۴+ = قرینه قرینه (۵−) = (−(+(−(−۵)))) =

✓ **جمع و تفریق اعداد صحیح (یک رقمی)**

- **اعداد با علامتهای یکسان**



- **اعداد با علامتهای متفاوت**



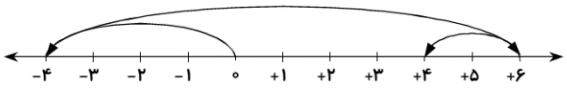
۱) جمع های زیر را روی محور نشان داده و حاصل را بدست آورید.(تفریق را به جمع تبدیل کنید)

الف) ۶−(۵−)

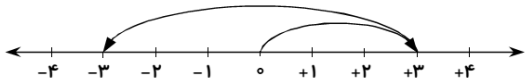
ب) ۴−(۴−)

ج) ۵−۳+۶

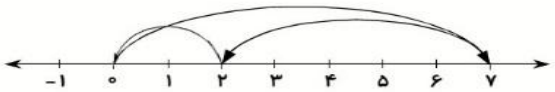
۲) جمع متناظر با محورهای زیر را بنویسید.



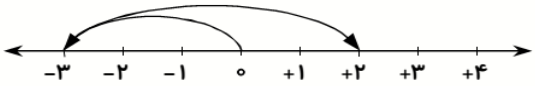
الف)



ب)



ج)



د)

۳) حاصل جمع و تفریق های زیر را بنویسید.

- $-5+(-4)=$ $\quad 3-(-2)=$ $\quad (+4)+(+6)+(-5)=$ $\quad -3-7+4+1=$
- $4-(3-(2-(-2))+2)=$ $\quad -(3-(-6)+5)=$ $\quad -(-3+((-4)-6)-5)=$

۴) دمای هوای تهران ۵ درجه بالای صفر و هوای سنندج ۱۲ درجه سردتر از تهران است. میانگین درجه حرارت دو شهر چند است؟

۵) دمای هوای شهر یاسوج ۱۲ درجه زیر صفر و دمای بوشهر ۳۰ درجه گرمتر از یاسوج است.اگر دمای تهران ۵ درجه از میانگین دوشهر یاسوج و بوشهر گرمتر باشد دمای تهران چند درجه است؟

✓ **جمع و تفریق اعداد صحیح (دو رقمی و بزرگتر)**

در این روش از جدول ارزش مکانی استفاده کرده و دوعدد را زیر هم طوری می نویسیم که ارقام با ارزشهای برابر زیر هم قرار گیرند.

۶) حاصل جمع و تفریق های زیر را بنویسید.

- $-42+38=$ $\quad -838+423=$
- $-425+(-322)=$ $\quad (-104)+(+226)+(-250)=$

۷) ارتفاع کوه دنا از سطح دریا ۳۷۸۵ متر و عمق زیر دریایی اژدر ۵۲۰ متر زیر آب می باشد. فاصله کوه و زیر دریایی چقدر است؟

۸) غواصی در عمق ۱۲۵ متری زیر دریا در حال غواصی می باشد. این غواص توسط طنابی ۹۴ متر به سمت بالا می آید و مجددا ۲۵ متر پایین می رود تا صدفی را بردارد. در انتها غواص باید چند متر بالا بیاید تا از آب خارج شود؟

✓ ضرب و تقسیم اعداد صحیح

× ÷	−	+
−	+	−
+	−	+

در ضرب و تقسیم اعداد صحیح مانند ضرب و تقسیم اعداد طبیعی عمل می کنیم و سپس بر اساس جدول روبرو حاصلضرب را تعیین علامت می کنیم.

- اگر حاصل ضرب یا تقسیم دو عدد صحیح منفی شود یکی از آن ها _____ و دیگری _____ است.
- اگر حاصلضرب چندین عدد صحیح صفر شود حداقل یکی از آنها _____ است.
- اگر حاصلضرب یا حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد آن دو عدد _____ می باشند.

۹) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

- $(-4)\times(-15)=$ $\quad (-25)\div(+5)=$ $\quad -12\times 2\times(-8\div 4)=$ $\quad \frac{-15}{-5}\times 6\times(-3)=$
- $(-25)\times(-4)=$ $\quad 3\times(-2\times -8)\div(-4)=$ $\quad ((-12)\times 2\div(-8))\div 3)=$
- $\frac{(-63)\div 7}{-3}\times\frac{(36)\div -9}{2}\times(-3)=$ $\quad -2\times((-2\times -7)+2)\div(-8)=$

۱۰)دنباله های اعداد زیر را تا چهار جمله بعد کامل کنید.

- $11, 7, 3, -1, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots$
- $2, -4, 8, -16, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots$
- $\frac{-4}{3}, \frac{7}{-5}, \frac{-10}{7}, \frac{13}{9}, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots, \ldots\ldots$

✓ میانگین دو عدد و تفاضل (یا اختلاف) دو عدد

میانگین دو عدد دقیقا عدد وسط و میانی دو عدد مذکور را نشان می دهد که از جمع دوعدد تقسیم بر ۲ بدست می آید.و در صورتی که بیش از دو عدد را بخواهیم میانگین گیری کنیم اعداد را با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد آنها می کنیم.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{جمع اعداد}}{\text{تعداد}} \quad \Rightarrow \quad \text{جمع اعداد} = \text{میانگین} \times \text{تعداد}$$

۱۱)میانگین سه عدد ۵- و ۱۳ و ۲- چند است؟

۱۲)میانگین ۱۵ عدد صحیح برابر ۲,۴ می باشد. مجموع این اعداد چند است؟

۱۳)جمع اعداد ۵۱ و ۴۹ و ..... و ۳ و ۱ چند است؟

۱۴)حاصل ۱۰۰+۹۹-۹۸+.....+۳-۲+۱- چند است؟

تفاضل یا اختلاف دو عدد برابر با فاصله آن دو عدد بر روی محور اعداد است که از تفریق عدد بزرگ از عدد کوچک بدست می‌آید.
(تفاضل همیشه بین دوعدد و مقدار آن مثبت است)

۱۵)تفاضل دو عدد ۴۸ و ۳۴- چند است؟

۱۶)اختلاف دو عدد ۱۳- و ۲۹- چند است؟

۱۷)فاصله بین هواپیمایی در ارتفاع ۱۲۰۰ متری و زیر دریایی در عمق ۸۵۰ متری زیر دریا چقدر است؟

✓ **اولویت انجام عملیات ریاضی**

پرانتز ⟵ ضرب و تقسیم از چپ ⟵ جمع و تفریق از چپ

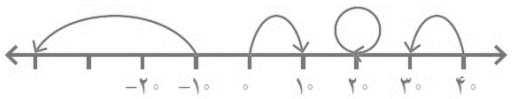
18) $(4-(-4\times 8\div 2)+1)\div(-3)=$

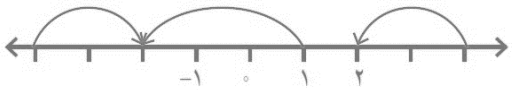
19) $\frac{-8}{2}+(\frac{18\div(-6)}{-3+4})\times(3+(-2\times\frac{12}{-3}))=$

20) $\frac{((-42\div\frac{49}{-7})+14)}{1+\frac{-3\times 6}{-2}}+((-5\times\frac{18}{-15})-6)=$

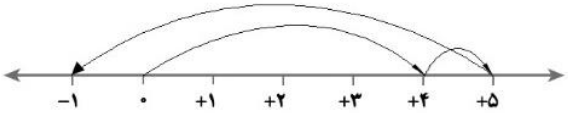
✓ **تمرین فصل دوم**

۱) برای هر حرکت روی محور عدد متناظر با آن را بالای فلش بنویسید.





۲) برای هر محور اعداد جمع متناظر با آن را بنویسید.



۳) برای جمع های زیر محورهای متناظر با آن را رسم کنید.

الف) (-۳)+(-۲) ب) -۳+۴ ج) ۳ + (-۵)-۲

۴) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$(-4)+(-5)=$ $0-(-12)=$

$-5+(-5)+0=$ $+5-6-(-2)=$

$(-30)-(-30)-10=$ $-(-(-3)+5))-(-10)=$

$(-(32-12+22)-12)+(-(-5+11))=$ $(-2-0-6+8)+(5-(-5))=$

۵) اعداد زیر را به صورت گسترده بنویسید.

$-32012 =$ $-1208 =$

۶) جاهای خالی را با کلمه، عدد یا علامت مناسب (<=>) قرار دهید.

a) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد برابر _____ است.

b) قرینه عدد منفی همواره _____ است.

c) میانگین دو عدد منفی همواره عددی _____ است.

d) حاصل جمع دو عدد منفی همواره _____ است.

e) حاصلضرب هر عدد منفی در صفر برابر _____ و در عدد مثبت _____ است.

f) حاصل ضرب سه عدد منفی در هم همواره _____ است.

g) حاصلجمع بزرگترین عدد صحیح منفی با کوچکترین عدد صحیح مثبت _____ می شود.

h) حاصلجمع هر عدد با قرینه اش و بنابراین میانگین آنها برابر با _____ است.

i) حاصلضرب و تقسیم هر عدد در یک برابر _____ و در (۱-) برابر با _____ است.

j) حاصل تقسیم و ضرب دو عدد _____ همواره مثبت است درحالی که حاصلضرب و تقسیم دو عدد مختلف العلامه همواره _____ است.

k) در (ضرب / تقسیم / جمع / تفریق) خاصیت جابجایی برقرار می باشد. (گزینه(های) درست را انتخاب کنید)

- $-5 \square -(-(-5)))$ $\qquad$ $-16 \square -(-2))$
- $-19+3 \square -(-2+(-17)))$ $\qquad$ $(13-(-16-12) \square -(-29)$
- $-(-(-25))) = -(\square(-12-13)))$ $\qquad$ $-(-6)\square 14-8$

۷) چوبی به ارتفاع ۱۲ متر را در داخل آب می اندازیم به طوری که ۳ متر از آن از آب بیرون می ماند ارتفاع دو سر میله از سطح آب را با اعداد علامتدار مشخص کنید.

۸) گوشتی با دمای ۵- درجه را از یخچال خارج کرده و روی میز قرار می دهیم تا دمای آن به دمای اتاق (۲۵ درجه) برسد. گوشت چند درجه گرم شده است؟

۹) دمای هوای کرج ۳ درجه زیر صفر و دمای بندرعباس ۲۲ درجه گرمتر است. دمای هوای بندرعباس و میانگین دمای دوشهر را بدست آورید.

۱۰)در یک روز زمستانی دمای اردبیل ۱۲ درجه زیر صفر و دمای زنجان ۹- می باشد. زنجان چند درجه گرمتر از اردبیل می باشد؟

۱۱)حاصل عبارت $-1+1-1+.....-1+1-1$ را بدست آورید؟

۱۲)حاصل عبارت $-1+2-3+.....-99+100$ را بدست آورید؟

۱۳)حاصل جمع و تفریق های زیر را به کمک جدول ارزش مکانی بدست آورید.

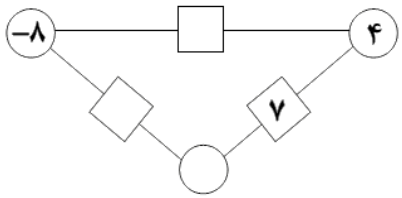
$+9102-749=$ $\qquad$ $-4592-203=$ $\qquad$ $-1208+3122=$

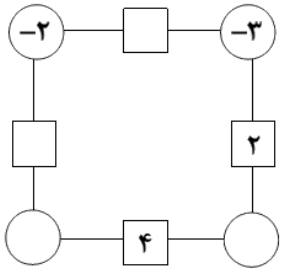
۱۴)حاصل جمع و تفریق های زیر را بدست آورید.

$-((-625-749)+1102)=$ $\qquad$ $-412+2203-1893=$ $\qquad$ $-3205+3502=$

$3200-(-1208-903)=$ $\qquad$ $-253-2053=$ $\qquad$ $-1255-(-1222)=$

۱۵)جاهای خالی را پر کنید.(حاصل جمع راسها روی ضلع بین دو راس می باشد.)





۱۶)حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

a) $-3\times(-(-5))=$ $\qquad$ $-4\times2\times(-5)=$

b) $-[-3\times(6-3)]\times0=$ $\qquad$ $-(-3+0)\times[-(-6\times3)+3]=$

c) $12\div(-3)=$ $\qquad$ $-(-42\div(-6))\div(-7)=$

d) $\frac{-4}{2}-\frac{-18}{-3}(24\div(-12))=$ $\qquad$ $\frac{-24\times(-36)\times42}{49\times(-18)\times12}=$

e) $(66\div(-11))\times\frac{32}{4\times(-6)}=$ $\qquad$ $(-4\times(-2))\div\frac{12-(2\times(-4))}{1-(12\div(-6))}=$

۱۷)دو عدد صحیح بنویسید که حاصلضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها ۲۰- است.

۱۸)دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصلضرب آنها ۲۴- و حاصلجمع آنها ۱۰ می باشد.

۱۹)یک برنامه کامپیوتری طوری برنامه ریزی شده است که عدد ورودی به آن را در ۳- ضرب کرده و سپس با ۲+ جمع می کند. اگر ۱۲- را وارد برنامه کنیم خروجی برنامه چند خواهد بود؟

۲۰)قرینه معکوس $\frac{12\div(-4)}{2-(-1)}$ چند است؟

۲۱)دما در ساعت ۱۲ ظهر ۱۲ درجه بالای صفر است اگر تا نیمه شب در هر ساعت ۱ درجه کاهش دما داشته باشیم. دمای هوا در ساعت ۱۱ شب چند خواهد بود؟

۲۲)میانگین دمای شهر تهران و تبریز ۲ درجه می باشد. اگر دمای تهران ۱۳ درجه بالای صفر باشد دمای تبریز چند درجه است؟

۲۳)قاطمه ۵ ساعت قبل از ظهر صبحانه و ۸ ساعت بعد از ظهر شام می خورد. فاصله صبحانه و شام خوردن او چند ساعت است؟

۲۴)میانگین اعداد زوج از ۲ تا ۲۰۰ چند است؟

۲۵)میانگین اعداد ۲۱،۲۳،۲۵.....۱۷-،۱۹-،۲۱- را بدست آورید.

۲۶)فاصله دو عدد ۱۳۶- و ۹۸ بیشتر است یا تفاضل دو عدد ۱۳۴۵ و ۱۴۲۱ ؟

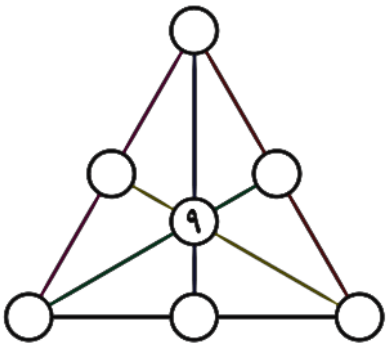
۲۷)عبارت زیر را طوری پرانتز گذاری کنید تا تساوی برقرار شود.

$$18 + (-13) - (-3) - 7 + 4 = 11$$

۲۸) فرض کنید در آسانسور ساختمانی که ۵۰ طبقه دارد، ایستاده اید. روی کلیدهای این آسانسور اعداد ۱ تا ۴۰، صفر و ۱- تا ۹- نوشته شده است.

- بیشترین مسافتی که این آسانسور طی می کند، چند طبقه است؟
- اگر در طبقه ۳- باشید و کلید طبقه ۳۴ را فشار دهید، چند طبقه بالا می روید؟
- اگر در طبقه ۵- باشید و ۱۸ طبقه بالا روید، به طبقه چندم می رسید؟
- اگر ۳۹ طبقه پایین آمده باشید و در طبقه ۷- متوقف شوید، ابتدا در طبقه چندم بوده اید؟

۲۹)در زیر شش پاره خط رسم کرده ایم و سپس روی هر یک سه دایره قرار داده ایم. آیا می توانید دایره های خالی را با اعداد صحیح طوری پر کنید که مجموع سه عدد روی هر پاره خط برابر صفر شود؟



۳۰)هر یک از عبارتهای زیر را طوری پرانتزگذاری کنید تا تساوی برقرار باشد.

$$6 - 5 \times 1 - 2 \times 3 - 4 = -9$$

$$200 \div 2 \times 5 - (-10) \div (-3) \times 17 = -10$$

$$18 \div (-9) \times (-20) \times 20 \div (-10) - (-30) \div 5 = -28$$

۳۱)اختلاف دمای دو جسم ۸ درجه است. اگر مجموع دمای این دو جسم ۲۰- درجه باشد. دمای هر یک چند درجه است؟

۳۲)ابتدا جدول ضرب زیر را کامل کنید. سپس اعداد روی مسیر قرمز رنگ را به ترتیب جمع بزنید. حاصل جمع چه خواهد شد؟

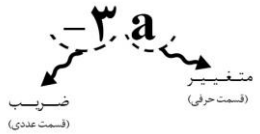
×	۳−	۲−	۱−	۰	۱	۲	۳
۳−							
۲−							
۱−							
۰							
۱							
۲							
۳							

فصل سوم : جبر و معادله

✓ **جبر: استفاده از نمادها و حروف به جای اعداد یا کلمات**

به طور مثال اگر طول مستطیل را a و عرض آن را b در نظربگیریم مساحت این مستطیل $a \times b$ می باشد.

✓ **جمله جبری و اجزای یک جمله جبری**



✓ **عبارت جبری**

جمع یا تفریق چند جمله جبری با قسمت های حرفی متفاوت یک عبارت جبری چند جمله ای ایجاد می کند. به طور مثال

$-a+3b+4c-4/5\ ac$, $3ab + 4b$

✓ **تبدیل عبارت های کلامی به جبری و جبری به کلامی**

a) ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است ← $a\times0 = 0$

b) ضرب هر عدد در یک برابر خود عدد است ← $a\times1=a$

c) ..... ← $a\times(-1) = -a$

d) مساحت مربعی به ضلع x برابر است با ← .....

e) جمع دو عدد فرد برابر عددی فرد است ← $(2a-1)+(2a+1) = 2a$

f) جمع دو عدد زوج برابر عددی زوج است ← .....

g) ..... ← $2b\times(2b+1) = 2(b\times(b+1))$

h) ..... ← $a\times c = c\times a$

i) جمع هر عدد با قرینه اش برابر صفر است. ← .....

✓ **نوشتن جمله عمومی دنباله ها و الگوها و همچنین دادن شماره جمله به جمله عمومی**

۱) جمله عمومی دنباله (الگوی عددی) روبرو برابر $2n+1$ می باشد $3, 5, 7, ...$

جمله ۱۰ام و ۱۲۰ام این دنباله را بنویسید.

۲) جمله عمومی دنباله های زیر را بدست آورده و جمله ۱۲۵ام هر دنباله را بنویسید.

a) $1, 4, 9, 16.....$

b) $4, 7, 10, 13, ...$

c) $5, 10, 16, 23, ...$

d) $1, 3, 6, 10, 15, ...$

۳) اگر جمله عمومی دنباله ای $\frac{n\times n}{5}$ باشد جمله ۱۰ام و جمله ۲۵ام دنباله را بنویسید.

۴) جمله عمومی دنباله ای $\frac{4n-3}{2+n}$ می باشد. اختلاف دو جمله ۹ام و ۵ام چند است؟

✓ **جملات مشابه و جمع و تفریق جملات جبری**

- جمله های جبری که قسمت حرفی (متغییر) آنها عینا شبیه هم باشند را جملات مشابه گویند. به فرض مثال در عبارت 3a+4b-2ab+a فقط جملات 3a- و a+ با هم مشابه می باشند.

۵) جملات مشابه را مانند نمونه مشخص کنید.

a) $-2x,\ +y\ ,-3xy,\ +x,\ -4xy$

b) $3a, 4b, -a, 2ab, 3b, \frac{-2}{3}a$

c) $4a, 2a^2b, -2b, -b, -3ab^2, a$

d) $\frac{1}{5}a, \frac{-5b}{7}, 2.3a, -b$

در **جمع و تفریق** جملات جبری تنها **جملات مشابه** با هم می توانند جمع یا تفریق شوند و بقیه جملات که مشابهی ندارند بدون انجام عملیاتی روی آنها رها می شوند. وقتی جملات مشابه با هم، تشخیص داده شد برای جمع کردن آنها **تنها قسمت عددی (ضریب) آنها با هم جمع می شود** و متغییر که بین آنها مشترک است را جلوی آن قرار می دهیم.

۶) حاصل عبارات زیر را به صورت ساده ترین حالت بنویسید.

a) $a+2b-6a+3b=$

b) $2x+4xy-2y+y-x=$

c) $-a+3c+2a-6a+2b=$

d) $2xa+5c-2a+4ax-4a=$

e) $-xy+2x^2-6yx+4y^2=$

✓ **ضرب عدد در عبارت جبری و ضرب جمله جبری در عبارت جبری**

در **ضرب عدد** در جمله یا عبارت جبری، عدد **فقط در قسمت عددی (ضریب)** جمله جبری ضرب می شود.

- $-2\times3\alpha = \mathbf{(-2\times3)\alpha = -6\alpha}$
- $-2(2m-n) = \mathbf{(-2\times2)m + (-2\times-1)n = -4m+2n}$
- $-2(3x-y+4)=$
- $-(2a+b)-3(b+4a-2)=$

در **ضرب جمله جبری** در عبارت جبری، **قسمت عددی جمله جبری در قسمت عددی عبارت** ضرب شده و **قسمت حرفی در قسمت حرفی.**

- $2\alpha\times-2\beta = \mathbf{(2\times-2)(\alpha\times\beta) = -4\alpha\beta}$
- $-2m(3\alpha-\beta) = \mathbf{(-2\times3)m\times\alpha+(-2\times-1)m\times\beta = -6\alpha m+2\beta m}$
- $-2x(6y+2t-1) =$
- $-3m(2n-4)+n(1-m) =$

۷) حاصل عبارات زیر را به صورت ساده ترین حالت بنویسید.

a) $2(3x-y)+2y(1-x) =$

b) $-4x-3(2x+1+2y)+6y =$

c) $4m\times0\times3y(4m+n) =$

d) $(2x-\frac{3}{4}y)\times8-\frac{5}{3}(9x-4y+3) =$

e) $2xm+4n-m(2n-x)+3mn =$

f) $\frac{-4}{3}x(a-2b)+3b(a-\frac{3}{2}x)-a(b+x) =$

✓ **مقداردهی عبارات جبری**

در واقع قسمت حرفی (متغییر) یا مچهول در عبارات جبری حایگزین مقادیر معلومی شده که در دسترس نیست. در مقداردهی عبارت جبری این مقدار مچهول باید با عددی معلوم جایگزین شود بنابراین در عبارت جبری هر جا به آن مقدار مچهول رسیدیم باید مچهول را با مقدار معلوم(عدد) جایگزین کنیم.

۸) عبارتهای جبری زیر ابتدا ساده کرده و به ازای a=2 و b=-1 بدست آورید

g) $-2(3\alpha-2\beta) = \mathbf{-6a+4b = -6(2)+4(-1) = -16}$

h) $2a-(2a+1+2b)+6b =$

c) $4a(a-b)-3b(4b+a) =$

۹) اگر جمله عمومی یک دنباله $\frac{2n+1}{5}$ باشد جمله ۲۲ام و جمله ۳۳ام این دنباله چند است؟

۱۰)محیط مربع را توسط رابطه 4a بدست می آورند. به ازای a=4 محیط مربع را بیابید.

۱۱)مساحت زمین فوتبال را توسط رابطه ab بدست می آورند. مساحت این زمین به ازای a=3 و b=2 بدست آورید.

۱۲)جدول زیر را کامل کنید.

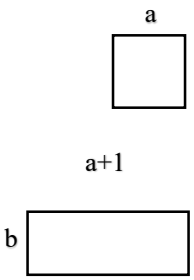
a	1	-2	$\frac{-3}{2}$	0
$-2a+3$				

۱۳)اکبر آقا از مغازه میوه فروشی n کیلو سیب به قیمت هر کیلو ۲۳۰۰ تومان و m کیلو پرتقال به قیمت هر کیلو ۳۵۰۰ تومان خریداری کرده است. یک عبارت جبری برای پولی که باید اکبرآقا پرداخت کند بنویسید.
اگر اکبر آقا ۲ کیلو سیب و ۴ کیلو پرتقال خریداری کرده باشد، چه میزان پول پرداخت کرده است؟

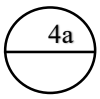
۱۴)آقای مشایخی قصد دارد زبان آموزان آموزشگاه مهرتاک را به اردوی دماوند ببرد. هزینه حمل و نقل برای هر نفر ۲۲۵۰۰ تومان، غذا و میان وعده برای هر نفر ۱۵۲۰۰ تومان و هزینه ورودی به اردوگاه و بیمه برای هر زبان آموز ۱۸۵۰۰ تومان می باشد. یک عبارت جبری برای کل هزینه اردو بنویسید. اگر ۸۰ نفر در این اردو شرگت نمایند کل هزینه چقدر خواهد شد؟

۱۵)اگر حجم یک استخر به ارتفاع h و طول هر ضلع a توسط عبارت جبری $\frac{4h-3}{5-h} \times (150a)$ بدست آید. حجم استخر به ازای ارتفاع ۳ متر و طول ضلع ۶ متر چقدر است؟

✓ **کاربرد جبر در نوشتن محیط و مساحت اشکال هندسی**

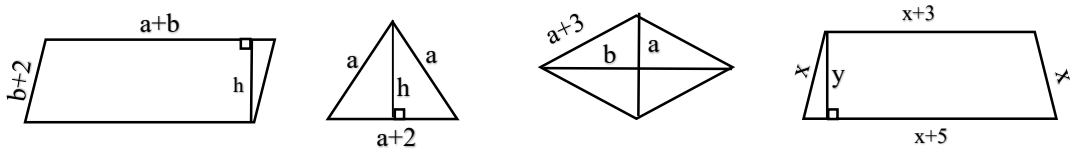


- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با ← $a \times a$
- محیط مربع به ضلع a برابر است با ← .....
- محیط مستطیلی به طول a+1 و عرض b برابر است ← $2(a+b+1)$
- مساحت مستطیلی به طول 2a و عرض b+2 برابر است ← .....

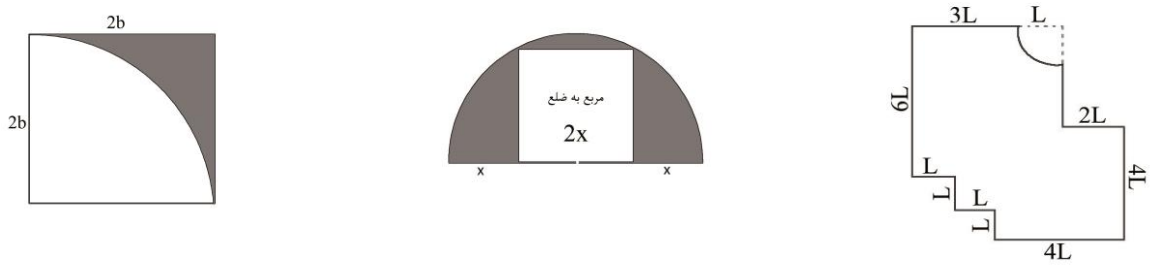


- مساحت دایره ای به قطر 4a برابر است با ← $\pi \times 2a \times 2a$
- محیط دایره با قطر 4a برابر است با ← .....

۱۶)محیط و مساحت اشکال زیر را بدست آورید.



۱۷)مساحت قسمت رنگی و محیط شکل پلکانی را بدست آوردید.($\pi=3$)



۱۸)نسبت طول به عرض مستطیلی ۵ به ۳ می باشد اگر محیط مستطیل ۳۲a باشد مساحت مستطیل را بیابید.

۱۹)اگر مساحت دایره ای برابر $4\pi b\times b$ باشد محیط این دایره را بدست آورید.

✓ **معادله**

معادله یک تساوی جبری است (دارای معلوم و مچهول می باشد) که به ازای مقادیری برای مجهول تساوی برقرار می شود.

مثل معادله $3x+1 = 7$ که به ازای $x=2$ تساوی برقرار خواهد شد.

به عددی که معادله جبری به تساوی عددی تبدیل می شود، **جواب یا ریشه معادله** می گویند.

۲۰)معادله $3(x-3)-x+1=2-3x$ را حل نمایید.

- برای حل معادلات چند مرحله را باید انجام داد:

۱. اگر در تساوی جبری ضرب وجود داشت انجام داده و جملات مشابه را با هم جمع می کنیم.

$$3x-9-x+1=2-3x$$
$$2x-8=2-3x$$

۲. قسمت های معلوم را به یک طرف تساوی و جملات مچهول (جبری) را به طرف دیگر تساوی می بریم. فقط باید دقت کرد در انتقال یک عدد یا جمله جبری به طرف دیگر باید آن عدد یا جمله قرینه شود. و سپس جملات مشابه را جمع می کنیم.

$$2x+3x=2+8$$
$$5x=10$$

۳. در انتها نیز دو طرف تساوی را بر ضریب مچهول تقسیم می کنیم تا مچهول در یک طرف تنها شود. بنابراین عددی که در طرف دیگر تساوی بدست می آید، ریشه یا جواب معادله است.

$$\frac{5x}{5}=\frac{10}{5}$$
$$x=2$$

<u>اهمیت اصلی معادلات، در حل مسائل و تبدیل عبارت کلامی آن به یک تساوی جبری (معادله) و سپس حل آن می باشد.</u>

۲۱)معادلات زیر را حل کنید.

a) $2m+1=-2m+7$

b) $y+1=3+\frac{2}{3}y$

c) $\frac{-1}{4}a+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}a-\frac{3}{4}$

d) $x+3(2-x)=3x$

e) $-4+2(x+1)=2$

f) $\frac{4y-1}{2}=2y-\frac{1-3y}{4}$

۲۲)آرزو ۵ گل از گل فروشی خرید. او ۲۰۰۰۰ داد و ۲۰۰۰ تومان بقیه گرفت. قیمت هر شاخه گل چقدر بوده است؟

۲۳)آموزشگاه مهرتاک قصد دارد به دانش آموزانی که از ۱۲ بهمن تا ۲۲ بهمن ثبت نام می کنند ۱۲۲۲۰ تومان تخفیف دهد اگر کل تخفیفها برابر ۷۹۴۳۰۰ باشد تعداد دانش آموزانی که در این مدت ثبت نام کرده اند چند نفر بوده است؟

۲۴)سه رقم غیریکسان انتخاب کنید به طوری که همگی مخالف صفر باشند. با این سه رقم شش عدد دو رقمی مختلف درست کنید. مجموع این عددهای دو رقمی را بر مجموع سه رقم انتخابی تقسیم کنید. حاصل برابر ۲۲ خواهد شد.
با استفاده از رابطه های جبری توضیح دهید که چرا همیشه به عدد ۲۲ می رسید.

۲۵)معادله زیر را حل نمایید.

$$x + 2x + 3x + 4x + \cdots + 11x + 12 = 78$$

۲۶)سگی به دنبال خرگوشی که با آن ۱۵۰ متر فاصله دارد شروع به دویدن می کند. خرگوش در هر ثانیه ۲ متر و سگ ۴ متر می دود. بعد از چند ثانیه سگ به خرگوش می رسد؟

✓ **تمرین فصل سوم**

۱) عبارات کلامی زیر را به جبری تبدیل کنید.

a) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عددی برابر خود عدد است .....

b) حاصلضرب هر عدد در (۱-) برابر قرینه آن عدد است. .....

c) حاصلضرب عدد زوج در عدد فرد برابر عددی زوج است. .....

d) از سه برابر عددی ۵ واحد کم کرده ایم .....

e) اگر به هر ضلع مربعی ۲ واحد اضافه کنیم، محیط آن ۸ واحد اضافه می شود. .....

f) اگر به نصف عددی ۵ واحد اضافه کنیم، حاصل برابر خود عدد است. .....

۲) عبارتهای جبری زیر را تا حد امکان ساده نمایید.

a) $2m-3n+2-4m-1=$

b) $-x+3+4y-2xy+2x+2yx=$

c) $-1+3(a+2b-1)+4a-2b+6=$

d) $-(2+m-3n)+2(m+3)-4=$

e) $-1+x(4y+1)-y(2-3y)=$

f) $2x+3y-3x(1-y)+3=$

g) $-a(b+1+2a)-3b(1+b)=$

۳) عبارتهای جبری زیر را تا حد امکان ساده کرده و مقدار عددی آن را به ازای a=-1 و b=2 بدست آورید.

a) $-2a+3b(4-a)+a(2b-1)-2=$

b) $4a+\frac{2}{3}(9b-6a)-\frac{3}{4}(6b-16)=$

۴) عبارتهای جبری زیر را تا حد امکان ساده کرده و مقدار عددی آن را به ازای x=1 و y=0 بدست آورید.

a) $2x(-3y+5)+4y(3+5x-2y)+5=$

b) $6xy(2x+y-3)+4(-xy+4)+13xy=$

c) $\frac{2y}{3}(6x-7+3y)-2x(\frac{-7y}{5}-2x+5)+9x=$

۵) مقدار عددی عبارت $\frac{4x-5y}{3-2x}$ را به ازای x=-1 و y=2 بدست آورید.

۶) مقدار عددی عبارت جبری $\frac{6a-3b+6}{2a}(4-5b)$ را به ازای a=1 و b=0 بدست آورید.

۷) اگر مقدار عددی عبارت $4a-2b+1$ به ازای a=2 برابر ۱۱ شود، مقدار b را بدست آورید.

۸) جمله عمومی دنباله ای $2n(\frac{1+n}{3n-1})$ می باشد. جمله سوم و هفتم این دنباله را بدست آورید.

۹) جمله عمومی دنباله ای $4n\times n+3$ می باشد. اختلاف جمله دهم و دوازدهم چند است؟

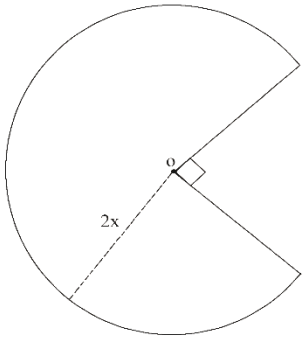
۱۰)مساحت مربعی به ضلع 3a را بدست آورید.

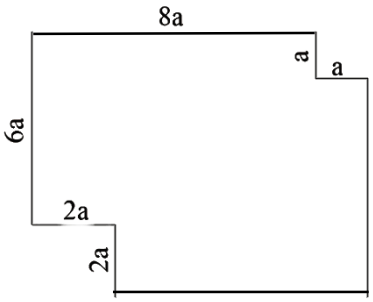
۱۱)محیط دایره ای به قطر 6a چند برابر محیط دایره ای به قطر 2a می باشد.

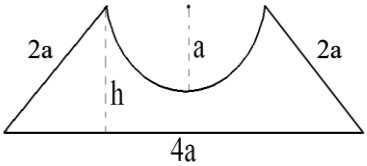
۱۲)مساحت ذوزنقه ای با قاعده های 5a و 7a و ارتفاع $\frac{3}{a}$ را بدست آورید.

۱۳)مساحت متوازی الاضلاعی با قاعده x و ارتفاع y چند برابر مساحت مثلثی با همین قاعده و ارتفاع می باشد؟

۱۴)محیط و مساحت شکل های زیر را به صورت جبری بیابید.







۱۵)معادله های زیر را حل نمایید.

a) $2x-1=3$

b) $-3x+3=1-2x$

c) $4+3(x-1)=0$

d) $\frac{-2}{3}x+3=\frac{-1}{3}+2x$

e) $3x-1=10+2x$

f) $\frac{3y-2}{4}=\frac{1-2y}{2}$

g) $\frac{4n+1}{4}+\frac{3n}{2}=\frac{11}{4}$

h) $3x(1-2y)-4=-6yx-1$

۱۶)آیا m=3 ریشه معادله $4m-\frac{2m-1}{5}-12=0$ می باشد؟

۱۷)آیا x=-1 جواب معادله $2(1-2x)+4=-3+2x$ می باشد؟

۱۸)علی کتاب داستانی را در ۶ ساعت خواند و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند اگر این کتاب ۱۶۰ صفحه داشته باشد، علی به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه کتاب خوانده است؟

۱۹)احمد و بهمن ۳۷ جلد کتاب را صحافی کردند بهمن ۵ جلد بیشتر از احمد صحافی کرده است. هرکدام چند جلد صحافی کرده اند؟

۲۰)محیط دایره ای به مساحت ۱۲,۵۶ سانتیمتر مربع چند است؟

۲۱)مجموع نصف عددی با ۶ برابر خود عدد می شود. آن عدد را بیابید؟

۲۲)مساحت مستطیلی که طول آن دو برابر عرض آن می باشد برابر ۵۰ می باشد. محیط مستطیل را بیابید؟

۲۳)مجموع سه عدد فرد متوالی برابر ۹۹ می باشد. عدد بزرگتر چند است؟

۲۴)الهام برای خرید ۱۲ دکمه مقداری پول به فروشنده داد و ۲۵۰ تومان پس گرفت. اگر او با همین پول قصد داشت ۱۳ دکمه بخرد ۲۵۰ تومان دیگر باید می داد. قیمت هر دکمه چند است؟

۲۵)اگر عدد ۷۲ به سه قسمت متناسب با عددهای ۲ ، ۴ و ۶ تقسیم شود، کوچکترین قسمت برابر چه عددی خواهد شد؟

۲۶)فرض کنید $x=yz-4$ باشد. اگر $z=8$ باشد، آنگاه $x=20$ خواهد بود. حال اگر $z=10$ باشد. آنگاه x برابر چه عددی خواهد بود؟

۲۷)در یک بازی جریمه هر خطا سه برابر جریمه خطای قبلی است. اگر یک بازیکن چهار بار خطا کند و در کل ۴۰۰۰۰ امتیاز جریمه شود، جریمه اولین خطا چقدر بوده است؟

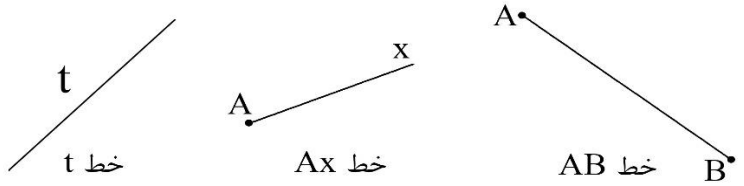
۲۸)دو خودرو هم زمان از تهران به سمت زاهدان حرکت کردند. اگر خودرو اول با سرعت ۱۰۰ کیلومتر و خودرو دوم با سرعت ۱۱۵ کیلومتر بر ساعت حرکت کنند، بعد از چند ساعت فاصله این دو خودرو از هم ۱۳۵ کیلومتر خواهد شد؟

۲۹)علی و رضا در مغازه پدرشان سبدهای حصیری درست می کنند. علی پسر بزرگتر، روزی ۵ سبد بیشتر از رضا می سازد. اگر علی ۳ روز و رضا ۶ روز کار کند، روی هم ۶۰ عدد سبد تولید می کنند. تعیین کنید هر کدام روزی چند سبد می بافند.

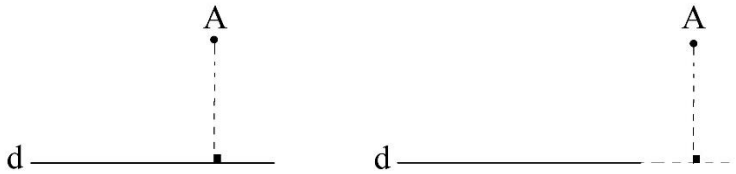
فصل چهارم :هندسه و استدلال

✓ نقطه، خط و روابط بین آنها

- معمولا "نقطه" را با حروف بزرگ انگلیسی مانند A,B,C,.... نشان می دهند.
- "خط" را با حرف کوچک و اگر یک انتها یا هر دو آن منتهی به نقطه باشد براساس نقاط نمایش می دهند .یعنی پاره خطی که دو طرف آن نقاط B و C باشد به صورت BC نمایش داده و برای نشان دادن طول این پاره خط آن را به صورت $\overline{BC}$ نمایش می دهند.

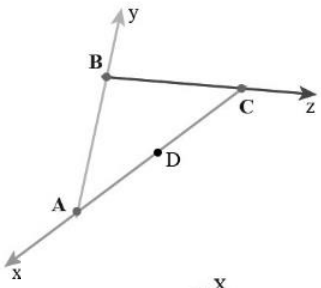


- کوتاهترین فاصله بین دو نقطه ..... است که آن دو نقطه را به هم متصل می کند.
- کوتاهترین فاصله بین نقطه و خط، خط عمودی است که از نقطه شروع شده و بر خط (یا امتداد آن) ..... است.



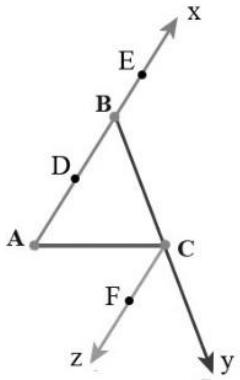
- نیم خط، خطی است که از یک سر آزاد و سر دیگر آن نقطه باشد.(مانند نیم خط Ax در شکل بالا)
- پاره خط، خطی است که دو طرف آن منتهی به نقطه باشد. (مانند پاره خط AB در شکل بالا)

۱) در شکل های زیر پاره خط و نیم خطها را بنویسید.



نیم خط : Cz و .....

پاره خط: AB و .....



نیم خط : Ex و .....

پاره خط: AB و .....

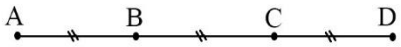
۲) با توجه به شکل تساوی ها و روابط بین طول پاره خطها را کامل کنید.

a) $\overline{AB} + \overline{BC} = \cdots$ b) $\overline{AB} = \cdots$

c) $\overline{AD} - \overline{BD} = \cdots$ d) $\overline{AC} = \overline{BC} + \cdots$

e) $\overline{BD} - \cdots = \overline{BC}$ f) $\overline{AC} = \overline{BC} + \cdots$

۳) با توجه به شکل روابط زیر را کامل کنید.



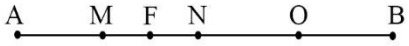
a) $\overline{AD} + \overline{BC} = \cdots \overline{CD}$ b) $\overline{AB} + \overline{BD} = \cdots \overline{AD} + \overline{BC}$

d) $\overline{AB} = \cdots \overline{AD}$ e) $\frac{1}{2}\overline{BD} + \overline{BD} = \cdots \overline{AD} + 2\overline{BC}$ c) $\overline{AD} - \overline{BC} = \overline{AB} + \cdots$

۴) بر روی نیم خط Ax سه نقطه قرار داده ایم، تعداد پاره خطها و نیم خط ها را بنویسید.

۵) دو خط d و t را بر پاره خط AB عمود کرده ایم ($AB \perp d$ و $AB \perp t$) و محل تقاطع آنها را M و N نامیده ایم. تعداد پاره خطهای ایجاد شده را نام ببرید.

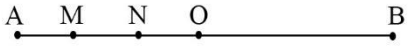
۶) پاره خط AB را مانند شکل زیر به چهار قسمت مساوی تقسیم کرده ایم و سپس مجددا پاره خط MN را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. مطلوبست با توجه به شکل تساوی های زیر را کامل کنید.



a) $\overline{AM} + \overline{MO} = \overline{AB} - \cdots$ b) $\overline{AO} + \overline{OB} = \cdots \overline{AN}$ c) $\overline{AN} - \overline{FN} = \overline{AO} - \cdots$

d) $\overline{MN} + 2\overline{MO} = \overline{NB} + \cdots \overline{MF}$ e) $\overline{MN} + \overline{OB} = \frac{1}{2}\ldots.$ f) $\overline{FN} + \overline{NB} = \cdots \overline{MO}$

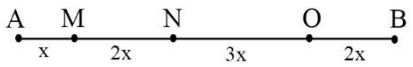
۷) پاره خط AB را مانند شکل زیر به دو قسمت مساوی تقسیم کرده ایم و سپس مجددا پاره خط AO را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. مطلوبست با توجه به شکل تساوی های زیر را کامل کنید.



a) $\overline{AM} + \overline{MO} = \overline{AB} - \cdots$ b) $\overline{AN} + \overline{NB} = \cdots \overline{AM}$ c) $\overline{AO} - \overline{NO} = \overline{AB} - \cdots$

d) $2\overline{MN} + \overline{MO} = \cdots \overline{NB}$ e) $\overline{MO} + \overline{AO} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \cdots \overline{MN}$ f) $\frac{3}{2}\overline{MN} + 2\overline{NB} = \cdots \overline{AN}$

۸) پاره خط AB را به نسبت های نشان داده شده در شکل تقسیم بندی کرده ایم. مطلوبست تساوی های زیر را کامل کنید.



a) $\overline{AM} + \overline{MN} = \cdots \overline{OB}$ b) $\overline{MN} + \overline{NO} = \cdots \overline{MO}$

- **نابرابری مثلث :** قضیه نابرابری مثلث بیان می کند که همیشه مجموع طول دوضلع مثلث باید از طول ضلع دیگر بیشتر باشد. یعنی نمی توان مثلثی یافت که طول یکی از اضلاع آن مساوی یا بزرگتر از مجموع دو ضلع دیگر باشد.

به طور مثال در مثلث ΔABC اگر طول اضلاع ۵ ، ۶ و ۸ باشد این مثلث وجود خواهد داشت. زیرا: $\begin{cases} 8 < 5 + 6 \\ 6 < 5 + 8 \\ 5 < 8 + 6 \end{cases}$

اما مثلثی به طول اضلاع ۵ ، ۶ و ۱۲ نداریم زیرا: $\begin{cases} 12 \not< 5 + 6 \\ 6 < 5 + 12 \\ 5 < 12 + 6 \end{cases}$.

۹) کدام یک از دسته اعداد زیر می توانند طول اضلاع یک مثلث باشند؟

a) 7 . 9 , 12 c) 12 . 13 , 25

b) 3 , 6 , 8 d) 30 , 20 , 11

- اگر طول دو ضلع مثلثی a و b باشد طول ضلع سوم باید بزرگتر از تفاضل طول این دو ضلع و کوچکتر از مجموع طول این دو ضلع باشد.

۱۰)طول دو ضلع مثلثی برابر ۱۷ و ۲۳ می باشد طول ضلع دیگر کدام یک از اعداد زیر می تواند باشد؟

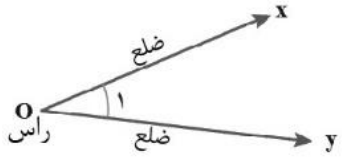
الف) ۵ ب) ۳۶ ج) ۴۰ د) ۴۹

۱۱)اگر طول ساق مثلث متساوی الساقینی ۹ باشد طول قاعده آن چه عددی نمی تواند باشد؟

الف) ۱ ب) ۹ ج) ۱۲ د) ۱۸

✓ **زاویه و روابط بین زاویه ها**

- زاویه از دو ضلع که در یک راس همرسند، تشکیل شده است. برای نمایش یا آن را به صورت سه حرف نمایش می دهیم که حرف وسط راس زاویه و دو حرف دیگر اضلاع زاویه اند. و یا زاویه را با راس آن نمایش می دهند.



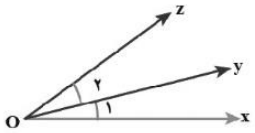
$x\hat{O}y$ یا $\hat{O}_1$

- **زاویه صفر** زاویه ای است که دو ضلع آن بر هم منطبق اند و **زاویه نیم صفحه** زاویه ایست که اضلاع آن در یک امتدادند.(۱۸۰ درجه)

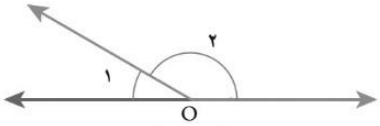
دو زاویه **متمم**، زوایایی هستند که مجموع آنها **۹۰ درجه** (زاویه قائمه) شود و دو زاویه **مکمل**، زوایایی هستند که مجموع آنها **۱۸۰ درجه** (نیم صفحه) شود. زاویه **تند** زاویه ایست بین صفر و ۹۰ درجه، و زاویه **باز** بین ۹۰ تا ۱۸۰ درجه است.

زاویه **محدب** زاویه ای است که بین صفر تا ۱۸۰ درجه (نیم صفحه) باشد و زاویه **مقعر** از ۱۸۰ درجه تا ۳۶۰ درجه است.

دو زاویه **مجاور:** دو زاویه که یکی از اضلاع آنها مشترک باشند(کنارهم) مجاورند همچنین دو زاویه مجاور که مکمل یکدیگر باشند را **مجانب** گویند.

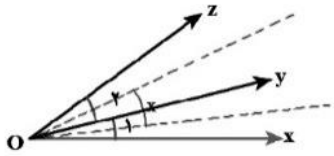


دو زاویه مجاور

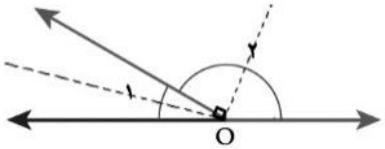


دو زاویه مجانب

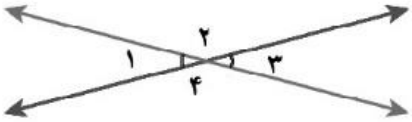
- زاویه بین نیمساز های دو زاویه مجاور برابر نصف مجموع دو زاویه می باشد، بنابراین نیمسازهای دو زاویه مجانب (مجموع ۱۸۰ درجه) بر هم عمودند (زاویه بین نیمسازها ۹۰ درجه است).



$$x = \frac{O_1+O_2}{2}$$



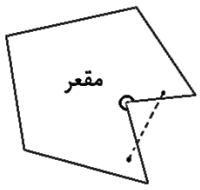
- فاصله هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع زاویه، برابر است.
- زوایای متقابل به راس زوایایی هستند که اضلاع آنها در امتداد یکدیگر بوده و در راس مشترکند. **زوایای متقابل به راس با هم مساویند**.در شکل مقابل زاویه ۱ و ۳ و همچنین زاویه ۲ و ۴ متقابل به راس و مساوی اند.



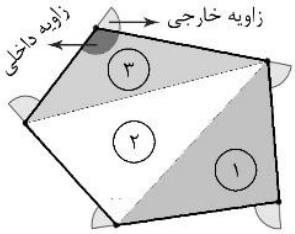
- **مثلثهای خاص**

۱. **مثلث متساوی الاضلاع** : اضلاع آن با هم برابر و زاویه ها هم برابر (۶۰ درجه) می باشد.
۲. **مثلث متساوی الساقین** : دو ضلع آن (ساق) و همچنین دو زاویه پای ساقها با هم برابرند.
۳. **مثلث قائم الزاویه**: مثلثی که یکی از زاویه های آن قائمه یا ۹۰ درجه باشد. (ضلع روبرو به زاویه قائمه وتر نام دارد)
۴. **مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه**: مثلثی که یک زاویه قائمه داشته و دو زاویه دیگر مساوی و ۴۵ درجه باشد.

- چند ضلعی **محدب(کوژ)**، چند ضلعی است که تمام زوایای آن کمتر از ۱۸۰ درجه باشد. (مثل مثلث، مربع و لوزی و...)
- چند ضلعی **مقعر(کاو)**، چند ضلعی ایست که حداقل یکی از زوایای آن بیش از ۱۸۰ درجه باشد.



- در هر چند ضلعی، وقتی دو ضلع به هم برخورد می کند یک راس و دو زاویه ایجاد می شود. زاویه ای که داخل چند ضلعی می باشد زاویه داخلی و زاویه ای که بیرون چند ضلعی می باشد زاویه خارجی می باشد.



- زاویه داخلی و خارجی مکمل اند.
- مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه می باشد.
- برای بدست آوردن مجموع زوایای داخلی چند ضلعی های دیگر ابتدا آن را به مثلثهای غیر همپوشان تقسیم می کنیم و سپس تعداد مثلثها را در ۱۸۰ درجه ضرب می کنیم. که در n ضلعی های محدب می توان مجموع زوایای داخلی آنها را از $(n-2)\times 180$ درجه بدست آورد.
- مجموع زوایای خارجی تمام n ضلعی های محدب ۳۶۰ می باشد.
- در صورتی که چند ضلعی منتظم (تمام ضلع ها و زوایا برابر باشند) باشد، زاویه داخلی از تقسیم مجموع زوایا داخلی بر تعداد ضلعها یعنی رابطه $\frac{(n-2)180}{n}$ و زاویه خارجی از رابطه $\frac{360}{n}$ بدست خواهد آمد.
- تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب از رابطه $\frac{n(n-3)}{2}$ بدست می آید.

۱۲)مجموع دو زاویه متقابل به راس ۱۳۰ درجه است، اندازه هر یک را بدست آورید.

۱۳)در مثلثی قائم الزاویه اندازه یکی از زوایا ۳۷ درجه است. اندازه زاویه دیگر را بیابید.

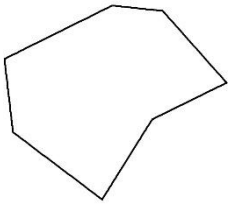
۱۴)اندازه زاویه مثلث متساوی الساقینی ۱۰۰ درجه است. اندازه دوزاویه دیگر را بیابید.

۱۵)مجموع زوایای داخلی، خارجی و تعداد قطرهای یک ۹ ضلعی رابیابید.

۱۶) زاویه داخلی و خارجی و تعداد قطرهای یک ۱۲ ضلعی منتظم را بیابید.

۱۷)زاویه داخلی یک چند ضلعی دو برابر زاویه خارجی آن است. این شکل چندضلعی است؟

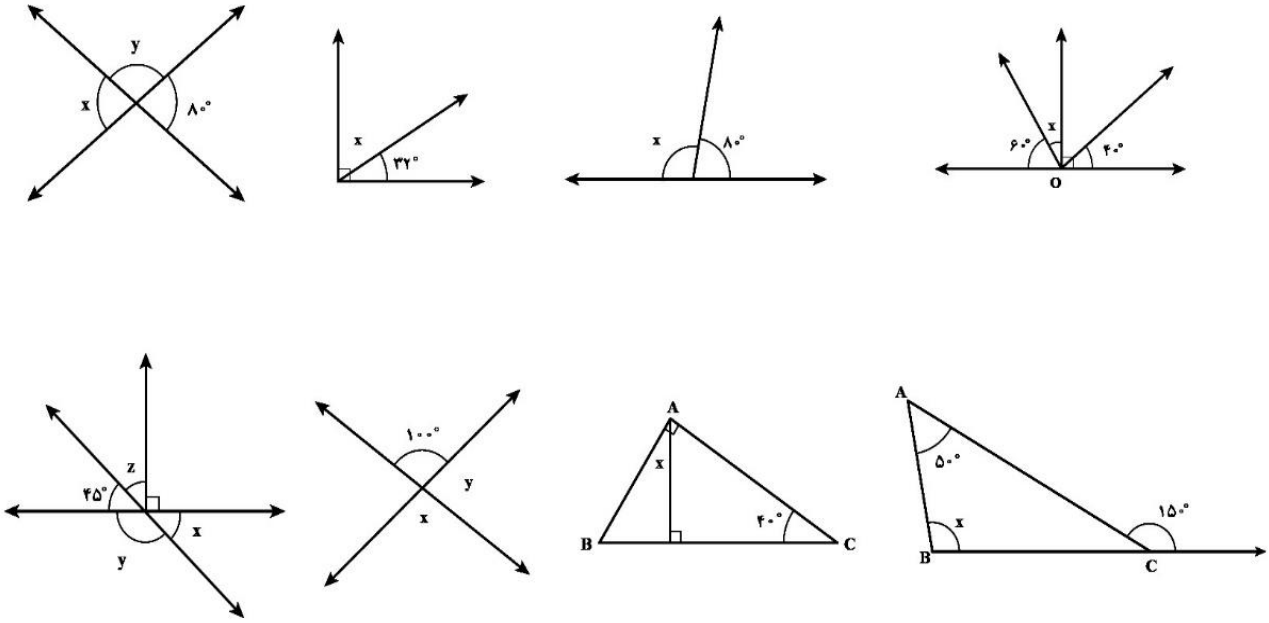
۱۸)مجموع زوایای داخلی شکل مقابل را بدست آورید.



۱۹)کدامیک از چند ضلعی های زیر مقعر و کدام محدب است. (صفحه۴۶ کتاب)

۲۰)مکمل زاویه ۳۳ درجه چند برابر متمم زاویه ۳۱ درجه است؟

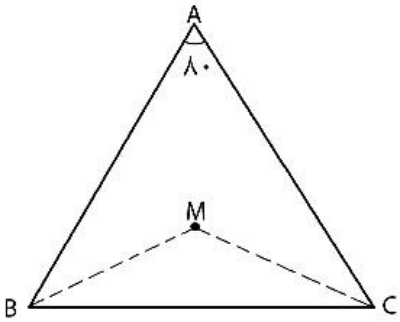
۲۱)اندازه زاویه های مجهول را بدست آورید. (صفحه۴۷ کتاب)



۲۲)در مثلث متساوی الساقین ABC

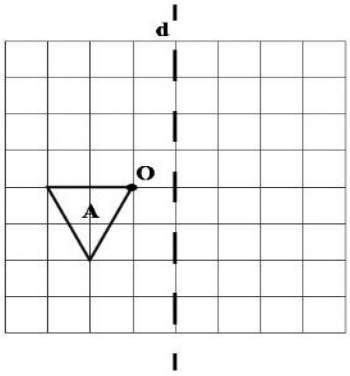
اگر BM و CM نیمساز زاویه B و C باشند.

اندازه زاویه تند $B\hat{M}C$ را بدست آورید.

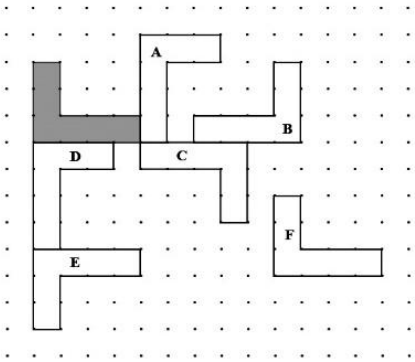


✓ تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن و دوران)

- انتقال جابجایی یک شکل در صفحه می باشد به طوری که جهت و اندازه شکل تغییر نکند.
- تقارن محوری قرینه یک شکل نسبت به یک محور تقارن می باشد. در تقارن محوری اندازه شکل تغییر نمی کند و فقط جهت آن تغییر می کند.
- دوران چرخش یک شکل حول یک نقطه می باشد. در تبدیل دوران نیز اندازه شکل تغییر نمی کند اما جهت تغییر می کند در تبدیل دوران باید جهت دوران، زاویه دوران و مرکز دوران مشخص باشد.

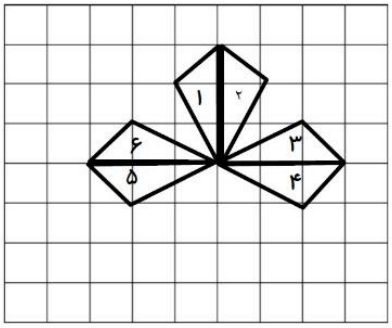


۲۳)ابتدا شکل A را نسبت به نقطه O ۱۸۰ درجه دوران دهید
و سپس تقارن آن را نسبت به خط d رسم کنید.
آیا محیط و مساحت شکلهای رسم شده باهم برابرند؟



۲۴)کدام شکل ها از تصاویر روبرو انتقال یافته شکل رنگی می باشند؟
کدام از دوران شکل رنگی ایجاد شده اند؟
کدام از تقارن محوری شکل رنگی ایجاد شده اند؟

۲۵)با توجه به شکل مقابل نام تبدیل هندسی درست را روی فلش بنویسید

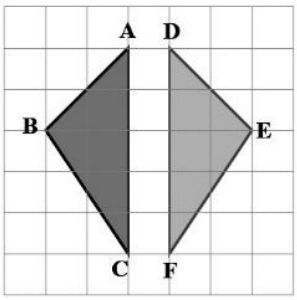


۱ ⟶ ۲ ۳ ⟶ ۴
۱ ⟶ ۳ ۳ ⟶ ۵
۱ ⟶ ۵ ۳ ⟶ ۶

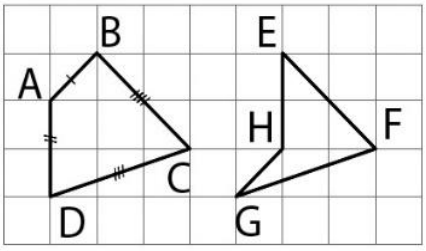
✓ **شکلهای مساوی (همنهشت)**

شکل هایی که بتوان با یک یا چند تبدیل هندسی انتقال، دوران و تقارن آنها را بر هم منطبق کرد. در واقع دو شکلی که تمام ابعاد و اضلاع آنها با هم برابر باشند، هم نهشت اند. به طور مثال در مثال قبل شکلهای ۱ تا ۶ با هم همنهشت اند.

۲۶) در شکل مقابل مثلث ABC با مثلث DEF همنهشت اند. ($ABC \cong CDE$) ضلعها و زاویه های متناظر و مساوی را بنویسید. (صفحه۵۱ سوال۲)

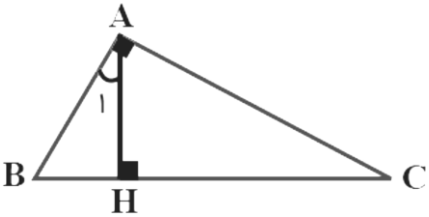


۲۷) در شکل مقابل اضلاع چهارضلعی های EFGH و ABCD دو به دو با هم برابرند. اضلاع برابر را نشان دهید. آیا این دو شکل با هم همنهشت اند؟

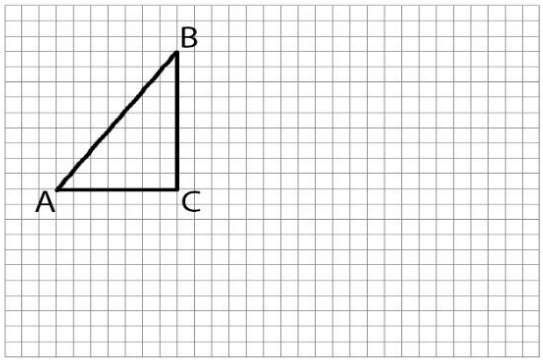


۲۸) در شکل روبرو نشان دهید. (صفحه ۵۱ سوال ۱)

$\hat{C} = \hat{A}_1$



۲۹) قرینه شکل مقابل را ابتدا نسبت به خط BC بدست آورید. سپس شکل جدید را حول نقطه C به اندازه ۹۰ درجه در جهت عقربه های ساعت دوران دهید. آیا شکل آخر با شکل اولیه همنهشت است. اجزای متناظر را بنویسید.



۳۰) تعداد قطرهای یک چند ضلعی منتظم ۶ برابر تعداد ضلع های آن می باشد. تعداد ضلع های این چند ضلعی چند تاست؟

✓ **تمرین فصل چهارم**

۱) جملات صحیح را با حرف "ص" و جملات اشتباه را با "غ" مشخص کنید.

a) مجموع دو زاویه متقابل به راس همیشه برابر ۱۸۰ درجه است.

b) اندازه هر زاویه یک مثلث متساوی الاضلاع ۶۰ درجه است.

c) مجموع دو زاویه متمم برابر ۱۸۰ درجه است.

d) تبدیل هندسی انتقال اندازه و جهت شکل را حفظ می کند.

e) مساحت شکل های همنهشت می تواند متفاوت باشد.

f) از دو نقطه تنها یک خط راست عبور می کند.

g) ارتفاع یک مثلث خط عمودی است که از راس مقابل قاعده شروع و بر قاعده عمود است.

h) تعداد قطرهای یک ۶ ضلعی برابر ۱۰ می باشد.

i) در صورتی که اضلاع دو شکل دوبه دو با هم برابر باشند آن دو شکل همنهشتند.

۲) جاهای خالی را پر کنید.

a) از یک نقطه ..... خط می تواند عبور کند.

b) چند ضلعی را که حداقل یکی از زوایای داخلی آن بزرگتر از ۱۸۰ درجه باشد ..... می نامند.

c) در تبدیل دوران و تقارن ابعاد شکل حفظ می شود اما ..... آن تغییر می کند.

d) روی خطی ۵ نقطه می گذاریم بنابراین ..... پاره خط و ..... نیم خط ایجاد شده است.

e) متمم زاویه ۳۷ درجه زاویه ..... و مکمل آن زاویه ..... می باشد.

f) دو زاویه ..... دو زاویه مجاور و مکمل می باشند.

g) فاصله هر نقطه روی ..... زاویه از دوضلع زاویه یکسان است.

۳) گزینه درست را انتخاب نمایید.

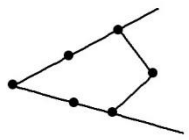
a) کدام دسته از اعداد زیر می توانند طول اضلاع یک مثلث باشند؟

الف) ۳ و ۵ و ۸ ب) ۷ و ۱۰ و ۱۸ ج) ۲,۵ و ۵,۵ و ۹,۵ د) ۵,۵ و ۶,۵ و ۱۱,۵

b) اگر طول دو ضلع مثلثی برابر ۴,۹ و ۸,۳ باشد طول ضلع سوم کدام یک از اعداد زیر نمی تواند باشد؟

الف) ۳,۴ ب) ۴,۲ ج) ۸,۹ د) ۱۳

c) در شکل مقابل حاصلضرب تعداد پاره خطها در نیم خط ها برابر است با:



الف) ۱۲ ب) ۳۶ ج) ۴۸ د) ۶۰

d) دو زاویه مکمل اند. اگر یکی از آنها دو برابر دیگری باشد. اندازه زاویه کوچکتر برابر است با:

الف) ۹۰ درجه ب) ۴۵ درجه ج) ۷۵ درجه د) ۶۰ درجه

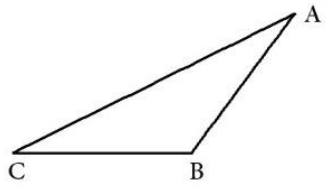
e) تعداد قطرها و مجموع زوایای خارجی یک ۵ ضلعی به ترتیب چند است؟

الف) ۱۰ ، ۳۶۰ ب) ۵ ، ۳۶۰ ج) ۵ ، ۵۴۰ د) ۱۰ ، ۵۴۰

f) نسبت زوایای مثلثی ۳ ، ۲ و ۵ می باشد. نوع مثلث را انتخاب کنید.

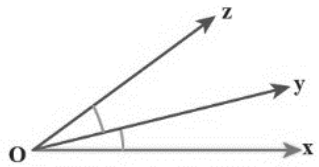
الف) متساوی الاضلاع ب) متساوی الساقین ج) قائم الزاویه د) متساوی الساقین قائم الزاویه

۴) در شکل روبرو ارتفاع وارد بر قاعده BC را در مثلث ABC رسم کنید.

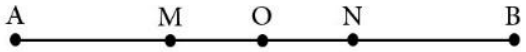


۵) بر روی یک پاره خط ۳ نقطه قرار می دهیم. تعداد پاره خط ها و نیم خط ها را بنویسید.

۶) در شکل روبرو چند زاویه وجود دارد؟ آنها را با سه حرف بنویسید.



۷) پاره خط AB را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده ایم و نقاط ایجاد شده را M و N نامیده ایم. پاره خط MN را به دو قسمت تقسیم کرده و نقطه ایجاد شده را O می نامیم. با توجه به شکل تساوی ها را کامل کنید.

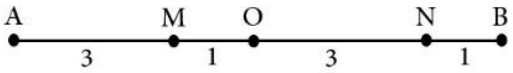


a) $\overline{AM}+\overline{MB}=\overline{AO}+\cdots$ b) $\overline{MN}+\overline{NB}=\overline{AB}-\cdots$ c) $\overline{AO}-\overline{MO}=\cdots$

d) $2\overline{MN}+\overline{MO}=\cdots\overline{NB}$ e) $\overline{MO}+\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\cdots\overline{MB}$ f) $\frac{3}{2}\overline{MN}-2\overline{NO}=\cdots\overline{AN}$

۸) با توجه به شکل روبرو و تقسیم بندی هایی که بر روی پاره خط AB انجام شده است

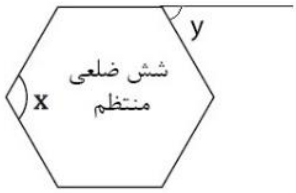
مطلوبست تساوی ها را کامل کنید.

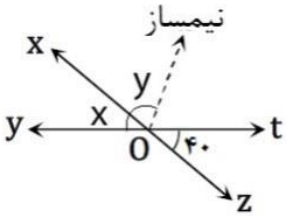


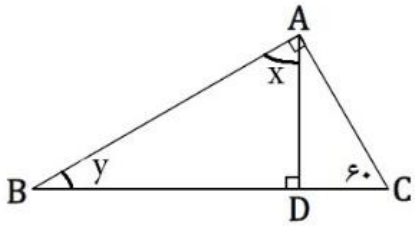
a) $\overline{AM}+\frac{1}{2}\overline{MN}=\cdots\overline{ON}$ b) $\overline{AN}+\overline{MO}=\cdots\overline{OB}$ c) $\overline{MO}+\overline{NB}=\cdots\overline{MB}$

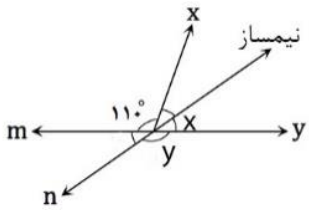
d) $2\overline{MN}-\overline{MO}=\cdots\overline{OB}$ e) $\overline{MO}+\overline{AO}=\cdots\overline{AB}$ f) $\frac{3}{2}\overline{MN}+2\overline{AB}=\cdots\overline{AN}$

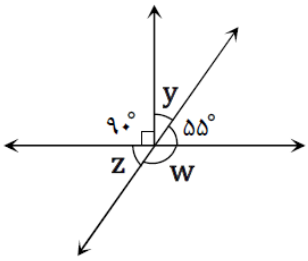
۹) در شکل های زیر زوایای مجهول را بیابید.

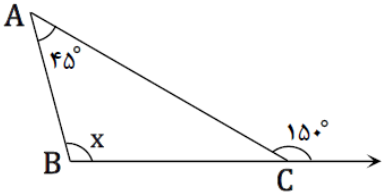




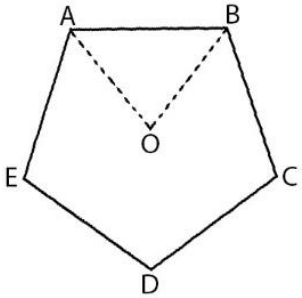








۱۰)در شکل (۵ضلعی منتظم) زیر اگر OA و OB نیم ساز زاویه های $B\hat{A}E$ و $A\hat{B}C$ باشند اندازه زاویه $B\hat{O}A$ را بدست آورید.

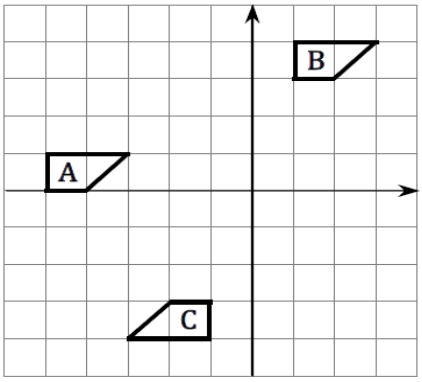


۱۱)زاویه خارجی یک چند ضلعی منتظم ۱۵ درجه است. زاویه داخلی و تعداد ضلع های این چند ضلعی را بدست آورید؟

۱۲)زاویه داخلی یک چند ضلعی منتظم ۱۷۰ درجه می باشد. تعداد قطرهای این چند ضلعی چندتاست؟

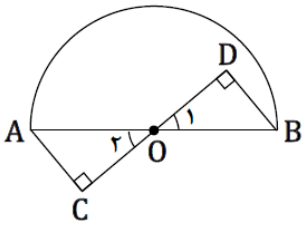
۱۳)اگر دو زاویه متقابل به راس متمم باشند. اندازه هر یک را بدست آورید.

۱۴)هر شکل با یک تبدیل به شکل بعدی تبدیل شده است. روی فلش تبدیل مناسب را بنویسید.

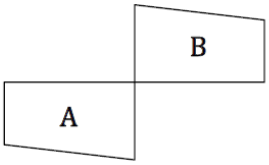


A ⟶ B ⟶ C

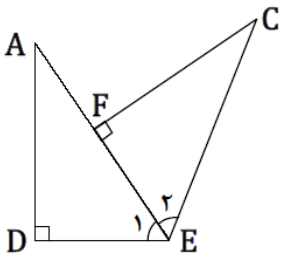
۱۵)در شکل مقابل مثلثهای ΔAOC و ΔDOB با هم همنهشت اند. اضلاع و زاویه های متناظر در دو مثلث که با هم برابرند را بنویسید.



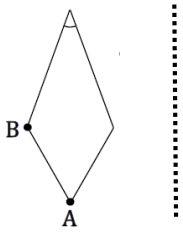
۱۶)نوع تبدیل شکل A به B را بنویسید.



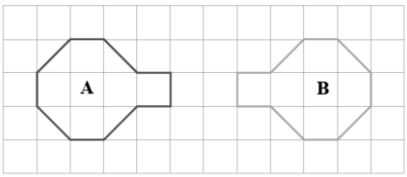
۱۷)در شکل مقابل مثلثهای ΔADE و ΔCEF با هم همنهشت اند. اضلاع و زاویه های متناظر در دو مثلث که با هم برابرند را بنویسید.



۱۸)شکل مقابل را نسبت به نقطه B ۱۸۰ درجه دوران دهید و سپس حول پاره خط AB قرینه کنید.



۱۹)با چه تبدیل هایی می توان از شکل A به B رفت؟

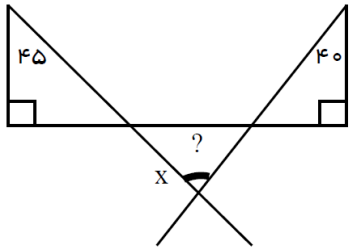


۲۰)دو زاویه مجاور متمم یکدیگرند. زاویه بین نیمسازهای آنها چند است؟

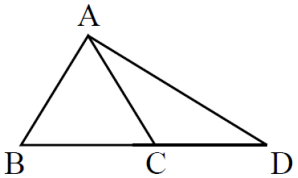
۲۱)با توجه به رابطه های داده شده، نتیجه گیری درست انجام دهید.

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB}=\overline{BC}\\ \overline{BC}=\overline{CD}\end{array}\right\}\Rightarrow \overline{AB}=\cdots \qquad \left.\begin{array}{l}\overline{EF}>\overline{CD}\\ \overline{EF}=\overline{MN}\end{array}\right\}\Rightarrow \cdots>\cdots$$

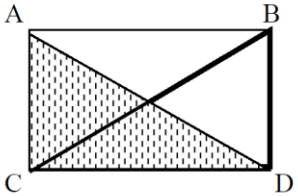
۲۲)اندازه زاویه x را بدست آورید.



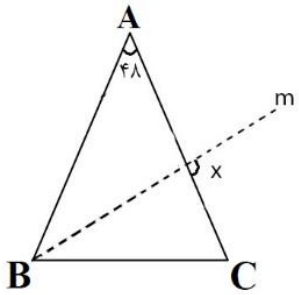
۲۳)در شکل روبرو $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{CD}$. اندازه زاویه $A\hat{D}C$ را بدست آورید.



۲۴)در شکل مقابل ABDC مستطیل می باشد. دلیل همنهشتی دو مثلث ΔACD و ΔBCD را بنویسید.

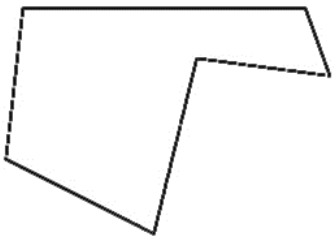


۲۵)در شکل مقابل مثلث ΔABC متساوی الساقین است ($\overline{AB}=\overline{AC}$) و خط Bm نیمساز زاویه $A\hat{B}C$ می باشد. اندازه زاویه x را بیابید.

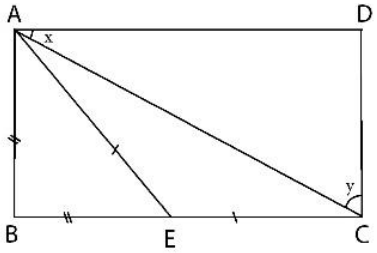


۲۶)نسبت دو زاویه مکمل ۴ به ۵ می باشد. اندازه زاویه بزرگتر چند است؟

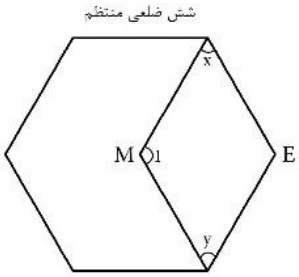
۲۷)مجموع زوایای داخلی چند ضلعی روبرو را بیابید.



۲۸)در مستطیل ABCD اندازه $\overline{AB} = \overline{BE}$ و $\overline{AE} = \overline{EC}$. با توجه به روابط داده شده اندازه زوایای x و y را بیابید



۲۹)در شکل مقابل اندازه زوایای E و M_1 با هم و x و y نیز با هم برابرند.
اندازه زاویه M_1 را بنویسید.



۳۰)اندازه زاویه خارجی یک چند ضلعی ۵ درجه است. تعداد قطرهای آن را بیابید.

۳۱)چند مثلث با محیط ۷ می توان رسم کرد به طوری که طول ضلع های آنها عددهای صحیح باشند؟ تمام حالات برای اندازه ضلعها را بنویسید.

۳۲)با توجه به اعداد و نمادهای به کار رفته در شکلهای زیر چرا در هر شکل $\overline{PR} = \overline{QS}$ ؟

۳۳)نقاط A , B , C , D روی یک خط قرار دارند به طوری که $\overline{AB} = x$ و $\overline{AC} = \overline{BD} = y$. در هر یک از قسمتهای زیر، ابتدا شکل مناسبی رسم کنیدو سپس عبارت جبری خواسته شده را بدست آورید.

- اگر نقطه C بین دو نقطه A و D ، و نقطه D بین دو نقطه B و C باشد، آنگاه $\overline{CD}$ را بر حسب متغییرهای x و y بنویسید.

- اگر نقطه A بین دو نقطه C و D ، و نقطه D بین دو نقطه A و B باشد ، آنگاه $\overline{CD}$ را به صورت یک عبارت جبری با متغییرهای x و y بنویسید.

- اگر نقطه A بین دو نقطه C و D ، و نقطه B بین دو نقطه A و D باشد ، آنگاه $\overline{CD}$ را به صورت یک عبارت جبری با متغییرهای x و y بنویسید.

۳۴)دو پاره خط AB و CD یکدیگر را در نقطه O قطع کرده اند به طوری که $A\hat{O}C = 70^\circ$ باشد. هر یک از زاویه های $A\hat{O}D$ و $B\hat{O}C$ و $B\hat{O}D$ چند درجه است؟

۳۵)مکمل زاویه ای 2x درجه، بر حسب x چند است؟

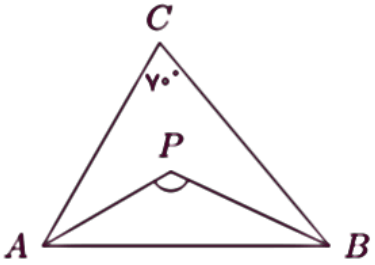
۳۶)مجموع دو زاویه ۷۵ درجه است. مجموع مکملهای آنها چند درجه است؟

۳۷) دو زاویه AOB و BOC مجانبند. اگر Ox نیم ساز زاویه AOB و Oy نیم ساز زاویه BOC باشد، ثابت کنید زاویه xOy ثائمه است.

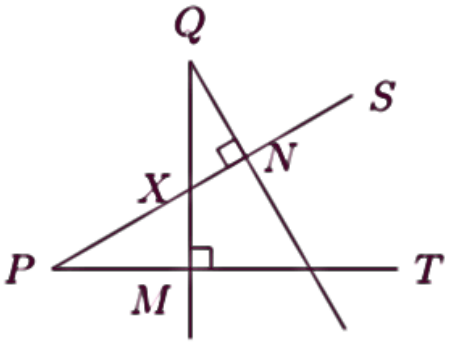
۳۸)اندازه یک زاویه مثلثی از زاویه دوم ۲۰ درجه بیشتر و اندازه زاویه سوم ۱۲ درجه کمتر از دو برابر زاویه دوم است. اندازه هر یک از سه زاویه این مثلث را بیابید.

۳۹)در شکل روبرو $\hat{C} = 70^{\circ}$ ، AP نیم ساز زاویه A و BP نیم ساز زاویه B است.

- مقدار $P\hat{B}A + P\hat{A}B$ چقدر است؟
- زاویه APB چند درجه است؟

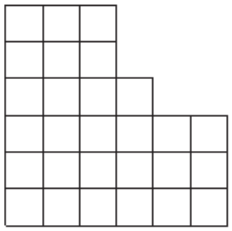


۴۰)در شکل زیر QN بر PS و QM بر PT عمود است. ثابت کنید زاویه های P و Q هم اندازه اند.

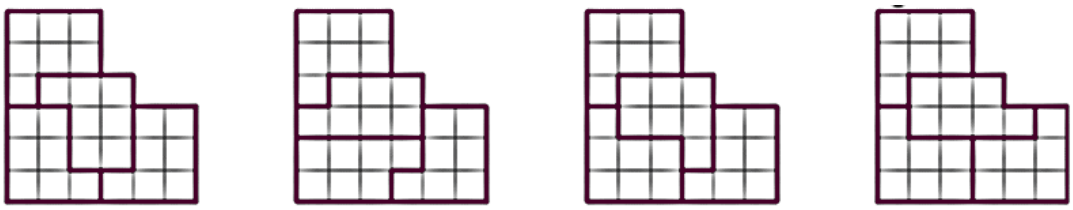


۴۱)اندازه دو زاویه مثلث 60-a و 60+a می باشد. اندازه زاویه سوم چند درجه است؟

۴۲)در یک آزمون این مسئله مطرح شده بود: شکل روبرو را به چهار شکل همنهشت تبدیل کنید.

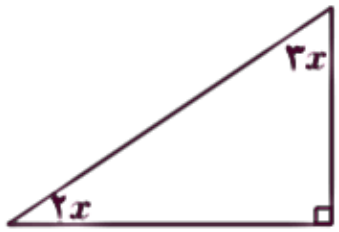


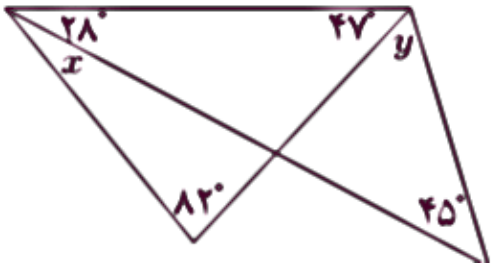
شکل های زیر پاسخ چهار نفر از دانش آموزان را نشان می دهد.

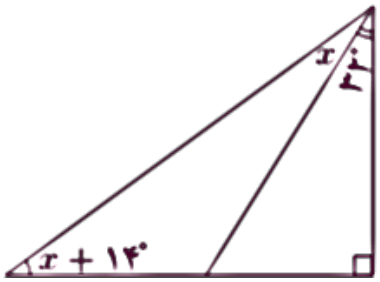


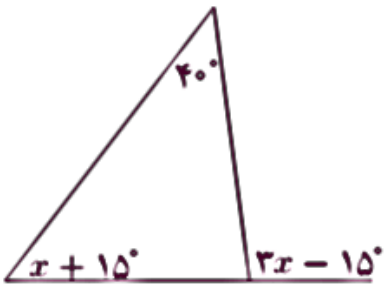
کدام پاسخ ها درست و کدام نادرست است؟ دلیل آنرا بنویسید

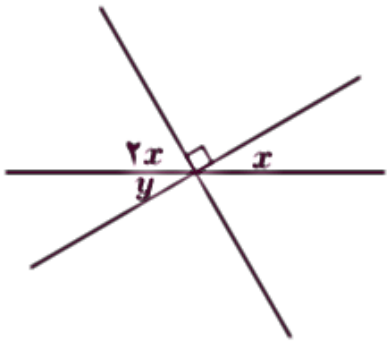
۴۳)در هر یک از شکلهای زیر، مقدار x و y را بیابید.

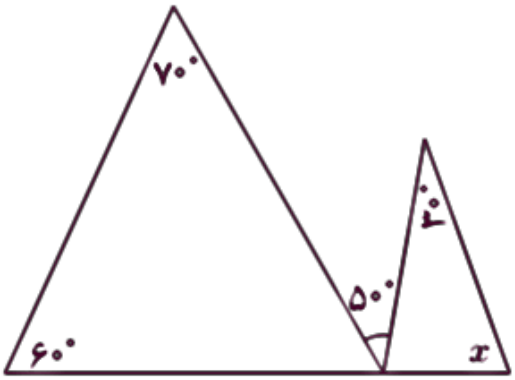












فصل پنجم :شمارنده ها و اعداد اول

- بخشپذیری عدد a بر b یعنی وقتی a را بر b تقسیم کنیم باقی مانده صفر باشد. به فرض مثال ۱۸ بر ۲ بخشپذیر است چون اگر ۱۸ را بر ۲ تقسیم کنیم باقی مانده صفر خواهد شد. اما ۱۸ بر ۵ بخشپذیر نیست زیرا در تقسیم ۱۸ بر ۵ باقی مانده خواهیم داشت.
- شمارنده های عدد a تمام مقسموم علیه های طبیعی عدد a می باشند که بر آن بخشپذیر باشند.
- کوچکترین شمارنده هر عدد، ۱ و بزرگترین شمارنده آن، خود عدد است. (یک شمارنده تمام اعداد طبیعی می باشد)
- بررسی بخشپذیری اعداد بر ۲ تا ۱۹ :

۲: عددی بر ۲ بخش پذیر است که رقم یکانش بر ۲ بخش پذیر باشد.

۳: عددی بر ۳ بخش پذیر است که مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد.

۴: عددی بر ۴ بخش پذیر است که رقم یکان به اضافه ی ۲ برابر رقم دهگان آن بر ۴ بخش پذیر باشد.

(عددی بر ۴ بخش پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش پذیر باشد)

۵: عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکانش بر ۵ بخش پذیر باشد.

۶: عددی بر ۶ بخش پذیر است که بر۲ و۳ بخش پذیر باشد.

۷: عددی بر ۷ بخش پذیر است که اگر ۲ برابر رقم یکان آن را از عددی که از حذف یکان به دست آمده کم کنیم، حاصل بر۷ بخش پذیر باشد.

۸: عددی بر ۸ بخش پذیر است که رقم یکان به اضافه ۲ برابررقم دهگان به اضافه ی ۴ برابر رقم صدگان آن بر ۸ بخش پذیر باشد.

۹: عددی بر ۹ بخش پذیراست که مجموع ارقامش بر۹ بخش پذیر باشد.

۱۰: عددی بر ۱۰ بخش پذیر است که رقم یکان آن صفر باشد.

۱۱: عددی بر ۱۱ بخش پذیر است که اگر ارقام آن را یک در میان به دو دسته تقسیم کنیم و مجموع ارقام هر دسته را به دست آوریم و سپس دو عدد به دست آمده را از هم کم کنیم عدد حاصل بر ۱۱ بخش پذیر باشد.

۱۲: عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد.

۱۳: عددی بر ۱۳ بخش پذیر است که اگر ۴ برابر رقم یکان آن را با عددی که از حذف یکان به دست آمده جمع کنیم، حاصل بر ۱۳ بخش پذیر باشد.

۱۴: عددی بر ۱۴ بخش پذیر است که بر ۲ و ۷ بخش پذیر باشد.

۱۵: عددی بر ۱۵ بخش پذیر است که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد.

۱۶: عددی بر ۱۶ بخش پذیر است که چهار رقم سمت راست آن بر ۱۶ بخش پذیر باشد.

۱۷: عددی بر ۱۷ بخش پذیر است که اگر ۵ برابر رقم یکان را از عددی که از حذف یکان به دست آمده کم کنیم، عدد بر ۱۷ بخش پذیر باشد.

۱۸: عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که بر ۲ و ۹ بخش پذیر باشد.

۱۹: عددی بر ۱۹ بخش پذیر است که اگر ۲ برابر رقم یکان آن را با عددی که از حذف یکان به دست آمده جمع کنیم، حاصل بر ۱۹ بخشپذیرباشد.

- نیازی به حفظ کردن قواعد بالا (۱۱ به بعد) نیست و با تمرین در حافظه می ماند.

۱) بخشپذیری عدد ۱۶۱۷ را بر ۳ ، ۷ و ۱۱ بررسی کنید

۲) عدد ۵۶۰ بر ۱۶ بخشپذیر است. آیا این عدد بر ۸ نیز بخشپذیر است؟

۳) بخشپذیری عدد ۱۶۳۸ را بر ۱۸ ، ۷ و ۱۳ بررسی کنید.

- مجموعه شمارنده های هر عدد تمام مجموعه مقسوم علیه های آن عدد است که بر عدد بخشپذیر باشد(اعداد کوچکتر مساوی عدد هستند)

به طور مثال مجموعه شمارنده های عدد ۲۴ ، {۱،۲،۳،۴،۶،۸،۱۲،۲۴} می باشد.

۴) مجموعه شمارنده های اعداد ۳۶ و ۳۷ را به صورت جداگانه بنویسید.

۵) مجموعه شمارنده های ۴۵ ، ۴۶ و ۴۷ را بنویسید.

✓ **اعداد اول**

همانطور که در مثالهای بالا مشخص شد، بعضی از اعداد **تنها دو شمارنده** (یک و خود عدد) دارند. به این اعداد، **عدد اول** می گویند.

اعدادی که **بیش از دو شمارنده** دارند را **اعداد مرکب** گویند.

مجموعه اعداد اول ۱ تا ۴۰ : {۲،۳،۵،۷،۱۱،۱۳،۱۷،۱۹،۲۳،۲۹،۳۱،۳۷}

برای بررسی اول یا مرکب بودن عددی بخشپذیری آن را بر اعداد اول مجموعه بالا بررسی می کنیم.

- تنها عدد اول زوج و کوچکترین عدد اول ..... می باشد.
- عدد ..... نه اول است نه مرکب.
- تمام اعداد مرکب از حاصلضرب اعداد ..... شکل گرفته اند.

۶) آیا عدد ۱۹۷ عدد اول است؟

۷) اول بودن اعداد ۲۵۸ ، ۱۳۷ و ۱۲۹ را بررسی کنید.

۸) اعداد طبیعی بین ۷۰ تا ۹۹ را نوشته و آنهایی که بر ۲ ، ۳ ، ۵ و ۷ بخشپذیرند را خط بزنید. دور اعدادی را که باقی می مانند خط بکشید. این اعداد اول اند یا مرکب؟

۹) مجموعه شمارنده های عدد ۱۸۰ را بنویسید. شمارنده های اول این عدد کدامند؟

۱۰) مجموعه شمارنده های عدد ۱۳۵ را بنویسید و شمارنده های اول و مرکب را مشخص کنید.

۱۱) چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد.
چهار عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها نباشد.

۱۲) آیا عدد ۲۲۱ بر ۱۳ بخشپذیر است؟ آیا میتوان گفت ۱۳ شمارنده ۲۲۱ است؟ مجموعه شمارنده های ۲۲۱ را بنویسید.

۱۳) آیا حاصلضرب دو عدد اول، عددی اول است؟(با مثال) حاصلجمع دو عدد اول چطور؟

۱۴) حاصلضرب دو عدد فرد همواره عددی ..... و حاصلضرب دو عدد زوج ..... است.
۱۵) حاصلجمع دو عدد فرد یا دو عدد زوج همواره عددی ..... است.
۱۶) حاصلضرب عدد فرد در زوج همواره عددی ..... و حاصلجمع آنها عددی ..... است.

✓ **شمارنده های اول**

همانطور که گفته شده اعداد طبیعی یا اولند یا مرکب (به غیر از یک که نه اول است نه مرکب). تمام اعداد مرکب را می توان از حاصلضرب دو یا چند عدد اول نوشت در واقع اعداد اول سنگ بنای تولید اعداد بزرگتر می باشند و می توان اعداد بزرگتر را تجزیه کرد و به اعداد اول رسید.

در واقع می توان اعداد مرکب را به صورت حاصلضرب اعداد اول نوشت که به این کار **تجزیه** عدد به شمارنده های(عوامل) اول گویند.

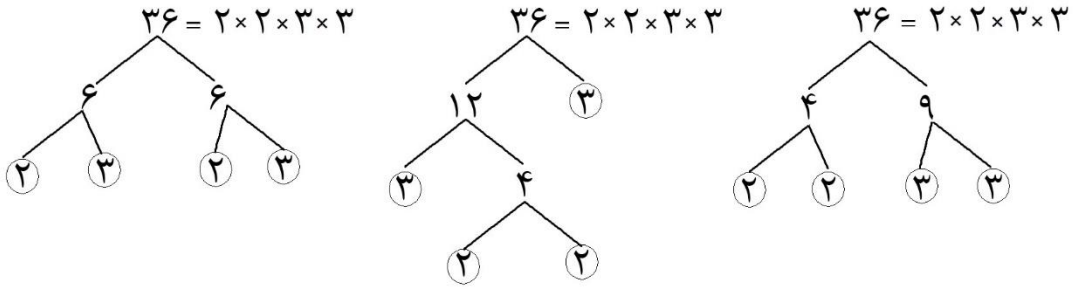
به طور مثال تجزیه شده عدد ۲۴ به عوامل اول برابر ۲×۲×۲×۳ می باشد. (البته می توانیم بگوییم ۲۴ برابر ۸×۳ نیز می باشد اما این کار تجزیه به عوامل اول نیست چون عدد ۸ مرکب است و باز تجزیه می شود)

برای تجزیه کردن اعداد مرکب می توان از نمودار درختی استفاده کرد که در مثال بعد روش آن کامل توضیح داده خواهد شد.

۱۷) عدد ۳۶ را به صورت حاصلضرب شمارنده های اول بنویسید.

شرح پاسخ: ابتدا عدد را به صورت حاصلضرب دو عدد (غیر یک و خود عدد) می نویسیم.سپس دور اعداد اول دایره کشیده و عدد مرکب ایجاد شده را مجددا به شمارنده های کوچکتر تجزیه می کنیم و این کار را تا آنجا ادامه می دهیم تا تمام انتهای شاخه ها عدد اول شود. سپس تمام اعداد اول ایجاد شده را به صورت حاصلضرب جلوی عدد اولیه می نویسیم.

بیان این نکته نیز ضروری است که نوشتن دو عدد که حاصلضرب آنها برابر شاخه بالاست می تواند متفاوت باشد اما نتیجه در انتها یکسان است. یعنی همان ابتدا می توانیم ۳۶ را بصورت حاصلضرب ۶×۶ و یا ۲×۱۸ و یا ۳×۱۲ بنویسیم که در انتها پاسخ تغییری نمی کند.



۱۸) اعداد ۸۲ ، ۴۵ ، ۴۹ و ۹۶ را به شمارنده های اول تجزیه کنید

۱۹) اعداد ۹۵ ، ۱۲۵ ، ۱۴۴ و ۱۶۸ را تجزیه کرده و به صورت حاصلضرب اعداد اول بنویسید.

۲۰) اعداد ۳۱۲ ، ۲۲۵ ، ۱۸۲ و ۱۱۲ را تجزیه کرده و به صورت حاصلضرب اعداد اول بنویسید.

۲۱) ابتدا اعداد ۶۳ و ۷۲ را به عوامل اول تجزیه کرده و به صورت حاصلضرب اعداد اول بنویسید و سپس کسر $\frac{63}{72}$ را ساده کنید.

۲۲) کسر $\frac{64\times 45}{25\times 63}$ را به صورت ساده ترین حالت بنویسید.

۲۳) مساحت مستطیلی ۲۸ می باشد. در چه حالت (اندازه طول و عرض) محیط آن بیشینه است.

۲۴) عدد a پس از تجزیه به صورت ۲×۲×۳×۵×۵ نوشته شده است. این عدد چند شمارنده اول دارد؟ دو شمارنده مرکب این عدد را بنویسید.

۲۵) دو عدد بنویسید که ۲ ، ۵ و ۷ شمارنده های اول آن نباشند.

۲۶) سه عدد بنویسید که ۷ و ۵ شمارنده آن نباشد اما ۸ جزء شمارنده های آن باشد.

✓ **بزرگترین شمارنده مشترک (ب.م.م)**

۲۷) مجموعه شمارنده های دو عدد ۴۲ و ۴۸ را بنویسید.

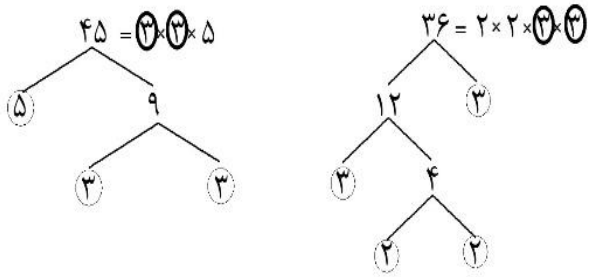
$$48:\{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}$$
$$42:\{1,2,3,6,7,14,21,42\}$$

با توجه به مجموعه شمارنده های بالا متوجه می شویم که شمارنده های ۱ ، ۲ ، ۳ و ۶ بین هردو عدد مشترک است که شمارنده ۶ در شمارنده های مشترک بزرگترین می باشد بنابراین آن را **بزرگترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م)** دو عدد ۴۲ و ۴۶ نامیده و به صورت ۶= (۴۲،۴۶) نمایش می دهند.

۲۸) بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد ۳۶ و ۴۵ را بیابید.

- گاهی نوشتن تمام شمارنده های اعداد (اعداد بزرگتر) مشکل و زمانبر است بنابراین برای یافتن **ب.م.م دو عدد** از راه دیگری استفاده می کنیم. برای این کار ابتدا دو عدد را **تجزیه** می کنیم و سپس شمارنده های اول مشترک بین دو عدد را به صورت حاصلضرب می نویسیم.

۲۹) ب.م.م دو عدد ۳۶ و ۴۵ را بدست اورید.



(۴۵،۳۶) =۳×۳

شرح پاسخ: برای بدست آوردن ب.م.م دو عدد ابتدا دو عدد را تجزیه کرده و اعداد را به صورت حاصلضرب اعداد اول نوشتیم. سپس شمارنده های اول مشترک را مشخص کرده و مشترکها را به عنوان ب.م.م دو عدد نوشته ایم.

۳۰) ب.م.م دو عدد ۶۳ و ۷۲ را بیابید.

۳۱) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

= (۱۱۷ ، ۱۹۵) = (۲۲۵ ، ۶۰) = (۳۸۵ ، ۳۵۰)

= (۶۶ ، ۶۵) = (۲۳۱ ، ۱۶۵ ، ۲۲۴) = (۷۷۰ ، ۸۴۰)

- دو عدد که ب.م.م آنها برابر ۱ شود [(a,b) = ۱] یا هیچ عامل مشترکی در تجزیه آنها نباشد، دو عدد **نسبت به هم اول** یا **متباین** اند. این دو عدد می توانند هر دو مرکب یا اول باشند اما نسبت به هم اولند مانند اعداد ۲۵ و ۱۶
- **دو عدد متوالی** یا پشت سر هم همیشه **نسبت به هم اولند** مانند ۲۴ و ۲۵

۳۲) دو عدد ۴۹ و ۴۶ را تجزیه کنید و ب.م.م آنها را بنویسید. آیا این دو عدد متباین اند؟

۳۳) ب.م.م سه عدد ۶۳ ، ۴۹ ، ۳۰ را بیابید.

۳۴) دو ظرف به گنجایش ۲۴ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه مشترک دو ظرف را پر کنیم. بهترین پیمانه که کمترین مرتبه آن را پر و خالی کنیم پیمانه چند لیتری است. (به طوری که آبی از طرفها بیرون نریزد و پیمانه را هر بار پر و سپس در یکی از ظرفها خالی کنیم)

۳۵) دیواری مستطیل شکل به ابعاد ۴۲۰ سانتیمتر طول و ۱۳۲ سانتیمتر عرض داریم. می خواهیم این دیوار را با کمترین تعداد کاشی مربعی شکل پر کنیم به صورتی که هیچ کاشی خردی ایجاد نشود. بهترین ابعاد این کاشی مربعی چقدر باید باشد؟

- ب.م.م دو عدد یکسان برابر خود عدد است. $(a ، a) = a$
- ب.م.م هر عدد و یک برابر یک است. $(a ، ۱) = ۱$
- ب.م.م دو عدد که بر هم بخشپذیر باشند، برابر عدد کوچکتر است. مانند ۱۵ = (۱۵ ، ۶۰) یا $(a ، a\times b) = a$
- ب.م.م هر عدد با یک عدد اول یا برابر یک می شود یا خود عدد اول. مانند ۲ = (۲ ، ۶۰) یا ۱ = (۷ ، ۶۰)

۳۶) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

(۱۹ ، ۱۹) = (۴۸ ، ۴۹) = (۴۵ ، ۲۱) =

(۱۱ ، ۶۶) = (۲۲۴ ، ۳) = (۱۷ ، ۷۷۰) =

✓ **کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م)**

- مضرب های طبیعی یک عدد از ضرب عدد در اعداد طبیعی .....۱،۲،۳،۴ بدست می آید. به طور مثال مضربهای عدد ۵ برابر است با .....۵،۱۰،۱۵،۲۰ .

۳۷) ۶ مضرب طبیعی عدد ۷ را بنویسید. مضرب ۱۲ عدد ۷ چند است؟ عدد ۷ چند مضرب طبیعی دارد؟

- تعداد شمارنده های یک عدد محدود بوده و از یک شروع شده و تا خود عدد ادامه می یابد (همه آنها کوچکتر یا مساوی خود عدد می باشند) اما تعداد مضرب های یک عدد نامتناهی یا بیشمار بوده که کوچکترین مضرب هر عدد برابر ..... است.

۳۸) ۶ مضرب اول اعداد ۱۲ و ۱۸ را بنویسید.
مضارب مشترک را مشخص کنید. کدامیک کوچکترین می باشد؟

۳۹) ۶ مضرب اول اعداد ۲۷ و ۱۵ را بنویسید.

کوچکترین مضرب مشترک بین این دو عدد چند است.

- همانطور که در مثالهای قبل مشاهده نمودید می توان از طریق نوشتن مضارب دو عدد و مقایسه مشترکها به **کوچکترین مضرب مشترک یا ک.م.م** رسید که آن را به صورت [a,b] نمایش می دهند. اما گاهی این کار زمان بر و پیچیده می باشد. بنابراین از راهکاری دیگر برای یافتن ک.م.م استفاده می کنیم.
- برای بدست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ابتدا دو عدد را تجزیه می کنیم، سپس شمارنده های اول مشترک بین دو عدد (ب.م.م) را یکبار نوشته و بعد بقیه عوامل غیر مشترک از هر دو عدد را بصورت حاصلضرب جلوی آن می نویسیم.

۴۰) کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۱۵ و ۱۲ را بدست آورید.

پس از تجزیه درختی اعداد ۱۵ و ۱۲ آنها را به صورت حاصلضرب اعداد اول می نویسیم.

$15 = 3\times5$

$12 = 3\times2\times2$

همانطور که مشاهده می کنید عدد اول ۳ بین عوامل اول دو عدد، مشترک است (۳ = (۱۲ ، ۱۵)) بنابراین برای ک.م.م دو عدد ابتدا ۳ را می نویسیم و سپس عدد ۵ و دو عدد ۲ را قرار می دهیم.

$[12,15] = 3\times5\times2\times2$

۴۱) کوچکترین مضرب مشترک اعداد ۴۵ و ۶۳ را به صورت حاصلضرب اعداد اول بنویسید.

۴۲) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

[۷۲ ، ۸۱] = [۱۵ ، ۲۵] = [۴۵ ، ۲۱] =

[۳۸۵ ، ۶۰۵] = [۱۲۵ ، ۴۹ ، ۳۵] = [۲۶ ، ۸۵] =

- حاصلضرب ب.م.م در ک.م.م دو عدد برابر حاصلضرب همان دو عدد می باشد.

$$[a,b] = \frac{a \times b}{(a,b)} \implies a \times b = (a,b) \times [a,b]$$

- با توجه به رابطه بالا اگر ب.م.م دو عدد برابر یک باشد (دو عدد نسبت به هم اول) آنگاه ک.م.م آنها برابر حاصلضربشان می باشد.

[۱۳ ، ۱۶] = ۱۳×۱۶ [۲۶ ، ۲۵] = ۲۶×۲۵

- ک.م.م هر عدد و یک برابر ..... است . ک.م.م هر عدد با خودش نیز برابر خود عدد است.

[۱ ، ۸۵] = ۸۵ [۸۵ ، ۸۵] = ۸۵

- ک.م.م هر عدد و مضرب آن یا دو عدد که بر هم بخشپذیر باشند. برابر عدد بزرگتر است.

[۱۳ ، ۳۹] = ۳۹

۴۳) حاصل (۴۲ ، ۴۸) و [۴۲ ، ۴۸] را بدست آورید و درستی رابطه $a \times b = (a,b) \times [a,b]$ را بررسی کنید.

۴۴) حاصل (۲۲۵ ، ۳۶۰) و [۲۲۵ ، ۳۶۰] را بدست آورید و درستی رابطه $a \times b = (a,b) \times [a,b]$ را بررسی کنید.

۴۵) حاصل (۲۳۱، ۶۳۷) و [۲۳۱ ، ۶۳۷] را بدست آورید و درستی رابطه $a \times b = (a,b) \times [a,b]$ را بررسی کنید.

۴۶) اگر (A، B) = ۲۱ و [A ، B] = ۴۵×۲۱ باشد. اعداد A و B چه اعدادی باید باشد. (تجزیه شده به عوامل اول آنها را بنویسید)

A = 3×…..×3×…….
B = 3×…..×…….

۴۷) اگر ۲ = (A، B) و ۲×۴۲×۴۹ = [A ، B] باشد. اعداد A و B چه اعدادی باید باشد. (تجزیه شده به عوامل اول آنها را بنویسید)

A = 2×…..×7×…….
B = 2×…..×…….

۴۸) هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافربری حرکت می کند. اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می کنند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خطهای A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی مجددا به طور همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟ (صفحه ۶۷ سوال ۱)

۴۹) یک پیست دو میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل دور میدان و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یکبار دور میدان می دود. پس از چند ثانیه فرامرز و امید هر دو با هم به نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور زده اند؟ (صفحه ۶۷ سوال ۱)

- یکی از کاربردهای ک.م.م در بدست آوردن مخرج مشترک دو کسر برای جمع و تفریق دو کسر است.

$$\frac{7}{15}-\frac{9}{20}=\frac{28}{\mathbf{60}}-\frac{27}{\mathbf{60}}=\frac{1}{\mathbf{60}} \qquad [15,20]=60$$

$$\frac{2}{63}+\frac{3}{49}=\frac{14}{\mathbf{441}}+\frac{27}{\mathbf{441}}=\frac{41}{\mathbf{441}} \qquad [63,49]=441$$

۵۰) حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$\frac{3}{14}-\frac{5}{21}= \qquad \frac{1}{25}+\frac{2}{35}=$$

$$\frac{5}{12}+\frac{7}{18}= \qquad \frac{5}{24}\times 8+\frac{11}{36}\times 6=$$

۵۱) با اعداد اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۱۲ و ک.م.م آنها ۷۲ باشد.

۵۲) با اعداد اول ۳ و ۵ و ۷ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۱ و ک.م.م آنها ۳۱۵ باشد.

۵۳) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$2+\frac{3}{4}+\frac{5}{12}-\frac{1}{16}=$$

۵۴) در آموزشگاه مهرتاک در ترم تابستان طول مدت کلاسهای استاد صالحی ۹۰ دقیقه و کلاسهای استاد گودرزی ۱۲۰ دقیقه می باشد. اگر هر دو استاد کلاس خود را راس ساعت ۱۴ شروع کنند، در چه زمانی مجددا یکدیگر را بین کلاسهای خود می بینند؟

۵۵) اگر سه عدد اول متفاوت را در هم ضرب کنیم، عدد حاصل چند شمارنده دارد؟ چند شمارنده اول است؟

۵۶) سه عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۱۲ و ک.م.م آنها ۱۲×۶۶۰ باشد.

۵۷) شیء A و شیء B دور یک دایره در حال چرخش هستند. شیء A هر ۷ ثانیه یکبار و شیءB هر ۸۴ ثانیه یک دور می زنند. پس از یک دقیقه این دو شیء چند بار از کنار هم گذشتند.

✓ **تمرین فصل پنجم**

۱) جملات صحیح را با حرف "ص" و جملات اشتباه را با "غ" مشخص کنید.

a) مجموع دو عدد زوج همواره عددی زوج است

b) حاصلجمع یک عدد فرد و عددی زوج می تواند زوج یا فرد شود.

c) عددی که بیش از دو شمارنده داشته باشد عدد مرکب است.

d) حاصلضرب دو عدد اول همواره عددی اول است.

e) اعداد مرکب از جمع چند عدد اول ایجاد می شود.

f) اعداد ۲۵ و ۲۴ نسبت به هم اول اولند.

g) ک.م.م دو عدد که متباین اند برابر حاصلضرب آن دو عدد است.

h) تمام اعداد اول فرد می باشند.

۲) جاهای خالی را پر کنید.

a) ب.م.م دو عدد ..... (کوچکتر مساوی/بزرگتر مساوی) عدد کوچکتر و ک.م.م آنها .....
(کوچکتر مساوی/بزرگتر مساوی) عدد بزرگتر می باشد.

b) کوچکترین عدد اول ..... و کوچکترین عدد فرد اول ..... می باشد.

c) تنها عددی که نه اول است نه مرکب ..... و تنها شمارنده آن ..... می باشد.

d) تمام اعداد مرکب از حاصلضرب ..... ایجاد می شوند.

e) نوشتن اعداد مرکب به صورت حاصلضرب شمارنده های اول آن را ..... می گویند.

f) اگر ک.م.م دو عدد برابر حاصلضرب دو عدد باشد، حتما ..... آن دو عدد برابر یک است.

g) ب.م.م هر عدد و یک برابر ..... و ک.م.م آنها برابر ..... می باشد.

۳) گزینه درست را انتخاب نمایید.

a) حاصل عبارت [۳۶ ، ۳۵] برابر است با:

الف) ۲×۷×۳×۵ ب) ۳×۷×۶×۵ ج) ۴×۷×۳×۳ د) ۴×۷×۹×۵

b) تعداد شمارنده های اول عدد ۴۵۰ برابر است با:

الف) ۵ ب) ۴ ج) ۳ د) ۲

c) تعداد شمارنده های اول کدام عدد بیشتر است؟

الف) ۲۱۰ ب) ۴۳۲ ج) ۱۵۶۸ د) ۲۰۰

d) حاصل عبارت (۴۸ ، ۴۲) + [۴۸ ، ۴۲] برابر است با:

الف) ۳۳۶ ب) ۲۰۱۶ ج) ۳۴۲ د) ۲۰۱۰

e) حاصل عبارت (۴۰ ، ۱۵) × [۱۵ ، ۴۰] برابر است با:

الف) ۱۲۰ ب) ۱۲۵ ج) ۱۲۵۰ د) ۶۰۰

f) ب.م.م دو عدد ۷۷ و ۱۱ چند است؟

الف) ۷۷ ب) ۱۱ ج) ۷۷۷ د) ۱۱۱

g) ک.م.م سه عدد ۱۵ و ۶۰ و ۱۲۰ چند است؟

الف) ۱۵ ب) ۶۰ ج) ۱۲۰ د) ۱۵×۶۰×۱۲۰

۴) مجموعه شمارنده های اعداد زیر را بنویسید.

۴۸:

۶۳:

۸۱:

۱۲۵:

۵) اعداد زیر را به عوامل اول تجزیه کنید.

۸۴= ۴۲= ۳۶= ۹۰= ۲۸=

۱۵۵= ۱۴۴= ۱۲۱= ۱۰۵= ۹۹=

۶) اعداد زیر را از نظر اول یا مرکب بودن بررسی کنید.

۱۱۹ ۲۵۵ ۹۸ ۱۵۳ ۱۳۷

۷) با اعداد اول ۳ و ۵ ، چهار عدد مرکب بنویسید که هم بر ۵ و هم بر ۳ بخشپذیر باشند.

۸) ب.م.م و ک.م.م اعداد زیر را بنویسید.

(۸۱ ، ۹۰) =
[۸۱ ، ۹۰] =

(۴۹ ، ۶۳) =
[۴۹ ، ۶۳] =

(۶۰ ، ۱۵) =
[۶۰ ، ۱۵] =

(۹۴۵ ، ۱۲۶) =
[۹۴۵ ، ۱۲۶] =

(۳۸۵ ، ۷۷) =
[۳۸۵ ، ۷۷] =

(۱۲۱ ، ۲۲) =
[۱۲۱ ، ۲۲] =

۹) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

[۴۹ ، ۶۳]+(۴۹ ، ۶۳) =

[۲۶ ، ۱۳] ×(۱۳ ، ۷) =

[۱۶ ، ۴]+[۷ ، ۵] =

(۱۱ ، ۱) -(۱۵ ، ۵) =

[۱۶ ، ۴]-[۷ ، ۵] =

(۱۱ ، ۱) -(۱۵ ، ۱۴) =

[۱۵ ، ۱۷)×(۱۷ ، ۱۵) =

(۶۴ ، ۱۲۸)+ [۱۲ ، ۱۸]=

۱۰)حاصل کسرهای زیر را از طریق ک.م.م مخرجها بدست آورید.

$\frac{1}{45}-\frac{1}{63}=$

$\frac{13}{11}-\frac{2}{121}=$

$\frac{13}{144}-\frac{14}{156}=$

$\frac{2}{15\times14}+\frac{7}{25\times21}=$

$\frac{3}{96}-\frac{4}{76}=$

$\frac{2}{11}+\frac{2}{19}=$

۱۱)دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۳۳ و ک.م.م آنها برابر ۳۶۳۰ باشد.

۱۲)دو عدد بنویسید که حاصلضرب ب.م.م در ک.م.م آنها برابر ۱۳۳۲ شود.

۱۳)ب.م.م دو عدد ۱ و ک.م.م آنها ۳۶ می باشد. تمام حالتهایی که دو عدد این شرایط را می توانند داشته باشند را بنویسید.

۱۴)قیمت هر کیلو سیب ۳۲۰۰ تومان و موز ۳۶۰۰ تومان می باشد. اگر بخواهیم برای خرید هر میوه به یک میزان هزینه کنیم چند کیلو سیب و چند کیلو موز باید خریداری کنیم؟

۱۵)یک مکعب مستطیل به ابعاد ۲۸ ، ۷۷ و ۶۳ را با مکعب هایی (ابعاد برابر) مساوی پر کرده ایم. ابعاد هر ضلع مکعب چقدر است؟ این مکعب مستطیل با چند مکعب که انتخاب کرده ایم، پر می شود؟

۱۶)پسر آقای مشایخی سرما خورده است. دکتر پاکخصال برای او یک قرص و یک کپسول تجویز می کند که قرص را هر ۶ ساعت یکبار و کپسول را هر ۸ ساعت یکبار باید بخورد. اگر پسر آقای مشایخی هر دو را راس ساعت ۸ صبح بخورد مجددا چه ساعتی باید هر دو را همزمان بخورد؟

۱۷)طول ترم های آموزشگاه مهرتاک ۴۰ روز و ترم های آموزشگاه صابر ۴۵ روز می باشد. اگر هر دو آموزشگاه روز اول مهر ترم پاییز خود را شروع کنند، در چه تاریخی هر دو آموزشگاه همزمان ترم خود را به پایان می رسانند؟ (بافرض اینکه فاصله ای بین شروع و پایان کلاسها نباشد)

۱۸)در سال ۱۳۹۴ قیمت هر سیخ کباب گلپایگان ، ۴۵۰۰ تومان و هر دبه ماست ۳ کیلویی ۱۰۵۰۰ می باشد. اگر آقای مشایخی بخواهد به یک میزان برای کباب و ماست هزینه کند. چند دبه ماست و چند سیخ کباب خریده است؟

۱۹) اگر ۱۳ = (A، B) و ۲×۲۱×۲۶ = [A ، B] باشد. اعداد A و B چه اعدادی باید باشد. (تجزیه شده به عوامل اول آنها را بنویسید)

A = ۱۳×.....×۷

B = ۲×.....×.....

۲۰)اختلاف دو عدد اول ۱۰۱ است. مجموع آنها را بدست آورید.

۲۱)بزرگترین عدد ۳ رقمی غیر تکراری که بر ۹ و ۵ بخشپذیر باشد چند است؟

۲۲)کوچکترین عدد سه رقمی که باقی مانده تقسیم آن بر ۱۵ و ۱۲ مساوی ۴ باشد چه عددی است؟

۲۳)مجموع مربع دو عدد اول برابر ۱۲۵ می باشد. آن دو عدد اول را بیابید.

۲۴)مینا هر ۱۶ روز یکبار و مریم هر ۲۰ روز یکبار به کتابخانه می روند. اگر در روز ۳ آبان هر دو به کتابخانه بروند چند روز بعد و در چه تاریخی مجددا یکدیگر را در کتابخانه خواهند دید؟

۲۵)اگر ۴ عدد اول متفاوت را در هم ضرب کنیم عدد حاصل چند شمارنده خواهد داشت؟

۲۶)عددهای ۱ تا ۲۵ (و هر کدام یکبار) را در ۲۵ خانه جدول روبه رو طوری قرار دهید که مجموع هر دو عدد همسایه، عدد اول شود. (به دو عدد همسایه می گوییم هر گاه خانه های آنها در یک ضلع مشترک باشند.)

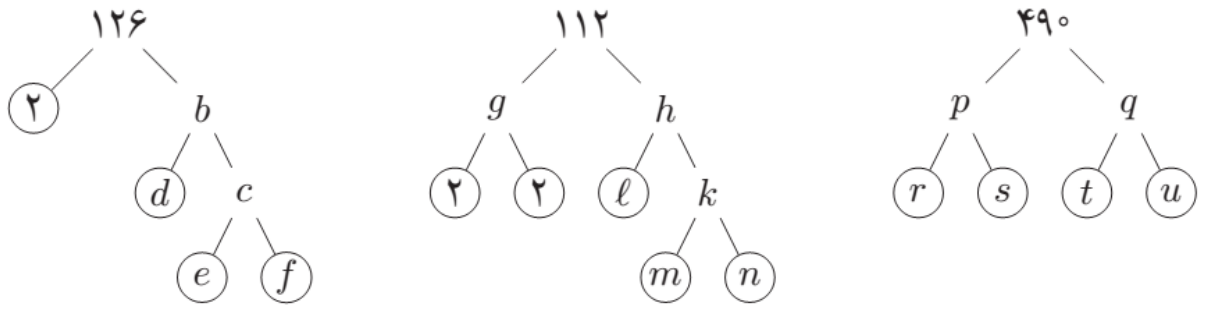
۱	۲۲	۱۵		۲۱
۱۸				
	۱۲	۷		
	۵			
۲۳	۱۴		۶	۲۵

۲۷)به عددی که مجموع همه شمارنده های آن، به جز خود عدد، برابر آن عدد شود، " عدد کامل" می گویند. برای مثال، اعداد ۶ و ۲۸ کامل اند.

■ $6 = 1 + 2 + 3$ ■ $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

- آیا می توانید عدد کامل دیگری پیدا کنید؟
- آیا می توانید عدد کاملی که مضرب ۱۶ باشد را بیابید؟

۲۸)در زیر نمودار تجزیه اعداد ۱۲۶ ، ۱۱۲ و ۴۹۰ رسم شده است. ابتدا به جای هر متغییر اعداد مناسب قرار دهید. سپس هر یک از این اعداد را به صورت حاصلضرب عددهای اول بنویسید.



۲۹) علی با مکعب های کوچک هم اندازه یک مکعب مستطیل ساخت. خواهرش یک ردیف از وجه بالای مکعب مستطیل برداشت که از ۷۷ مکعب تشکیل شده بود. برادر بزرگترش یک ردیف از وجه جلوی مکعب مستطیل باقی مانده برداشت که از ۵۵ مکعب تشکیل شده بود. برادر کوچکترش یک ردیف از وجه سمت راست شکل باقی مانده برداشت. در پایان چند مکعب باقی مانده است؟

۳۰)کوچکترین عدد فرد مرکب که از از حاصلضرب ۴ عدد اول (دو جفت متفاوت) بدست می آید، کدام است؟

۳۱)حاصلضرب دو عدد طبیعی برابر ۵۰۰ شده است. اگر هیچکدام از این دو عدد بر ۱۰ بخش پذیر نباشند، این دو عدد را بیابید.

۳۲)سه حوض داریم که می خواهیم در یکی ۸۷۰ لیتر، در دومی ۸۹۹ لیتر و در سومی ۹۲۸ لیتر آب بریزیم. می خواهیم فقط با یک سطل این کار را انجام دهیم به شرطی که همه محتوای سطل را هر بار در حوض ها خالی کنیم. بزرگترین سطلی که بتوانیم با آن این کار را انجام دهیم چند لیتری است؟

۳۳)جدول روبرو را با دقت ببینید. در سطر اول عددهای ۱۰ و ۱۲ و در ستون اول عددهای ۱۵ و ۴ را قرار داده ایم. سپس در محل تقاطع هر عدد از سطر اول با عددی از ستون اول، ب.م.م آن دو عدد را نوشته ایم.

	۱۲	۱۰
۱۵	۳	۵
۴	۴	۲

با توجه به این جدول و قانون ذکر شده، جاهای خالی دو جدول زیر را طبق همین قاعده پر کنید.

	۵۱	۱۰۵	۳۹
۸۵			
۹۱			
۶۵			

	۱	۵	۷۷
	۱۸	۹	۱
	۴	۱	۹۱

۳۴)در هر قسمت x را طوری بیابید که کوچکترین عدد طبیعی ممکن باشد.

a) $[۶, x] = ۲۴$

b) $[۵, x] = ۲۵$

c) $[۵۱, x] = ۱۵۳$

d) $[۳۶, x] = ۷۲$

e) $[۱۸, x] = ۵۴$

f) $[۳۵, x] = ۱۰۵$

g) $[۶, x] = ۱۲$

h) $[۹, x] = ۵۴$

i) $[۸, x] = ۱۶$

۳۵)راهزنان تعدادی گوسفند دزدیدند. دزدها ۱۸ نفر بودند. سردسته آنها "حسام بیگ" گوسفندها را به طور مساوی بین اعضای گروه تقسیم کرد و ۵ گوسفند باقی ماند که آنها را هم برای خودش برداشت. سه نفر از دزدان به این روش تقسیم او اعتراض کردند. حسام بیگ عصبانی شد و گفت: " چه معنی می ده دزد اعتراض کند. اصلا به شما سه تا گوسفند، گوسفند نمی دم". حسام بیگ این بار گوسفندها را بین ۱۵ نفر به طور مساوی تقسیم کرد و بازهم ۵ گوسفند باقی ماند که آنها را هم برای خودش برداشت. اگر تعداد گوسفندها کمتر از ۱۰۰ راس باشد. راهزنان چند گوسفند دزدیده اند؟

۳۶)محمود تعدادی تیله دارد. تعداد تیله ها بر عددهای ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ و ۶ بخش پذیر است. اگر تیله های محمود کمتر از صدتا باشد. محمود چند تیله دارد؟

۳۷)در هر یک از قسمتهای زیر x و y اعداد طبیعی اند. در هر قسمت x و y را بیابید.

- $\frac{5}{6}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$
- $\frac{5}{6}=\frac{7}{x}+\frac{5}{y}$
- $\frac{7}{10}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$

۳۸)می دانیم a عددی زوج و b مضرب ۶۳ است. اگر $(a,b)=15$ و $ab=18900$ ، آنگاه a و b چه اعدادی هستند؟

۳۹)" هر عدد زوج بزرگتر از ۲ را می توان به صورت مجموع دو عدد اول نوشت."

این عبارت به " حدس گلدباخ" معروف است. به طور مثال ۷+۵=۱۲ . اعداد زوج زیر را به صورت مجموع دو عدد اول بنویسید.

۴۴=	۲۴=
۸۸=	۶۰=
۱۲۴=	۹۸=

۴۰)برای هر یک از عبارتهای زیر شمارنده ای به غیر از ۱ و خود عدد پیدا کنید.

- ۱×۲×۳×۴×۲+۵
- ۱×۲×۳×۴×.....۹۹×۶۱+۱۰۰
- ۳×۶×۹×.....×۱۸+۳۹

مرور فصل اول تا پنجم

۱) در یک مدرسه $\frac{2}{7}$ دانش آموزان فوتسال و $\frac{1}{5}$ بقیه بسکتبال و نصف باقی مانده والیبال بازی می کنند. اگر بقیه که ورزش نمی کنند ۵۲ نفر باشند، تعداد دانش آموزان این مدرسه چند نفر است؟

۲) دمای هوای گلپایگان ۸ درجه زیرصفر و دمای هوای تهران ۱۱ درجه گرمتر از گلپایگان می باشد. میانگین دمای تهران و گلپایگان چند درجه است؟

۳) جمله عمومی دنباله ای $n \times \frac{n\times n-2}{2n-3}$ باشد. جمله هشتم و دهم این دنباله را بیابید.

۴) مقدار عبارت $2a+3(a-1)+4$ را به ازای $a=-1$ بدست آورید.

۵) مقدار عبارت $\frac{-4b+3}{2a-3}\times 3b-a$ را به ازای $a=0$ و $b=-2$ بدست آورید.

۶) عبارت جبری زیر را تا حد امکان ساده نمایید

$$2a(-3b-4)-b(3+2a)+4ab-2a+6=$$

۷) میانگین سه عدد برابر ۳۶ می باشد. مجموع این سه عدد برابر چند است؟

۸) میانگین اعداد طبیعی متوالی ۱۳ تا ۲۷ را بیابید.

۹) جمع اعداد زیر را بیابید.

$$-17-16-15-14.....+17+18+19+20=$$

$$1-2+3-4+5-.....+99-100=$$

۱۰)تفاضل دوعدد برابر ۱۸ است و میانگین آنها ۱۲ است. این دو عدد را بیابید. (حدس و آزمایش یا نمادین)

۱۱)حاصلضرب دو عدد ۴۸ می باشد. این دو عدد چه اعدادی می توانند باشند؟ (الگوسازی)

۱۲)در یک پارکینگ مجموعا ۲۳ ماشین و موتور وجود دارد. اگر در این پارکینگ مجموعا ۵۲ حلقه لاستیک وجود داشته باشد. چند موتور و چند ماشین در این پارکینگ پارک است؟ (حدس و آزمایش یا نمادین)

۱۳)جمله عمومی دنباله های عددی زیر را بیابید و جمله ۱۵ و ۳۵ آنها را بنویسید.

$5, 10, 17, 26, \ldots$

$3, 7, 11, 15, \ldots.$

۱۴)کسر مقابل را تا حد امکان ساده کنید (با استفاده از ب.م.م)

$\frac{539}{275}$

۱۵)معادله های زیر را حل کنید.

$4x + 1 = -3$

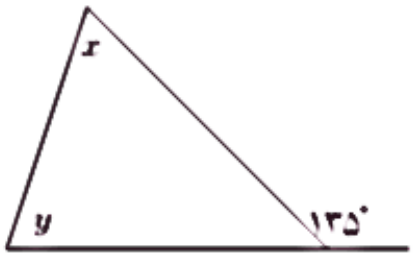
$-2(x+1) + 3 = 3(2-x)$

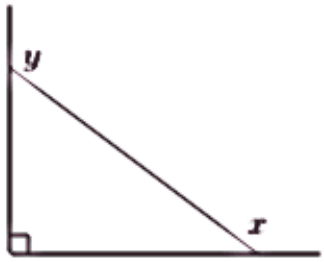
$-3y(4x+5) + 4x = 2x(2-6y) + 15$

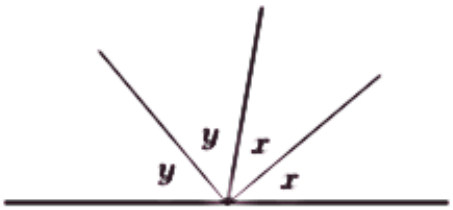
۱۶)مقدار عبارات زیر را محاسبه کنید.

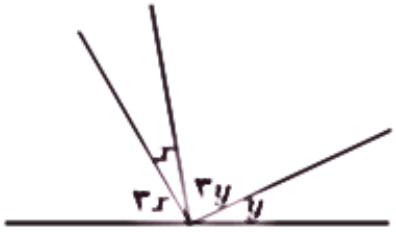
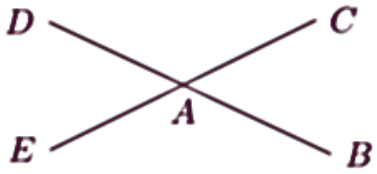
= [۵۲ ، ۱۰۵] = (۷۸ ، ۷۷) = [۶۶ ، ۸۸]

۱۷)در شکلهای زیر حاصل x+y را بدست آورید.









۱۸)در شکل زیر اگر $E\hat{A}D = 3x - 15^\circ$ و $B\hat{A}C = 2x - 5^\circ$ باشد. آنگاه اندازه زاویه $C\hat{A}D$ چقدر است؟