

دامنه =  $D_f = \{0, 1, 2, 3\}$

برد =  $R_f = \{1, 2, 3\}$

(ب)

دامنه = عناصر مجموعه اول =  $\{2, -1, 3\}$

برد = عناصر مجموعه دوم که ارتباط دارند =  $\{5, 6\}$

(پ)

دامنه =  $\{-1, 0, 1, 2\}$

برد =  $\{0, 1, 4\}$

(ت) دامنه عناصر روی محور افقی، برد عناصری روی محور عمودی که با عناصر محور افقی ارتباط دارند.

دامنه =  $\{8, 10, 12, 14\}$

برد =  $\{38, 39, 40\}$

(ث) دامنه، عناصری از محور افقی که طول نقاط نمودارند و برد، عناصری از محور عمودی که در ارتباط با عناصر محور افقی اند.

دامنه =  $\{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$  برد =  $\{y | y \in \mathbb{R}, y \geq 2\}$

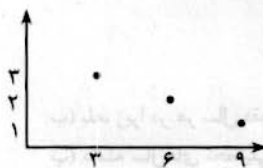
| a | b |
|---|---|
| ۹ | ۱ |
| ۶ | ۲ |
| ۳ | ۳ |
| - | ۴ |

۸- الف) صلیبی به صورت مقابل رسم می‌کنیم در یک ستون a و در ستون دوم b را قرار می‌دهیم. مقدار b را از مجموعه اعداد طبیعی به ترتیب می‌نویسیم تا مقدار a در صورت وجود پیدا شود.

(ب)

$f = \{(9, 1), (6, 2), (3, 3)\}$

(ب)



نقاط را نمی‌توان به هم وصل کرد زیرا رابطه فقط ۳ عضو دارد و بین عناصر محور افقی هیچ عنصری وجود ندارد که با عناصر محور عمودی در ارتباط باشد.

(ت)

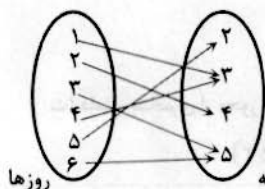
$D_f = \{3, 6, 9\}$   $R_f = \{1, 2, 3\}$

(ث) بله، این رابطه یک تابع است زیرا هیچ دو زوج مرتبی که دارای مؤلفه اول یکسان باشند وجود ندارد.



مجموعه تمرینات

- ۱- الف) کمترین، ۲ مسأله است که در روز پنجم رخ داده و بیشترین تعداد مسأله ۵ تاست که در روزهای سوم و هشتم رخ داده است.  
 ب) خیر، در هر روز فقط یک عدد به عنوان تعداد مسأله حل شده در نظر گرفته شده است.  
 پ) در روزهای سوم و ششم تعداد مسأله‌ها ۵ تا و در روزهای اول و چهارم تعداد مسأله‌ها ۳ تاست.  
 ت) او در طی این هفته به تعداد  $22 = 5 + 2 + 3 + 4 + 5 + 3$  مسأله حل کرده است.  
 ث) (نمودار پیکانی) نمودار ون:



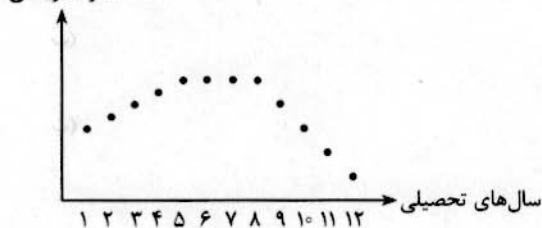
زوج مرتب:  $\{(1, 2), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)\}$

ج)

برد =  $\{2, 3, 4, 5\}$  دامنه =  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۲- الف)

نمرات ریاضی



- ب) بله، زیرا در هر سال فقط یک عدد به عنوان نمره او در نظر گرفته شده است.  
 پ) دامنه سال‌های تحصیلی این فرد است.

دامنه =  $\{1, 2, 3, \dots, 12\}$

- ۳- الف) برای هر فرد در یک زمان خاص فقط یک وزن در نظر گرفته می‌شود، پس رابطه موردنظر تابع است.  
 ب) در هر ساعت از شبانه‌روز دمای بدن یک مریض فقط یک عدد است پس تابع می‌باشد.  
 پ) هر کشور در جهان یک پایتخت دارد بنابراین تابع است.  
 ت) تابع نمی‌باشد زیرا در برخی از سینماها چند سالن دارد و چند فیلم متفاوت اکران می‌شود.  
 ث) تابع نمی‌باشد زیرا برخی از اعداد طبیعی دارای دو ریشه هستند (نظیر ۲۵ که دارای دو ریشه ۵ و -۵ است)

۴- الف) بله تابع است زیرا هیچ دو زوج مرتبی با مؤلفه اول یکسان وجود ندارد.

ب) هر زیرمجموعه‌ای از تابع مثال زده شود یک تابع است مثلاً  $E = \{(1, 2), (2, 3)\}$

پ) جواب مثبت است. اثبات این مطلب در حالت کلی چنین است.

اگر  $f$  تابع و  $E \subset F$  باشد باید ثابت کنیم هر دو زوج مرتب که به  $E$  متعلق باشند با فرض برابری مؤلفه‌های اول آن مؤلفه‌های دومشان نیز برابرند فرض کنیم.

$$\begin{aligned} (x, y_1) \in E \xrightarrow{E \subset F} (x, y_1) \in F \xrightarrow{\text{تابع است } F} y_1 = y_2 \Rightarrow E \text{ تابع است} \\ (x, y_2) \in E \end{aligned}$$

۵- الف)

$$\begin{aligned} \{(f, 3) \in f \\ (f, b) \in f \Rightarrow b = 3 \Rightarrow f = \{(3, a), (f, 3)\} \end{aligned}$$

a می‌تواند هریک از عناصر مجموعه B باشد و محدودیتی ندارد.

$$D_f = \{3, f\}$$

برد f به مقدار a بستگی دارد. اگر مشخص شود برد تابع هم مشخص خواهد شد.

۶- الف)

| a  | b     |
|----|-------|
| 0  | 0, ±1 |
| ±1 | 0, ±1 |

$$f = \{(0, 0), (0, 1), (0, -1), (1, 0), (1, 1), (1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (-1, -1)\}$$

ب) خیر f تابع نیست زیرا به عنصری مانند صفر ۳ عدد نظیر شده است.

۷- الف) تابع را مشخص می‌کند. زیرا از مجموعه اولی (دامنه)، از هر عنصر فقط یک پیکان خارج شده است.

ب) تابع نمی‌باشد زیرا از عضو ۲ از دامنه دو پیکان خارج شده یکی به ۱ و دیگری به ۲.

پ) تابع نمی‌باشد زیرا از عضو ۲ در دامنه هیچ پیکانی خارج نشده است.

ت) تابع است زیرا از هر عضو دامنه دقیقاً یک پیکان خارج شده است.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$f = \{(1, 5), (1, 6), (1, 7)\}$$

| x | y       |
|---|---------|
| 1 | 5, 6, 7 |
|   | -       |

(ب) خیر، تابع نمی‌باشد زیرا به عنصر ۱ سه عضو متمایز نظیر شده است.

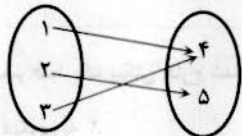
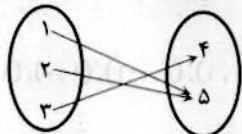
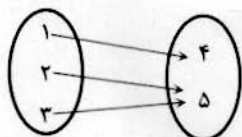
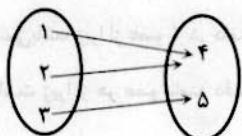
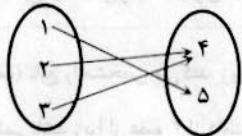
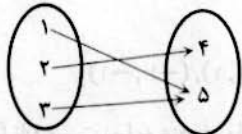
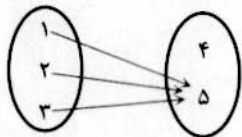
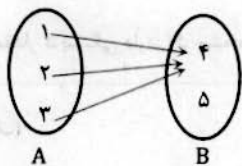
(پ)

$$D_f = \{1\}$$

$$R_f = \{5, 6, 7\}$$

-۹ فقط نمودار (پ) می‌تواند متناظر مسأله باشد. زیرا در یک فاصله زمانی که پنجره‌گیری انجام می‌شود اتومبیل مسافتی را طی نکرده است.

-۱۰ برای عنصر ۱ از A ۲ عضو B و برای عنصر ۲ از A نیز ۲ عضو از B و برای عنصر ۳ از A نیز ۲ عضو از B را می‌توان انتخاب کرد. تمام موارد (۸ تا) رسم شده است.



$$(x + y, x - 1) = (2, 5) \Rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ x - 1 = 5 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = -4 \end{cases}$$

- در شکل (۱) هر چه آب ریخته شود به نسبت ارتفاع کم‌تر بالا می‌رود. بنابراین نمودار (ب) می‌تواند متناظر آن باشد.  
 در شکل (۲) به‌طور یکنواخت ارتفاع بالا می‌آید. بنابراین نمودار (الف) می‌تواند متناظر آن باشد.  
 در شکل (۳) ابتدا ارتفاع که بالا می‌آید (برحسب زمان) و از وسط‌ها بخش هلالی ظرف به بعد ارتفاع بیش‌تر بالا می‌آید.  
 سپس به‌طور یکنواخت (در دهانه ظرف) ارتفاع آب بالا می‌آید بنابراین نمودار (ب) می‌تواند متناظر آن باشد.  
 در شکل (۴) ارتفاع برحسب زمان بیش‌تر بالا می‌آید و در دهانه ظرف به‌صورت یکنواخت افزایش ارتفاع را خواهیم داشت  
 که نمودار (ت) می‌تواند متناظر آن باشد.

ویژه دانش‌آموزان علاقه‌مند

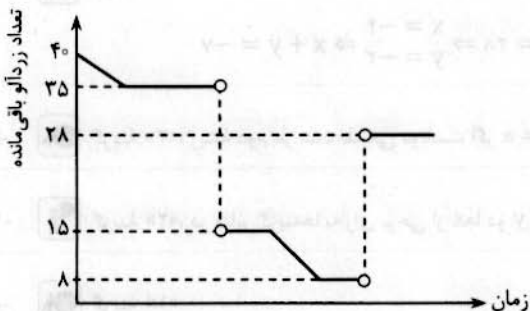
$$(x^2 - 3x, x^2 + 2y - 5) = (x - 4, 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = x - 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x^2 + 2y - 5 = 3 \Rightarrow 4 + 2y - 5 = 3 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

- چون مؤلفه‌های اول عناصر به ترتیب از ۱ شروع می‌شود پس چهاردهمین عضو دارای مؤلفه اول ۱۴ می‌باشد از طرفی مؤلفه دوم از ضرب عدد مؤلفه اول در عدد بعدی آن به دست می‌آید. بعضی  $y = x(x + 1)$  پس مؤلفه دوم و چهاردهمین عنصر مجموعه  $f$  به صورت  $y = 14 \times 15 = 210$  می‌باشد. پس باید داشته باشیم:

$$(2x - y, 2x + y) = (14, 210)$$

$$\begin{cases} 2x - y = 14 \\ 2x + y = 210 \end{cases} \Rightarrow 4x = 224 \Rightarrow x = 56, y = 210 - 112 = 98$$



- (الف) ۳۰ دقیقه  
 (ب) بیش‌ترین فاصله ۶۰۰ متر و در پانزدهمین دقیقه اتفاق افتاده است.  
 (پ) در فاصله زمانی دقیقه پنجم تا دهم در خیابان توقف داشته است.  
 (ت) نمودار داده شده تابع است زیرا در هیچ زمانی فاصله علی تا خانه‌اش در مقدار متفاوت نبوده است.

دوره سریع مطالب

۱- درست  $(1, 7) = (1 - 2, 7 + 2) = (6, 7)$   $y = 7 + x$   
 ۲- درست  $x = 5 = 1 - 2$

۳- نادرست

۴- نادرست  $m = -1$  و  $m = 2$

۵- درست  $x = 3$  و  $y = 2$

۶-  $\{-1, 1, 2\}$

۹- (ب) تابع است و (الف) تابع نیست.

۱۰-  $\{x | x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 6\}$

آزمون چهارگزینه‌ای

۱- گزینه «۳»، باید از هر عضو مجموعه اول (دامنه) حتماً یک پیکان خارج شود تا تابع باشد.

۲- گزینه «۲»، یک فرد می‌تواند چند روزنامه مختلف مطالعه کند.

۳- گزینه «۳»

$$(1, 2) \in f \Rightarrow x^2 + x = 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$(1, x^2 + x) \in f$$

۴- گزینه «۲»، برد تابع  $\{1, -1, 2\}$  می‌باشد که دارای ۳ عضو است.

۵- گزینه «۴»

$$\begin{cases} x^2 + xy = 28 \Rightarrow x(x + y) = 28 \\ x + y = -7 \end{cases} \Rightarrow x(-7) = 28 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x + y = -7$$

۶- گزینه «۳»، ریشه دوم هر عدد طبیعی دوتاست اگر  $x^2 = a$  باشد ریشه‌های دوم عدد  $x$  برابر  $\pm\sqrt{a}$  می‌باشد.

۷- گزینه «۲»، در سایر گزینه‌ها به‌ازای برخی از  $x$ ها دو  $y$  وجود دارد.

۸- گزینه «۱»

| x             | y              | تعداد عضو        |
|---------------|----------------|------------------|
| $\pm 1$       | $0, -1, -2$    | $2 \times 3 = 6$ |
| $0$           | $1, -1, 0, -2$ | $1 \times 4 = 4$ |
| تعداد اعضای R |                | ۱۰               |

