

نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

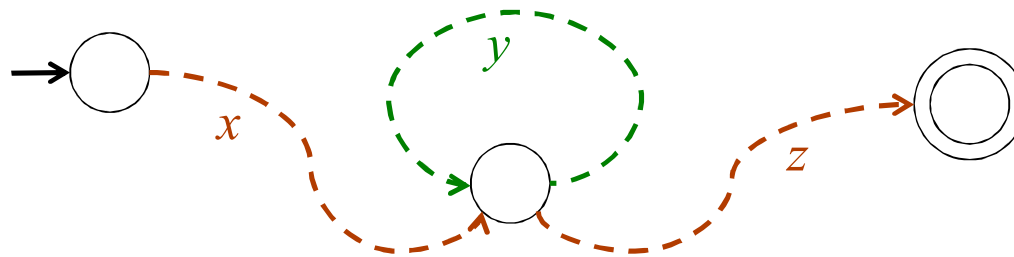
علی شکیبا

دانشگاه ولی‌عصر (عج) رفسنجان

ali.shakiba@vru.ac.ir

لم تزریق

قضیه ۴-۸: فرض کنید L یک زبان منظم باشد؛ آنگاه عدد صحیح مثبت m وجود دارد به طوری که هر $w \in L$ را با شرط $|w| \geq m$ بتوان به صورت $w = xyz$ نوشت که $|xy| \leq m$ و $|y| \geq 1$ و $w_i = xy^i z$ به ازای تمام $i = 0, 1, \dots$ عضو L خواهد بود.



مثال ۴-۶

آیا زبان $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ منظم است؟

- اثبات به برهان خُلف:
- فرض خُلف: فرض کنید L زبانی منظم باشد.
- بنابراین؛ طبق لم تزریق؛ عددی مانند m وجود دارد که شرایط لم برای آن برقرار باشد.
- رشته‌ی $w = a^n b^n$ را در نظر بگیرید که n را برابر با m در نظر گرفته‌ایم.
- در این صورت؛ طبق شرایط لم تزریق؛ y به هر گونه‌ای که انتخاب شود؛ y تماماً شامل a است.
- فرض کنید $|y| = k$ باشد؛ آنگاه؛ با انتخاب $i = 0$ داریم $a^{m-k} b^m \in L$ که با تعریف زبان L در تناقض است.
- فرض خُلف باطل و بنابراین؛ L نامنظم است.

احتیاط!

- طبق لم تزریق؛ برای هر زبان منظم
 - مقدار ثابت m
 - و تجزیه‌ی xyz
- وجود دارند؛ اما از مقدار آن‌ها الزاماً مطلع نیستیم.
- اما اگر بتوانیم یک رشته‌ی w یا یک مقدار i را بیابیم که به ازای آن‌ها برای هر تجزیه‌ی ممکن داشته باشیم $w = xy^iz \notin L$ ؛ آنگاه L نمی‌تواند منظم باشد.

لم تزریق به عنوان یک بازی

هدف ما: برنده شدن از طریق ایجاد تناقض
هدف حریف: جلوگیری از برنده شدن ما

1. حریف مقدار m را تعیین می کند.
2. با در اختیار داشتن مقدار m ؛ رشته‌ی $w \in L$ را با طول بزرگتر یا مساوی m انتخاب می کنیم.
3. حریف تجزیه‌ی w را با در نظر گرفتن شرایط $|xy| \leq m$ و $|y| \geq 1$ انتخاب می کند.
4. مقدار i را به گونه‌ای انتخاب می کنیم که $w = xy^i z \notin L$.

مثال ٤-٨

$$L = \{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$$

مثال ۴-۹

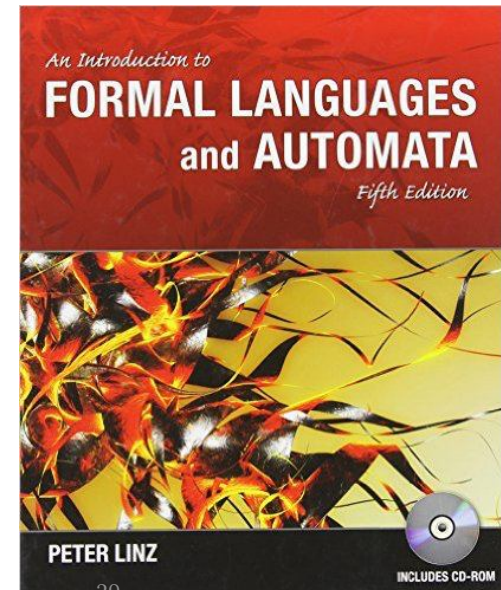
$$L = \{w \in \Sigma^* \mid n_a(w) < n_b(w)\}$$

مثال‌های ۴-۱۰ الی ۴-۱۳

این مثال‌ها را حتما مطالعه کنید.

در این جلسه آموختیم ...

• فصل ۴



در جلسه‌ی آینده خواهیم آموخت ...

- چند مثال از کاربرد لم تزریق
- فصل ۵

