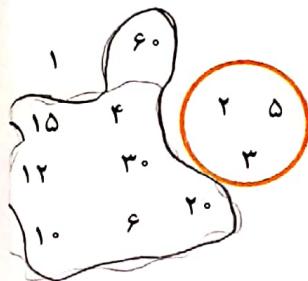


One Idea

فعالیت



در شکل روبرو شمارنده‌های طبیعی عدد ۶ را نوشته‌ایم و بین آنها شمارنده‌های اول را مشخص کرده‌ایم. شما هم شمارنده‌های ۶ را که اول نیستند، در یک منحنی بسته قرار دهید.

اگر شمارنده‌های طبیعی و اول عدد ۶ یعنی ۲، ۳ و ۵ را در داخل

دو آکلاه قرار دهیم و آن را با حروفی چون A یا B یا ... نام‌گذاری کنیم و بنویسیم $A = \{2, 3, 5\}$ ؛ در این صورت یک مجموعه تشکیل داده‌ایم و به هریک از عددهای ۲، ۳ و ۵ یک عضو مجموعه A می‌گوییم؛ پس مجموعه A دارای ۳ عضو است. $B = \{4, 12, 6, 10, 20, 30, 2, 5\}$ ؛
* شما شمارنده‌های مرکب عدد ۶ را به صورت یک مجموعه بنویسید و آن را B بنامید.

* مجموعه شامل شمارنده‌های عدد ۶ که نه اول باشند، و نه مرکب، چند عضو دارد؟ این

مجموعه را نیز C بنامید و آن را نمایش دهید. $C = \{1\}$

* مجموعه D شامل همه شمارنده‌های دورقمری ۶ را تشکیل دهید؛ این مجموعه چند عضو

دارد؟ $D = \{12, 6, 10, 4, 2, 1, 3, 5\}$

از رضا و احمد خواسته شد تا مجموعه شامل ۳ شمارنده زوج عدد ۶ را تشکیل دهند. احمد نوشت: $\{4, 6, 10\}$ و رضا نوشت: $\{6, 10, 12\}$ به نظر شما چرا جواب‌های آنها با هم فرق دارد؟ نتیجه: عبارت‌هایی شبیه این عبارت، که مشخص کننده یک مجموعه معین و یکتا نباشد، مجموعه‌ای را مشخص نمی‌کند.

در نمایش مجموعه‌ها، ترتیب نوشتمن عضوهای مجموعه، مهم نیست و با جایه‌جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود؛ همچنین با تکرار عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود؛ بنابراین به جای $\{3, 3, 4\}$ می‌نویسیم $\{3, 4\}$.

معرفی مجموعه

ما، در زندگی روزمره در صحبت‌ها و نوشتمن از واژه‌هایی مانند دسته، گروه و مجموعه استفاده می‌کنیم؛ برای مثال وقتی می‌گوییم «گروهی از ورزشکاران وارد ورزشگاه شدند»، نام ورزشکاران را مشخص نکرده‌ایم، درحالی که ما از مجموعه در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز (غیرتکراری) استفاده می‌کنیم.

فعالیت

۱- کدام یک از عبارت‌های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ مجموعه مورد نظر را نمایش دهید.

الف) عددهای طبیعی و یک رقمی ب) چهار شاعر ایرانی ج) دو عدد اول کوچک‌تر از ۱۲
 $\sqcup \leftarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $\times \text{ نه}$ $\times \text{ مخفی نه نه}$

۲- با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، جاهای خالی را پر کنید :

الف) به جای $\{1, 2, 1, 4, 5\}$ = A باید بنویسیم $\{1, 2, 4, 5\}$

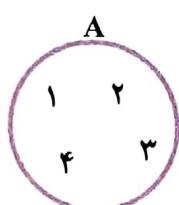
ب) به دلیل تکراری بودن عدد ۵ در $\{5, 6, 5, 7\}$ = B آن را به صورت $\{6, 7\}$

می‌نویسیم.

اگر مجموعه A را به صورت $A = \{a, b, 5, 7\}$ در نظر بگیریم، برای نشان دادن

اینکه a عضوی از مجموعه A است، می‌نویسیم $a \in A$ و می‌خوانیم «a عضو A است»

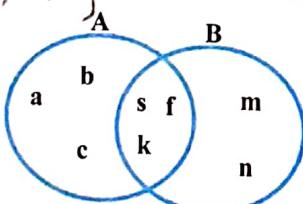
و چون عدد ۴ عضو A نیست، می‌نویسیم $4 \notin A$ و می‌خوانیم «4 عضو A نیست».



نمایش مجموعه‌ها با استفاده از نمودار وین : مجموعه را می‌توان با استفاده از منحنی‌ها یا خط‌های شکسته بسته نمایش داد؛ به عنوان مثال، نمایش مجموعه $\{1, 2, 3, 4\} = A$ با استفاده از نمودار وین به صورت مقابل است.

فعالیت

$A = \{a, b, c, d, e, f\}$



۱- با توجه به نمودار وین، که برای دو مجموعه A و B رسم شده است، مجموعه‌های A و B را با عضوهایشان مشخص کنید.

۲- دو مجموعه $\{5, 6, 7, 8\} = B$ و $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = A$ را در نظر بگیرید :

دو مجموعه را با یک نمودار وین نمایش دهید. کدام عددها هم در منحنی بسته مربوط به A و

هم در منحنی بسته B وجود دارد؟

۳- مجموعه عددهای دو رقمی و زوج اول را بنویسید و آن را E بنامید. این مجموعه چند عضو دارد؟

جواب کاردر کلاس ۲ :
 ۱- عددیں اول و زوجیں {۲} |
 ۲- عددیں اول و مفرد ۳ و یک رتما {۳}

۱) «اگر در مجموعه‌ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه تهی می‌نامیم و با نماد \emptyset یا {} نمایش می‌دهیم.» توجه شود که این مجموعه با مجموعه {} \emptyset یا {} \circ که هر کدام دارای یک عضو هستند، یکی نیست.

۴- کدام یک از عبارت‌های زیر، مجموعه تهی را مشخص می‌کند؟

الف) عددیای طبیعی بین ۵ و ۶ {۱-۰}

ب) عددیای صحیح بین ۱ و ۳ {۳}

ج) عددیای اول و زوج {۲}

کاردر کلاس

۱- سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهنده مجموعه تهی باشد؛ سپس عبارت‌های خود را با

نوشته‌های هم کلاسی‌های خود مقایسه کنید. \exists عبارت مردود نداریم و \forall عبارت جیز صفر نیست.

\exists عبارت \rightarrow ۲- سه عبارت بنویسید که هر کدام مشخص کننده مجموعه‌ای فقط با یک عضو باشد.

۳- عبارت‌هایی که مجموعه‌ای را مشخص می‌کند، با علامت ✓ و بقیه را با علامت ✗ مشخص کنید (با ذکر دلیل).

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| \checkmark ب) سه عدد طبیعی زوج متوالی
\times ب) سه عدد طبیعی فرد متوالی
\times د) سه شهر ایران مردود نشده
\times د) سه شمارنده‌های عدد ۲۴
\times ز) عدد طبیعی بین ۲ و ۳
\times عد طبیعی درین بازه وجود ندارد | \checkmark \rightarrow ۲، ۴، ۶
\times محدود نیست \rightarrow الف) چهار عدد فرد متوالی
\times محدود نیست \rightarrow ج) عددیای اول کوچک‌تر از ۲۰
\times معنی: ۱ + عدد بزرگ \rightarrow و ۵ عدد بزرگ |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
- ۴- مانند نمونه کامل کنید:

$$A = \{ا, ب, پ, الف\}$$

مجموعه حروف الفبای فارسی [A]

$$B = \{۱, ۲, ۳, \dots\}$$

{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹} [G]

$$C: a, b \text{ و عدد } ۳$$

مجموعه عددیای صحیح بین ۲ و ۳ [E]

$$D = \{۵\}$$

مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۴ [B]

$$E = \{\}$$

مجموعه عددیای اول یک رقمی [H]

$$F = \{۲, ۴, ۶, ۸\}$$

مجموعه مضرب‌های اول عدد ۵ [D]

$$G: ۱, ۰, ۲, ۴, ۶, ۸$$

{۳, a, b} [C]

$$H = \{۲, ۳, ۵, ۷\}$$

{۶, ۴, ۲, ۸} [F]

۵- کدام یک از عبارت‌های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ با نمودار و نشان دهید :



قابل تعیین نیست

الف) عدد های صحیح مثبت و کمتر از ۱۰

ب) شمارنده های اقلی عدد ۱۹

ج) عدد هایی که شش وجه یک تاس معمولی را مشخص می کند.

د) جواب های معادله $2x+8=1$

ه) چهار میوه خوشمزه

و) عدد های صحیح منفی و بزرگ تر از -۸

تمرین

۱- متناظر با هر عبارت، یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت بنویسید و تعداد عضوهای هر مجموعه را تعیین کنید :

الف) $A = \{1, 8, 27, 64, 125\}$

ب) $C = \{10\}$

ج) عدد های طبیعی مضرب ۵ و کوچک تر از ۱۰۰

د) عدد های طبیعی بزرگ تر از ۴ و کوچک تر از ۵

ه) عدد های صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد.

و) عدد های اقل دورقمی که مضرب ۷ باشد.

۲- جاهای خالی را طوری کامل کنید تا عبارت حاصل، درست باشد.

الف) عبارت «۵ عدد طبیعی که بین ۱ و ۲۰ قرار داشته باشد»، یک مجموعه را مشخص

ب) مجموعه $\{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$ دارای _____ عضو است.

ج) مجموعه $A = \{\emptyset, 0\}$ دارای _____ عضو است.

د) با توجه به مجموعه $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ ؛ داریم: ۵ عضو A است یا بانماد ریاضی، _____

و) عضو A نیست یا بانماد ریاضی، _____

۳- سه مجموعه متفاوت بنویسید که عدد ۲ عضو آنها باشد.

عنوان ۱: مفهوم و مفاسد بایک چیزی که برات بفرمود و تعداد اعماقی آنها را مشخص کنید.

$$n(A) = \omega$$

ب) $C = \{1\}$ اولین حل نتیجه فریب
عدد ۲ بایک عدد اول. $c = 1$

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 100\} \rightarrow n(A) = 99. \quad (2)$$

$A = \{\emptyset\}$ عضوی ندارد. $A = \{\emptyset\}$ عضوی ندارد. (c)

$A = \{\emptyset\}$ عضوی ندارد. (d)

صیغت ۲: حاصل از اتصال پرکنیه تعبارت حاصل دست باید.

الف) تعبارت «عد طبیعیین آتا و قرار داشته باشد» مجموعه ای را معرفی نماید.

ب) مجموعه $\{9, 10, 11, 12\}$ عضوی A عضویست.

ج) مجموعه $A = \{0, \emptyset\}$ دارای ۲ عضوی است.

$a \in A$

د) با توجه به مجموعه $A = \{3, 5, 7, 9, 11, 12\}$ دلیلی می داشم a عضو A است یا با عناد ریاضی، $12 \notin A$ نیست یا با عناد ریاضی.

صیغت ۳: سه مجموعه متفاوت نویسید که ۲ عضوی داشتند.

$$A = \{x, \emptyset\} \quad B = \{x, v\} \quad C = \{x, v, 11, 12\}$$

دو مجموعه برابر

فعالیت

۱۰	-۱۵	۱۲
۴	۴	۲
-۴	۱۸	-۲

۱- جدول عدد های صحیح رو به رو را طوری کامل کنید که مجموع عدد های روی هر سطر، هر ستون و هر قطر آن برابر ۱۲ شود؛ سپس مجموعه عدد های سطر دوم جدول را بنویسید و آن را A بنامید.

$A = B$

$n(B) = 3 \quad n(A) = 3$

$B = \{2, 4, 4\} \quad A = \{2, 4, 4\}$

اگرچه مجموعه B را چنان بنویسید که شامل سه عدد زوج متوالی و میانگین عضوهای آن باشد. هر یک از مجموعه های A و B چند عضو دارد؟ بالا مخفف شود.

آیا هر عضو A در مجموعه B است؟ آیا هر عضو B در مجموعه A است؟ بله

همان طور که ملاحظه کردید، عضوهای دو مجموعه A و B یکسان اند و هر عضو A، عضوی از B و هر عضو B، عضوی از A است؛ در این صورت دو مجموعه A و

$$A = \{8, 9, 10\} \quad B = \{8, 9, 10\}$$

۲- مجموعه A شامل سه عدد طبیعی متوالی است به طوری که حاصل جمع آنها برابر ۲۷ است. ابتدا را با عضوهای آن بنویسید؛ سپس مجموعه هایی را مشخص کنید که در زیر معرفی شده و با A برابر است:

- (الف) مجموعه عدد های طبیعی بین ۶ و ۱۰ خیلی زیاد

ب) مجموعه عدد های طبیعی بزرگ تر از ۷ و کوچک تر از ۱۱ بله

ج) مجموعه سه عدد طبیعی متوالی که میانگین آنها با ۹ برابر است. بله

همان طور که دیدید، مجموعه $\{8, 9, 10\}$ با مجموعه $\{7, 8, 9\}$ برابر نیست؛ زیرا همه عضوهایشان یکسان نیست. صحیح

اگر عضوی در A باشد که در B نباشد یا عضوی در B باشد که عضو A نباشد، در این صورت مجموعه A با B برابر نیست و می نویسیم $A \neq B$.

کار در کلاس

۱- جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوری پر کنید که مجموعه ها برابر باشد:

$$\left\{5, -3, \frac{2}{5}, 4, \frac{9}{3}\right\} = \left\{\frac{2}{5}, 3, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, \frac{1}{2}, \sqrt{25}\right\}$$

-۲

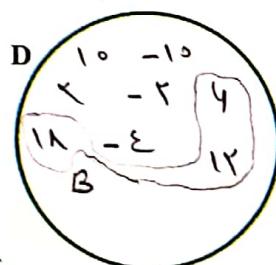
۷

$$\left\{ 7, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, 625 \right\} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, -0.5, \frac{5}{8}, \frac{14}{2}, -2 \right\}$$

۲- دو مجموعه به نام‌های A و B مانند سؤال بالا طرح کنید. پاسخ خود را با دوستان مقایسه کنید.

زیرمجموعه

فعالیت



مجموعه عددهای جدول فعالیت قبل را D بنامید؛ سپس عضوهای مجموعه D را در نمودار وین رو برو بنویسید:

$$D = \{10, 15, 2, 4, 18\}$$

در نمودار بالا، عضوهایی را که بر ۳ بخش پذیر است، با یک منحنی بسته مشخص کنید و B بنامید. سه قسم از

مجموعه B را بنویسید. آیا هر عضو B، عضوی از D نیز هست؟ بله :

در مجموعه D، عددهای زوج را مشخص کنید و آن را C بنامید؛ آیا $D = C$ ؟ بله .

همان‌طور که دیدید، عضوهای مجموعه B همگی در D هست؛ یعنی هر عضو B، عضوی از

D است؛ در این صورت مجموعه B زیرمجموعه D است و می‌نویسیم $B \subseteq D$

آیا مجموعه C زیرمجموعه D است؟ بله .

با توجه به تعریف زیرمجموعه، واضح است که هر مجموعه، زیرمجموعه خودش

است؛ یعنی اگر A مجموعه‌ای دلخواه باشد، داریم: $\checkmark . A \subseteq A$

اکنون زیرمجموعه‌ای از D را مشخص کنید که عضوهای آن عددهای فرد باشد؛ نام دیگر این مجموعه چیست؟ **کسر، حرب** این مجموعه همچنان‌که در حرب عدد فردی در مجموعه D وجود ندارد.

آیا عبارت $D \subseteq \{10, 4, -6, 2\}$ درست است؟ چرا؟ **غیره، حرب** -۶ و ۴ در مجموعه D دخود ندارند.

اگر بتوانیم عضوی در B بیابیم که در A نباشد، می‌گوییم B زیرمجموعه A نیست و می‌نویسیم $B \not\subseteq A$.

آیا در مجموعه تهی عضوی هست که در مجموعه دلخواهی مانند A نباشد؟ **خیر**، به دلیل زیر:

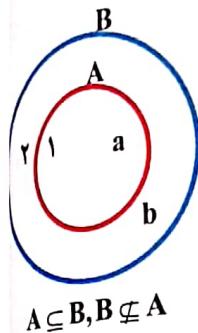
مجموعه تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای دلخواه مانند A است؛ یعنی: $\emptyset \subseteq A$

مثال: دلیل درستی رابطه‌های زیر مشخص شده است.

الف) $\{a, b, c, d\} \subsetneq \{a, b, d\}$; زیرا در مجموعه سمت چپ، d هست که در مجموعه سمت راست نیست.

ب) $\{-1, 0, 1, 2\} \subseteq \{-1, 0, 1, 3\}$: زیرا هر عضو مجموعه سمت چپ، عضوی از مجموعه سمت راست است.

ج) با توجه به شکل مقابل $B \subseteq A$ درست است؛ زیرا همه عضوهای A در B قرار دارند و $A \not\subseteq B$ درست است؛ زیرا عضوی در B مانند 2 می‌توان یافت که در A وجود ندارد. ✓



کار در کلاس

۱- با توجه به نمودار مقابل، دلیل درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید:

$\checkmark \quad \times \quad \checkmark \quad \times$
 $, \quad C \not\subseteq A \quad , \quad B \subseteq A \quad , \quad A \not\subseteq C \quad \times$
 $\checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark$
 $A \subseteq B \quad , \quad B \subseteq C \quad , \quad \emptyset \subseteq A \quad \checkmark$

۲- مجموعه‌های A ، B ، C را در نظر بگیرید؛ سپس درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید (با ذکر دلیل):

$A = \{1, 3, 6, 4\}$ ، $B = \{5, 1, 3\}$ ، $C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$
 $\checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark$
 $B \not\subseteq A \quad , \quad 3 \subseteq B \quad , \quad A \subseteq B \quad , \quad B \subseteq C \quad , \quad A \not\subseteq C \quad , \quad 2 \notin A$
 $\times \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \times$
 $\{1, 4\} \in A \quad , \quad 6 \notin A \quad , \quad \{5, 6\} \subseteq C \quad , \quad 5 \in C \quad , \quad \circ \subseteq A \quad \times$
 $\checkmark \quad \times \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \times$
 3 - همه زیرمجموعه‌های $\{a, b, c\}$ در زیرنوشته شده است:

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$

مانند نمونه، تمام زیرمجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

الف) مجموعه عددهای طبیعی بین 9 و 12 :

$\{a, b, c, d\}, \{\emptyset\}, \{10, 11\}, \{10\}, \{11\}, \{10, 11\}, \{10, 11, 12\}, \{10, 11, 12, 13\}, \{10, 11, 12, 13, 14\}$

نمایش مجموعه‌های اعداد در سال‌های گذشته با عددهای طبیعی آشنایی شد: از این عددها برای شمارش استفاده می‌کنیم.

کار کد کلاس

$$A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

ب) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 5\}$

(الف) مجموعه عدهای صحیح فرد $\{1, 3, 5, \dots\}$

$$\text{فر} \quad \text{ج) } B = \{3k + 2 \mid k \in \mathbb{Z}\} \quad \{ \dots, -7, -4, -1, 2, 5, 8, \dots \}$$

مجموعه عدهای گویارا با Q نمایش می‌دهیم. چون اولین عدد گویای بزرگ تر از هر عدد گویا

مشخص نیست، نمی‌توان این مجموعه را با عضوها مشخص کرد؛ به همین دلیل مجموعه عدهای گویارا بانمادهای ریاضی تعریف می‌کنیم:

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

توجه کنید که هر عدد صحیح، عددی گویا است؛ یعنی برای هر عدد صحیح a داریم:

$$a = \frac{a}{1} \quad \therefore \mathbb{Z} \subseteq Q$$

تمرین

۱- مجموعه $\{-2, -1, 0, 1, 2\} = A$ را درنظر بگیرید. کدامیک از مجموعه‌های زیر باهم برابر است؟

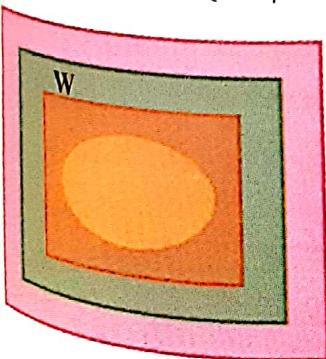
$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\}, \quad C = \{x \mid x \in A, -1 \leq x \leq 1\}, \quad D = \{x \mid x \in A, x^2 = 1\}$$

۲- سه مجموعه مانند A و B ، C بنویسید؛ به طوری که $B \subseteq C$ و $A \subseteq B$. آیا می‌توان ترتیب گرفت؟ $A \subseteq C$

۳- تمام زیرمجموعه‌های هریک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2x + 1 = 3\}$$

ب) $B = \{2x \mid x = 0, 1, 2\}$



۴- نمودار رو به رو، وضعیت مجموعه‌های W, Q, \mathbb{N} و \mathbb{Z} را نسبت به هم نشان می‌دهد؛ آنها را نام‌گذاری و با علامت \subseteq باهم مقایسه کنید.

۵- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

ب) هر عدد حسابی عددی گویاست.

د) بعضی از اعداد صحیح اند.

(الف) هر عدد گویا عددی حسابی است.
(ج) هر عدد صحیح عددی گویاست.

۱۰

صلان مدنی: ۱- جمعه از عوشه کے زیر ۴ م برابر است.

$$B = \{n \mid n \in A, n < 4\} = \{1, 0\}$$

مجموعہ

$$C = \{n \mid n \in A, -1 \leq n \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$D = \{n \mid n \in A, n^2 = 1\} = \{1\}$$

۲- سے مجموعہ کا حصہ توان سمجھ کر

$$C = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3\}, A = \{3\} \quad ? A \subseteq C$$

پلہ، ممکن تھا کہ

۳- کام زیر مجموعہ حاصل جنمدھا کر را سمجھیں

$$B = \{nu \mid n = 0, 1, 2, 3\} = \{0, 3, 6, 9\}$$

$$\Rightarrow \{0\} \{3\} \{6\} \{0, 3\} \{0, 6\} \{3, 6\} \{0, 3, 6\}$$

$$A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n+1 = 4\} = n=1 \rightarrow \{1\}$$

شان را درن بمحضه به زبان ریاضی:

$$A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

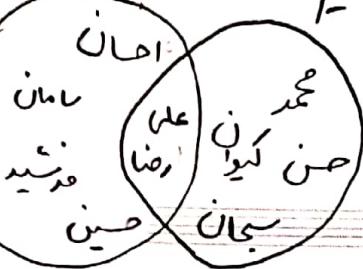
$$A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n < 19\}$$

با من توان از زبان ریاضی (که روزنه بمحضه را من دویم) بخوبی را درست.

$$B = \{n \mid n \in \mathbb{N}, 3 < n < 9\}$$

$$B = \{\epsilon, \Delta, \gamma, V, A\}$$

درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه‌ها



$$\{ \text{احسان}, \text{علی}, \text{رضا}, \text{حسین} \} = A$$

فعالیت

$$\{ \text{محمد}, \text{حسن}, \text{کیوان}, \text{سبجان}, \text{علی}, \text{رضا} \} = F$$

۱- در کلاس درس، علی و رضا عضو هر دو تیم والیبال و فوتبال هستند. سامان، احسان، فرشید و حسین فقط در تیم والیبال و محمد، حسن، کیوان و سبجان فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند.
 الف) اگر مجموعه دانشآموزان آموزان عضو تیم والیبال را با V و فوتبال را با F نشان دهیم، این مجموعه‌ها را با نمودارِ نمایش دهید و سپس با عضوهایشان بنویسید.

$$V \cap F = \{ \text{علی}, \text{رضا} \}$$

$$B) \text{مجموعه دانشآموزانی را که در هر دو تیم عضویت دارند، بنویسید.} \quad (V \cap F)$$

$$C) \text{مجموعه دانشآموزانی را که حداقل در یکی از این دو تیم عضویت دارند، بنویسید.} \quad (V \cup F)$$

$$2- \text{دو مجموعه } A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3\} \text{ و } B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 6\} \text{ را در نظر بگیرید و}$$

مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان تشکیل دهید :

$$A) A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad B) B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

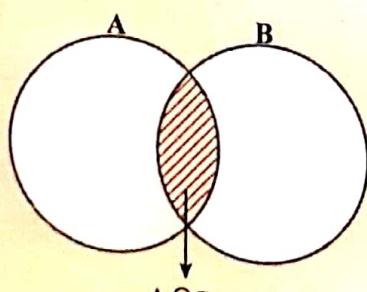
$$C) \{ \text{مجموعه عددی که در هر دو مجموعه } A \text{ و } B \text{ هست}\}$$

(این مجموعه را اشتراک A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم).

$$D) \{ \text{مجموعه عددی که حداقل در یکی از دو مجموعه } A \text{ و } B \text{ هست}\}$$

(این مجموعه را اجتماع A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم).

اشتراک دو مجموعه : اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه‌ای شامل



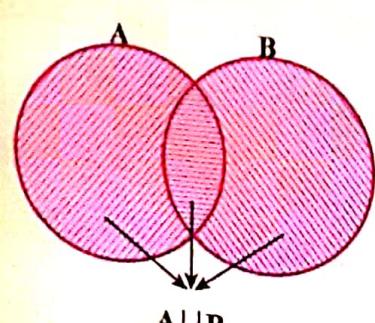
همه عضوهایی است که هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B است. این مجموعه را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم. در نمودار رو به رو قسمت هاشور خورده اشتراک دو مجموعه را نشان می‌دهد.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$$

اجتماع دو مجموعه : اجتماع دو مجموعه A و B ،

مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشد. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم. در نمودار، قسمت هاشور خورده، اجتماع

دو مجموعه را نشان می‌دهد.



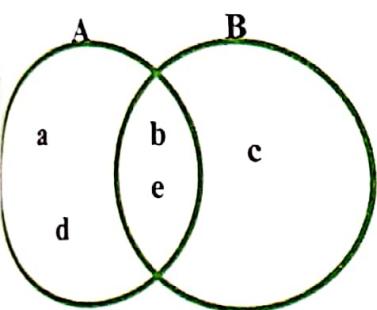
$$A \cup B = \dots$$

فعالیت

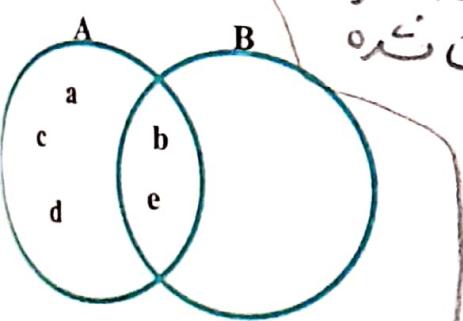
۱- دو مجموعه $\{b, e\}$ و $\{a, b, c, d, e\}$ را در نظر بگیرید. از داش آموزان یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه های A و B را با نمودار و نمایش دهند. پاسخ چهار دانش آموز این کلاس را در زیر می بینید:

الف) درباره درستی یا نادرستی پاسخ این دانش آموزان بحث کنید و برای درستی یا نادرستی آنها دلیل بیاورید.
حسانه، ریحانه، محمد و درست هر گویند حسن سرط اسرا

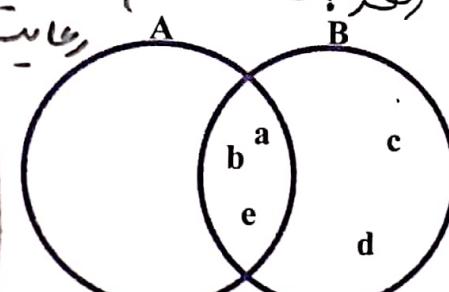
و اهمیت تردد اند دستل ائم حضرت من کند.



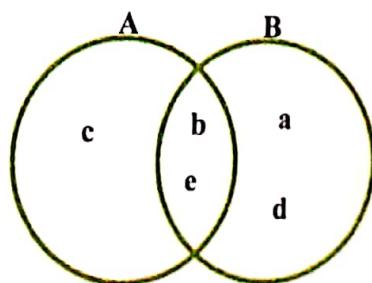
پاسخ حمیده



پاسخ ریحانه



پاسخ زهرا



پاسخ حنانه

ب) آبا شما هم می توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدھید؟ پاسخ خود را با پاسخ هم کلاسی های خود مقایسه کنید.

۲- با توجه به اولین فعالیت این درس ورزشکاران دو تیم والیبال و فوتبال مجموعه ای تشكیل دهید که هر عضو آن عضو تیم والیبال باشد، ولی عضو تیم فوتبال نباشد (فقط در تیم والیبال بازی کند). این مجموعه را «V - منهای F» می نامیم و با نماد $V - F$ نمایش می دهیم:

$$V - F = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$F - V = \{ \quad \quad \quad \}$$

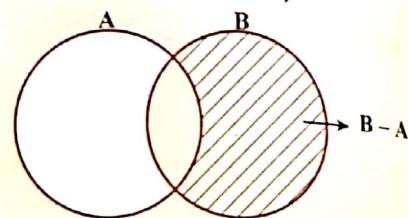
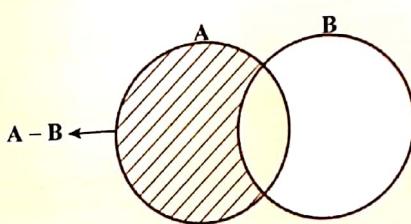
احان، سمان، فردیه، حین

محمد، صن، کیان، سین

۱۲

تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A - B$ (A منهای B) مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که عضو مجموعه A هستند؛ ولی عضو مجموعه B نیستند. در شکل زیر مجموعه‌های $B - A$ و $A - B$ هاشور خورده است:

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

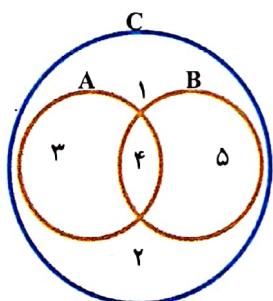


مثال: اگر $\{c, d, k, f, s, t\}$ و $\{a, b, c, d, e, k\}$ در این صورت:

$$A - B = \{a, b, e\} \quad \text{و} \quad B - A = \{f, s, t\}$$

کار در کلاس

۱- با توجه به نمودار زیر کدام عبارت، درست و کدام نادرست



- | | | |
|-----------------------------|-----------------------|-----------------------------|
| الف) $A \subseteq C$ | ب) $B \subseteq C$ | ج) $C \subseteq (A \cup B)$ |
| د) $(A \cup B) \subseteq C$ | ه) $2 \in (A \cap B)$ | و) $4 \notin (A \cap B)$ |
| ز) $A \cup B = A$ | پ) $5 \in (A \cup B)$ | ح) $4 \in (A \cup B)$ |

۲- مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲ را A و مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را B بنامید. ابتدا A و B را تشکیل و سپس به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن، شمارنده ۱۸ باشد؛ ولی شمارنده ۱۲ نباشد.

ب) مجموعه‌ای تشکیل دهید که عضوهای آن، هم شمارنده ۱۲ و هم شمارنده ۱۸ باشد.

۳- مجموعه‌های $(W - \mathbb{N})$, $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})$, $(\mathbb{N} - \mathbb{Z})$ و \emptyset را تشکیل دهید.

قرارداد: تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم؛ به

عنوان مثل، اگر A مجموعه‌ای k عضوی باشد، می‌نویسیم $n(A) = k$.

مثال: اگر A = {2, 4, 6, 7} در این صورت $n(A) = 4$

تمرین

۱- مجموعه‌های $\{1, 7, 10, 11\}$ و $\{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $\{2, 4, 6, 8, 9\}$ را در نظر بگیرید؛ سپس هریک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید :

$$(الف) A \cup B$$

$$(ب) B \cup C$$

$$(ج) A \cup C$$

$$(د) A \cap B$$

$$(ه) A - B$$

$$(و) C - B$$

$$(ز) (A - C) \cup (B - C)$$

$$(ح) (A \cup B) - C$$

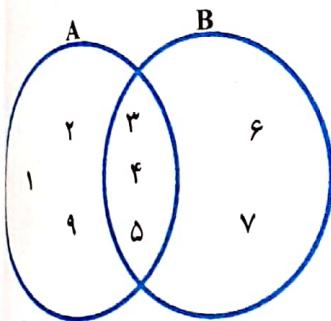
$$(ط) A \cap A$$

$$(ی) A \cap \emptyset$$

$$(ک) B \cup B$$

$$(ل) C \cup \emptyset$$

۲- با توجه به نمودار زیر، عبارت‌های درست را با ✓ و گزاره‌های نادرست را با ✗ مشخص کنید :



$$(الف) (A - B) \cup (A \cap B) = A \quad (ب) B - A = \{6, 7\}$$

$$(ج) (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\}$$

$$(د) n(A \cup B) = 8$$

$$(ه) n(A - B) = n(B - A) \quad (و) A - B = B - A$$

۳- کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید :

(۳) اجتماع

A (۲)

B (۱)

(A \cup B) (۵)

زیرمجموعه

(الف) اشتراک دو مجموعه، زیر مجموعه همان دو مجموعه است.

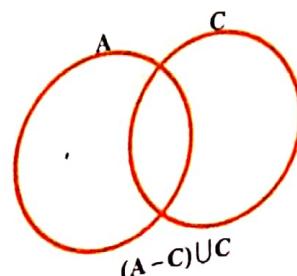
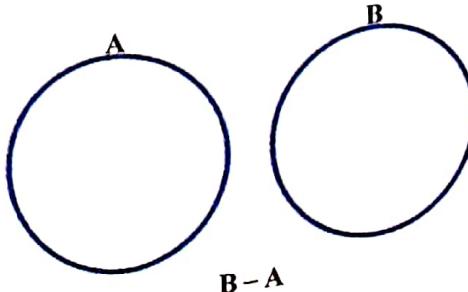
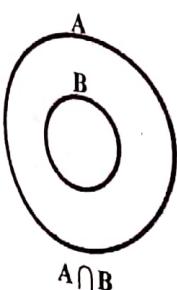
(ب) هریک از دو مجموعه A و B زیرمجموعه است.

(ج) اشتراک دو مجموعه A و B هریک از دو مجموعه A و B است.

(د) مجموعه $A - B$ زیرمجموعه مجموعه است.

(ه) اجتماع دو مجموعه $(B - A)$ و $(A \cap B)$ با مجموعه است.

۴- در هریک از شکل‌های زیر مجموعه موردنظر را هاشور بزنید.



۱۴

چهارمین تابع درس نیزین : ا - مجموعه های $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ و $B = \{1, 5, 7, 9, 3\}$ را در نظر بگیرید هر یک از مجموعه های زیر را با عضوهایان مختلف کنید.

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = A \cup B \quad (\text{ا})$$

$$\{x, v, \lambda, \mu, 11, 2, 4, \lambda\} = A \cup C \quad (2) \quad \{1, 2, v, \lambda, \mu, 9, 11\} = B \cup C \quad (1)$$

$$A = A - B \quad (3)$$

$$\text{intersection } \emptyset = A \cap B \quad (4)$$

$$A \cup A = A$$

$$(A - C) \cup (A - B) \quad (5)$$

$$\{10, 11\} = C - B \quad (6)$$

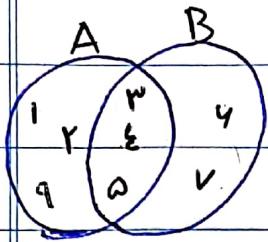
$$A = A \cap A \quad (7) \quad \{x, v, \lambda, \mu, 4, \lambda, 9\} = (A \cup B) - C \quad (2)$$

$$B = B \cup B \quad (8)$$

$$\emptyset = A \cap \emptyset \quad (9)$$

$$C = C \cup \emptyset \quad (10)$$

مسئلہ سیمین ۱۴: با توجه به مجموعہ زیر مذکور تھا درست و غلط اسے لکھوں۔



$$(A - B) \cup (A \cap B) = A \quad \checkmark$$

$$B - A = \{4, 5\} \quad \text{(لفت)}$$

$$\sqrt{n(A \cup B)} = n \quad (D) \quad (A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 5\} \quad \text{(غلط)}$$

$$n(A - B) = n(B - A)$$

X

(L)

$$A - B = B - A \quad (\text{غلط})$$

X

مسئلہ سیمین ۱۵: کلمہ دو مجموعہ زیر مذکور تھا دارہ نئے راستہ جانشینی کرنے کا۔

اجماع

A

$A \cup B$

زیر مجموعہ

B

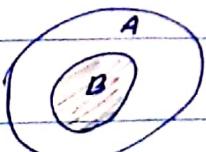
لفت) ائمداد دو مجموعہ زیر مجموعہ اجماع ہمان دو مجموعہ است۔

ب) عربی از دو مجموعہ A و B زیر مجموعہ است $A \cup B$ ۔

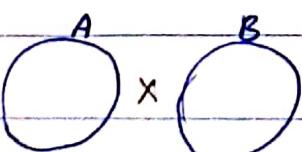
ج) ائمداد دو مجموعہ A و B زیر مجموعہ $A - B$ و $B - A$ است۔

د) مجموعہ $A - B$ زیر مجموعہ مجموعہ A است۔

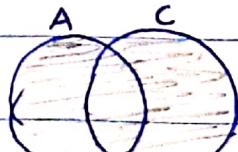
戊) اجماع دو مجموعہ $(A \cap B)$ و $(B - A)$ با مجموعہ B مساوی است۔



$$A \cap B$$



$$B - A$$



$$(A - C) \cup C$$

مجموعہ A حاصل نہ خواهد۔

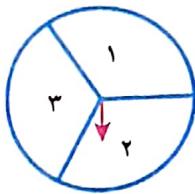
$$S = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{3, 1\}, B = \{1, 2\}, C = \{2, 3\}, D = \{2\}$$

الف) $\frac{1}{3} \rightarrow \{3\}, \frac{1}{3} \rightarrow \{2\}, \frac{1}{3} \rightarrow \{1\}$ (ب)

$\Rightarrow \frac{1}{3} \rightarrow \{1, 2, 3\}, \frac{1}{3} \rightarrow \{1, 2\}, \frac{1}{3} \rightarrow \{1, 3\}$

فعالیت



با توجه به چرخنده مقابل، همه حالت‌های ممکن را که عقربه می‌تواند بایستد و عددی را نمایش دهد، مجموعه S بنامید. S را با عضو‌هایش نمایش دهید و به سوال‌های زیر پاسخ دهید:

الف) ماتند نمونه برای هر مجموعه با بیان یک جمله، یک پیشامد تعریف کنید:

(عقربه روی ناحیه ۱ یا ۳ بایستد) یا (عقربه روی عدد فرد بایستد) $A = \{3, 1\}$

$B = \{1, 2\}$ _____

$C = \{2, 3\}$ _____ $D = \{2\}$ _____

پاسخ خود را با پاسخ هم کلاسی‌هایتان مقایسه کنید.

ب) هریک از زیرمجموعه‌های S را پیشامد تصادفی می‌نامیم. احتمال رخداد هریک از این پیشامدها را به دست آورید. چه تعداد از این پیشامدها هم شанс‌اند؟ پاسخ‌های خود را با پاسخ هم کلاسی‌هایتان مقایسه کنید. $\{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2\}, \{3\}, \{2\}, \{1\}$

ج) همه زیرمجموعه‌های S را تشکیل دهید.

$\{1, 2, 3\}$

آنچه زیرمجموعه‌ها نیستند

کار در کلاس

۱۰ کارت یکسان با شماره‌های ۱ تا ۱۰ را داخل جعبه‌ای قرار می‌دهیم و تصادفی یک کارت بیرون می‌آوریم.



الف) مجموعه همه حالت‌های ممکن $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ است. پیشامد A را به این صورت تعریف می‌کنیم که «عدد روی کارت خارج شده از ۵ کمتر باشد». مجموعه A را تشکیل دهید و احتمال رخداد پیشامد آن را به دست آورید.

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

ب) مجموعه یا پیشامدی تعریف کنید که احتمال رخ دادن آن پیشامد، $\frac{4}{10}$ باشد. مسئله الف

ج) اگر B پیشامد خارج شدن عدد اول و C پیشامد خارج شدن عدد زوج باشد، مجموعه‌های B و C را تشکیل دهید و احتمال رخداد هریک را محاسبه کنید. آیا پیشامدهای B و C هم شанс‌اند؟ چرا؟

$$B = \{1, 3, 5, 7\} \quad | \quad \text{بله، احتمال پیشامد آنها هم برابر است.} \\ C = \{2, 4, 6, 8\}$$

تمرین

سرال ۲ تمرین: $(دد د پ) (پ د ب و د) (د د د د) (ب، ب، ب) \Rightarrow 4$ حالت دارد
ب) ۱ حالت از ۴ حالت = $\frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

۱- اگر تاسی را بیندازیم، چقدر احتمال دارد:

ب) عدد رو شده زوج و از ۲ بزرگ‌تر باشد.

$$\frac{1}{2}$$

الف) عدد رو شده زوج باشد.

$$\frac{1}{2}$$

ج) عدد رو شده زوج و اول باشد.

$$\frac{1}{3}$$

۲- اگر خانواده‌ای دارای سه فرزند باشد، او لاً مجموعه همه حالت‌های ممکن را تشکیل دهد.
هر عضو این مجموعه را به طور مثال به صورت $(د, د, پ)$ نمایش دهد.

ثانياً چقدر احتمال دارد این

خانواده دارای دو دختر (یعنی دقیقاً دو دختر) باشد؟ در بالا صفحه ۶

۳- در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و ۵ مهره سبز وجود دارد. اگر ۱ مهره را تصادفی

از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:

ب) این مهره سبز نباشد.

$$\frac{7}{12}$$

الف) این مهره آبی باشد.

$$\frac{4}{12}$$

ج) این مهره قرمز یا سبز باشد.

$$\frac{8}{12}$$

۴- اگر تاسی را دو بار بیندازیم (یا دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم)، چقدر احتمال دارد:

(اگر مجموعه همه حالت‌های ممکن را S بنامیم، $n(S) = 36$)

ب) دو عدد رو شده، مثل هم باشد.

$$\frac{1}{36}$$

$$\frac{9}{36}$$

الف) هر دو بار، عدد اول رو شود.

$$\frac{7}{36}$$

ج) دو عدد رو شده، مضرب ۳ باشد.

$$\frac{4}{36}$$

د) مجموع دو عدد، ۷ باشد.

$$\frac{6}{36}$$

شوابه‌ای

در بسیاری از کتاب‌های ریاضی، از مجموعه به عنوان گروهی (یا دسته‌ای) از اشیا نام برده شده است. غافل از آنکه اگر بگوییم مجموعه گروهی از اشیا است، باید بگوییم گروه چیست؟ آیا می‌توانیم گروه را تعریف کنیم؟

برای تعریف چاره‌ای نیست جز آنکه مانند سیمور لیپ‌شوتز (ریاضی‌دان معاصر) در واقع چاره‌ای نیست جز آنکه اگر بگوییم مجموعه گروهی از اشیا است، به عبارت دیگر

بگوییم: در همه شاخه‌های ریاضی مجموعه یک مفهوم بنیادی است. به عبارت دیگر

مجموعه جزء نخستین تعریف نشده‌هاست، مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در هندسه،

مجموعه جزء نخستین تعریف نشده‌هاست، مانند مفاهیمی چون نقطه و خط در هندسه،

شناختی.

: 1 جاگہ

تمثیل حصل ۱ :

مسئلہ ۱: اگر مجموعہ $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ از عبارت $\text{انفہ نامہ} / \text{انفہ بارے بارے}$ نیز درست است تو

$$(a) \{a\} \subseteq A \quad (b) \{a\} \in A \quad (c) \{a, b\} \subseteq A$$

(d) $\{b\} \in A$ \times چیزیں عضوی وجود ندارد

مسئلہ ۲: اگر $a = b$ ، $c = d$ ، $a = c$ ، $b = d$ ، $\{a, b\} = \{c, d\}$ بارے بارے از

$$(a) \left\{ \{a, b\}, \{a, a\}, \{\{a, c\}, b, a\} \right\} \times \left\{ \{a\}, \{\{a, c\} a\} \right\}$$

مختصر شدہ بیان:

$$(b) \left\{ \{a\}, \{a, b\}, \{\{a, c\}, a\} \right\} \checkmark$$

$$(c) \left\{ \{a\}, \{\{a, d\}, b\} \right\} \checkmark \quad (d) \left\{ \{a, d\}, \{\{a\}, c\} \right\} \times$$

مسئلہ ۳: اگر دو جمیع $\{x_1\}, \{y+1\}, u+1\} = \{x, \{x-1, y+1\}, \{z\}\}$ آنفہ مقادیر بوسٹ کریں۔

$$u+1 = x \Rightarrow u = x$$

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{l} y+1 = z, y+1 = 1 + 1 \\ \text{انفہ} \quad \left[\begin{array}{l} z-1 = 1 + x \\ \end{array} \right] \end{array} \right] \Rightarrow y = 2 \\ & z = y+1 = 3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow u+y+z = 6$$

مسئلہ: فرض کیے جائے کہ مجموعہ مئال بزرگی کے بھراہ دریں مجموعہ $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ ہے۔ لازمی مجموعہ مئال بزرگی کے بھراہ دریں مجموعہ $\{a, e\}$ ، $\{a\}$ یہ زیر تسلیں ہوں۔

$$\{\{a, e\}, \{a\}, \{a, d, e\}\} \quad (1)$$

$$\{\{a, e\}, \{a\}, \{a, e, f\}\} \quad (2)$$

$$(3) \quad \{\{a, e\}, \{a\}, \{a, d, e, f\}, \{a, b, c, e, f, d\}\}$$

مسئلہ: دریک اور دیگر حوشان کے مدد سے "علاء صدیق" و "فرزان قاضی" میں سرکت کردہ اندھے تعداد دانش آموزان کے مد اور دو از طرف "علاء صدیق" سرکت کردہ اندھے برابر است اب بعد دانش آموزان کے از طرف "فرزان قاضی" سرکت نہ رہے اندھے کیا مدد سے بیسٹر دانش آموزان دار کے سرکت کردہ اندھے؟

	سرکت کردہ اندھے	سرکت نہ رہے اندھے	تا زمانہ کے A ماندستہ
حلی	B		باشیم نہیں تھا میں سوال رکھتا
فرزان قاضی	A	B	حل نہیں

مسئلہ: کدام ایک بینندر مجموعہ مکا اسٹ? ۹ ترینہ "ح" و "ب"۔

مسئلہ: کدام ایک ان عبارتے زیر یہ مجموعہ مکا اسٹ? ۹ زیستی ہائی ان، وع، د، ھ۔

ص ۶: غرض نیست $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. در زیر مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ از مجموعه M را در نظر بگیرید. حالات صندوق زیر مجموعه دیگر از M با این در زیر مجموعه تکلیف نخواهد داشت.

شان بخیر $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

که حالات با آنچه توان اضافه کرد.

رابطه: بندهاین بخیر \leftarrow آنچه

ص ۷: اگر X آنچه با اضافه کردن شیء زیر مجموعه از X به مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ باشد، نیز یک پادزیر مسئله باشد.

$\{\{a\}, \{b\}, \{c, f\}, \{c, d, e\}, \{e, f\}, \{f, d\}, \{d, e\}, \{d, c\}\}$

ص ۸: اگر مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد زیر مجموعه A مندان یک پادزیر مسئله است؟

ص ۹: در زیر مجموعه از اعداد طبیعی چهار رقمی داریم. مجموعه A شامل اعدادی است که حاصل ضرب ارقام

۲۵ است و مجموعه B حاصل ضرب ارقام ۲۷ است. نسبت $n(A)/n(B)$ را بدست آوری.

$$25 = 5 \times 5 \times 1 \times 1 \rightarrow A = \{1125, 1215, 1525, 2125, 5511, 5115\}$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3 \times 1 \rightarrow B = \{3331, 1333, 2133, 3313\} \rightarrow ①$$

$$\# 27 = 3 \times 9 \times 1 \times 1 \rightarrow \# B = \{3911, 1391, 1319, 3119, 3191, \dots\} \rightarrow ②$$

۲۷ طبق تعداد روابطیں چند (۱۶)

$$n(A) \div n(B) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

مسئلہ ۹: A مجموعہ اعداد دو رقمی است۔ B مجموعہ ای اسٹ اے ان نمبر جو A کے عضویتیں K کے عضویتیں B کے عضویتیں $K \in A$ کے عضویتیں B کے عضویتیں $\{K \in A : K \in B\}$ حاصل جمع ایسا چیز ہے کہ

$$100x \rightarrow K = 2 \cdot 100x \rightarrow K = 1 \cdot 19 \rightarrow B = \{10x19, \dots, 1x19\}$$

$$S_n(B) = \frac{10 \times 19}{2} \leftarrow$$

مسئلہ ۱۰: مجموعہ ۳ عضویں $\{x, y, z\}$ زیرمجموعہ اعداد طبیعی حصہ ہے۔ انتظار ہے کہ x, y, z میں مجموعہ $\{x, y, z\}$ وجد رہے۔

$$1394 = 2 \times 17 \times 41 \rightarrow x, y, z = 2, 17, 41$$

جوں ہر کسی اول حصہ فقط یہ ممکن ہے کہ

مسئلہ ۱۱: حاصل عبارات تبدیل بہ نسبت معیریں۔

$$(a) \{1, -2, 3\} \oplus \{1, 0, -1\} \Rightarrow \{4, 2, 1, 0, 5, 0, -1\}$$

$$(b) \{2, 3, -1\} \otimes \{1, -2, 3\} \Rightarrow \{3, x, 4, -1, -4, 4, 9, -3\}$$

مسئلہ ۱۲: اگر n عددی صحیح باشد، آنچہ مطلبہ زیر باقیہ اعداد میں تواند برابر باشد، برایھر یہ مثال

$$n(\{1, -1, n\} \otimes \{1, 0, -1\}) \rightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \omega \\ n = \varphi \end{cases}$$

$$\{-1, 0, 1, 2, -2\}, \{1, 0, -1\}$$

صلسلہ - معادلات زیر را حل کنیں۔

(الف) $n(\{1, 2, u\} \oplus \{1, 0, -1\}) = 8$
 $\Rightarrow \{2, 1, 0, 3\} \Rightarrow n = 2$ یا 1

(ب) $\frac{n(\{1, u\} \otimes \{u, 1\})}{n(\{u, 1\})} = 1 \rightarrow \frac{n(\{u^2, u, 1\})}{n(\{u, 1\})} = 1 \rightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = -1 \\ u = 1 \end{cases}$

(ج) $\{\underbrace{u, 2, 4}_{-2}\} \oplus \{\underbrace{0, u}_{-2}\} = \{\underbrace{-u, u}_{+2}, 0, 1, -1\} \otimes \{\underbrace{-u}_{+2}\} \rightarrow n = -1$

صلسلہ ۱۴: اگر $n(B) = 5, n(A) = 3$ تب $n(A \oplus B)$ کا حساب کیا جائے، حالانکہ میری کتاب میں اسے باشنا۔

(الف) $n(A \oplus B)$ Matrix: $\{1, 2, 0\} \oplus \{0, 4, 7, 10, 10\} = \{0, 3, 4, 10, 1, 8, V, 11, 14, 2, 5, 7, 12, 14\} \rightarrow n = 15$

Min: $\{0, 1, 2\} \oplus \{0, 1, 2, 3, 4\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow n = V$

(ب) $n(A \otimes B)$

Max: $\{1, 2, 3\} \otimes \{1, 4, 5, V, 9\} = \{1, 4, 5, V, 9, 2, 8, 10, 14, 18, 3, 12, 18, 21, 24\} \rightarrow n = 24$

Min: $\{0, 1, -1, 2, -2\} \otimes \{0, -1, 1\} = \{0, -1, 1, 2, -2\} \rightarrow n = 8$

۴) محمد من حب شهدین

۹۰۴

مسئلہ ۱۰: ایسا نمبر جو ہر طبقہ زیر امتنع نہیں۔

$$\{1, 2, 3, 4, \dots\} \leftarrow \{n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad (\text{اف})$$

$$\{4, 5, 7, 9, \dots\} \leftarrow \{n \mid (n-3) \in \mathbb{N}\} \quad (\text{ب})$$

$$\{4, 7, 10, \dots\} \leftarrow \{n \mid \frac{n}{3} \in \mathbb{N}, n \geq 4 \in \mathbb{N}\} \quad (\text{ج})$$

$$\{2, 4, 7, 11, 16, \dots\} \leftarrow \{n+4 \mid (n-4) \in \mathbb{N}, \frac{n}{4} \in \mathbb{N}\} \quad (\text{د})$$

مسئلہ ۱۱: ایسا نمبر جو ہر طبقہ زیر امتنع نہیں۔

$$\{\dots, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\} \leftarrow \{n \mid n \in \mathbb{Z}\} \quad (\text{اف})$$

$$\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \leftarrow \{n \mid \frac{n}{2} \in \mathbb{Z}\} \quad (\text{ب})$$

$$\{\dots, -3, -4, 0, 3, 6, \dots\} \leftarrow \{n \mid \frac{n}{3} \in \mathbb{Z}, n \geq -1\} \quad (\text{ج})$$

$$\{\dots, \sqrt{15}, \sqrt{10}, \sqrt{5}, 2, 1\} \leftarrow \{\sqrt{u+v} \mid \frac{u}{v} \in \mathbb{Z}, u \geq -1\} \quad (\text{د})$$

مسئلہ ۱۲: از سعدن سے حب بستن سے راست مصلحت نہیں۔

$$\{rn-1 \mid r \in \mathbb{Z}\}$$

$$\{-4, -3, -2, 0, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\{rn+1 \mid r \in \mathbb{Z}\}$$

$$\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$\{rn^2-2 \mid r \in \mathbb{Z}\}$$

$$\{-4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

$$\{rn \mid (n+r) \in \mathbb{N}\}$$

$$\{-2, 1, 10, 20, 34, \dots\}$$

$$\{rn \mid rn \in \mathbb{Z}, n > 1\}$$

$$\{2, 5, 10, 17, 24, \dots\}$$

$$\{n \mid (n-r) \in \mathbb{Z}, n > -4\}$$

$$\{2, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, \dots\}$$

$$\left\{ \frac{n}{r} \mid \sqrt{n} \in \mathbb{N}, n < 100 \right\} \rightarrow \left\{ \frac{1}{r}, \frac{4}{r}, \frac{9}{r} \right\}$$

الج) نوع المضاد

$$\{-5, -2, 1, 4\} \leftarrow \{n^2 - 4 \mid -4 < n < 2, n \in \mathbb{Z}\}$$

ب)

$$x \{n \in \mathbb{R}, n^2 + 1 = 0\}$$

الج) - د)

$$x \{n \in \mathbb{Z}, 2n + 4 = 2 - 4n\}$$

ب)

$$\checkmark \{n \mid n \in \mathbb{N}, n(n-1) + 1 = n^2 + n + 1\}$$

د)

٤- مقدار المضاد قرار دعى

$$(أ) \{3n - 1 \mid n \in \mathbb{Z}, n > -1\} = \{-1, -2, -1, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$(ب) \{xn + (-1)^n \mid n \in \mathbb{Z}, n > 1\} = \{-1, -1, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

$$(ج) \{3n + 2 \mid n \in \mathbb{Z}, n > 1\} = \{4, 11, 14, 17, 20, 23, \dots\}$$

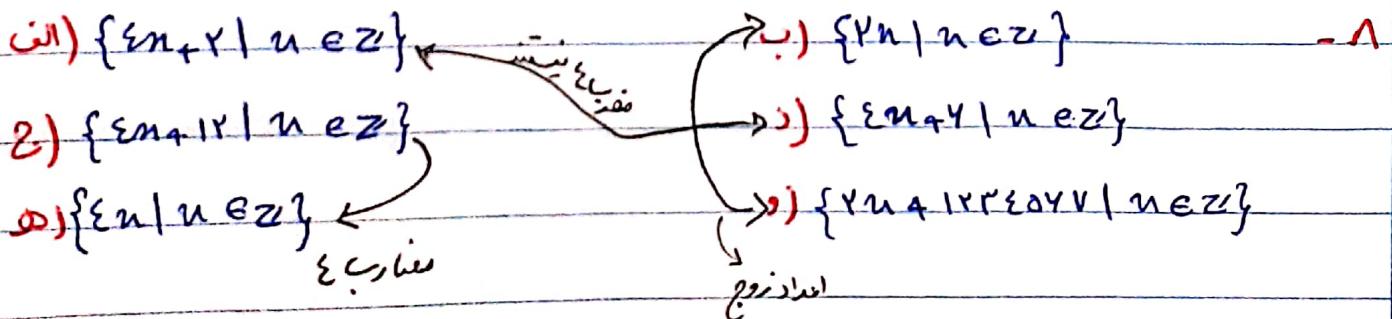
$$(د) \{2n + 5 \mid n \in \mathbb{Z}, n \geq 1\} = \{5, 11, 13, 19, 23, \dots\}$$

$$x A = \{n + 5 \mid n \in \mathbb{Z}, n > -2V\}$$

الج) - د)

$$\checkmark A = \{2n + 5 \mid n \in \mathbb{Z}, n > -5\}$$

ب)



• $\mathbb{Z} = \{n \mid n \in \mathbb{Z}, -\omega < n < \omega\}$ مجموعه اعداد ایکس

14, 9, 8, 1, 0 } .

لهم انت أنت الباقي في كل شيء

الناد (غير) قبل ١٢٠٠ واثنين من النادر (غير) $M = \{9, \dots\}$

تحتاج جميع هذه المعايير لتحقق معيار A

١١- أولاً A مجتمعة الأعداد طبيعية مرتبة، $B = \{ab \mid \{a,b\} \subseteq A, a \neq b\}$ ، إنما هي مجموعة B ماباً اعضاً من A مخصوصة.

{U, Q, V, 9, 10, Y1, YV, W2, ZQ, YR}

$A \cup B = \{a, v, 1, 2, 4, c\}$, $B = \{a, b, 1, v\}$, $A = \{e, o, a\}$

صل ١٣: اور اکٹھا مقدار $a+b+c$ رہست اور یہ

$$c = e, a \rightarrow 2, b \rightarrow 4 \Rightarrow a+b+c = 2+4+e = 12$$

صل ١٤: اجتماع دو جمیع A, B, C میں درد بے غیرہ A, C عنصر جبکہ اضافہ کر دیں؟ باہر آگئی و تا اضافہ نہیں۔ اجتماع جمیع B با جمیع جمیع A میں عنصر دارد۔

وقتہ ان کی جاتی ہے کہ اضافہ کر دیں اضافہ کر دیں، وہیں آگئی مقدار ۱۶، ۹، ۷، ۵ اضافہ کر دیں۔

جو دوسرے پریس اکٹھا جائیں اسے اضافہ کر دیں اسے B برابر مطابق نہیں ہے۔

$$A \cap B = \{a\} \rightarrow +1 \Rightarrow A \cap B = 1$$

صل ١٥: (الف) جن مجموع A میں اپنے حصے میں ملے جائیں۔

لکھ لینے کا سادھا رہنے کے لئے A کو راجحہ دیں۔

میں تو انہیں داشتہ باشے، B میں تانہ از ۲ عنصریں

B میں ۱ عنصر با A برابر باشے ایسا

نایاب عنوان اضافہ کر دیں، داشتہ باشے۔

پھر بے محابیت میں جائے A میں

صحیح نہ باقاعدہ ہے، عضو اول ۲ داشتہ

باشے۔

صل ١٦: ماحصل عربت کر کر اب بنا کر دیں، ریاضی میں دھیں۔

$$(الف) \{2n | n \in \mathbb{N}\} \cup \{2n-1 | n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \{n | n \in \mathbb{N}\} \subseteq \mathbb{N}$$

$$(ب) \{2n | n \in \mathbb{N}\} \cap \{3n | n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \{6n | n \in \mathbb{N}\}$$

$$(ج) \{3n-1 | n \in \mathbb{N}\} \cup \{3n+2 | n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \{3n+1 | n \in \mathbb{N}\}$$

$$(د) \{3n-1 | n \in \mathbb{N}\} \cap \{3n+2 | n \in \mathbb{N}\} \Rightarrow \{3n+1 | n \in \mathbb{N}\}$$

٩.٤ / مجموعات متحدة

مسئلہ ۳: دو عوامیت مجموعہ A نے ۵ تین ایکسا بڑھ کر جمیل ایکسا اور A برابر ۱۸ باشد۔

(ا) $B = \{1, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \rightarrow A = \{1, 4, 6, 7\}$

(ب) $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} \rightarrow A = \{3, 4, 6, 7\}$

(ج) $A \cap B = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \rightarrow A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

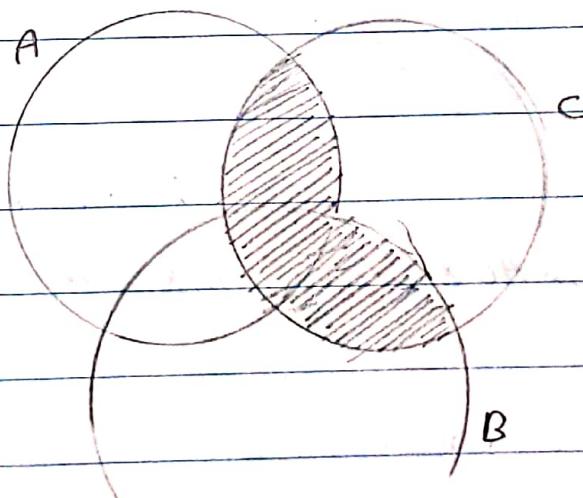
مسئلہ ۴: کدامیں از عبارتیں قسمت معاویہ خودہ رکھ لائیں میں دعویٰ ۲

(ا) $A \cap (B \cup C) \times$

(ب) $A \not\subseteq U (B \cup C) \times$

(ج) $(A \cap B) \cup C \times$

(د) $(A \cup B) \cap C \rightarrow$ این نتیجہ ✓



مسئلہ ۵: اگر $C = \{3n | n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{n | n \in \mathbb{N}, -11 < n < 11\}$, $A = \{2n-1 | n \in \mathbb{N}, n < 11\}$

آنچہ کہ کامیں از جمیل ہاسیں نیز حصل ہے ایکسا بر ۳ بخشیزیر است؟

(ا) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 5, 7, 9\} \rightarrow$ بر ۳ بخشیزیر نہیں است ×

(ب) $(A \cap C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 11\} \rightarrow S_n = 44 \rightarrow$ بر ۳ بخشیزیر است ✓

۷۰. گیرنده تجربه‌ها

مثال ۸: در چهار گیرنده های زیر چه چیز را افزایش داده است. تصویر می‌تواند می‌تواند مفعول از چهار گیرنده است که بزرگتر است یا کمتر است؟ آن چیز چیست؟

ستوده: حافظه صادر دست کامپیوتر

نمایش: این

مثال ۹: چهار گیرنده های زیر افزایش چه کدام نداشته‌اند؟

(الف) $\{1, 2, 3\}$

(ب) $\{1, 2, 3\}$

چون: با خوبی دوستی داشت و با ناقص افزایش نداشت.

مثال ۱۰: (الف) چه افزایش چه کدام نداشت؟

$\{1, 2, 3\}$

(ب) تمام پایزده افزایش چه کدام نداشت؟

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30\}$

مثال ۱۱: مفعول $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ به چند افزایش چه کدام نداشت؟

این سوال دقیقاً جواب مسئله است. سوال ۱۰ (سؤال قبض) قسمت آلف دارد.

(یعنی این سوال = نسبت افزایشی میکم $\frac{1}{3}$ عضو)

مسئلہ ۱۵: مجموعہ $\{2, 4, 5, 1, 3\}$ چند تا ان افزایشی چیزی $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ است۔

جگہ اکھارا بنویسید۔

جواب = جواب سوال ۱۰ (سوال قبلی) صفت "ب"۔

مسئلہ ۱۶: هریک از مجموعہ دھان $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ و $\{6, 5, 4, 3, 2, 1\}$ چند افزایز دارند؟

(B)

(A)

$$(A) - \{1\} \{2\} \{3\} \{4\}$$

$$- \{1\} \{2\} \{3, 4\} \quad \{1\} \{3\} \{2, 4\} \quad \{1\} \{4\} \{2, 3\} \quad \{2\} \{3\} \{1, 4\}$$

$$\{2\} \{4\} \{1, 3\} \quad \{3\} \{4\} \{1, 2\} \Rightarrow (1)$$

$$- \{1, 2\} \{3, 4\} \quad \{1, 3\} \{2, 4\} \quad \{1, 4\} \{2, 3\} \Rightarrow (2)$$

$$- \{1\} \{2, 3, 4\} \quad \dots \Rightarrow (3)$$

$$- \{1, 2, 3, 4\}$$

حال آخر تک ععنو $\{5\}$ بے این چاہیے سوندھ دھر کرنا ممکن نہیں بلکہ ایجاد میں سوچ کر اپنے ۷۳ حالات میں ساز

\Leftrightarrow پہلی مالات یعنی مجموعہ $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ افزایز دارد۔

ب) جتنی ریکارڈیں افکردیں $\{6\}$ بھاریں ہیں:

ک) 50202 نامداری: حال $\{6\}$ را افکرنا

\Rightarrow ۰ یعنی دائرات آنیں مدد دستہ اور کم مخفی کردہ ایک بے این صورت خلاصہ ہوں:

$$+ (4 \times 4) + (3 \times 4) + (3 \times 4) = 40$$

$$+ (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) = 18$$

$$+ (4 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 2) = 16$$

$$+ 1 = 61$$

$$\Leftrightarrow \text{پہلی} = 101 + 52 = 153 = 203 \text{ افزایز}$$

ک.ت. ص ۱۹ س ۱: اعضا های مجموعه ک هم اعداد چهار رقمی هستند که رقم های اخیر آنها عیا نیست تعداد اعضا های مجموعه ک بالا ۳۱ بیک از عیا های زیر برابر است؟

در این مورد نظر دوست است و کل حالت های سی اول و ۱۶۴ است.

الف) فرض کنیم هر خانه جدول ۲×۲ باشد از نشانه قرمز یا رنگ سفید است؛ اعضا های مجموعه B
هر حالت های رنگ آمیزی این جدول است. $2^2 = 14$

ب) اعضا های مجموعه A هر حالت هایی هستند که در پرتاب چهار سکه هستند.

$$2^4 = 16$$

چهار بار پرتاب یک سکه هستند.

$$\underline{16}$$

ک.ت. ص ۲۰ س ۲: مجموعه ک تا مجموعه هایی که شش ضلع داشته باشند تعداد اعضای مجموعه ک بالا ۳۱ است از اعضا های عیا های زیر برابر است؟

الف) کشوری ۶ شهر دارد که بین هر ۲ شهر یک خط همچوی محدود ندارد $\Rightarrow A$ مجموعه

ب) ۶ تیم والیبال میباشد که توانایی که هر تیم باشد تیم صداییک باشد نداشته باشد $\Rightarrow B$ مجموعه

$$n(A) = n(B) \rightarrow n(A) = n(S) + 1 \rightarrow n(A), n(B) \neq n(S)$$

جمع کنیم

صل ۲۱: من خواهیم با ۳ نفر را رفع خواست که ۳ نفر متعادل داشته باشد و هر ۳ نفر

اعضه ناشنید. بین های اول من تواند نیز از ۳ نفر خواهد بود: سبز، آبی، قهوه ای، مشکل ناشد.

۳ نفر خواهیم داشت که نتواند نیز از ۳ نفر خواهد: سفید، صورتی، بنفش ناشد.

۳ نفر - سبز - آبی - قهوه ای نزد ناشد.

اگرچه حالت های ۳ نفر امیز را مجموعه کنیم؛ (S) ۶ با تعداد اعضا که نداشته اند که از مجموعه های

نیز برابر است؟

الف) اعضا مجموعه A هر ۳ اندار سه قیمتی نه دیگران دوستان و صد کان آخا بهترین

از مجموعه های $\{3, 2, 1\}$ و $\{5, 4, 3\}$ و $\{9, 8, 7, 6, 5\}$ انتخاب شوند.

با این مجموعه یعنی مجموعه A برابر است. نقط بین حالت

ها فرق دارد.

ب) هر یک از اعضا مجموعه B حالت را نیز نتواند از ۲ اندار خود پیر کن

و ۳ نکت باید تبیین نمایند (متعادل).

این هم همیغدر و به دلیل که ترتیب را ندارد.

ج) ۲ قیمان، ۳ نعلیم و ۴ ماسن چایزی که همچو سمایز نه فرد شخص مهد ندارد؛ (c) ۶ هر حالت

$$n(c) = 24 \neq n(S) = 24 \quad \times$$

حالت است که نتوان از میان این ۱۰ اندار ۲ نعلیم با نام حاکم متعارف نزدیک.

کت ص ۲۲: نام مجیده ها باهم برابرند

(ا) $B = \text{اعداد چهار رقمی است که از جایی سی رقم های ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸} \text{ میباشد.}$

چون از رقم ۳ دوبارایم و من دون آن از هر چهار رقمی است های $B, ۲, ۱, ۰$ با جاییست در عبارت

$$n(B) = n(A)$$

$$2, 1, 0, 3, 4 = A$$

(ب) $C = \text{حروف طلاسی است که از جایی یک حرف} M, A, T, H \text{ میباشد.}$

چنان A است فرم این عدد چهار رقمی تبدیل شده به حروف چهار تایی.

(ج) $D = \text{حالت هایی که عوان ایسی سین و پری در حقیقت ایجاد می‌کند.}$

چنان A است فرم این عدد چهار رقمی تبدیل شده به ترتیب گذشتی صفت.

کت ص ۲۲: جمعت مجیده هایی که باهم برابرند را مخفی کنید.

(ا) اخنا مجیده A هر اعداد سی رقمی است که با رقم های ۱ و ۲ نشانه شود.

با مجیده D برابر است.

(ب) اخنا مجیده B هر اعداد دو رقمی است که با رقم های ۱ و ۳ نشانه شود.

با مجیده C برابر است؛ دلیل داشتی.

ج) از $\text{شکر} \times \text{بُلکه} \times \text{سچاره} \times \text{دچور} \times \text{زاره} \times \text{از شکر} \times \text{با} \times \text{حجم} \times \text{میخورد} \times \text{میخورد} \times \text{ج) حجم میرهای علن}$
را که میتوان از آن به ح رفت نشان مدد.

در بیان اختصاری $\text{نیز} \times \text{لطف} \times \text{مهلتهای} \times \text{داند} \times \text{B} \times \text{برابر است.}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{با} \times \text{جهود} \times \text{B} \\ \text{است} \end{array} \right.$
است $\rightarrow \text{البعض} \times \text{آن} \times \text{میرهای} \times \text{دچور} \times \text{دچور} \times \text{ای بروز}$

د) $D = \text{حجم حالت صاف} \times \text{بار پرتاب} \times \text{تک} \times \text{کل} \times \text{رشان} \times \text{مدد}$.
با $\text{جهود} \times A \times \text{برابر است.}$

سر ۶ جمعت $\text{مجموعهای} \times \text{دایم} \times \text{برا} \times \text{برنده} \times \text{را} \times \text{بزرگی دید}$.

ا) $\text{شش} \times \text{مخواهد} \times \text{و} \times \text{عنای} \times \text{اب} \times \text{آی} \times \text{پی} \times \text{می خورد} \times \text{نمود} \times \text{هر} \times \text{و} \times \text{که} \times \text{ای} \times \text{بیک} \times \text{یک} \times \text{بیک} \times \text{بیک}$ (ادن)

این مجموع است.

ب) $B \rightarrow \text{جمع} \times \text{اعداد} \times ۳ \times \text{رک} \times \text{که} \times \text{با} \times \text{(رک)} \times \text{او} \times ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ \times \text{ساخته} \times \text{می شوند.}$

ج) $C \rightarrow \text{جمع} \times \text{اعداد} \times ۴ \times \text{رک} \times \text{که} \times \text{با} \times \text{(رک)} \times \text{او} \times ۲, ۳ \times \text{ساخته} \times \text{می شوند.}$

صنعت های مخفی شده اند

د) $D : \text{نمای} \times \text{نمای} \times \text{می خورد} \times \text{و} \times \text{جمع} \times \text{به} \times \text{محل} \times \text{قرار} \times \text{دار.}$

* برای هر جمعت مجموعه می خورد و $\text{دیگر} \times \text{نیز} \times \text{نیز} \times \text{بزرگی دید} \times \text{که} \times \text{برابر} \times \text{با} \times \text{آن} \times \text{جمعت} \times \text{بشد} *$

س) ۷) حمه اعداد ۳ رقمی را در هم رتم با ۱۲۳ هستند را بنویسید.

۱۲۳، ۱۳۲، ۲۱۳، ۲۳۱، ۳۲۱، ۳۱۲

نهایه اعداد عبارتند از:

۸) ۲ عددیه رقمی مثال بزنید که رقم های آنها مساویت باشند و هم رقم با ۱۲۳ نباشند.

۴۲۴، ۴۸۹، ۴۵۱، ...

۹) بجزء ۵ شامل حمه اعداد در ریاضی با رقم های متفاوت است که با رقم های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ نوشه شود.

الذ) حمه اعضاي بجزء ۵ را طوري دریث جدول بزنید که اعداد هر سه زدن هم رقم باشند.

۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۳۴	۲۳	۲۴	۲۵	۳۵	۴۵
۲۱	۳۱	۴۱	۵۱	۴۳	۳۲	۴۲	۵۲	۵۳	۵۴

ب) حمه زیر مجتبه حاسه مجموع {۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱} را دریث بزنید و آنها را با اعداد جدول "الف" مقایسه کنید. (زیر مجتبه حاسه دو کاملاً متفاوت)

۱۰) عیسی با رقم های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ حمه اعداد در ریاضی که تکرار ندارند نوشه است آنها را مجتبه A

بنامیم آنچه مطلقاً عبارت درباره (A) ن درست است ۹

الف) (A) برابر است با تعداد طایت در حرفی که با حرف a, b, c, d, e, f می توان حفظ

به طوری که در هر کدام حرف تکراری وجود نداشته باشد. بلطفاً تاظربیشان و چهارداد

ب) $n(A)$ «برابر زیرمجموعه های ۲ عضوی ریاضیه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ است.

✓ بله؛ ناظر بیان وجود دارد.

ج) $n(A)$ برابر است با زیرمجموعه های ۲ عضوی ریاضیه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

✗ خیر؛ برای اینجا.

د) $n(A)$ برابر است با تعداد حالت های ممکن از n لامپ جزوی. نسبت به یک جفت جزوی را انتخاب کرد.

+ بله؛ ناظر جفت جزوی به اعداد فردی.

سال - مجموعه ۵ عدد از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را انتخاب کند.

الف) همه اعضای اصلی ریاضی در جمیل که اعداد بالا هم؛ هم رفم نباشد.



ب) همه زیرمجموعه های ۳ عضوی ریاضیه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ را دریافت نمایند و اینها را با جمله

قیمت "افن" بنویید.

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}$

١١
س الف :

١٢٣	١٢٤	١٢٥	١٢٦	١٤٧	٢٣٧	٢٤٨	٣٤٩	١٣٧
١٣٢	١٤٢	١٥٢	١٤٣	١٥٣	٢٨٩	٢٥٣	٣٧٣	١٧٣
٢٣١	٢٤١	٢٥١	٣١٤	٣١٥	٣٢٠	٢٤٤	٣٠٢	٣٥١
٢٤٣	٢٤٤	٢١٥	٣٤١	٣٥١	٣٥٢	٢٤٤	٣٤٧	٣١٤
٤٢١	٤٢١	٥١٢	٤١٣	٥١٤	٥٢٣	٣٥٢	٥٤٣	٥٣١
٣١٢	٣١٢	٥٢١	٤٣١	٥٤١	٥٣٢	٣٤٧	٥٤٤	٥١٣

چن سچ: ω بیش از میانگین $\{5, 3, 2\} \times \{5, 3, 2\}$ است؟

(ا) ω بیامداینه در پرتاب دریاسی هر دو ناسی اعداد اول شوند. ✓

(ب) ω بیامداینه در پرتاب صدامی ناسی اول شود. ✗

(الف) $n(A)$ برابر است با تعداد زیرمجموعه های سه عضوی.

با هم تناظر دارند \hookrightarrow درست

(ب) $n(A) = n(B)$

با هم تناظر ندارند ✗

(ج) تعداد اعداد ۳ رقمی که تکراری نباشد رقم تکراری و هر آنها فرد هستند برابر است با:

$$n(A) \times n(B)$$

با هم تناظر دارند درست ✓

چن سچ: فرض کنید مجوعه A میان ۷ عدد طبیعی بینه از ۱ و باشد که رقم های آنها از جمله افرادی

باشند. بنابراین اعداد ۵۸، ۱۲۰۸ جزو این مجوعه هستند لذا آنها از عبارت زیر درست است؟

(الف) مجوعه A به شمار عضو دارد. بله، چون شرطها برای انتخاب انداریم و به همین ترتیب داریم

(ب) از $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ افکاه تعداد زیرمجموعه های M برابر است با:

$$n(A) = 10$$

غافل است چون مجوعه A به شمار تعداد اعضا دارد و نه این این ادعای ارادت

مجموعه و احتمال

مسئلہ ۲۶: عدد اعضا میں کیا تھی اس بیویو کی زیر گھنی برابر است؟

(ا) جس حالت میں دیرتاب ۷ نہ ہے۔

(ب) $\{1, 0\} \times \{1, 0\}$

(ج) حالت میں صلیح نہ ہے اور غریب رار (سوچہ بر غریبان است)

(د) سے سے سے کہ صلیح ۲ طور ازین چھار کارہ کو روں اسکے اعداد ۱، ۲، ۳، ۴

بُونٹہ سدھے است انتساب کرد۔

مسئلہ ۲۷: درجیت انسداد ری جسے حالت میں رابطہ صدر حسب ۲ مجموعیں دھیں۔

(ا) ۲ بار پرتاب یعنی ۱ = ۰ = ۵ سوت

(ب) پرتاب ۲ ناشی ٹھیک و جھیک $\{6, 5, 4, 3, 2, 1\} \times \{2, 5, 4, 3, 1\}$

(ج) خانوادہ کے حدیتی سیکھیں $\{مادر، پدر، بچہ ۱, بچہ ۲\} \times \{مادر، پدر، بچہ ۱\}$

(د) پرتاب ۲ نامیں کہ یعنی ۱۱ و جھیک و دیگر کے ۲۰ و جھیک $\{12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$

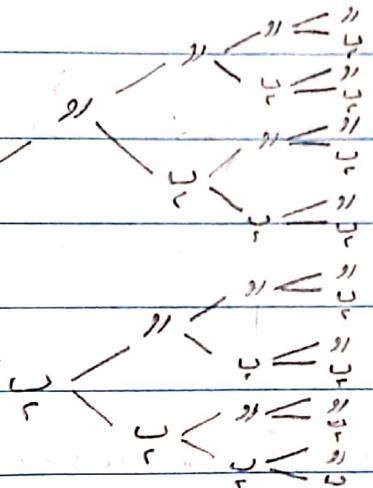
X $\{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$

صل ۲۶: نتیجه اندیشه در پرتاب در ماس هر دو تا از اعداد اول شود؟

- ا) دینامیک اینه در پرتاب در ماس هر دو تا از اعداد اول شود. ✓
- ب) دینامیک اینه صدای بیشتر از اینه اندیشه در پرتاب در ماس هر دو تا از اعداد اول شود. X
- ج) دینامیک اینه مجموع آنها (متوسط روشن) کمتر از ۱۱ است. ✓ ۱۸
- د) دینامیک اینه میان ۳ تا ۱۱ است. ✓

صل ۲۷: سه اس از ۱۴ بار پرتاب در میم :

لر



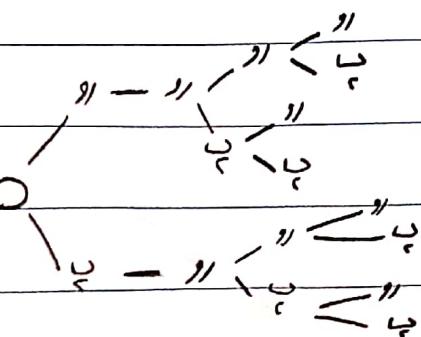
ا) سه حالت های ممکن را بینیم.

ب) احتمال اینه بار سوم رو آمده باشد چند است؟

$$[\boxed{1}] \times [\boxed{1}] \times [\boxed{1}] \times [\boxed{1}] = \frac{1}{14}$$

شرط

صل ۲۸: سه اس از ۱۴ بار پرتاب در میم و هر دانیم بار درم تو آمده:



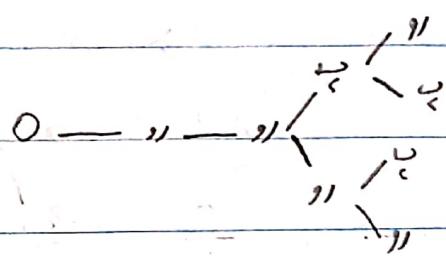
ا) سه حالت های ممکن را بینیم. طبق نتیجه اینه: $\frac{1}{14}$

ب) احتمال اینه دقیقاً ۱۴ بار رو آمده باشد چند است؟

$$\frac{3}{14}$$

ص ۲۷: سه اسما جمار بار پرتاب شدند هر دویم سه تا بار روشن شده است.

(الف) همه حالت های ممکن را بنویید.



$$1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 12$$

ب) احتمال اینکه دقیقاً ۳ بار روشن شده باشد چقدر است؟

طبق طبقه بایان میتوان گفت احتمال $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (۲ راه دارد خود را)

ص ۲۸: فرزند دوم خانواده رضیواره است. اگر فرزند اول احتمال پسر باشد، چقدر احتمال دارد که فرزند دوم دختر باشد؟ فرزند اول هر جنسیت داشته باشد تأثیری بر احتمالات فرزند دختر ندارد

پس احتمال فرزند دختر هم اندیشه فرزند اول است $(\frac{1}{2})$

ص ۲۹: نیمان سه اسما جمار بار پرتاب شده است. اگر بار اول سه روشن شده باشد، احتمال اینکه بار دوم سه شست شده باشد چقدر است؟

$\frac{1}{2}$

ب) بازهم $\frac{1}{2}$

فہل ۲ جس

فقطیت

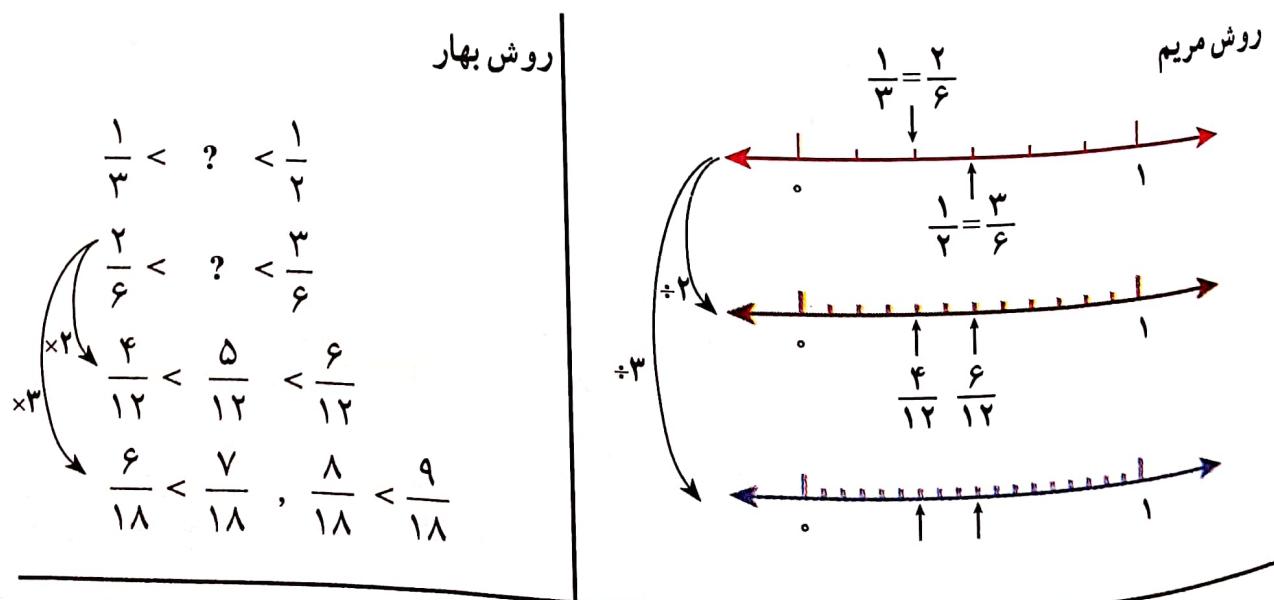
۱- در فصل گذشته با نمایش‌های مختلف مجموعه‌های اعداد آشنا شدید. عبارت‌های زیر را مانند نمونه کامل کنید:

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی کمتر از ۲	$\{x \in \mathbb{W} x \leq 2\}$ $\{m \in \mathbb{Z} m \leq 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} -3 < x < 2\}$ $\{-2, -1, 0, 1\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگ‌تر از ۱	$\{x \in \mathbb{Z} x > 1\}$ $\{2, 3, 4, \dots\}$	

نامساوی $x \geq 3$ برای کدام یک از عده‌های زیر درست است؟

$\checkmark 1, 2, 3, 4, 5$

۲- می‌خواهیم بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ چند کسر بنویسیم. روش‌های مختلفی را که چهار دانش‌آموز نوشته‌اند، بررسی و کامل کنید؛ راه حل هر کدام را توضیح دهید.

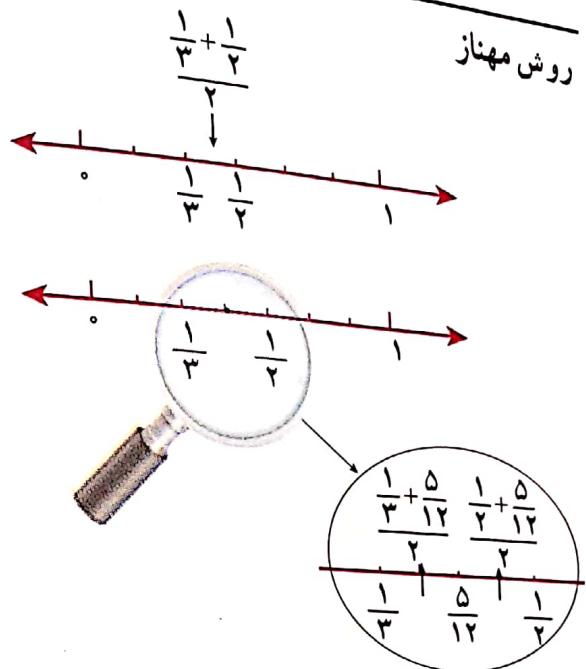


روش عطیه

$$< \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$$

$$< \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{2} < \frac{1}{2}$$

$$< \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$



- الف) با یکی از روش‌ها توضیح دهد که چرا بین دو کسر می‌توان بی‌شمار، کسر پیدا کرد.
 ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می‌توان با نوشتن عضوها نشان داد؟ چرا؟ خیر، بروز چنین
 ج) آیا می‌توان مجموعه عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟ بله.
 د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید.

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

کار در کلاس

۱- بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهد.

غزج + غزج || صریح + صورت

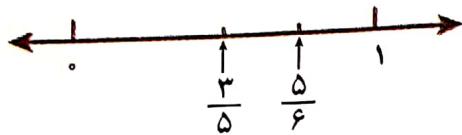
۲- بین $\frac{1}{2}$ و -1 دو کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهد.

روشن: صانته بالا

فعالیت

۱- می‌خواهیم کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{7}{8}$ و $\frac{5}{9}$ را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم. روش‌های مختلفی را که دانش‌آموزان به کار برده‌اند، با هم مقایسه کنید؛ هر کدام را توضیح دهد.

THE VILLAGE



روش شاهد: شاهد به صورت تقریبی کسرهای $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{6}$ را روی محور مشخص کرده است. آیا به نظر شما استفاده از این روش برای نمایش دو کسر دیگر مناسب است؟

روش مرتضی : مرتضی مخرج مشترک کسرها را پیدا کرد و با هم مخرج کردن کسرها، آنها را مقایسه می کند. توضیح دهید که عدد 36^0 چگونه به دست می آید. کار مرتضی را کامل کنید :

$$\frac{\Delta}{q} = \frac{400}{360}$$

$$\frac{V}{\lambda} = \frac{r_1 \omega}{r_2 y_0}$$

$$\frac{\omega}{\epsilon} = \frac{V_{\infty}}{V_0}$$

$$\frac{r}{\omega} = \frac{r_1 r}{r_0 r_1}$$

روش مجید: مجید به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری هر کسر راً تاً دو رقم اعشار نوشت. شما کار او را کامل، و کسرها را مقایسه کنید:

$$\frac{\phi}{q} \approx 0^\circ / 00$$

\approx° , $\wedge \vee \Delta$

$$\frac{\omega}{\varrho} = 0, \infty$$

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

در مورد روش‌های مختلف و ویژگی‌های هر کدام در کلاس گفت‌وگو کنید.

۲- با استفاده از تقسیم، نمایش اعشاری کسرهای زیر را بنویسید:

$$\frac{r}{\lambda} \approx 0.4 V \omega$$

$\frac{1}{r} = 0, \infty$

$$\frac{V}{\varrho} = 1,4V$$

(الف) پین نمایش اعشاری این کسرها چه تفاوتی هست؟ بحث مادرب رائسن دی نداشتن است

$$1 \div 3 = 0.\underline{3}$$

در نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{3}$ ، رقم ۳ به طور متناوب تکرار می‌شود و انتهاندارد؛ ولی نمایش اعشاری کسر $\frac{1}{5}$ متناهی یا مختوم است؛ چون تمام رقم‌های اعشار آن مشخص است و به انتهای می‌رسد. از نماد زیر برای نمایش عده‌های اعشاری متناوب استفاده می‌کنیم:

کار در کلاس

نمایش اعشاری هر یک از کسرهای زیر را بنویسید:

$$\frac{5}{11} = 0, \overline{45}$$

$$\frac{7}{9} = 0, \overline{7}$$

$$\frac{5}{6} = 0, \overline{83}$$

$$\frac{7}{22} = 0, \overline{3181}$$

$$\frac{3}{20} = 0, \overline{15}$$

$$\frac{5}{16} = 0, \overline{3125}$$

اگر به نمایش اعشاری کسرهای بالا دقت کنید، خواهید دید که فقط کسرهایی نمایش اعشاری مختوم دارند که (پس از ساده شدن) مخرج آنها شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ ندارد.



تمرین

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و تا حد امکان ساده کنید:

$$(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}) \div (-1 - \frac{1}{9})$$

$$\frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \div 5\frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} \div \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{3}}}$$

۲- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

$$\frac{1}{7}, -\frac{3}{4}, 2/75, -\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{56}{13} \quad (\text{ب})$$

۳- بین هر دو کسر، سه کسر بنویسید.

$$0, -\frac{1}{3} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{10}{11}, \frac{12}{13} \quad (\text{الف})$$

مرين هار تاب درس فصل ۳ :

• ۱- حاصل عادت زير را بدست ادريد و نهاده کن (ساده کن)

$$\begin{aligned}
 \text{(الف)} \quad & \left(-2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2} \right) \div \left(-2 - \frac{1}{9} \right) = \left(-\frac{11}{4} + \frac{7}{2} \right) \times \left(-\frac{9}{10} \right) \\
 & = \frac{3}{4} \times \left(-\frac{9}{10} \right) = -\frac{27}{40}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ب)} \quad & \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{3}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2}} \div \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{1}{4}} \times \frac{3}{14} = \left(\frac{3}{4} \right) \times \frac{3}{14} = \frac{9}{56}
 \end{aligned}$$

$$\text{ج)} \quad -1 + \frac{-2}{4} \div \frac{5}{3} \times \frac{5}{2} + \frac{2}{3} = -1 + \left(\frac{-2}{4} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{2} \right) = -1 + \frac{3}{10} = -\frac{7}{10}$$

$$\text{د)} \quad \frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{4}}} = \frac{1}{-1 - \frac{1}{-\frac{5}{4}}} = \frac{1}{-1 - \frac{4}{5}} = -\frac{5}{19}$$

مسئلہ ۲۳: عددی سری را از کوچک بزرگ ترتیب کئے۔

(الف) $\frac{5}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 2, -\frac{5}{4}$

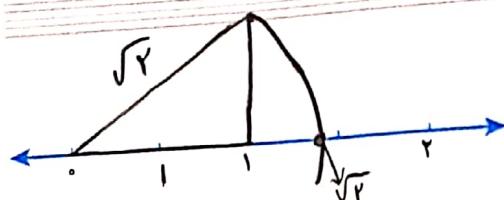
(ب) $\frac{14}{5}, -\frac{3}{2}, 2.75, -\frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}$

مسئلہ ۲۴: میں ھردکر، ۳ اور بنویں۔

(الف) $\frac{10}{11}, \frac{12}{13} \rightarrow \frac{22}{23}, \frac{34}{37}, \frac{32}{39}$

(ب) $0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{120}, -\frac{1}{400}$

فَعَالِتْ



- ۱- پنج عدد بین ۱ و ۲ معرفی کنید و آنها را روی محور نمایش دهید.

۲- با توجه به اینکه مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ مساوی $1/4$ است، آن را روی محور نشان دهید.

۳- معلم از دانشآموزان خواست با ماشین حساب، مقدار تقریبی عدد $\sqrt{2}$ را بنویسند. با توجه به اینکه دانشآموزان از ماشین حساب‌های مختلف استفاده می‌کردند، تعداد رقم‌هایی که نوشته بودند، متفاوت بود. سه نمونه از صفحه نمایش ماشین حساب‌ها را در زیر می‌بینید. با توجه به آنها به سوال‌های زیر پاسخ دهید :

1.4142136 1.414213562

1.41421356237

- چرا در ماشین حساب ۸ رقمی، رقم آخر با رقم مشابه در ماشین حساب ۱۲ رقمی تفاوت دارد؟ چون بغربب رز
 - چرا این تفاوت در ماشین حساب های ۱۰ رقمی و ۱۲ رقمی دیده نمی شود؟ چون مدار بعد از ۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹ میگذرد
 - با توجه به عددی که ماشین حساب ۱۲ رقمی نشان می دهد، آیا تناوب (تکرار منظم) در ازد است.

رقم های اعشاری دیده می شود؟ صیر.

- مقدار تقریبی $\sqrt{2}$ ، تا ۱۵ رقم اعشار محاسبه، و در زیر نوشته شده است:

1.414213562373095

آیا در ۱۵ رقم نشان داده شده پرای $\sqrt{2}$ ، تناوبی می‌بینید؟

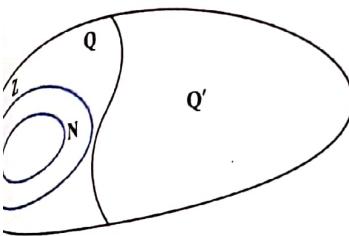
۲ عددی گنج است. اثبات این مطلب را در سال‌های آینده می‌خوانید. /

۱- مصوب فرهنگستان

رقم اعشار نوشته شده است: اماده محاسبات
 عدد π نیز گنگ است. در زیر عدد π تا ۳۰ رقم اعشار است: $\pi = 3.141592653589793238462643383279$

دو رقم اعشار π استفاده می شود: اگر عدد n مربع کامل نباشد، \sqrt{n} گنگ است؛ مانند $\sqrt{15}$, $\sqrt{6}$, ... (عددهایی مانند $16, 9$ و ...) مربع کامل است.

مثال: مجموعه های \mathbb{N} و \mathbb{Z} و Q و Q' به کمک نمودار ون، مشخص شده است.



$$\text{مثال: } \sqrt{3} \in Q' \quad \sqrt{0/49} \in Q \quad 0 \in Q \quad 0/2002000200002 \dots \in Q'$$

کار در کلاس

کدام عبارت، درست و کدام عبارت، نادرست است؟

$$\mathbb{N} \cap Q' = \emptyset$$

$$\mathbb{N} \subseteq Q'$$

$$\mathbb{Z} \subseteq Q$$

$$\mathbb{Z} \subseteq Q'$$

فعالیت

الف) بین دو عدد ۱ و $\sqrt{2}$ چند عدد گویا می توان نوشت؟ به سهار

ب) اگر این عددها را روی محور نمایش دهیم، متناظر با این عددها، چند نقطه روی می توان پیدا کرد؟ به سهار

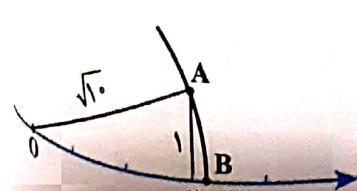
کمان میان نقاط A و B را از خانم مهاری نمایم.

ج) روی محور نقطه نمایش $\sqrt{2}$ را پیدا کنید.

د) اگر نقاطی را رنگ کنیم که عددی گویا را نمایش می دهد، آیا همه نقاط پاره خط AB می شود؟ آیا $\sqrt{2}$ نیز رنگ می شود؟ آیا این نقاط، که هر کدام نمایش یک عدد گویا است، بکاره بود می آورد؟ چرا؟ چون به سهار

مثال: نقطه نمایش عدد گنگ

$\sqrt{10}$ روی محور به صورت زیر است:



روی محور عدد $\sqrt{10}$ کمان رسم می کنیم. نقطه B را نمایش می دهد.

$$OA^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \Rightarrow OA = \sqrt{10}$$

مثال: $\sqrt{7}$ بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد.

می‌دانیم ۴ و ۹ دو عدد مجنور کامل قبل و بعد از ۷ است؛ یعنی:

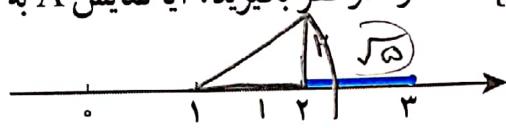
$$4 < 7 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$$

کار در کلاس

۱- بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ ، چهار عدد گنگ بنویسید.

۲- بین دو عدد ۲ و ۳، چهار عدد گنگ بنویسید. \mathbb{R} اعداد باد

۳- الف) مجموعه A به صورت $\{x \in Q | 2 \leq x \leq 3\} = A$ را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به صورت زیر درست است؟ بله



ب) نقطه نمایش $\sqrt{5}$ را روی محور مشخص کنید.

عددها به دو دسته، عددهای گویا و عددهای گنگ

دسته‌بندی می‌شود. اجتماع مجموعه عددهای گویا و عددهای

اصل را مجموعه عددهای حقیقی می‌نامیم و آن را با \mathbb{R} نمایش

می‌دهیم. داریم: $\mathbb{R} = Q \cup Q'$

مثال:

$$0 \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{10} \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{5}{6} \in Q$$

$$0/\sqrt{5} \in \mathbb{R}$$

$$0/02022022202222\dots \in \mathbb{R}$$

$$\pi \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

کار در کلاس

۱- داخل ○ علامت \in یا \notin بگذارید:

$$4 \in \mathbb{Z}$$

$$0/2 \in Q$$

$$\sqrt{18} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

$$-5 \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{7}{3} \in \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{25} \in Q'$$

$$\frac{0}{6} \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{3/5} \in Q'$$

$$\sqrt{0/19} \in Q'$$

$$\sqrt{0/09} \in Q$$

$$\frac{9}{-1} \in \mathbb{Z}$$

۲- مجموعه های سطراقل را به مجموعه مناسب در سطر دوم وصل کنید. هر مجموعه در سطر اول با یک مجموعه در سطر دوم مساوی است.

$$\begin{array}{ll} Q \cap Q' & Q \cap Z \\ \cancel{Z} & \emptyset \\ Z \cap & \end{array} \quad \begin{array}{ll} Z \cap \mathbb{N} & Q' \cap \mathbb{R} \\ \downarrow & \downarrow \\ \mathbb{N} & Q' \\ & \end{array} \quad \begin{array}{ll} Q' \cap \mathbb{R} & Q \cup Q' \\ \downarrow & \downarrow \\ \mathbb{R} & \end{array}$$

فعالیت

با توجه به اینکه مجموعه عددهای حقیقی تمام عددها را شامل می شود، مجموعه های زیر را



مانند نمونه روی محور شان دهید:

ب دلیل شرط اید \rightarrow با توجه به مجموعه A چرا نقطه ۲ روی محور توپر و نقطه ۳ روی محور توحالی است؟

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 3\} \quad \text{بررسی ۳}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 6\}$$

کار در کلاس

۱- مجموعه های زیر را روی محور شان دهید و یا با توجه به محور، مجموعه متناظر آن را بنویسید:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\} \quad \text{(الف)}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\} \quad \text{(ب)}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\} \quad \text{(ج)}$$

۲- با توجه به سه مجموعه A و B و C در سؤال ۱ عبارات درست را با علامت ✓ مشخص کنید:

$$\sqrt{5} \in A \quad \checkmark \quad \sqrt{252552555\dots} \in B \quad \checkmark \quad \sqrt{13} \in A \quad \checkmark$$

$$\sqrt{v} \in C \quad \checkmark \quad \sqrt{1} \in A \quad \checkmark \quad -1000 \in C \quad \checkmark$$

۳- کدام یک از مجموعه های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر برابر است؟

$$\text{(الف)} \{ -1, 0, 1, 2, 3 \}$$

$$\text{(ب)} \{ x \in \mathbb{R} \mid x > -2 \}$$

$$\text{(ج)} \{ x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 3 \}$$

۳۶



۱- جزو اعداد حقیقی باشد

۲- باز نیز ۲ شرط را بعد با شرط اید

تمرین

۱- با توجه به مجموعه های داده شده، سایر سطرها را مانند سطر اول کامل کنید:

مجموعه اعداد	$\sqrt{3/2}$	$\frac{1}{2}$	۰	π	$-\frac{3}{4}$	$0.29229229\dots$	-۱۰	$\frac{6}{2}$
\mathbb{N} طبیعی	x	x	x	x	x	x	x	✓
\mathbb{W} حسابی	X	X	✓	X	X	X	X	✓
\mathbb{Z} صحیح	X	✓	✓	X	X	X	✓	✓
\mathbb{Q} گویا	X	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓
\mathbb{Q}' گنگ	✓	X	X	✓	X	X	X	X
\mathbb{R} حقیقی	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

۲- در هر یک از حالت های الف و ب تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید:

(الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/5 < x < 5\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1/5 < x < 5\}$

(ب) $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ ، $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 9\}$

۳- طرف دوم تساوی های زیر را کامل کنید:

۱) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$ ۲) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$ ۳) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$ ۴) $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$

۴- عدد $\sqrt{5} + 1$ بین کدام دو عدد صحیح متولی قرار دارد؟

۵- بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید:

۶- (الف) عبارت $\sqrt{2}, \sqrt{4/1}, \sqrt{2\sqrt{2}}, \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ را برابر با $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{12}, \sqrt{24}$ نمایش دهد.

۷- عبارات درست را با ✓ و عبارات نادرست را با X مشخص کنید. برای عبارات درست مثال بزنید.

✓

۱) عددی وجود دارد که صحیح و گویا باشد.

✗

۲) عددی وجود دارد که گویا و گنگ باشد.

✓

۳) عددی وجود دارد که حقیقی و گنگ باشد.

✗

۴) عددی وجود دارد که حقیقی و طبیعی باشد.

۷- در نمایش اعشاری عدد $\sqrt{10}$ و عدد $\frac{3}{11}$ چه تفاوتی هست؟

کار در کلاس

۱- جملات سمت راست را به عبارات مناسب در سمت چپ وصل کنید :

۱) $a > 0, b < 0$

الف) دو عدد a و b مثبت است.

۲) $a > 0, b > 0$

ب) عدد a نامنفی است.

۳) $a \geq 0$

ج) دو عدد a و b منفی است.

۴) $a < 0, b < 0$

د) عدد a مثبت و عدد b منفی است.

۵) $a \leq 0$

ه) عدد a نامثبت است.

۲- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب

را بهم وصل کنید :

الف) $a > 0, b > 0$

۱) $ab < 0$

(ب) $a < 0, b < 0$

۲) $ab > 0, a + b > 0$

(ج) $a < 0, b > 0$

۳) $ab > 0, a + b < 0$

۳- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب

را بهم وصل کنید :

الف) $a \geq 0$

۱) $|a| = -a$

(ب) $a > 0, b > 0$

۲) $|a| = a$

(ج) $a < 0$

۳) $|a + b| = a + b$

(د) $a < 0, b < 0$

۴) $|a + b| = -(a + b)$

:

۴- عبارات زیر را به زبان ریاضی بنویسید و برای هر کدام مثال بنویسید :

(۱) قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی با حاصل ضرب قدر مطلق آنهاست.

(۲) قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق های آن دو عدد، کوچکتر یا مساوی با آن است.

۱- عبارت‌های زیر را با هم مقایسه کنید:

$$(-7)^2 \quad \text{(الف)}$$

$$|-8| + |5| \quad \text{(ب)}$$

$$|3| - |9| \quad \text{(ج)}$$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

$$7^3 - 7^4$$

$$|0| = 0 \quad \left| -\frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3} \quad |7^3 - 7^4| = 1 \quad |0/2^5 - 0/2^6| = 0$$

۳- حاصل عبارات زیر را به دست آورید:

$$\sqrt{(-2595)^2} = -2595 \quad \text{(الف)}$$

$$\sqrt{(-3 + \sqrt{10})^2} = -\sqrt{10} - 3 \quad \text{(ج)}$$

$$\sqrt{(1394)^2} = 1394 \quad \text{(ب)}$$

$$\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 2 - \sqrt{5} \quad \text{(د)}$$

تمرین

۱- اگر $c = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{4}$, $a = 0/2^5$ باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید:

$$|a+b| + 2|a-b-c|$$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید:

$$|0 + \sqrt{5}| \quad |7 - 5\sqrt{3}| \quad |-\sqrt{5}| \quad \text{(الف)}$$

۳- جای خالی را با عدد مناسب پر، و جواب‌هایتان را در کلاس با سایر دوستان مقایسه کنید:

$$|5 - 12| > 1 + \square$$

۴- مقدار عددی عبارت $|a| + a$ را به ازای $a = -2$, $a = 0$ و $a = 2$ به دست آورید. آیا می‌توانید

عددی حقیقی به جای a قرار دهید که حاصل $|a| + a$ منفی باشد؟

۵- با ارائه یک مثال، نادرست بودن تساوی $\sqrt{a^2} = a$ را نشان دهید.

۶- حاصل عبارات رو به رو را به دست آورید:

حل ۱: عبارت زیر را بسط کنید.

$$|a+b| + 2|a-b-c| = |a| + 2|-2| = 0 + 2 = 2$$

حل ۲: عبارت زیر را بسط و استفاده از قدر مطلق برویم.

(الف) $|1 - 3\sqrt{a}| = 3\sqrt{a}$

(ب) $|1 + \sqrt{a}| = 0 + \sqrt{a} = \sqrt{a}$

(ب) $|V - 2\sqrt{4}| = 2\sqrt{4} - V$

\downarrow
 $2\sqrt{4} > V \rightarrow \sqrt{16} > \sqrt{25}$

حل ۳: جهاز خالص را با عدد مناسب برویم.

$$|2 - V| > 1 + \boxed{\square} \rightarrow V > 1 + \boxed{\square} \rightarrow V > 4 + \boxed{\square}$$

عدد کوچکتر از ۴ منع نماید.

صلیح ۳۱: مقدار عبارت $a + a$ را برابر با $2a$ نویسید.

مربوط به باره عدد حقیقی قدر دستی که حاصل $a + a$ در درست شود؟

$$4 \rightarrow 1+1+1+1 = 4 \times 1 = 4$$

خواهشمند این مقدار را تجربه کنید.

$$0 \rightarrow 1+0+0+0 = 0 \times 4 = 0$$

باشد، حال آنکه باید این عبارتی را از کجا

$$-2 \rightarrow 1-2+(-2)+(-2) = -2-2 = -4$$

باشد، هم شد و آخر، تجربه این عبارت را

شیوه ای که در سوابق خود داشتید.

صلیح ۳۲: نادست بودن تابع $y = \sqrt{ax^2} + a$ را باید مثال نهان دهید.

$$a = -n \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(-n)^2} \xrightarrow{\text{را با فرم}} n \\ \text{ساده شوند} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{حاصل مساوی} \\ \text{از نتیجه} \end{array} \right\}$$

برای این طریق را بخوانید
ازین مرتبه

$$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \rightarrow |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{حاصل عبارت را باید نادست} \\ \text{آوردید.} \end{array} \right\}$$

اگر این را بخوانید

$$\sqrt{2+1-2\sqrt{2}} = 3-2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} = |1-\sqrt{10}| = -1+\sqrt{10} = \sqrt{10}-1$$

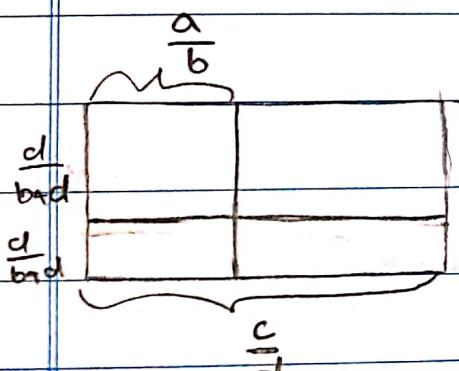
فوجیہ

مُقْرَنٌ سُعْدٌ وَ مُثَبَّتٌ كَسَّهُ أَكْرَمُ

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$

يُمْكِنُ إثباتُ هذِهِ الْمُقْرَنَاتِ بِالصَّفَرِيَّةِ، وَ لِنْ نَبْحُثُ عَنْ تَفَاصِيلِهِ فَمُنْهَى، وَ

مُؤْمِنُ بِأَنَّهُ يَقِنُ بِهِ



فِي الْمُقْرَنِ $\frac{a}{b}$ أَنَّهُ يَقْبَلُ $\frac{c}{d}$ كَمَا يَقْبَلُ $\frac{d}{b}$

$$\Rightarrow \frac{d}{b+d} + \frac{b}{b+d} = \frac{d+b}{b+d} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{c+d}{b+d} = \left(\underbrace{\frac{c}{d} \times \frac{d}{b+d}}_{\text{أَنَّهُ يَقْبَلُ } \frac{c}{d}} \right) + \left(\underbrace{\frac{b}{b+d} \times \frac{a}{b}}_{\text{أَنَّهُ يَقْبَلُ } \frac{a}{b}} \right) \Rightarrow A$$

$$\Rightarrow \left(\underbrace{\frac{a}{b} \times 1}_{\text{أَنَّهُ يَقْبَلُ } 1} \right) = B, \quad \frac{c}{d} \times 1 = C \Rightarrow A < B < C$$

وَهُوَ حَلُّ كُلِّيٍّ : تَفَقَّدُ جِبَرٍ وَهُنَّ سَبَّابُونَ مَعَ بَطَرِّ طَالِ

صل - ص سوال آنچه (ب) :

$$\text{ا) } \frac{3}{4}, \frac{3}{4} \text{ (الف)} \quad \left(\frac{11}{23}, \frac{91}{120} \right), \left(\frac{81}{120}, \frac{4a}{a4} \right)$$

$$\text{ب) } \frac{v}{a}, \frac{a}{v}, \left(\frac{11a}{120}, \frac{81}{8a} \right), \left(\frac{11a}{8a}, \frac{11a}{a0} \right)$$

(1)

(2)

ا) دو عدد توکار که از میل مجموع آنها برابر ۲ باشد مجذوب کن $\{\emptyset\}$

ب) دو صدین عدد توکار مستقیم $\{\emptyset\}$ تا این حدودی مادر شدن نهاده شود.

ج) یک میلیون عدد توکارین \times دو مجموع اس سمعنخانه

$$\text{ا) } \frac{3}{4}, \frac{2}{3} \text{ (الف)} \quad \Rightarrow \text{ضریب موردنیاز} = \frac{\text{صورت} + \text{صفر}}{\text{گنجع} + \text{جبر}} \quad \text{ب) } \frac{2}{3}, \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$$

(3)

$$\frac{23}{99}, \quad \boxed{-} \quad \frac{232323}{999999}$$

باهم بر این دو عدد هم بستان نیست $\times 10101 \times$

(4)

$$\frac{V}{10} < \frac{V+d}{10+V} < \frac{d}{V}$$

$$c = 12 \quad d = 14$$

یک جذب تابت

۴

راهنمایی دانشگاه ملی میراث اسلامی در مورد این را توجه و فهمیده باشد

۵

(۱) هریک از اعداد زیر را به کسری تبدیل کنید که صورت و مخرجی طبیعی باشد.

$$\bar{V} = \frac{V}{9} \quad (\text{الف})$$

$$2) \quad 12,22 = \frac{1222}{99}$$

$$\begin{array}{l} \text{برای بزرگ}: \\ n = y \\ 10n = 10y \\ \text{ب) } -2,148 = -\frac{2148}{1000} \end{array}$$

ص ۳۲: دنادنامه خواسته شد ۱,۳۲۰۷ را به عدد کسری بزرگی که صورت و مخرج طبیعی باشد را محاسبه

برای کسر کنید. راهنمایی دانشگاه ملی میراث اسلامی است

و لیچاریں همراه با این را توضیح می‌دهد.

۶

ص ۳۲: هریک از اعداد زیر را به صورت کسری بزرگی که صورت و مخرج طبیعی باشد.

$$(\text{الف}) \quad 4,0\bar{7} = \frac{407}{999}$$

$$B = 4^{\text{th}}, \bar{7} = \frac{4444}{999}$$

$$2) \quad 4^{\text{th}}, 0\bar{714} = \frac{4144}{999}$$

$$2) \quad -4,1\bar{148} = \frac{-4148}{999}$$

۱۰
۳۲

حل ۱۱: طول دستگردش هریک از سه کسر نسبت را بیت کویی.

$$0,58823 \approx 0,29317438$$

$$\frac{1}{11} \Rightarrow 0, \overline{0,9} \Rightarrow ②$$

$$\frac{2}{23} = 0, \overline{221} \Rightarrow ⑤$$

$$\frac{1}{17} \Rightarrow 0, \overline{0,58823} \Rightarrow ⑥$$

$$\frac{1}{21} \Rightarrow 0, \overline{0,95238}$$

$$(5) \quad 0, \overline{0,58823}$$

$$\frac{1}{13} = 0, \overline{0,76923}$$

$$\Rightarrow ③$$

$$0, \overline{0,29317438} \Rightarrow ④$$

$$\frac{9}{101} = 0, \overline{0,09} \Rightarrow ⑦$$

$$\frac{14}{233} = 0, \overline{0,121} \Rightarrow ⑧$$

حل ۱۲: سه باطل کرسی مبوبیت آن را باید جمع بینیم طول دستگردش حاصل جمع آن شود.

$$\text{ضدیل } \frac{1}{3} \rightarrow \frac{123}{999} + \frac{1}{999} = \frac{124}{999} \rightarrow 0, \overline{123} + 0, \overline{001} = 0, \overline{124}$$

ب) سوال پنجم خودش که حاصل جمع خودگردش را داشته باشد.

$$\frac{123}{999} + \frac{99}{999} = \frac{222}{999} = \frac{2}{9} \rightarrow 0, \overline{123} + 0, \overline{099} = 0, \overline{2}$$

$$\frac{123}{999} + \frac{114}{999} = \frac{999}{999} = 1$$

نداشتند.

$$\Rightarrow 0, \overline{123} + 0, \overline{114} = 1$$

$$\frac{1}{7} = 0, \overline{142857}$$

حل ۱۳: طول دستگردش را طبیعتی.

ب) عیش ائم اعداد $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{17}, \sqrt{19}, \sqrt{23}, \sqrt{29}, \sqrt{31}, \sqrt{37}, \sqrt{41}, \sqrt{43}, \sqrt{47}, \sqrt{53}, \sqrt{59}, \sqrt{61}, \sqrt{67}, \sqrt{71}, \sqrt{73}, \sqrt{79}, \sqrt{83}, \sqrt{89}, \sqrt{97}$ دارند. هر رقم اول دو عدد، به از خود را با بالا رفتن غرفه کر.

مُرْسَلٌ: مُهَاجِرٌ إِعْلَامِيٌّ اعْدَادِ سَمَّتْ رَاسَتْ حِمَّةٍ تَعَاوِنَتْ بَا غَائِبٍ إِعْلَامِيٌّ اعْدَادِ سَمَّتْ حِبٌ دَارِبَرِيٌّ

سنت راست اخبار لئن راهی پیش و میست جپ دوہرہ درس دارند و کوپا هست

$$\frac{22}{\sqrt{V}} = 0.11271 \dots \rightarrow \pi - \frac{22}{\sqrt{V}} = -0.100124881 \dots \rightarrow 0.100124881 \dots \text{ ملحوظة:}$$

$$\frac{325}{111} = 2.9109104 \dots \rightarrow \pi - \frac{325}{111} \xrightarrow{\text{خط}} 0.0000004 \quad \left. \begin{array}{l} \text{دینگ} \\ \text{دینگ} \end{array} \right\}$$

مقدار قریب $\sqrt{2}$ را داشتیں میں سے کسی نہیں

$$\sqrt{2} = \sqrt{0.009} \Rightarrow \sqrt{2} = 0.3162277660168379 \approx 1,4141158824 \quad (\text{الثانية})$$

$$\frac{m}{n} \approx 1,818 \rightarrow n = 1000 \Rightarrow m = 1818 \Rightarrow \frac{1818}{1000}$$

$$\sqrt{1,99999} = 1,414213 \Rightarrow 1,414213 + \frac{1}{99999} \quad (\text{b})$$

یہ ایک جاہلی دارالخلافہ تھا جس کے برائیں اپنے تین سو اعلیٰ علماء بھی طاری بردا و بھروسہ رہیں۔

مطلب سیم: دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ دارند که $\angle A = \angle A'$ و $\angle B = \angle B'$ باشند. اگر $AB = A'B'$ باشد، آنچه می‌توانیم در مورد $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$ بگوییم؟

$$\overline{BO} = r, \quad \overline{AB} = 1 \xrightarrow{\text{مساواة}} \overline{AO} = r = \sqrt{3} \Rightarrow \overline{OX} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{t}$$

دورة درسی بعد دوره درسی

$$\frac{n}{n} + \sqrt{r} < 0,00001 \Rightarrow \frac{m}{n} = \sqrt{r} - 1, \overline{\sqrt{r} \cdot 0,00001} = 0,0000000V$$

$$\Rightarrow -1, \overline{\sqrt{r_1 r_2}} \approx \frac{m}{n}$$

ASEMAN

ص ۱۴:

حقیقی \rightarrow کوچکتر \leftarrow قابل افزایش

ص ۱۴ ۷: مجموعه اعداد صحیح را به دو زیرمجموعه همچوی معرفی به شمار عضو دارند افزایشی و زیرگوی هارا بازدار نمایند.

$$\begin{array}{c} \text{نوع} \\ \text{فرد} \\ \text{N} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{نوع} \\ \text{فرد} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} \\ \{2n-1 \mid n \in \mathbb{N}\} \end{array}$$

ص ۱۴ ۸: مجموعه N را به ۳ زیرمجموعه همچوی معرفی به شمار عضو دارند آنها جمعاً خالی نباشند.

$$A = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad B = \{2n-1 \mid n \in \mathbb{N}\} \quad C = \{0^n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

ب) اگر $n_0 \in B$ باید n_0 عضو A نباشد.

$$n_0 = 2m-1 \Rightarrow 2m-1 = 4n-2$$

ص ۱۴ ۹: مجموعه اعداد صحیح را به دو زیرمجموعه همچوی معرفی به شمار عضو دارند افزایشی و بازدار نهی همیشی.

$$A = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad B = \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

اعداد ۲ و ۳ به صورت مستقل
نهای افزایشی

$$C = \{-2n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad D = \{-2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\} \quad E = \{-2n+2 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

ص ۱۴ ۱۰: افراز مجموعه اعداد صحیح به طور که هر زیرمجموعه (از آن) به شمار عضو داشته باشد به شکل زیر است، ۵ را ببینید.

$$A = \{4k+2 \mid k \in \mathbb{N}\} \quad B = \{4k+1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

این ۲ تا جزو مجموعه C هستند.

(۱۸)

(۱۹)

(۱۱)

X (۱۰)

مسئلہ ۱۴: میکنڈ ہا جو کہ اعداد نسبت را بے دوزیر تجویہ افراد کرند پر اسیں بارہ حصیں لئے ۔



مسئلہ ۱۵: حاصل ہریں از عبارت زیر ایون استدہ از عدد قدر مطلق بولیں ۔

$$(a) |1 - |1 - 1 - 1|| = |1 - 0| = 1$$

$$8) |2 - \sqrt{2}| - \sqrt{2} | |1 - \sqrt{2}| \rightarrow \frac{2 + \sqrt{2}}{-1 + \sqrt{2}}$$

$$(b) |2\sqrt{2} - \sqrt{2}| = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |10 - \pi^2| = 10 - \pi^2 \quad (\pi > \pi)$$

$$\Rightarrow |(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2| = \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)}$$

$$\Rightarrow -(2\sqrt{2} - 2) - (-(\sqrt{2} - \sqrt{2})) = 2\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

مسئلہ ۱۶: ہریں از عبارت زیر ایون با اعماقیان محقق لئے ۔

$$(a) \{n | n \in \mathbb{Z}, -5 \leq n \leq 5\} \Rightarrow \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$(b) \{ |n-1| | n \in \mathbb{Z}, -5 \leq n \leq 5 \} \rightarrow \{4, \sqrt{18}+2, \sqrt{14}+2, \sqrt{10}+2, \dots, 2, 1, 2-\sqrt{2}, \\ 2-\sqrt{3}, 0, \sqrt{2}-2, \sqrt{4}-2, \sqrt{6}-2, \sqrt{8}-2\}$$

$$(c) \{ n^2 - 1 - n | n \in \mathbb{Z}, -2 \leq n \leq 2 \} \Rightarrow \{ 4, 0, 4, 12 \}$$

$$(d) \{ (-1)^{n+1} (n \neq 1) | n \in \mathbb{Z}, -3 \leq n \leq 3 \} \rightarrow \{ -4, 2, -2, 0 \}$$

٣- كم عدد عدديات يقبلها n بحيث $n^2 < 20$ (عمر مصطفى)

(الف) $\{n \mid n \in \mathbb{Z}, -3 \leq n \leq 2\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ ①

ب) $\{n(n+1) \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 4\} = \{4, 12, 20, 30, 40\}$ ②

ج) $\{(-1)^n | n \in \mathbb{Z}, 1 \leq n \leq 4\} = \{-1, 1, -1, 1\}$ ③

د) $\{n \mid n \in \mathbb{Z}, n(n+1) = 0\} = \{0, -1\}$ ④

هـ) $\{n^2 - 1 \mid n \in \mathbb{Z}, -1 \leq n \leq 1\} = \{-2, 0\}$ ⑤

و) $\{(-1)^{n+1} n^2 \mid n \in \mathbb{Z}, -3 \leq n \leq 2\} = \{-9, 4, -1, 0\}$ ⑥

ز) $\{-9, 4, -1, 0, 1, -2\}$ (الف)

ذ) $\{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}, 2 \leq n \leq 4\} = \{5, 17, 29, 41\}$

حـ) $\{n^2 + 1 \mid n \in \mathbb{Z}, -4 \leq n \leq -2\}$

٤

فرض کیا جائے کہ $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ اول بائیں نہیں، $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{Z}$

$$0 < \frac{m}{n} - \left| \underbrace{\sqrt{2} - \sqrt{3}}_{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \right| < 0,00001$$

تقریب \rightarrow

$$\sqrt{2} - \sqrt{3} \approx 0,317827 \rightarrow \frac{m}{n} = 0,317827 \rightarrow$$

$$\frac{m}{n} = \frac{317827}{999999}$$

Carrie

متن‌های زیر را بخوانید و به سؤال‌ها پاسخ دهید:

۱- امیر و محسن برای دیدن مسابقه فوتبال به ورزشگاه رفتند. محسن به امیر گفت: «من مطمئن هستم که تیم مورد علاقه من امروز هم می‌بازد.» امیر پرسید: «چگونه با این اطمینان حرف می‌زنی؟» محسن دلیل آورد که: «چون هر بار که به ورزشگاه رفته‌ام، تیم مورد علاقه‌ام باخته است.»

آیا دلیلی که محسن آوردده است، درست است؟ چرا؟ ضر ؟ مرطقطعم را نمی‌توان برای رخداده دار.

۲- عباس یک بیسکویت مستطیل شکل با ابعاد ۴ و ۸ سانتی‌متر دارد. بیسکویت باقراز همان نوع، به همان ضخامت و مربع شکل به ضلع ۶ سانتی‌متر است. با استفاده از دانش ریاضی خود نشان دهید که مقدار بیسکویت کدام یک بیشتر است.

۳- دلیلی را که محسن در فعالیت ۱ برای ادعای خود آورده است، با دلیلی که شما در فعالیت ۲ آورده مقایسه کنید. به نظر شما کدام قابل اطمینان‌تر است؟

«استدلال» یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن

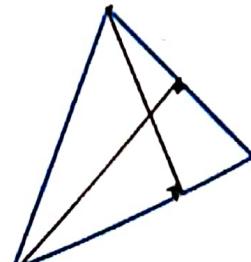
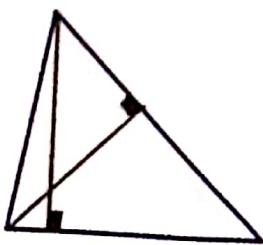
موضوعی که در ابتدا مجھول بوده است.

همان‌گونه که در این موارد مشاهده کردید، حتی در بسیاری از کارهای روزمره نیز به استدلال نیاز پیدا می‌کنیم. راه‌های متفاوتی برای استدلال کردن هست که اعتبار و قابل اعتماد بودن آنها می‌تواند یکسان نباشد. به استدلالی که موضوع موردنظر را به درستی نتیجه بدهد، اثبات می‌گوییم.

کار در کلاس

۱- مواردی را بازگو کنید که مانند فعالیت ۱ فردی با توجه به رویدادهای گذشته، نتیجه‌ای می‌گیرد که درست نیست.

۲- دو ارتفاع از هر یک از مثلث‌های زیر، رسم کنید:



آیا با این مثال‌های توان نتیجه گرفت در هر مثلث، محل برخورد هر دو ارتفاع درون مثلث است؟

یک **مثال** بزندید که نتیجه بالا را **نقض** کند.

اگر فردی با رسم ارتفاع‌های موردنظر در مثلث‌ها چنین نتیجه‌گیری کند که محل برخورد ارتفاع‌های هر مثلث، درون آن مثلث است، استدلال او مشابه کدام استدلال دو قسمت فعالیت قبل است؟

فعالیت

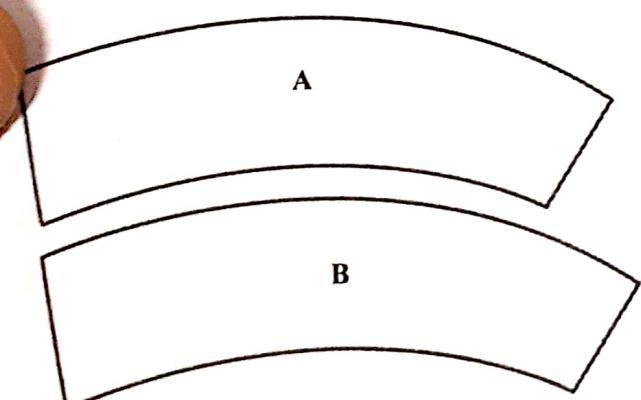
۱- کدام یک از دو قرصی که در مرکز قرار گرفته، بزرگ‌تر است؟ ..

الف) با مشاهده تشخیص دهید. **بعضی**

ب) یک کاغذ روی یکی از آنها قرار دهید.

دایره محیط آن قرص را بکشید و با گذاشتن تصویر کشیده شده بر شکل دیگر، اندازه آنها را با هم مقایسه کنید. **برابر هستند**.

۲- اگر قطعه‌های A و B قطعه‌هایی از شیرینی موردعلاقه شما باشد، کدام قطعه را انتخاب می‌کنید؟ (قطعه بزرگ‌تر کدام است؟) **B** با یک کاغذ شفاف این دو قطعه را مقایسه کنید؟ آیا حدس شما درست بود؟ **خیر**



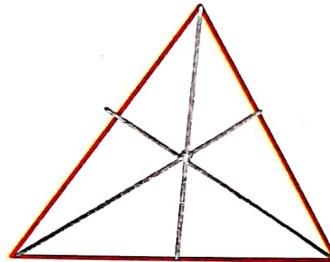
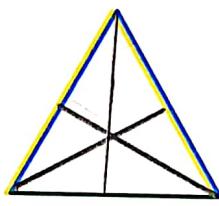
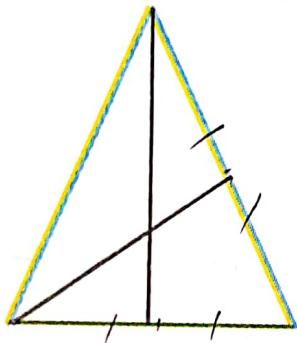
۳- آیا مشاهده کردن یا به طور کلی استفاده از حس‌های پنج‌گانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است؟ چرا؟ **خیر**؛ ابزار (قیچی‌بند) ریاضیات باید محقق‌کنند

هر چند به طور معمول در ریاضیات و به ویژه در هندسه استفاده از شکل، ترسیم و شهود به تشخیص راه حل‌ها و ارائه حدس‌های درست کمک زیادی می‌کند، اما به تشخیصی که براساس این روش‌ها حاصل می‌گردد، نمی‌توانیم به طور کامل اطمینان کنیم.

مواردی از درس علوم (مثل آزمایش تشخیص گرما و سرمای آب) مثال بزنید که حواس ماختا می‌کند. در مورد نتایجی که از این مثال‌ها می‌گیرید، با یکدیگر بحث کنید.

تمرین

۱- در شکل‌های زیر عمودمنصف‌های سه ضلع مثلث‌ها را رسم کنید :



آیا فقط با توجه به این شکل‌ها، می‌توان نتیجه گرفت که محل برخورد عمودمنصف‌های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد؟ چگونه می‌توانید درستی ادعای خود را نشان دهید؟ **پرسید**؛ با مثال زدن نمایوں **لطفاً**

۲- نیما و پژمان مشغول دیدن مسابقات وزنه‌برداری بودند. وزنه‌برداری می‌خواست وزنه‌ای ۱۰۰ کیلویی را بلند کند. آنها هر دو عقیده داشتند که او نمی‌تواند وزنه را بلند کند؛ برای ادعای خود استدلال‌های متفاوتی می‌کردند.

نیما : زیرا هفته پیش این وزنه‌بردار تمرینات بهتری انجام داده بود، با این حال توانست وزنه ۹۰ کیلویی را بلند کند.

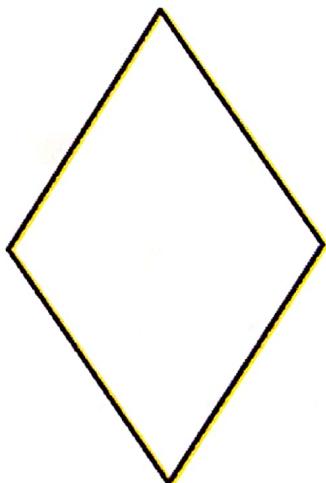
پژمان : امروز دوشنبه است. من بارها مسابقات این وزنه‌بردار را دیده‌ام. او هیچ‌گاه در روزهای زوج موفق نبوده است.

استدلال کدام یک قابل اعتمادتر است؟ درباره استدلال‌ها بحث کنید.

نیما

در درس گذشته آموختید که دیدن و استفاده از حواس یا ارائه مثال‌های متعدد و همچنین توجه به ابعاد ظاهری برای ایجاد اطمینان از درستی یک موضوع کفايت نمی‌کند و باید از دلیل‌های منطقی و قانع‌کننده کمک گرفت و با استدلال، درستی آن موضوع را ثابت کرد. در روند استدلالمان از اطلاعات مسئله (فرض یا داده‌ها) و حقایق و اصولی که درستی آنها از قبل برای ما معلوم شده است، برای رسیدن به خواسته مسئله (حکم) استفاده می‌کنیم.

فعالیت



۱- به گفت و گوی زیر توجه کنید :

مهرداد : آیا در هر لوزی زاویه‌های رو به رو با هم برابر است؟
سعید : بله، من در یک کتاب هندسه دیدم که اثبات کرده بود در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های رو به رو، با هم مساوی است و لوزی هم نوعی متوازی‌الاضلاع است.

در این مسئله و اثبات آن، فرض، حکم و استدلال را در زیر کامل کنید :

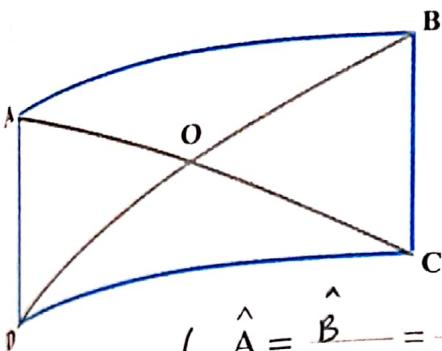
فرض : شکل لوزی است.

حکم : زاویه‌های رو به رو برابر است.

استدلال :

لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است. } در لوزی زاویه‌های رو به رو برابرند \Rightarrow
در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های رو به رو برابر است.

۲- اولین اقدامی که برای اثبات انجام می‌دهیم، تشخیص فرض، حکم و واقعیت‌های مرتبط با آن مسئله است که از قبل آنها را می‌دانستیم. در مسئله زیر فرض، واقعیت‌های از قبل ثابت شده یا دانسته و حکم را به زبان ریاضی بنویسید و عبارت‌ها را کامل کنید :



فرض: $ABCD$ مستطیل است.
حکم: قطرهای مستطیل، مساوی است.

فرض:

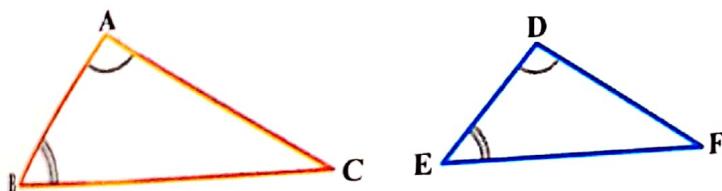
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ AB = DC \\ AB \parallel DC \end{array} , \quad \begin{array}{l} AD = BC \\ AD \parallel BC \end{array} \right.$$

حکم: $AC = BD$

کار در کلاس

فرض و حکم را برای مسئله‌های زیر مشخص کنید:

- ۱- در دو مثلث داده شده زوایای برابر در شکل مشخص شده است. ثابت کنید زاویه‌های سوم از دو مثلث نیز با هم برابر است.



فرض:

$$\frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{\hat{D}}{\hat{E}}$$

حکم:

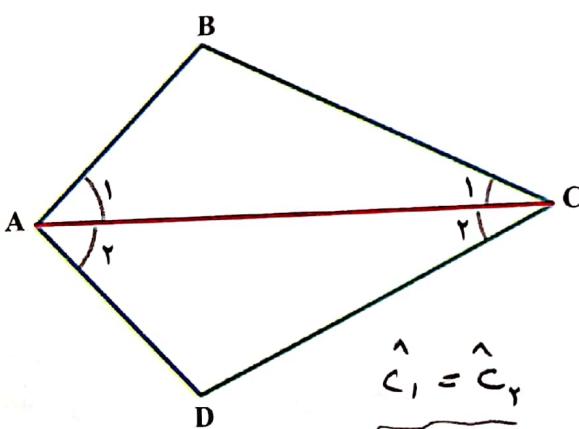
$$\hat{F} = \hat{C}$$

۲- اگر در یک مثلث دو زاویه نابرابر باشد، ضلع رو به رو به زاویه بزرگ تر، بزرگتر است. ضلع رو به رو به زاویه کوچک تر.

۳- نشان دهید در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن برابر است.

فرض: $\hat{A} < \hat{B}$
حکم: $AC > BC$

فرض: $\triangle ABC$
حکم: $\hat{C}_r = \hat{A} + \hat{B}$



: فرض $\overline{AD} = \overline{AB}$, $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

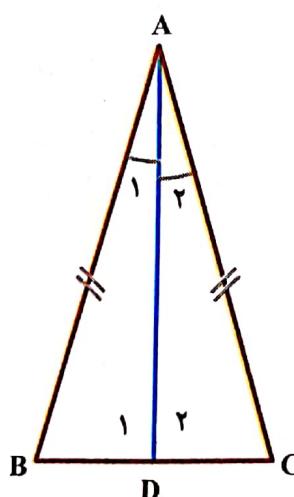
۱- در مسئله زیر، فرض و حکم را بنویسید و اشکال استدلال داده شده را بیاپید، سپس استدلال درستی برای آن بنویسید.

مسئله: در شکل مقابل پاره خط \overline{AC} نیمساز زاویه A است و اضلاع \overline{AB} و \overline{AD} برابرند. ثابت کنید مثلثهای مثلث ABC و ADC همنهشتاند.

حکم $\triangle ABC \cong \triangle DCA$

استدلال: چون \overline{AC} نیمساز است، داریم $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ و از طرفی $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ نیز ضلع مشترک در هر دو مثلث است، لذا دو مثلث ABC و ADC به حالت دو زاویه و ضلع بین (زضز) همنهشتاند.

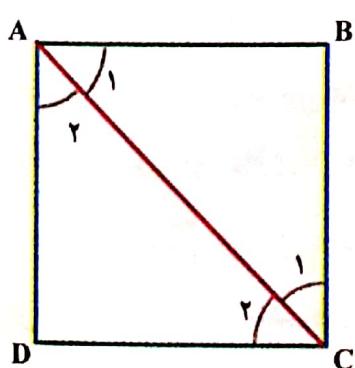
۲- مثلث زیر متساوی الساقین و AD نیمساز وارد بر قاعده آن است. با استدلال زیر نشان داده ایم که AD نیمساز وارد بر قاعده، میانه نیز می باشد.



$$\begin{cases} AB = AC & (\text{ساق های برابر}) \\ A_1 = A_2 & (\text{نیمساز است}) \\ AD = AD & (\text{ضلع مشترک}) \end{cases} \Rightarrow ABD \cong ACD \Rightarrow BD = CD$$

لذا نقطه D وسط BC است و AD میانه است.

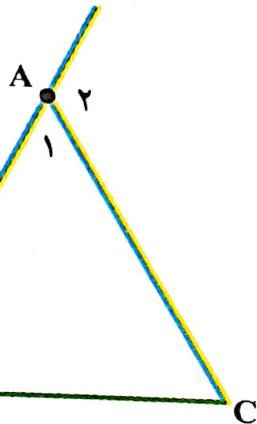
آیا در مثلث ABC می توان نتیجه گرفت که نیمساز زاویه B نیز میانه ضلع مقابل آن است؟ به عبارتی، آیا می توان خاصیت اثبات شده برای نیمساز A را به نیمساز دیگر تعمیم داد؟ خرد، هر چیز توان



۳- با استدلال زیر به سادگی می توان نتیجه گیری کرد که قطر AC از مربع $ABCD$ نیمساز زاویه های A و C است. چون دو مثلث ABC و ADC به حالت سه ضلع همنهشتاند و زوایای متناظر با هم برابرند؛ بنابراین $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$, $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ و لذا نیمساز است.

آیا می توان با استدلالی مشابه، این خاصیت را به قطر دیگر نیز تعمیم داد و گفت به طور کلی در مربع هر قطر نیمساز زاویه های دو سر آن قطر است؟ بله؛ چون سوابط هم هست.

تمرین



۱- آیا اثبات مسئله زیر معتبر است؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.

مسئله: در هر مثلث، اندازه زاویه خارجی با مجموع اندازه‌های دو زاویه داخلی غیرمجاور با آن برابر است.

اثبات: مثلث متساوی الاضلاع ABC را در نظر می‌گیریم.

می‌دانیم که مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است و زوایای

\hat{A}_1 و \hat{B} و \hat{C} هر کدام 60° است؛ بنابراین

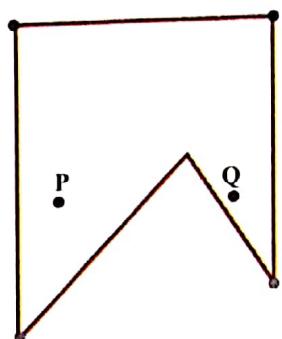
$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \rightarrow \hat{A}_2 = 180^\circ - \hat{A}_1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

unglef است. همچنان

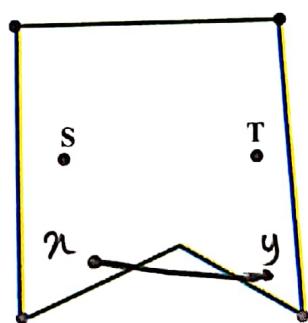
$$\hat{B} + \hat{C} = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

ها زاویه 60° درجه ندارند.

۲- در سال گذشته با تعریف چندضلعی‌های محدب آشنا شدیم. تعریف چندضلعی محدب را می‌توان بدین صورت هم آورد: «یک چندضلعی محدب است؛ اگر هر پاره خطی که دو نقطه دلخواه درون آن چندضلعی را بهم وصل می‌کند، به طور کامل درون آن چندضلعی قرار بگیرد.» هر ضلعی که محدب نباشد، مقعر است. آیا تشخیص‌های سه دانشآموز در مورد محدب و مقعر بودن چندضلعی‌های زیر و دلایلی که ارائه کده‌اند، با توجه به تعریف بالا درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.



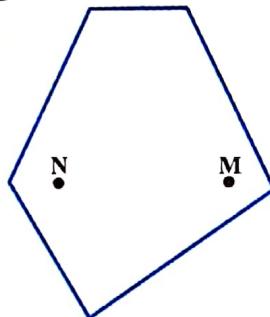
نرگس: چند ضلعی مقابل محدب نیست؛ زیرا نقاط P و Q درون آن قرار دارد اما پاره خطی که آنها را بهم وصل می‌کند، به طور کامل در آن قرار نمی‌گیرد. ✓



مهدیه: چند ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط T و S درون آن قرار دارد و پاره خطی که آنها را بهم وصل می‌کند، نیز به طور کامل در آن قرار دارد.

میان تعقیب رسم شده:

(برای تعقیب بیای حکم، تهابی میان کافیست)



مریم: چند ضلعی مقابل محدب است؛ زیرا نقاط M و N درون آن قرار دارد و پاره خطی که آنها را بهم وصل می‌کند، نیز به طور کامل در آن قرار دارد. ✓

۳- آیا استدلال های زیر درست است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

الف) با احتساب هر مستطیل يك متوازی الاضلاع است. ABCDEF مستطیل است. چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

ب) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند. $\left\{ \begin{array}{l} \text{همه ضلع های } ABCD, \text{ با هم برابر نیستند.} \\ ABCD \text{ مربع نیست.} \end{array} \right.$

ج) در هر مربع، ضلع ها با هم برابرند. $\left\{ \begin{array}{l} ABCD \text{ مربع نیست.} \\ \text{در چهارضلعی } ABCD \text{ ضلع ها برابر نیستند.} \end{array} \right.$

۴- ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز زاویه قرار دارد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.
یادآوری: فاصله یک نقطه از یک خط برابر است با طول پاره خطی که از آن نقطه بر خط عمود می‌شود.

راهنمایی: یک زاویه دلخواه بکشید و نیمساز آن را رسم، و یک نقطه روی این نیمساز مشخص کنید. ثابت کنید فاصله این نقطه از دو ضلع زاویه با هم برابر است و سپس دلیل آن را که این نتیجه برای همه نقاط روی نیمساز درست است، بیان کنید.

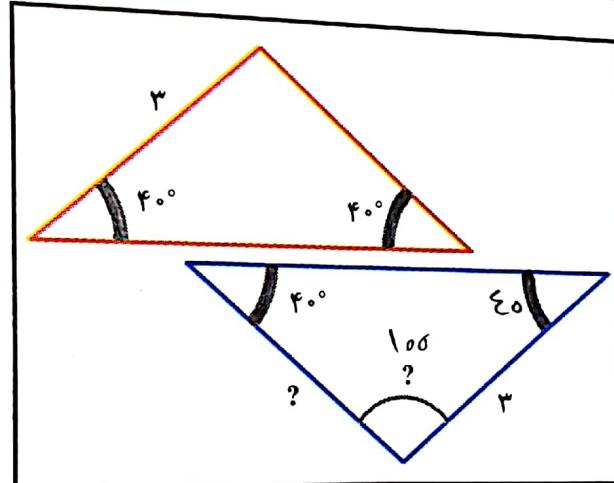
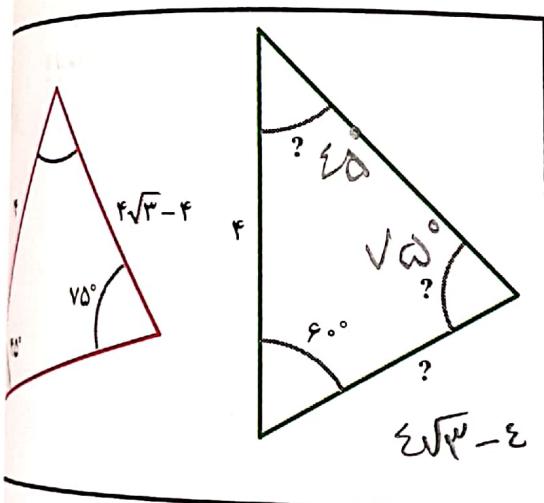
از نمادها

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

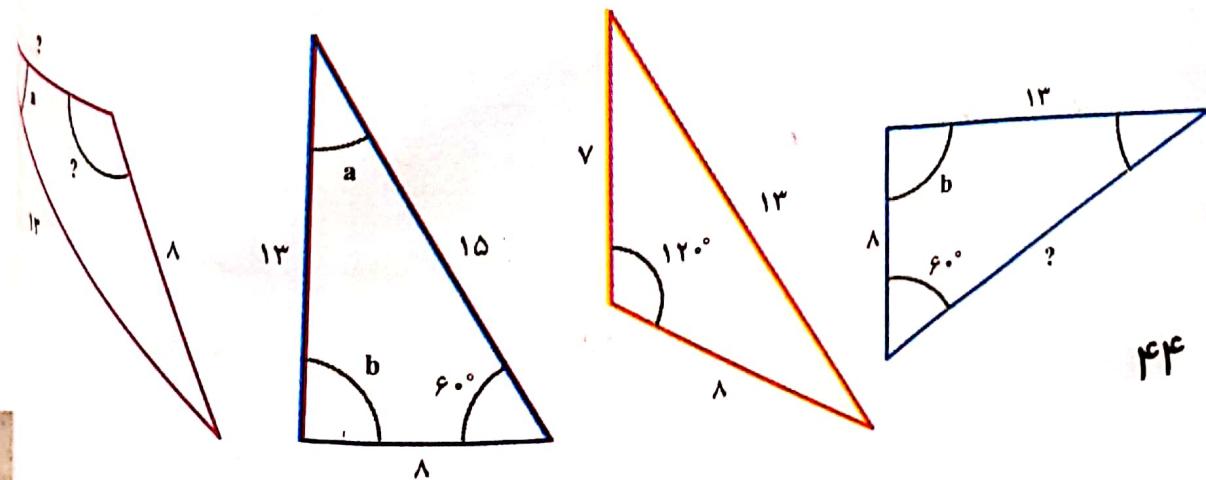
برای یادآوری، دو حالت دیگر همنهشتی مثلث‌ها و دو حالت همنهشتی ویژه مثلث‌های قائم را به همین صورت بیان کنید.

فعالیت

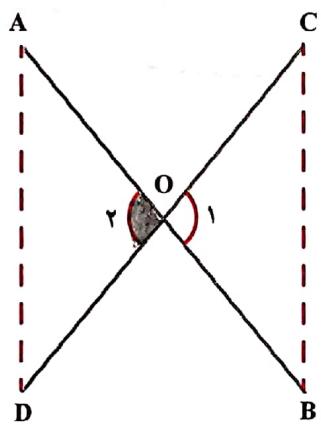
- ۱- در شکل‌های زیر، دو مثلث داخل هر کادر با یکدیگر همنهشت‌اند. اندازه پاره‌خط‌ها و زاویه‌های مجهول را روی شکل مشخص کنید:



- ۲- در شکل زیر چهار مثلث رسم شده که دو به دو با یکدیگر همنهشت‌اند. اندام همنهشت را مشخص کنید و سپس اندازه‌های مجهول را که با (?) مشخص شده، تعیین نماییه (زاویه) که با یک حرف مشخص شده با هم مساوی است).

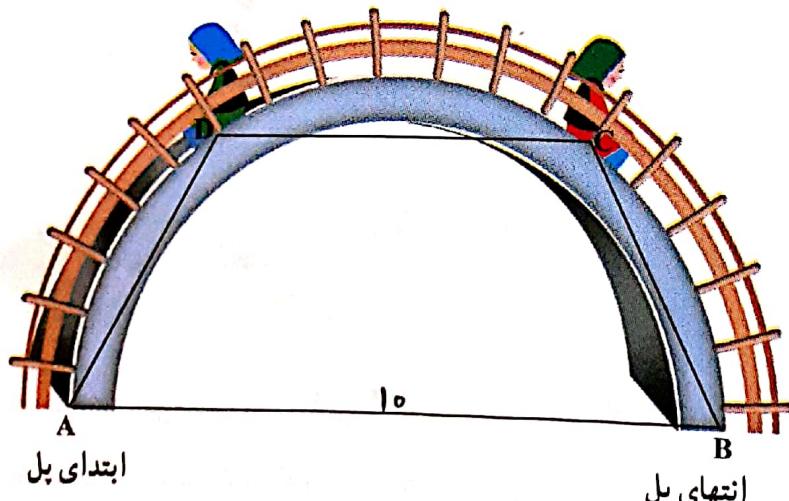


مثال : با رحل‌های قرآنی، حتماً آشنایی دارید. در نمونه‌ای از آنها دو لایه چوبی آن از وسط یکدیگر گذشته است. می‌خواهیم نشان دهیم که این تکیه‌گاه در هر وضعیتی که باشد، مطابق شکل، همواره فاصله دو لبه کناری آن در دو طرف با هم برابر است. به زبان ریاضی، یعنی در شکل زیر، فرض مسئله این است : $OA=OB$ و $OC=OD$ (چرا؟) و حکم این است : $AD=BC$. زوایای \hat{O}_1 و \hat{O}_2 برابرند (چرا؟)، پس مثلث‌های OBC و OAD همنهشت هستند و از آنجا درستی حکم به دست می‌آید؛ یعنی :



$$\left. \begin{array}{l} OA = OB \\ OC = OD \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OBC \cong \triangle OAD \Rightarrow AD = BC$$

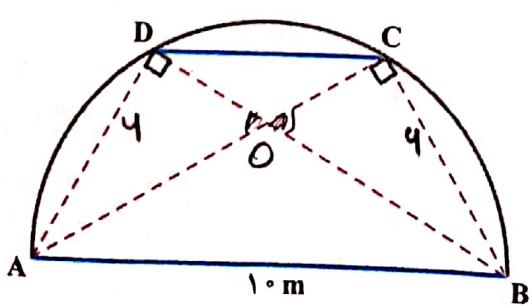
فعالیت



ابتداي پل

در تزدیکی منزل ترانه و شهرزاد، بوستانی هست که در آن یک پل فلزی به شکل نیم‌دایره وجود دارد بچه‌ها برای بازی از پله‌های آن بالا می‌روند. می‌دانیم فاصله ابتدای پل (نقطه A) از انتهای آن (نقطه B) ۱۰ متر است. ترانه روی پله C نشسته است که از انتهای

پل ۶ متر فاصله دارد ($BC=6$) و شهرزاد روی پله D نشسته است که از ابتدای پل همین مقدار فاصله دارد. آنها حدس می‌زنند که باید فاصله‌شان از پایه‌های مقابل برابر باشد؛ یعنی $AC=BD$. درستی حدس آنها را به دو روش ثابت کنید. (زعنز)



$$4^\circ = \hat{D} = \hat{C} \rightarrow$$

$$\Delta = \sqrt{12 - 4^2} = \overline{DB} = \overline{AC} \Leftarrow \text{پیش‌بینی}$$

۱- نشان دهید زاویه‌های \hat{C} و \hat{D} در شکل، قائم‌الخط است. طول‌های AC و BD را به کمک

قضیه فیثاغورس محاسبه کنید و نشان دهید: $\sqrt{AC^2 + BD^2} = 10$

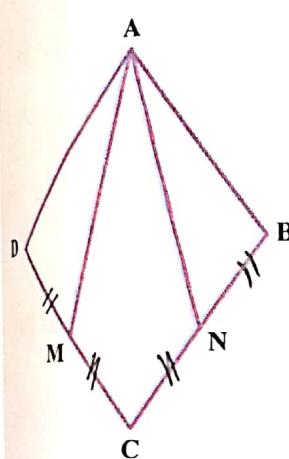
۲- به کمک همنهشتی مثلث‌های ACB و ADB ، نشان دهید $AC = BD$.

به این (و تر و تر ضلع) دلیل $\overline{AD} = \overline{AC}$ می‌توان نتیجه کرد.

فعالیت

در شکل مقابل $ABCD$ لوزی است و نقطه‌های M و N وسط‌های

اضلاع CD و CB هستند. می‌خواهیم نشان دهیم $\triangle ADM \cong \triangle ABN$



۱- با توجه به ویژگی‌های لوزی، تساوی‌های زیر را کامل کنید:

$$\left\{ \begin{array}{l} AD = AB = DC = BC, BN = NC \\ \hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}, DM = MC \end{array} \right.$$

حکم: $\triangle ADM \cong \triangle ABN$

۲- با توجه به نتیجه قسمت (۱) و تساوی‌های قسمت اول، ثابت کنید مثلث‌های ADM و ABN هم‌نهشت‌اند. (فرزنه)

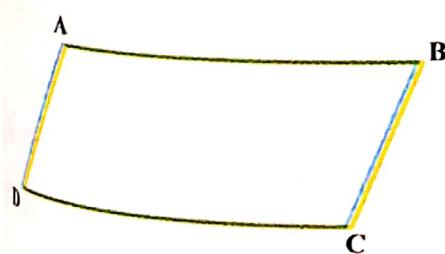
$$\overline{BC} = \overline{DC} \rightarrow \overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{BC} \rightarrow \overline{BN} = \overline{DM} \quad (1)$$

۳- حال با توجه به همنهشتی دو مثلث ADM و ABN ، اجزای متناظر آنها را بنویسید.

$$\overline{BN} = \overline{DM}, \overline{AN} = \overline{AM}, \overline{AD} = \overline{AB}$$

$$\hat{DAM} = \hat{BAN}, \hat{BNA} = \hat{AMD}, \hat{ABN} = \hat{ADM}$$

کار در کلاس



می‌خواهیم ثابت کنیم که در هر متوازی‌الاضلاع، مانند شکل روی‌برو، ضلع‌های مقابل، همواره با هم برابرند.

مفروضات و داده‌های مسئله چیست؟ تمام آنها را

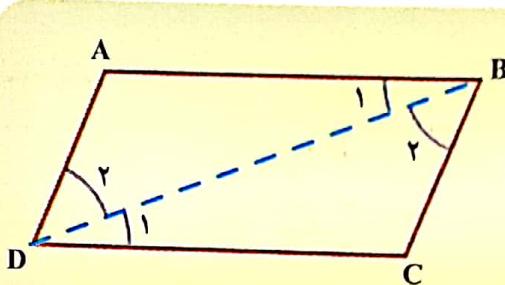
بنویسید: حکم مسئله چیست؟ نظر دو دانش‌آموز را درباره این مسئله بینند و به سؤال‌های مطرح شده پاسخ دهید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AD} \parallel \overline{CB}, \overline{DC} \parallel \overline{AB} \\ \text{فرض: } \begin{cases} 1- \text{متوازی‌الاضلاع} \\ 2- \text{زوايا دو به دو برابر} \end{cases} \\ \overline{AD} = \overline{CB}, \overline{DC} = \overline{AB} \end{array} \right. \quad \text{حکم: } \begin{cases} \overline{AD} = \overline{CB} \\ \overline{DC} = \overline{AB} \end{cases}$$

شهرزاد: معلوم است که ضلع های
رو به رو با هم مساوی است؛ با چشم
هم می توان دید!

شنبم: می دانیم که در تعریف متوازی الاضلاع،
برابری ضلع های رو به رو آورده شده است. علاوه
بر آن با اندازه گیری هم می توانیم این موضوع را
نشان دهیم.

- آیا می توانیم در حل مسائل هندسه فقط به چشم هایمان اعتماد کنیم؟ چرا؟ \rightarrow ابزار دقیق نیست
- به تعریف متوازی الاضلاع در کتاب سال گذشته مراجعه کنید. آیا برابری اضلاع مقابل در این تعریف وجود داشت؟ آیا اگر با اندازه گیری اضلاع مقابل، برابری آنها را بینیم، درستی حکم را ثابت کرده ایم؟ چرا؟ \rightarrow پس با اندازه گیری و میان زدن ابزار مناسب نیست.



ترانه: به نظر من باید دو مثلث هم نهشت
بیایم و با اثبات هم نهشتی آنها به برابری اضلاع
مقابل در متوازی الاضلاع برسیم؛ اما در شکل
دو مثلث نداریم، پس با اضافه کردن یک خط،
یعنی یکی از قطرها، دو مثلث ایجاد می کنیم.

اثبات را به صورت زیر کامل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD, \quad BD \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AD \parallel BC, \quad BD \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{D}_2 \\ \text{(ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CBD \quad (\text{از ض ز})$$

با توجه به هم نهشتی دو مثلث ABD و CBD، تساوی های زیر را کامل کنید.

$AD = \overline{BC}$ دیدیم که $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ است؛ بنابراین داریم:

$AB = \overline{DC}$ و $\hat{B}_2 = \hat{D}_2$ است؛ بنابراین داریم:

- چرا برای اثبات هم نهشتی مثلث های ایجاد شده، نمی توانیم از حالت های (ض ز ض) و (ض ض ض) استفاده کنیم؟ چون فرض نیست که بیان با این ۲ روش مکمل را صادر یا اثبات کرد.

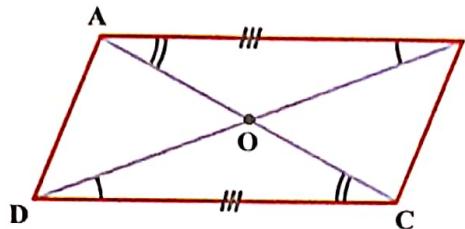
● با توجه به مباحث درس قبل (هندسه و استدلال) بگویید آیا می توانستیم همین نتیجه را با رسم

قطر AC به دست آوریم؟ بله؛ فرض خار مورد نیز را رسم.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_Y = \hat{B}_1, \quad \hat{B}_Y = \hat{A}_Y \\ \hat{A}_Y = \hat{A}_1, \quad \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_Y \\ \hat{B} = \hat{A}_1 + \hat{A}_Y \end{array} \right\} \hat{B} = \hat{A}$$

- از همنهشتی مثلث‌های ایجاد شده در متوازی‌الاضلاع، به جز برابری ضلع‌های مقابل، نتیجه دیگری هم درباره زاویه‌های متوازی‌الاضلاع به دست می‌آید؛ این نتیجه را بنویسید. در بالا صفحه ↑
- در هر متوازی‌الاضلاع زوایای متوافق روبرو، مساوی‌اند.

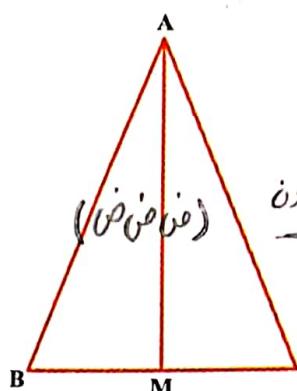
تمرین



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}AO = \hat{O}CD \\ \hat{A}BO = \hat{O}DC \\ AB = DC \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \triangle ABO \cong \triangle ODC \\ (\text{ضل.}) \end{array} \right\}$$

۱- ثابت کنید قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. یعنی در شکل مقابل نشان دهید: $OB = OD$ و $OA = OC$.

۲- ثابت کنید در هر مستطیل، قطرها با یکدیگر برابرند. (مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است!) در پاسخ صفحه ابیات سرمه



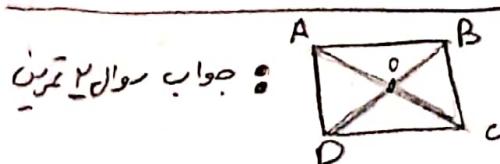
۳- در مثلث متساوی الساقین ABC، میانه AM را رسم کرده‌ایم.

مثلث‌های AMC و AMB به چه حالتی همنهشت‌اند؟ چرا AM نیمساز

زاویه \hat{A} است؟ چرا AM بر BC عمود است؟ اگر مثلث $\triangle ABC$ را نسبت به مکور بودن بungle $\triangle BCA$ قدرتیکنیم و از هر درست‌کنیم، خوبی ملائک خوشبختی هستند $\Rightarrow \hat{BAM} = \hat{MAC}$
برابر.

۴- از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنید. آیا اندازه این دو مماس با هم برابر است؟ درستی ادعای خود را نشان دهید. (راهنمایی: از مرکز دایره به نقطه‌های M، A و B وصل کنید.)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{R} = \text{ساع} \\ \overline{OM} = \overline{OM} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \triangle AOM \cong \triangle BOM \\ (\text{ضل.ضل.}) \end{array} \right\}$$

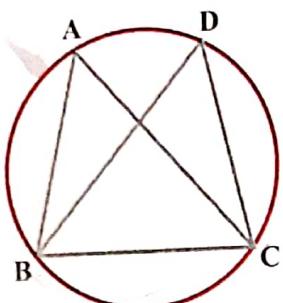


• جواب سوال تمرین

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}C \parallel \hat{AD}, \quad \hat{BC} = \hat{AD} \\ \hat{AB} \parallel \hat{DC}, \quad \hat{AB} = \hat{DC} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 90^\circ = \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} \\ \text{فرض} \end{array} \right\}$$

$\triangle ADC \cong \triangle BCD$ (ضل.ضل.)
به دلیل $\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \\ \overline{AD} = \overline{BC} \\ \overline{DC} = \overline{AB} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}$ ابیات:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BD} = \overline{AC} \\ \text{حکم:} \end{array} \right\} ۴۸$$



$$\widehat{DBC} =$$

در شکل مقابل می دانیم $AB=CD$
و $\widehat{AB}=\widehat{CD}$ چرا

۲- جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید:

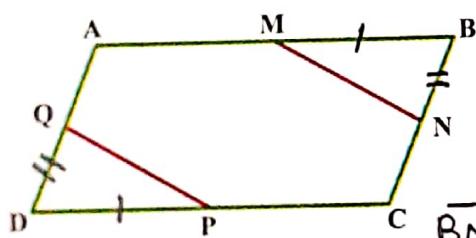
$$\widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$\widehat{BC} = \widehat{BC}$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = \widehat{CD} + \widehat{BC} \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

۳- چرا $AC=BD$ دلیل را خود کات بگفت!

تمرین



۱- در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع

است و M و N و P و Q وسطهای اضلاع متوازی الاضلاع اند، ثابت کنید:

$$\begin{aligned} \overline{BN} &= \overline{QD} \\ \overline{DP} &= \overline{MB} \\ \hat{B} &= \hat{D} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{متساوی} \\ \text{ضاد} \end{array} \right\} \checkmark$$

۲- در شکل مقابل O مرکز دایره است و AD و BC بر دایره

مماس اند، نشان دهید که AD و BC برابرند.

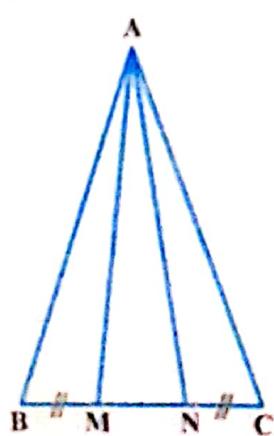
$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} (\text{متساوی}) \\ (\text{ضاد}) \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{CB} = \overline{AD}$$

$$\widehat{COB} \cong \widehat{AOD}$$

۳- در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی الساقین است و N و M

روی قاعده BC طوری قرار دارند که $BM=NC$.

نشان دهید مثلث AMN هم متساوی الساقین است.



$$\begin{aligned} \hat{C} &= \hat{B} \\ \overline{AB} &= \overline{AC} \\ \overline{BM} &= \overline{NC} \end{aligned} \quad \xrightarrow{\text{اینها صحت}} \quad \begin{aligned} \hat{B} &= \hat{C} \\ \overline{AB} &= \overline{AC} \\ \overline{BN} &= \overline{NC} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{متساوی} \\ \text{ضاد} \end{array} \right\} \widehat{ACN} \cong \widehat{ABM}$$

$$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN} \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_1 &= 90^\circ - \hat{B}_2 \\ \hat{A}_1 &= 90^\circ - \hat{B}_1 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B}_2 \\ \hat{A}_2 = \hat{B}_1 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} \hat{E} = 180^\circ - 90^\circ - \hat{B}_2 \\ \hat{F} = 180^\circ - 90^\circ - \hat{B}_1 \end{cases} \Rightarrow \hat{E} = \hat{F}$$

۴- در مستطیل ABCD، پاره خط‌های AF و BE

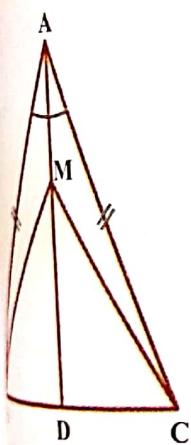
طوری رسم شده که دو زاویه A₁ و B₁ برابرند. ثابت کنید

$$\begin{aligned} \hat{A}_1 &= \hat{B}_1 \\ \overline{AD} &= \overline{BC} \\ \hat{E} &= \hat{F} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{مساوی اند.} \\ \triangle BCE \cong \triangle ADF \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{BE} = \overline{AF}$$

۵- نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده، برابر است:

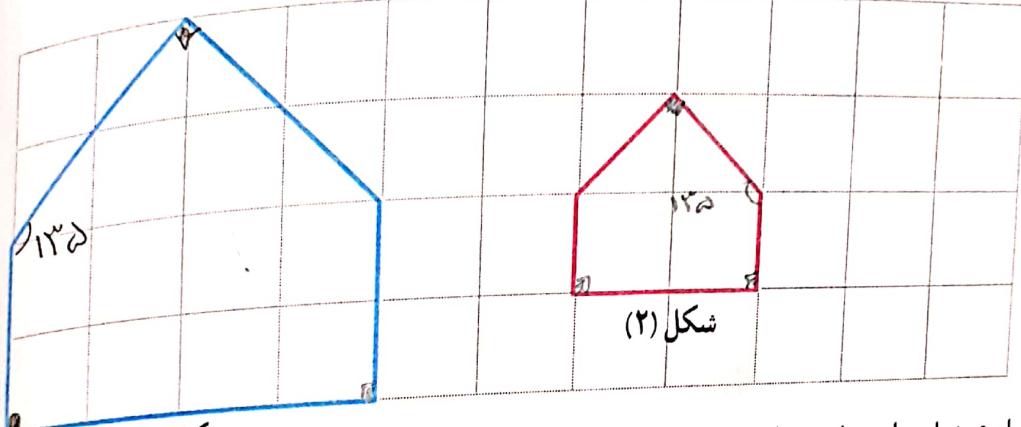
$$\begin{aligned} \overline{MC} &= \overline{MB} \\ \overline{MA} &= \overline{MC} \\ \hat{AMC} &= \hat{AMB} = 90^\circ + \hat{C} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ضلع} \\ \triangle AMC \cong \triangle AMB \\ MB = MC \end{array} \right.$$

مثراه بحد متداوله اند باشد، میلے ذکر شده هست حسنه .



فعالیت

۱- مربع‌های صفحهٔ شطرنجی زیر به ضلع یک سانتی‌متر است :



شکل (۱)

شکل (۲)

اندازهٔ ضلع‌ها و زاویه‌های هر دو شکل را بنویسید :
 شکل ۱ → چه رابطه‌ای بین ضلع‌های متناظر دو شکل وجود دارد؟
 شکل ۲ → چه رابطه‌ای بین زاویه‌های متناظر دو شکل وجود دارد؟
 اندازهٔ ضلع‌های شکل (۱) چند برابر اندازهٔ ضلع‌های شکل (۲) است؟ ۲ برابر

در صفحهٔ شطرنجی مقابل یک چند ضلعی رسم کنید
 و چند ضلعی دیگری مانند آن بکشید؛ به‌طوری که اندازهٔ
 ضلع‌هایش ۲ برابر شکل اول باشد.

۲- در تصویر زیر، نقشهٔ قسمتی از شهر تهران را می‌بینید. مقیاس نقشه ۱ به $1:100,000$ اقلاب و آزادی را پیدا کنید.



۳- شکل زیر را با دستگاه کپی کوچک کرده‌ایم. عدد روی دستگاه 50% را نشان می‌داد.
تصویر خروجی را شما رسم کنید.



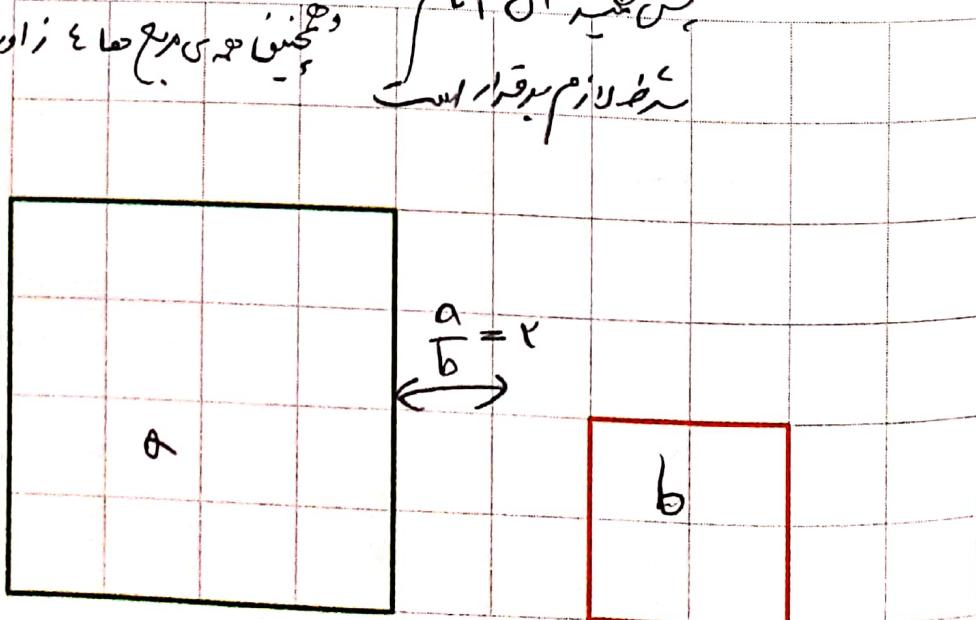
هرگاه در دو چندضلعی همهٔ ضلع‌ها به یک نسبت تغییر کرده باشد (کوچک یا بزرگ شده، یا بدون تغییر باشد) و اندازهٔ زاویه‌ها تغییر نکرده باشد، آن دو چندضلعی با هم متشابه‌اند.

کار در کلاس

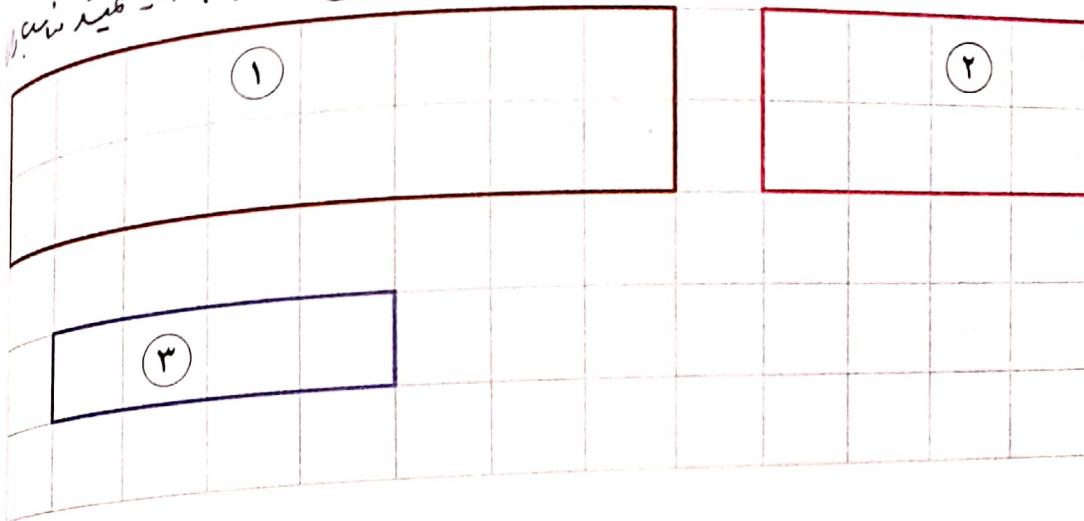
۱- آیا دو مربع زیر متشابه‌اند؟ اندازهٔ ضلع‌ها و زاویه‌های هر کدام را بنویسید. چه رابطه‌ای بین ضلع‌ها و زاویه‌های دو شکل وجود دارد؟

آیا می‌توان گفت هر دو مربع دلخواه با هم متشابه‌اند؟ چرا؟ بله چون هم‌اضلاع مربع A برابر هستند

و همچنین هم‌مساحت هستند

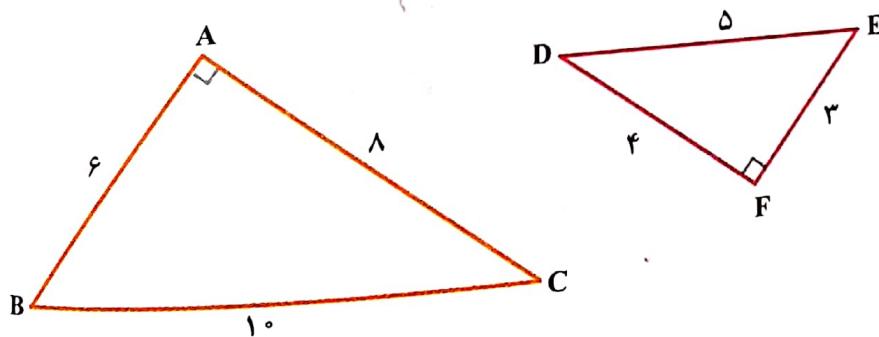


۲- از مستطیل‌های زیر کدام با هم متشابه‌اند؟ چرا؟
 آیا هر دو مستطیل دلخواه با هم متشابه‌اند؟ بله، نسبت اضلاع متناسب باز نداشته باشند.



فعالیت

دو مثلث زیر با هم متشابه‌اند. ضلع‌های متناظر و زاویه‌های متناظر را همنگ کنید.
 ضلع‌های متناظر را بنویسید. آیا سه کسر برابر به دست آمد؟ بله.



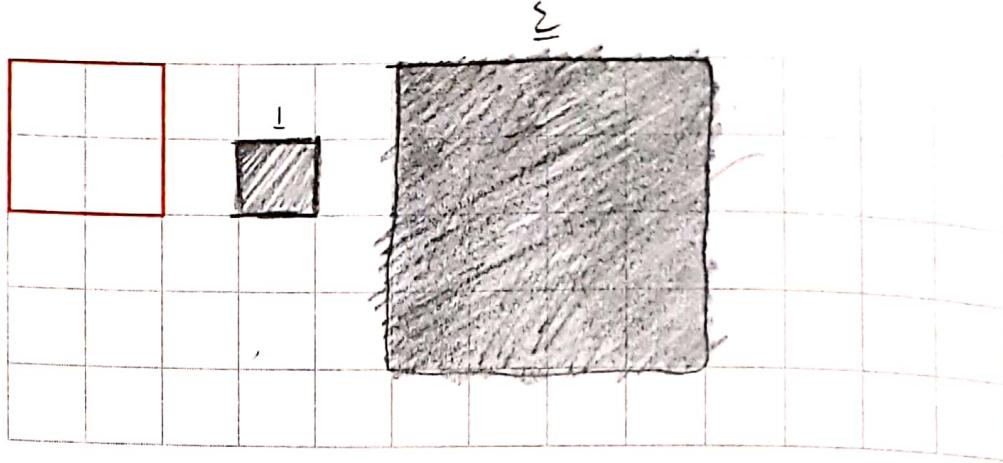
به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت تشابه می‌گویند.

کار در کلاس

۱- با توجه به مربع صفحه بعد، مربع دیگری رسم کنید؛ به گونه‌ای که نسبت تشابه دو مربع باشد. این سؤال چند پاسخ دارد؟ چرا؟

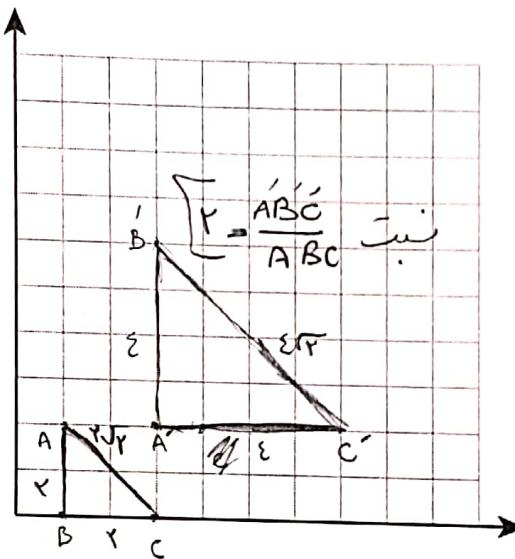
۵۶ ۱۰۰٪ مربع بزرگتر
 سه مربع کوچکتر ۳۳٪ مربع کوچکتر

وچهارمین ۳۳٪ مربع کوچکتر
 مربع کوچکتر ۳۳٪ مربع کوچکتر



۲

در صفحه مختصات، نقاط زیر را پیدا کنید:



$$A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad ABC$$

$$A' = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A'B'C'$$

طول ضلع‌های دو مثلث را بنویسید و تشابه آنها را بررسی کنید، در صورت متشابه بودن، نسبت تشابه را پیدا کنید.
نسبت در درجه اندازه طبق زاویه
نمایشگران، نسبت کسر فقره اند.

تمرین

۱- آیا هر دو شکل همنهشت با هم، متشابه نیز هستند؟

در صورت متشابه بودن نسبت تشابه چند است؟

۲- آیا هر دو لوزی متشابه‌اند؟ چرا؟ غیر، نیاز به زاویه برابر دارد.

۳- در یک نقشه، مقیاس $200:1$ است. فاصله دو نقطه روی نقشه $\frac{3}{5}$ سانتی‌متر است. فاصله

این دو نقطه در اندازه واقعی چقدر است؟

۵۰۰

۴- آیا هر دو مثلث متساوی الاضلاع متشابه‌اند؟ چرا؟ به، ماسه برعه هدود سرطان را دارند.

۵- آیا هر دو مثلث متساوی الساقین متشابه‌اند؟ چرا؟ ~~غیر~~ ~~زوايا همکن~~ است متن

۶- مثلث ABC به ضلع‌های ۴ و ۵ و ۸ با مثلث DEF به ضلع $1-x$ و $1+x$ و $7x+1$ با هم متشابه‌اند

(اندازه ضلع‌های مثلث‌ها، از کوچک به بزرگ نوشته شده است) مقدار x را پیدا کنید.

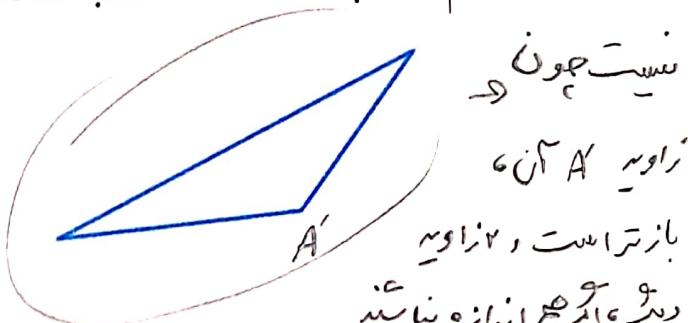
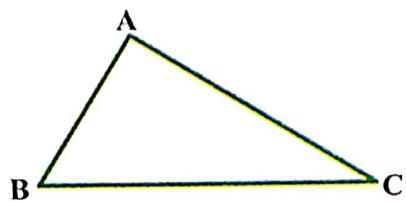
$$57 \quad \frac{1}{1-x} = \frac{4}{1+x}$$

$$n=1 \rightarrow 4x \Rightarrow n=9$$

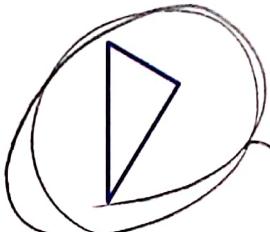
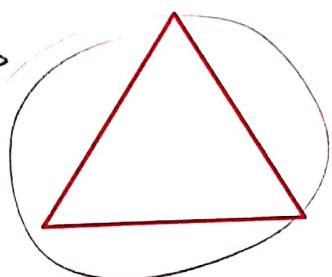
$$n+1 \rightarrow 1+x \Rightarrow n=9$$

$$n=9$$

هر قوالي حجم را فنت و مطالعه نياز
به ذكر شود است. هر نقاط تفاهه مرده د
نیز تفاهه دارد حالات طبق اس است:



حجم همچنانه و مطالعه تر
است.



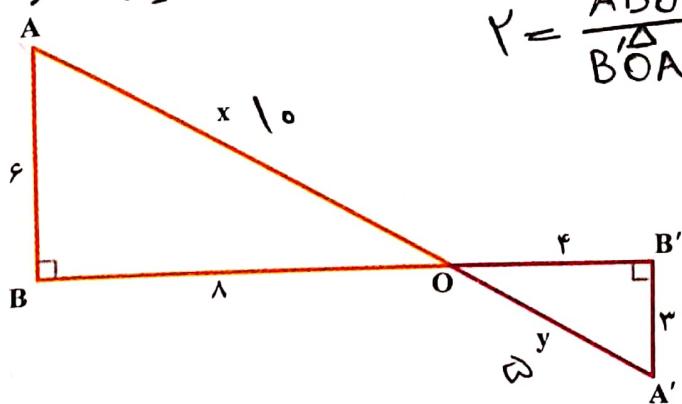
نیست جون
زاویه آن، بازتر است و لذا زاویه
دید، آنرا هم اندازه نباشد
اما کوچکتر از α و β است

چون موادر لایهم را
حجم را در

در شکل زیر

الف) مقادیر x و y را بباید (به کمک قضیه فیثاغورس)

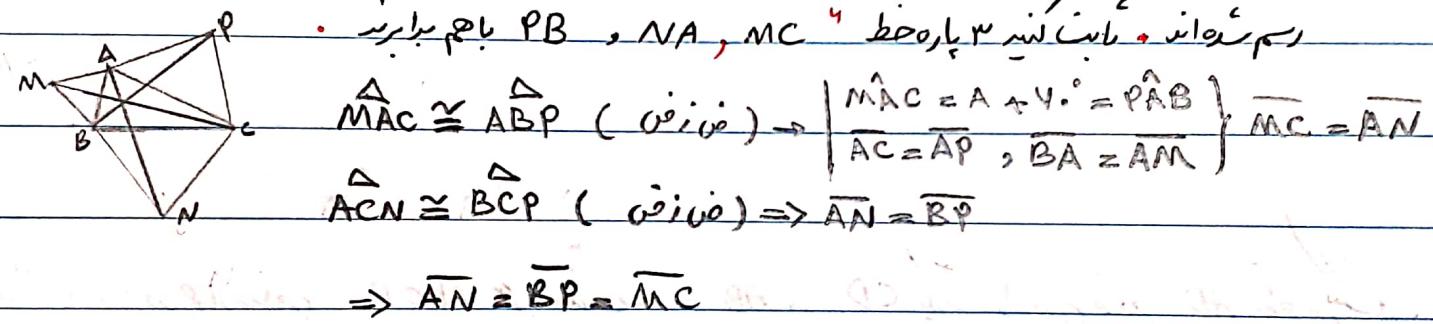
ب) آیا دو مثلث ABO و $A'B'O$ متشابه‌اند؟ چرا؟ بله؛ به دلیل دلجه ضلع‌ها که با فریب ثابت با
زراویه متناظر.



$$\text{نیت تاب} \quad \gamma = \frac{\triangle ABO}{\triangle B'OA'} \quad \gamma = \frac{6}{4}$$

« تطبيق » **مثال**

PAC, NBC, MAB (مقدار مسافر بين A, B) $\Rightarrow ABC$ **تساوي**: $\frac{P}{N} \approx \frac{M}{A}$



مقدار مسافر بين A, B (أي AB) **تساوي**: $\frac{P}{N} \approx \frac{M}{A}$

D, E على AC, BC مسافر بين O وبين AB **تساوي**

برهان؟

معانى معنون

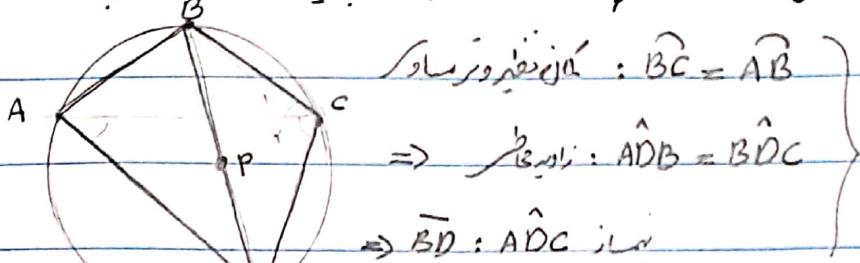
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{D}AO = \hat{A}DO, \hat{A}BO = \hat{B}OE \\ \Rightarrow \overline{BE} = \overline{EO}, \overline{AD} = \overline{OD} \\ \Rightarrow \overline{BE} + \overline{AD} = \overline{AD} \end{array} \right\}$$

$\overline{ED} = \overline{BE}$ بمعنون

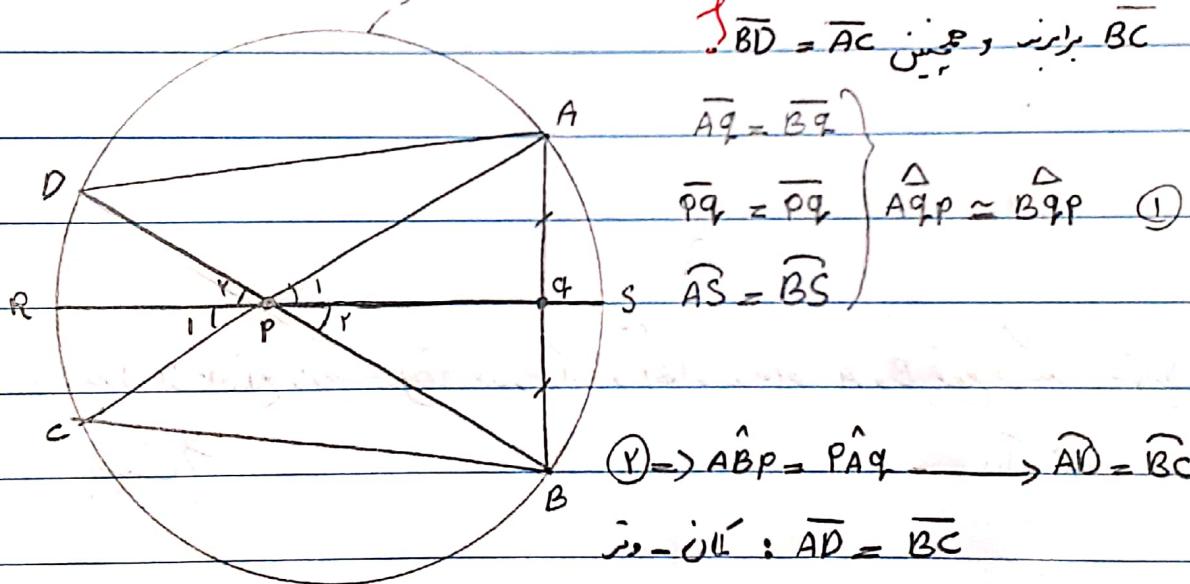
$\overline{AD} \approx \overline{BE}$

چهارضلعی ABCD در دایره متسطیل است اگر و تنها اگر $\overline{BC} = \overline{AB}$ و $\angle A = \angle C$ باشد.

باید ثابت شود که BD از دو بار خط CD ، AD بین انداده است؟



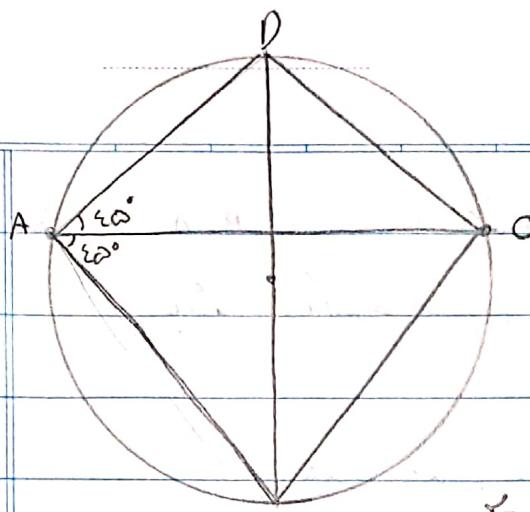
چهارضلعی ABCD در دایره متسطیل است اگر و تنها اگر \overline{RS} قطر دایره باشد و P روی طیله RS باشد. $\overline{BD} = \overline{AC}$ باشد و $\angle A = \angle C$ باشد.



$$\begin{aligned} \textcircled{1} \Rightarrow \widehat{ADC} &= \widehat{BCD} \\ \widehat{AP} + \widehat{DC} &= \widehat{BC} + \widehat{DC} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{BD} \\ \overline{AD} = \overline{BC} \end{array} \right.$$

چهارضلعی ABCD در دایره متسطیل است اگر و تنها اگر $\overline{AC} = \overline{BD}$ باشد.

باید ثابت شود که $\angle A = \angle D$ و $\angle B = \angle C$ باشد.



$$\hat{c} = A = 90^\circ$$

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_r = \varepsilon\Delta^\circ \rightarrow \widehat{DC} = \widehat{BC}$$

$$\text{پسچان} \Rightarrow \overline{DC} = \overline{BC} \quad ①$$

$$\text{证: } \begin{cases} \triangle BCD : \overline{BC}^r + \overline{CD}^r > \overline{BD}^r \\ \overline{CD}^r = \overline{CE}^r \end{cases} \Rightarrow \overline{BC}^r > \overline{BD}^r$$

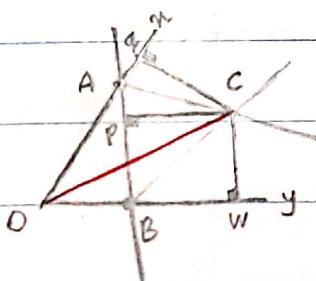
$$\Rightarrow r \cdot \bar{BC}^r = (4\sqrt{r})!$$

$$\triangle BAD : BA^r + 1^r = (4\sqrt{r})^r$$

$$\Rightarrow \bar{BA} = (\sqrt{VR_1}) = \sqrt{VI}$$

$$\text{解} \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = -1 + \sqrt{11} \\ y_3 = -1 - \sqrt{11} \end{cases}$$

مُرْكَب: مُركب از اتصال زوایی میان دو گروه B ، A باشد اینکه، میان دو گروه B ، A میانه ای نداشته باشد.

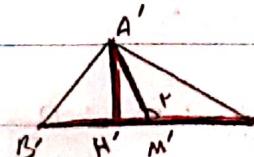
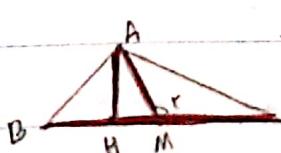


$$\bar{c}_q = \bar{c}_p = \bar{c}_w$$

$$\Rightarrow \text{من}: \bar{cq} = \bar{cw} \rightarrow \bar{oc} = \hat{noy}$$

James

صلیل: طبیعت این امر بی ضلع و میانه داشت (وارد برگان) با اینها رنگ نظر میگشت (میگزیر) برابر باشد، اخراج نمیشود.



اگر ہر ناصح تسلیم شدہ مارکس

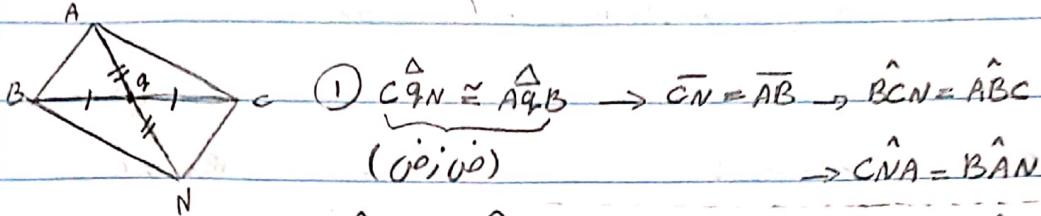
لئن سر جمیعت بردن میتوان

$$AMH \cong A'M'H' : \text{محل مثلث } A' \text{ يحسن شرط درجات} \\ \rightarrow m_f = m'_f$$

$$\hat{A}^{\hat{M}} C \cong A^{'\hat{M}'} C' : \quad \phi; \phi \rightarrow \bar{A} \bar{C} = \bar{A'} \bar{C}'$$

$$\Rightarrow \overline{B'C} = \overline{B'C'}, \quad \hat{c} = \hat{c'}, \quad \overline{Ac} = \overline{A'c'} \implies \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

صلیل ۱۳: دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ANC$ باز طرف M از هم دارند همچنین N (با اندازه خودش) تابت آنها برابر هستند.



2) $\triangle AQC \cong \triangle BQN \rightarrow \bar{BN} = \bar{AC} \rightarrow \hat{qAC} = \hat{qNB}$
 $(\text{ض}; \text{ض}) \rightarrow \hat{qCA} = \hat{qBN}$

نتیجه: $\left. \begin{array}{l} \text{که } \hat{ABN} = \hat{AB}, \hat{BN} + \hat{AN} \\ \text{که } \hat{ANC} = \hat{AB}, \hat{BN} + \hat{AN} \end{array} \right\} \hat{ABN} = \hat{ANC}$

صلیل ۱۴: دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ANC$ باز طرف M از هم دارند همچنین N را تشیل دهیم.

چند جنبه مسئله حداقت من توان یافته که روش آنها را در اینجا ببررسی کنیم.

$\triangle AMC \cong \triangle BMN, \triangle AMB \cong \triangle CMN$ (اینات در سوال قبل)

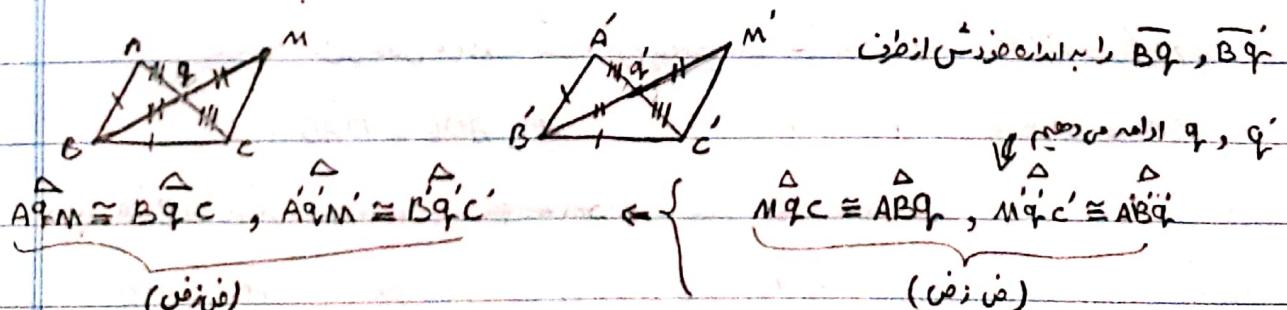
$\triangle ABN \cong \triangle ANC$ (اینات در سوال قبل)

$\triangle BCN \cong \triangle ABC$ (اینات مانند عبارت بالاست)

قبل من توان یافته

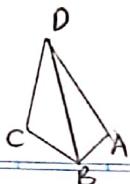
\Rightarrow

صلیل ۱۵: دو ضلع و یک میانه وارد بر ضلع سوم دو مثلث با اجزار نظریه دوست دیده باشند. میانه اینها خواهند بود.



خط اکبر AP \Leftrightarrow برای سه گونه هسته یافته شده و

$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ کلانه شرط} \\ \triangle A'BC' \cong \triangle A'P'B' \\ M'BC' = \triangle A'P'B' \end{array} \right\} \Rightarrow$ هسته مسئلہ بود (ض؛ ض)



صيغه ۱: دو مثلث ABCD دوست هستند. مثلث CDB متساوی الساقين.

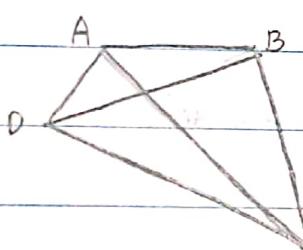
را تبرید و تبرید هر چهار رومت ب دوست است.

ب) $\hat{DCB} = \hat{DAB}$ میان DB میان زوایه ای که از خارج قطعه است \hat{BD}

(الف) $\hat{ABD} = \hat{CDB} \Rightarrow$ میان زوایه ای که از خارج قطعه است \hat{BD}

ب) $\hat{ABD} = \hat{CDB} \Rightarrow \hat{PBA} = \hat{DBC} = 45^\circ, \hat{APB} = \hat{CD} = 135^\circ$

صيغه ۲: دو مثلث ABCD دوست هستند که زوایه های خارجی هر دوی از زوایه های داخلی متساوی هستند.



میان زوایه های داخلی $\hat{ADC} = \hat{DAB}$ (الف)

میان زوایه های خارجی $\hat{DAC} = \hat{BDA}$ (ب)

میان زوایه های خارجی $\hat{ABD} = \hat{DCA}$ (ج)

میان زوایه های خارجی $\hat{ADC} : \hat{AC} \neq \hat{BAD} : \hat{BD}$ (د)

صيغه ۳: دو مثلث ABCD دوست هستند که زوایه های خارجی متساوی هستند.

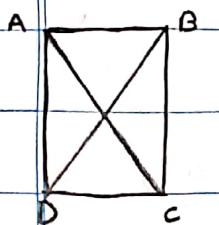
است. بلطف عبارت میگویند $\hat{AC} = \hat{BA}$ (طبعاً $\hat{AC} = \hat{BA}$) $\hat{DCA} = \hat{DBA}$ $\hat{ADC} = \hat{DAB}$ (الف)

ب) از میان دوست است $\hat{AC} = \hat{BA}$ و $\hat{BD} = \hat{CD}$ (ج)

میان زوایه های خارجی $\hat{ABC} = \hat{ACB}$ (ج)

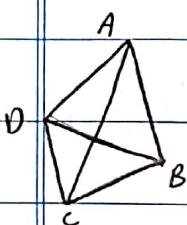
میان زوایه های خارجی $\hat{AC} = \hat{BA} \Leftrightarrow \hat{BD} = \hat{CD}$ (د)

ص ٥٣: $\triangle ABC$ متساوٍ لـ $\triangle ACD$ بـ $\triangle BCD$ $\triangle ABD$ $\triangle ABC$ $\triangle ACD$ $\triangle BCD$ $\triangle ABD$ $\triangle ABC$ $\triangle ACD$ $\triangle BCD$ $\triangle ABD$



$$BC = CD = DA \rightarrow AB \neq BC$$

لما يُراد إثبات زوايا متساوية $\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$



طبعاً $\angle C = \angle A$, $\angle DBC = \angle BDA$, $\angle DCB = \angle DBA$ ممكناً است $\triangle ABCD$

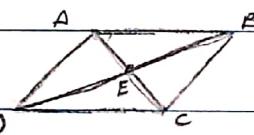
$$\Rightarrow BC = DA, DC = AB \rightarrow \triangle ABCD$$

$\angle B = \angle D$: متساوية $\angle C = \angle A$ $\angle DBC = \angle BDA$ $\angle DCB = \angle DBA$ $\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$ $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

\Leftrightarrow $\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$

ص ٥٣: ممكناً بـ $\triangle ABC$ $\triangle BDC$ $\triangle ABD$ $\triangle ACD$ $\triangle ABC$ $\triangle BDC$ $\triangle ABD$ $\triangle ACD$

«قطب» $\triangle ABC$ $\triangle BCD$ $\triangle ACD$ $\triangle ABD$ $\triangle ABC$ $\triangle BCD$ $\triangle ACD$ $\triangle ABD$

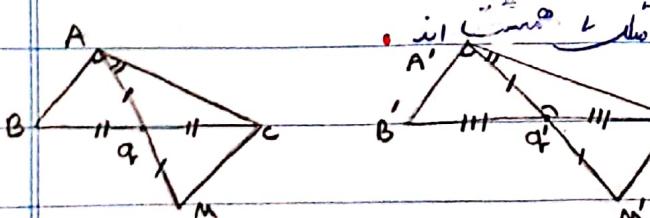


$\triangle ABC \cong \triangle BCD$ $\triangle ACD \cong \triangle ABD$

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{DC}$, مثل: $\hat{C} \neq \hat{B}$ (متساوٍ لـ $\triangle ABC$ $\triangle BCD$)

عذر على تقمي $\triangle ABC$ $\triangle BCD$ $\triangle ACD$ $\triangle ABD$

ص ٥٤: ثابت $\triangle ABC$ $\triangle A'BC'$ متساوٍ لـ $\triangle ABC$ $\triangle A'BC'$ $\triangle ABC$ $\triangle A'BC'$ $\triangle ABC$ $\triangle A'BC'$



$$\overline{AC} = \overline{B'C}, \hat{q}_1 = \hat{q}_2, \overline{AQ} = \overline{B'Q}$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow \triangle AQC = \triangle BQM, \triangle AQC \cong \triangle BQM$$

$$\overline{QC} = \overline{QB}, \hat{q}_3 = \hat{q}_4, \overline{AQ} = \overline{B'M}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \triangle AQB \cong \triangle B'MC, \triangle AQB \cong \triangle B'MC$$

$$\triangle ABC = \triangle A'BC' \left\{ \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{B'C}, \overline{MC} = \overline{AB} \\ \overline{AC'} = \overline{B'M'}, \overline{M'C} = \overline{AB'} \end{array} \right\} : \textcircled{1} + \textcircled{2}$$

(متوافق)

ASEMAN

مدوناتي: دراین سوال ما میانه هارا از لمحت خودشان برآورده همودشان آشند m و M را مدام داریم.

قضیّع: اگر جمله زیر درست است آن را ثابت نماید و اگر نادرست است مثال برکارن بخواهد.

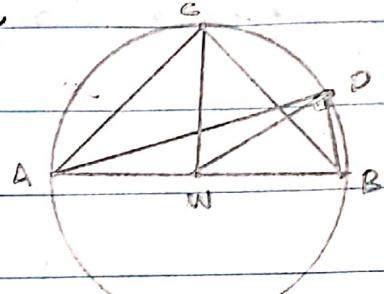
«اگر زاویه و طول میانه رسم شده از آن زاویه باشد متن

با اجراء نظر دیگر مطابق باشد آن بحث هست»

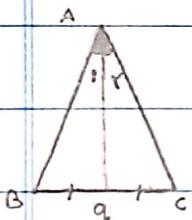
$$\text{فرض} \left\{ \hat{A} = \hat{A}', \overline{AM} = \overline{A'M'} \right\}$$

در این مثلث مطابق میانه مطالعه شده متن R دایره است.

و زاویه میانه اهم برابر \hat{A} و اضلاع \overline{AC} و \overline{AB} هست.



قضیّع: ثابت کنید اگر در یک مثلث میانه و نیاز برهم مطابق باشد آن مثلث متساوی رأیں است؟



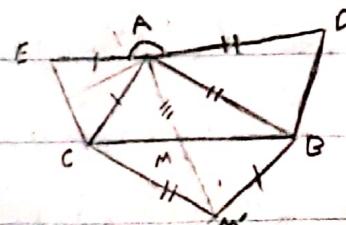
$$\triangle AQC \cong \triangle AQB \quad (\text{رون} \Rightarrow \overline{AC} = \overline{AB} \rightarrow \text{آن مثلث متساوی است})$$

$$\overline{AQ} = \overline{AQ}, \hat{A}_1 = \hat{A}_2, \overline{BQ} = \overline{CQ}$$

قضیّع: بازگشتهای $\triangle ABC$ را بازگشتهای $\triangle AQC$ و $\triangle AQB$ میان بین $\triangle ABC$ بازگشتهای $\triangle AMB$ بازگشتهای $\triangle AQC$ و $\triangle AQB$ ببریت

دون $\triangle ACE$ و $\triangle ABD$ از اگر دو مثلث $E\hat{A}\hat{B}$ و $D\hat{A}\hat{C}$ متساوی را باشند

$$\hat{A}\hat{B}\hat{C} + \hat{A}\hat{C}\hat{B} = \hat{E}\hat{A}\hat{D} \quad \text{آنچه ثابت نیست} \quad \overline{ED} = \overline{AM},$$



$$\triangle AMB \cong \triangle M'C' \quad \text{اثبات مسئله ۱}$$

$$\triangle AMC \cong \triangle BMM' \quad \text{قبل}$$

$$\Rightarrow \triangle ABM' \cong \triangle ACM' \Rightarrow \overline{AC} = \overline{M'B} \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AD} \quad (\text{فرض}) \\ \overline{EA} = \overline{CA} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \overline{BCM'} = \overline{ABC} \quad \left\{ \begin{array}{l} \overline{EA} = \overline{CA} \Rightarrow \overline{CA} = \overline{MB} \\ \overline{CA} = \overline{MB} \end{array} \right.$$

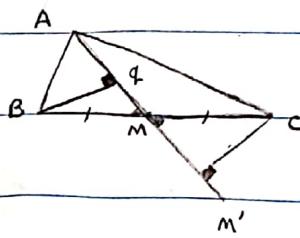
$\hat{A}\hat{B}\hat{M}' : \hat{A}\hat{M}'$: زاویه ساقطر

$$\hat{A}\hat{B}\hat{M} = \hat{E}\hat{A}\hat{D} \Rightarrow \hat{E}\hat{A}\hat{D} = \hat{A}\hat{B}\hat{C} + \hat{A}\hat{C}\hat{B}$$

$$\hat{A}\hat{B}\hat{M} = \hat{A}\hat{B}\hat{C} + \hat{A}\hat{C}\hat{B} : \text{طرفی}$$

$\hat{E}\hat{A}\hat{D} : \hat{E}\hat{D}$: زاویه ساقطر

محل م: ثابت نیز درست، دوسری صفحه از میانه وارد بران صفحه طبقه بیان / طرز.



برای اثبات آن، همچنان $\triangle BQM \cong \triangle M'MC$

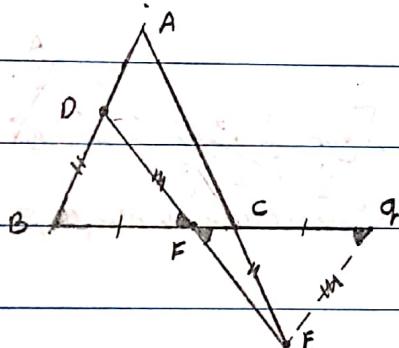
قرار دهیم:

$$\hat{C}M'M = q \hat{M}B, \bar{MC} = \bar{MB} \quad (\text{فرضیه})$$

$$\Rightarrow \triangle BQM \cong \triangle M'MC \quad (\text{درایه زاوی})$$

محل م: بُوس A به این اثبات است نظر دهیم AB را در خط D را در

DE ، BC را از طرف C به اندار خود BD استاد دهیم تا بین خط E برسم آنچه بخواهد



نظر F باشد $\triangle CFE$ نگاه مایل است

$$\bar{DB} = \bar{CE}, \bar{CQ} = \bar{BF}, q \hat{C}E = \hat{DBF}$$

$$\Rightarrow \triangle CQE \cong \triangle BDF$$

$$\Rightarrow \bar{DF} = \bar{EQ}, \hat{BFD} = \hat{CQE}$$

$$\Rightarrow \bar{FE} = \bar{EQ}$$

$$\Rightarrow \bar{FE} = \bar{DF}$$

محل م:

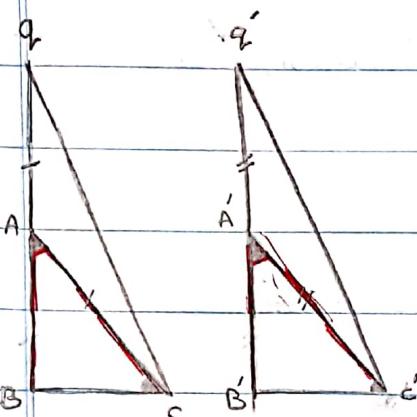
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2, \bar{AH} = \bar{AH}, \hat{AFH} = \hat{AEH}$$

$$\Rightarrow \triangle AFH \cong \triangle AEH$$

از طرفی: $\bar{CF} = \bar{CQ}$ (فرضیه) \bar{FQ} نیز بتوانیم:

$$\Rightarrow q \hat{CD} \cong \triangle DBE \quad (\text{iii})$$

$$\Rightarrow \bar{BE} = \bar{CQ} \rightarrow \bar{BE} = \bar{CF}$$



$$\hat{C'A'B'} = \hat{CAB}, \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{A'B'} + \overline{B'C'}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle B'Cq$$

$$\Rightarrow \hat{CAB} = \hat{A'qC} + \hat{ACB} \rightarrow \hat{C'A'} = \hat{A'qC'} + \hat{A'C'B'}$$

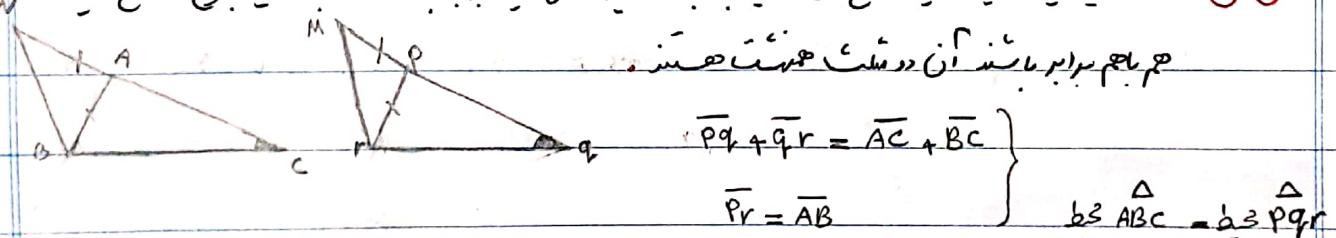
$$\text{أو بخطاب} \rightarrow \hat{CAB} = \hat{q}, \text{أو بخطاب} \rightarrow \hat{C'A'} = \hat{q}$$

$$\hat{CAB} = \hat{C'A'} \rightarrow \hat{q} = \hat{q}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \triangle B'Cq &\cong \triangle B'C'q' \quad (\text{iii}) \\ \Rightarrow \overline{BC} &= \overline{B'C'} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \Rightarrow \triangle ABC &\cong \triangle A'B'C' \\ \end{aligned} \right\}$$

البرهان: ثابت كيفر زاويه حاده از هر هندئ تمام الزاويه با زاويه حاده متساظري شد و جمیع اضلاع این زاويه با جمیع اضلاع زاويه متساظري شد برابر باشد لآن هندئ هندئ است با هندئ متساظري.

برهان: فرض كيفر زاويه و برهن كيفر مطلع آن زاويه با اجزاء نظير هندئ دير برابر باشد ثابت كيفر مطلع ۲ ضلع دير



$$\overline{pq} + \overline{qr} = \overline{AC} + \overline{BC}$$

$$\overline{pr} = \overline{AB}$$

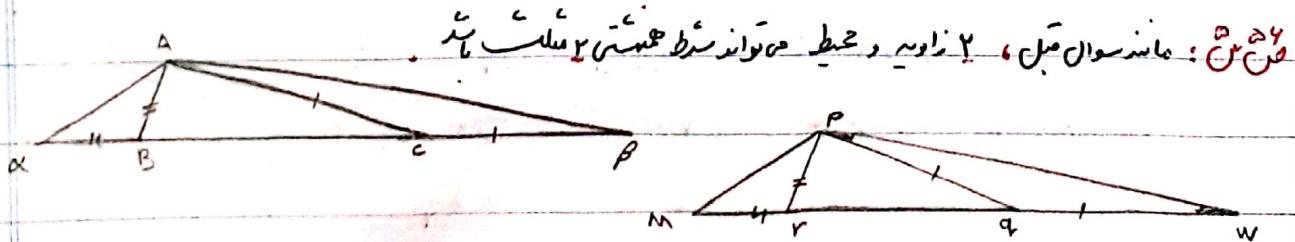
$$\triangle ABC \sim \triangle pqr$$

$$\overline{qm} = \overline{cw}, \hat{c} = \hat{q}, \overline{bc} = \overline{rq} : \text{انظرف} \} \Rightarrow \hat{m} = \hat{w} = \hat{prm} = \hat{abw}$$

$$\Rightarrow \triangle wcb \cong \triangle qmr$$

$$\Rightarrow \overline{cp} = \overline{rq} = \overline{rm} = \overline{ba}$$

$$\Rightarrow \triangle abc = \triangle rppq \quad (\text{iii})$$

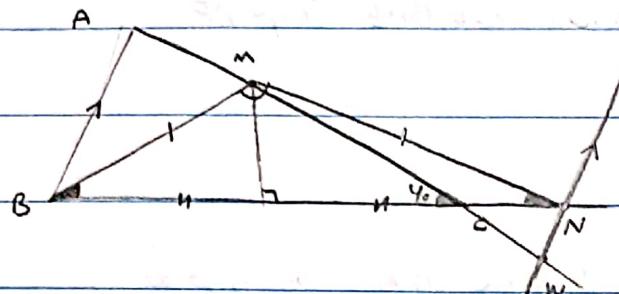


$$\hat{acb} = \hat{pqr}, \hat{abc} = \hat{prq} \iff \frac{\hat{abc}}{\hat{r}} = \frac{\hat{acb}}{\hat{r}} = \hat{\beta} = \hat{pac} = \hat{wpr} = \hat{w} : \text{اسندها را در}$$

$$\overline{ab} = \overline{pr} \iff \left\{ \begin{array}{l} \hat{acp} \cong \hat{pwm} \iff (\text{بنجذب}) \overline{mw} = \overline{ab} \\ \hat{pmr} \cong \hat{abx} \\ \hat{pqr} \cong \hat{acb} \end{array} \right. \iff$$

$$\text{ASEMAN } \hat{abc} \cong \hat{pqr} \iff \left\{ \begin{array}{l} \hat{pqr} \cong \hat{acb} \\ \hat{pqr} \cong \hat{abc} \end{array} \right. \iff$$

مربع س ٤٧
نحوه اثبات مکمل نه
نحوه اثبات مکمل نه
نحوه اثبات مکمل نه

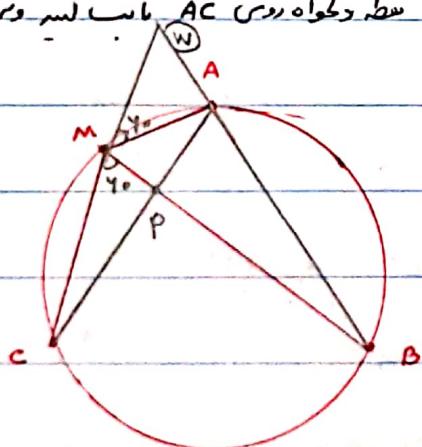


$$\overline{AM} = \overline{CN}, \overline{BM} = \overline{NM}$$

نحوه اثبات مکمل نه
نحوه اثبات مکمل نه

$$\left. \begin{array}{l} \hat{M} \hat{N} \hat{W} = 40^\circ + \hat{M} \hat{B} \hat{N} \\ \hat{A} \hat{M} \hat{B} = 40^\circ + \hat{M} \hat{B} \hat{N} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{W} = 40^\circ \\ \overline{MB} = \overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MCN \cong \triangle AMB$$

مربع س ٤٨
نحوه اثبات مکمل نه
نحوه اثبات مکمل نه



نحوه اثبات مکمل نه
نحوه اثبات مکمل نه

نحوه اثبات مکمل نه

$$\hat{W} = \hat{A} \hat{M} \hat{W} \quad ①$$

نحوه اثبات مکمل نه

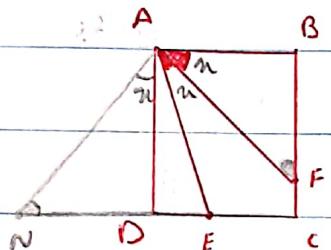
$$\hat{P} \hat{M} \hat{C} = \hat{P} \hat{M} \hat{A} = 40^\circ \Rightarrow \hat{A} \hat{M} \hat{W} = 40^\circ$$

$$① : \hat{W} = 40^\circ \Rightarrow \hat{A} \hat{W} \hat{M} \Rightarrow \triangle AMW \cong \triangle BMA$$

نحوه اثبات مکمل نه

$$\overline{AM} = \overline{MW}, \overline{AC} = \overline{AB}, \hat{B} \hat{M} \hat{W} = \hat{C} \hat{M} \hat{A} = \hat{B} \hat{M} \hat{A} + 40^\circ$$

مُعَدِّل مُسْتَقِلٌ: $\overline{BF} + \overline{DE} = \overline{AE}$ تَبَيَّنَ بِهَذَا أَنَّ $\triangle BAE$ يُمْكِنُ AF



$$\hat{EAD} = 90 - m$$

(أَنْظُرْ) $\overline{BF} = \overline{DN}$ ، $\overline{AD} = \overline{AB}$ ، $\hat{B} = \hat{D}$

$$(\text{لِهَذِهِ}) \Rightarrow \triangle ADN \cong \triangle BAF \rightarrow \hat{DAN} = \hat{n}$$

$$\hat{ADN} = 90^\circ - \hat{N} \quad \hat{N} + \hat{m} = 90^\circ \rightarrow \hat{N} = 90 - m$$

$$\rightarrow \hat{N} + \hat{n} = 90^\circ \rightarrow \hat{n} = 90 - m$$

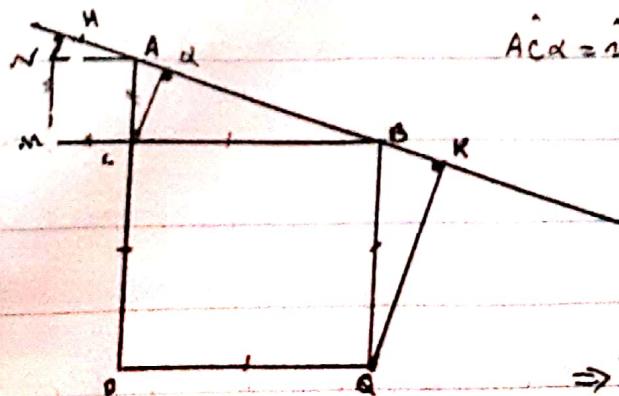
$$\left. \begin{array}{l} \hat{AEN} : \hat{EAN} = 90 - m + n \\ \hat{N} = 90 - m \end{array} \right\} \hat{EAN} = \hat{n} \quad \text{لِهَذِهِ} \Rightarrow \hat{AEN} :$$

$$\Rightarrow \hat{AEN} : \text{متَابِعُ المَاقِمِ}$$

$$\Rightarrow \overline{AE} = \overline{EN} = \overline{BF} + \overline{DE}$$

مُسْتَقِلٌ: $BCPQ$ ، $ACMN$ مُسْتَقِلٌ BC ، AC تَعْصِيمٌ $\triangle ABC$ مُسْتَقِلٌ A

$NH + QK = AB$ تَبَيَّنَ بِهَذَا $AB = NH + QK$ بِإِسْتِادِ $NH \perp QK$



$$\hat{A} \hat{C} \hat{\alpha} = \hat{n} , \hat{A} \hat{C} \hat{B} = \hat{y} \rightarrow \hat{A} \hat{C} \hat{c} = \hat{y}$$

$$\Rightarrow \hat{A} \hat{B} \hat{C} = \hat{n} , \hat{K} \hat{B} \hat{Q} = \hat{y} , \hat{K} \hat{Q} \hat{B} = \hat{n}$$

$$\Rightarrow \triangle BKQ \cong \triangle ABC \text{ (لِهَذِهِ)}$$

$$\Rightarrow \hat{A} \hat{H} \hat{N} \cong \hat{A} \hat{C} \hat{c} \text{ (لِهَذِهِ)}$$

$$\Rightarrow \overline{NH} = \overline{Ac} , \overline{AB} = \overline{QK}$$

$V_0 = \hat{ABC}$ و $\hat{C}D = \overline{BC} = \overline{AB}$ معاً $\hat{ABC}D$ \cup $\hat{C}D$ \rightarrow $\hat{ABC}D$ \cup $\hat{C}D$ \rightarrow $\hat{ABC}D$

$\angle B\hat{A}D = \angle C\hat{D}B$ حجور است .

$$\hat{CBM} = 10^\circ \rightarrow \hat{BCM} = 180^\circ - \hat{BMC} = \hat{MCD} \quad : \text{ما هي المقدار}$$

$$\Rightarrow (\phi; \psi) : \overset{\Delta}{\text{BCM}} \vdash D \hat{\text{C}}M$$

$$\Rightarrow \hat{A}D = 14^\circ \rightarrow \hat{M}D = \hat{MDA} = 14^\circ$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BAD} = \gamma_0 + \gamma_1 - \lambda \vec{\alpha}$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \Rightarrow \text{Line } \overline{AC} \text{ is } B$$

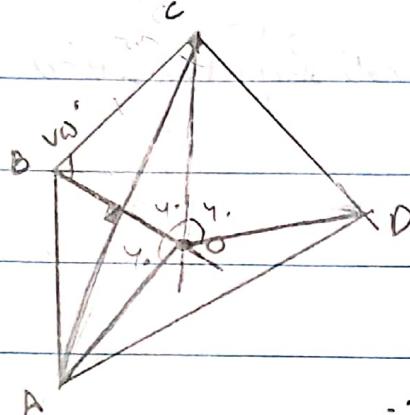
لهم اصلح عالمن

$$\overline{BC} = \overline{CD} \sim \text{and } \overline{BD} \text{ is } c$$

$$\overset{\Delta}{ABO} \cong \overset{\Delta}{BCO} \cong \overset{\Delta}{ACO} \text{ (sss)} \quad \text{or} \quad \text{AAS}$$

$$\hat{O}AB = \lambda \rho^\circ \rightarrow \hat{D}AB = \lambda \tilde{\alpha}^\circ$$

ضلع



$\triangle BCD$: ضلع $\overline{OC} \cong \overline{BD}$ ضلع

$$\Rightarrow \overline{OD} = \overline{OB}, \overline{OC} = \overline{OC}$$

$$\angle DCB = \angle BCO = 20^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \triangle BCO \cong \triangle BCO \cong \triangle COO \\ \triangle BCO \cong \triangle BCO \cong \triangle COO \end{array} \right.$$

$$\angle CBD = \angle OBA = 50^\circ \quad (\text{ضلع})$$

مقدار: زاویه ۴۰ درجه

ابتدا \overline{AD} است.

ضلع: $\triangle ABC$: ضلع $\overline{BC}, \overline{AB}$ را مفهوم کنید را در نقطه H قطع کردند اگر در

امتداد ضلع AC ، \overline{BC} ، \overline{AB} به ترتیب سطوح P ، Q را باشند اثبات کنید که

برابر شوند آنگاه ثابت کنید زاویه \overline{PHQ} 60° است.

$$m + y = 40 \rightarrow m + y = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AHC \cong \triangle CHQ \quad (\text{ضلع ضلع})$$

$$\Rightarrow \angle QCH = n$$

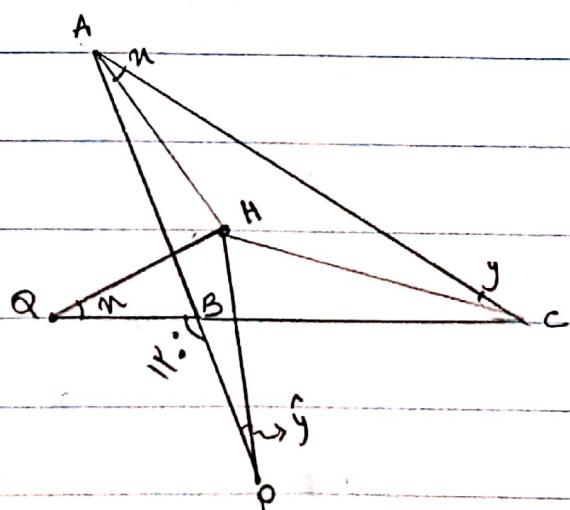
$$\Rightarrow \triangle AHC \cong \triangle AHP$$

$$\Rightarrow \angle APH = y$$

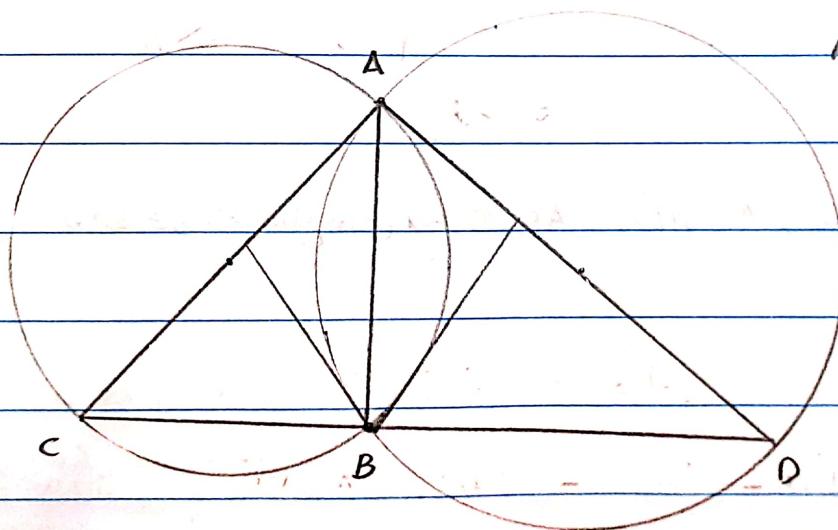
ضلع ضلع: $\triangle PHQ$:

$$\angle QBP - (\angle HQB + \angle HPB) = \angle QHP$$

$$\Rightarrow \angle QHP = 180^\circ - (m + y) = 90^\circ$$



دو دایره می‌باشد که دو قطعه AC و AD از دایره اول و قطعه بزرگ BC از دایره دوم

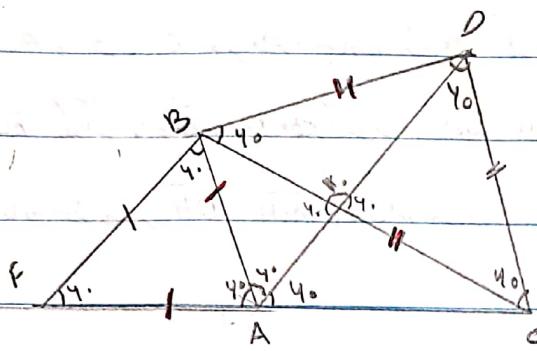


$$\hat{ABD} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\hat{ABC} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

D, B, C
مرتب
با



سوانچہ صنعتی

فہرست

$$\overline{AB} < \overline{BE}, \quad \overline{EC} = \overline{AB} + \overline{AC}, \quad \overline{AD} = \overline{AB} + \overline{AC}$$

$$\text{BAD} = \text{F}$$

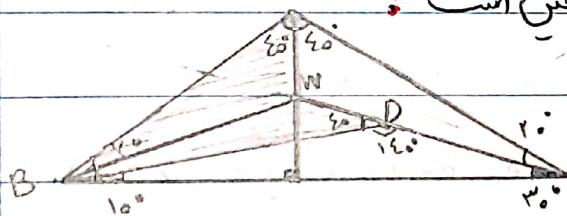
ABC

و BDC \cong CED

in $\angle A$ of $\triangle BDC$ since $\angle A$ is a vertical angle to $\angle C$ in $\triangle FBA$ and

$\hat{D}BC = 10^\circ$ نماینده صفر موارد دارد. $A = 10^\circ$, $\overline{AB} \perp \overline{AC}$. $\hat{ABC} = -\frac{14}{10}$ من

؟ متساوی دو مثلث ADB و DCB هستند. $\angle A = \angle C = 30^\circ$



$$PBA = \Sigma^*$$

نـ CD نـ جـ مـ لـ مـ رـ مـ اـ

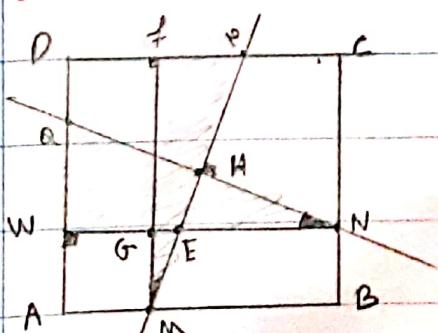
$$\hat{B} \hat{A} \hat{W} = \hat{\Sigma} = \hat{A} \hat{B} \hat{D}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BA} = \overline{CA} = \varepsilon_0^\circ, \overline{WA} = \overline{WA} \rightarrow \overline{AWC} \cong \overline{AWB}$$

$$\Rightarrow \hat{DBW} = \varphi_0 \rightarrow \hat{WBA} = \varepsilon_0 - \varphi_0 = \varphi_0 \Rightarrow \hat{WAM} \cong \hat{WBD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BD} \checkmark$$

(why)

الثانية: دوّن خط عمودي رقم صلّح حاسّ مع ABCD راسينه M , N , P , Q .



$$\hat{H}NE = \hat{E}^M G \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} fM = \overline{DA} = \overline{WN} \\ QNW = fMP \end{array} \right\} \Rightarrow QNW \cong fPM$$

(so)

$$\checkmark \quad \overline{mp} = \overline{qn}$$

ص ۴۳: جو امثلہ رسم نہ دیں، باعث ہے اب میں کیا؟ نظر ناوجہا صدق میں کہنا صدق تھا اور ناظر ان ناوجہا

باعث برابر نہیں۔

ب) تعریف سھرم درایلہ بائی بار دست است؟

مثال ۲: مستطیل ABCD را درنظر بگیرید، $\frac{CE}{BC}$ در صفحہ مساحت رسم شد چون کہ $CE = BC$ برابر
عمر محمد مصنف ل AB عرضی F رخورد کرده است آنکہ تو ان میں کردہ
راوجہ های FCE، FCB برابرند۔

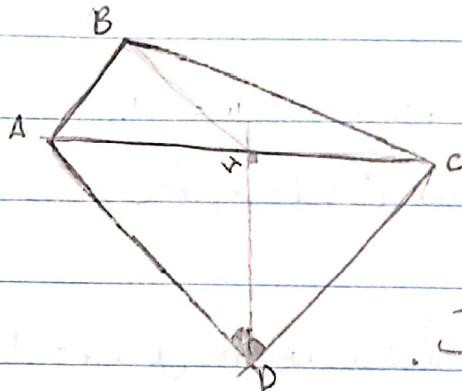
لکھ کر داداں است کہ معظہ C متر است FE متر است } راجح صدقی : ←
و مساحت ایکی دو معظہ C متر جب افتاده . } ←
(مثل باید دین کئیہ شود)

راوی کیا صحیح ملک نہیں۔ ←

$\triangle ACD$

صلیل ۳: مسئله ABC در صفحه AC و خارج از شکل مسئله متساوی الاضلاع است

نایت کنید BD سمتار $\triangle ABC$ است.



راهنمایی: اینجا مسئله است: چون DH دلیل

مسئله $\triangle BHD$ متساوی از پاره خط DH

پاشند BH بدل پاره خط BC است.

که باعث مسئله $\triangle ABD$ متساوی نشود!

صلیل ۴: نایت کنید BC مسئله متساوی الاضلاع است.

چرا مسئله است: در تمام مسئله های رسمی و معمولی مسئله $\triangle ABC$ را بقایع می کنند پس حالت

این رسمی نیست: در حالت ۳ آنکه K را میتوان بگیریم، نقطه K در امتداد صفحه AC است و H درون

مسئله است: پس DK بدل HK می شود.

برای اثبات $\triangle ADC \cong \triangle ABD$ از این دو خط موارد را باید پس مسئله های

نهایی: $\triangle ABC$ متساوی الاضلاع مسئله

آن دو خط موارد می باشد: ۱- صفحه BC بقایع باشد.

در حالت ۱: $\triangle AHD \cong \triangle ADK$, $\triangle BHD \cong \triangle DKC$

پس مسئله بقایع باشد.

$\Rightarrow \triangle ABC$: متساوی الاضلاع ۳: متساوی الاضلاع

۲- بیرون مسئله بقایع باشد.

$$DH = DK \rightarrow DB = DC$$

$$\triangle ABD \cong \triangle ADC, \triangle HBD \cong \triangle DKC$$

۱- $\triangle AHD \cong \triangle ADK$: متساوی الاضلاع

$$\triangle DRC \cong \triangle HDB$$



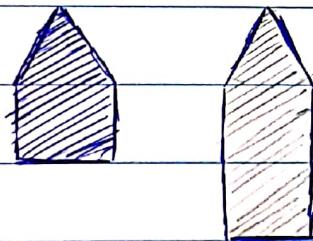
چهل و سیمین: چرا عرض صنعتی در تابعیت است؟

در دلیل از مسطح های متقارن بردن ۲ شکل، داریم: فضای مساحت زاویه معین نسبت بیان داده باشد. فضای مساحت زاویه معین دوستی را دارد.

این مسطح درین این دو شکل برابر باشند، مقصود نیست.

ب) تعویض هجدهم از تابعیت حیثیت کم دارد. شرط نظریه داشته باشی قسم قبل (الف)

چهل و پنجمین: همچنانچه مساحتی کم داشته باشند، ولطفاً بینند.



من توان ۲ فضای مساحتی داشتم و طولش
را بیشتر کنید فوراً که بزرگتر آمیزی ننمایم.

چهل و ششمین: در این ادله دعیه برای متسابقه بردن ۲ تا فضای مساحتی داشتم که نداشتم که آنها را برابر نباشند.

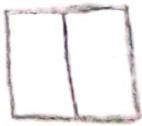
وقتی بیشتر نداشتم است و بیشتر برابر نداشتم نسبت فضای مساحت زاویه معین * مطلع نشدم من توان زاویه
را خود را کم داشتم، باید در نظر گیریت این ۲ فضای از شکل دوم را بیشتر کنید؛ ماسندها عالم قبل.

چهل و هفتمین: آیا در چند صنعتی حاصل نیز من توان اضلاع محدود دوباره در نظر گرفت که نسبت هم اضلاع مساحت را برابر نشود؟
(الف و ب باقی است)

بله، من توان بمحض اینهاست، بیک زاویه از شکل بیک زاویه از شکل دوم محدود که این دو زاویه
باهم برابر باشند، بیک بمحض این رخداد (صورت) بیک فضای مساحت زاویه آن زاویه اتفاق نماید در نظر گیریت و ده
شکل دوستی این کار را انجام داده این کار را نهایت اندیشه حیثیت داشتم که این فضای را بیشتر کرد و نیز هم باشیم

من توان نماید که هم افتراق ۲۰٪، متسابقه هست اما ۲۰٪ از شکل همودر نظر نیک است!

→ مطالعه کردن اینجا با خل جم بذاری



$$A_3 = \frac{82}{297} \approx 1,41 \quad A_4 = \frac{197}{210} \approx 1,41$$

سریع : الف)

$$A_0: طول = 1187, عرض = 141 \rightarrow \frac{1187}{141} \approx 1,31$$
$$A_4: طول = 210, عرض = 141,5 \rightarrow \frac{210}{141,5} \approx 1,41$$

$$\frac{y_n}{y} = \frac{y}{n} \rightarrow y_n^2 = y^2 \rightarrow \frac{y^2}{n^2} = 1 \xrightarrow{\text{so}} \frac{y}{n} = \sqrt{2}$$

۱). اینو ۲۱۶ تقریباً نسب طول به عرض کافیست $\sqrt{2}$ لفته، پس از کافی A_0 داده باشد.

با هم برآورده نشود از وسط طوش، کافیست را در A_0 متسابقاً

متن. پس از راهنمایی A_1, A_{10} درون بسیار کمتر شود.

سریع : مرتبان $\sqrt{2}$ صنعتی کشید (چون مثلث میانی برای صنعت منحصراً است)

پس آن را به صنعتی تبدیل کنیم؛ چون انتساب های متقارن برای صنعت منحصراً داریم)

اگر همیشه طول را روی $\sqrt{2}$ صنعتی داشتیم انجام ریسم، صنعتیم دو تا $\sqrt{2}$ صنعتی متسابقاً خواسته

باشیم و برای همیشه داشتم را داریم $\sqrt{2}$ صنعتی باشیم.

Gwédeo

درس اول: توان صحیح

در سال های گذشته با توان های طبیعی یک عدد آشنا شده اید؛ به طور مثال می دانید:

$$2^5 = 32 \quad \text{و} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256} \quad \text{و} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$$

$$\cdot a^0 = 1$$

همچنین می دانید که اگر a عددی غیر صفر باشد، a^{-n} چیست؟ به کمک فعالیت آیا توان منفی یک عدد (ناصف) هم معنی دارد؟ مثلاً حاصل 2^{-3} چیست؟

پاسخ این سؤال را می توان پیدا کرد:

فعالیت

جدول زیر را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید:

16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}

الف) عده های سطر اول جدول با هم چه ارتباطی دارند؟

ب) هر یک از عده های سطر دوم چه رابطه ای با عدد بالای آن دارد؟

ج) توان های عده های سطر دوم تا 2^0 با یکدیگر چه رابطه ای دارد؟

د) این الگورا ادامه دهید و در جاهای خالی عده های مناسب بنویسید.

ه) به کمک جدول، تساوی های زیر را کامل کنید:

$$2^{-2} =$$

$$2^{-4} =$$

$$2^{-5} =$$

به طور کلی اگر a یک عدد غیر صفر باشد و n یک عدد طبیعی باشد، آن گاه:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a \neq 0, \quad n \in \mathbb{N}$$

مثال:

$$7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$(ج) \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$$

$$(ب) \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$$

$$(د) (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$

۶۰

۱- با توجه به مثال های حل شده زیر، پاسخ موارد بعدی را به صورت یک عدد توان دار با توان

طبیعی بنویسید:

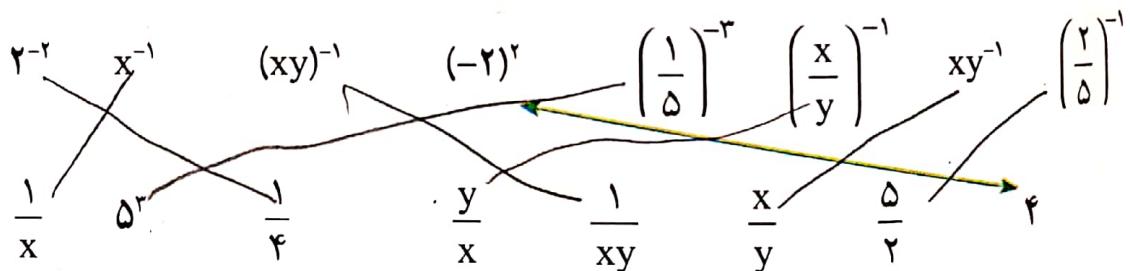
$$\text{الف) } 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$\text{ب) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$\text{ج) } (-6)^{-3} = \frac{1}{(-6)^3} = \frac{1}{-216} = \left(\frac{1}{-6}\right)^3 \quad \text{د) } \left(-\frac{2}{7}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{7}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{49}} = \left(-\frac{7}{4}\right)^{-4}$$

به طور کلی اگر n یک عدد طبیعی و $a \neq 0$ آنگاه:

۲- عبارت های برابر را مانند نمونه به هم وصل کنید:



۳- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

$$\text{الف) } \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = \boxed{81} \quad \text{او) } 1^{-3} = 1$$

$$\text{ب) } 2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{12} \quad \text{ز) } \frac{(-3)^0}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$\text{ج) } -(-5)^2 = -25 \quad \text{ح) } -\frac{1}{2^{-2}} = \boxed{-4}$$

$$\text{د) } -(-5)^{-3} = -\frac{1}{125} \quad \text{ط) } \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$$

$$\text{ه) } -5^{-3} = -\frac{1}{125} \quad \text{و) } 2^{-2} - 2^{-1} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

مثال

۴) حاصل ضرب های زیر توجه کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

$$3^{-4} \times 3^6 = \frac{1}{3^4} \times 3^6 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$$

هر توان با توان دیگر با توان ممکن است

$$2^{-5} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^{5+2}} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^{3+5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

حاصل ضرب مقابل را نیز به همین روش به دست آورید :

$$5^3 \times 5^{-7} = \frac{1}{5^7} \times 5^3 = \frac{5^3}{5^7} = 5^{-7} = \frac{1}{5^2}$$

در حالت کلی اگر m و n دو عدد صحیح باشند و a یک عدد دلخواه (غیر صفر)، رابطه زیر برقرار است:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

مثال :

$$2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-4} = 2^{3-5-4} = 2^{-6}$$

$$(2x^{-1}) \times (3x^1) \times (4x^3) = 24x^{-1+1+3} = 24x^3 \quad (x \neq 0)$$

کار در کلاس

حاصل هر یک از عبارت های زیر را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید : ($b, x, y \neq 0$)

$$5^{-7} \times 5^1 = 5^{-6} \quad (-4)^{-1} \times (-4)^{-1} =$$

$$\left(\frac{-3}{8}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^{-9} = \left(\frac{-3}{8}\right)^{-5} \quad (\sqrt{2})^4 \times (\sqrt{2})^{-2} = 4 \times \frac{1}{4} = 1$$

$$b^{-r} \times b^{-r} = b^{-2r} \quad \left(\frac{x}{y}\right)^{-v} \times \left(\frac{x}{y}\right)^v = \left(\frac{y}{x}\right)^v$$

اگر a و b دو عدد مخالف صفر و m و n دو عدد صحیح باشند، روابط زیر برقرار است:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}; \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}; \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m;$$

$$(a^m)^n = a^{mn}; \quad (ab)^m = a^m \cdot b^m; \quad a^0 = 1$$

کار در کلاس

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$\frac{\sqrt[7]{3}}{\sqrt[5]{3}} \quad (\text{الف})$$

$$15^{-2} = 5^{-2} \times 3^{-2} \quad (\text{ب})$$

$$(\text{ج}) \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times 12^{-3} = (-8)^3$$

$$(\text{د}) \left[\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{25}{4}\right)$$

$$(\text{ه}) \frac{2^8 \times 5^{10}}{2^4 \times 5^6} = \frac{2^4}{1} \times \frac{5^4}{1} = 10^4 = 10000$$

$$(\text{و}) \frac{x^5 \cdot y^2 \cdot z}{x^{-2} \cdot y^7 \cdot z^3} = x^{5-(-2)} \cdot y^{2-7} \cdot z^{1-3} = x^7 \cdot y^{-5} \cdot z^{-2} \quad x, y, z \neq 0$$

تمرین

۱- برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

$$3^{-2} \quad (\text{الف})$$

—

$$\frac{1}{9}$$

$$3^{-1} \quad (\text{ب})$$

—

$$\frac{1}{3}$$

$$3^{-1} \times 4^{-1} \quad (\text{ج})$$

—

$$\frac{1}{12}$$

$$3^{-1} + 4^{-1} \quad (\text{د})$$

—

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$5^{-2} \quad (\text{ه})$$

—

$$\frac{2}{25}$$

$$(-2)^3 \quad (\text{و})$$

—

$$-8$$

۱۰۲ \times $10^3 = 10^6 \rightarrow 10^{-24} = 10^{-22}$ ۱۰ گرم است. جرم یک وزنه ۱۰۰ کیلوگرمی چند است؟

۲- جرم یک اتم هیدروژن است؟ 10^9 برابر است.

۳- عددهای 16^2 و 8^4 و 2^{11} را با یکدیگر مقایسه کنید.

۴- در جاهای خالی علامت $<$ ، $>$ یا $=$ قرار دهید:

۵- در جاهای خالی علامت \otimes ، \oplus ۲۵ (ب) \otimes ۲۰ (ج) \oplus $(0/5)^{-1}$ (ج) \oplus $(0/6)^{-1}$

۶- $a^1 \otimes a^0$

$$\text{ه) } \left(\frac{-8}{15} \right) \otimes 1 \quad \text{و) } -5^{-1} \otimes (-5)^{-1}$$

۷- در هر یک از تساوی‌های زیر x چه عددی است؟

$$5^x \times 5^{-3} = 5^4 \sim n = 3^{+4} = 7 \quad \text{ب) } 5^x \div 5^{-3} = 5^4 \sim n = 4^{-3} = 1$$

۸- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\text{ه) } (-3)^{-1} + (3^{-1})^{-1} = 4 \quad \checkmark$$

$$\text{و) } 3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2} \quad \checkmark$$

$$\text{ز) } 6^{-2} = -\frac{2}{6} \quad \times$$

$$\text{ح) } 3^{-1} < 3^{-1} \quad \checkmark$$

۹- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\text{الف) } \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \times 27^{-3} = 3^{10} \times 3^{-9} = 3^0 \quad \text{ب) } (0/2)^{-4} \times 25^{-2} = \left(\frac{1}{2} \times 5 \right)^4 = 1$$

$$\text{ج) } \left(\frac{15}{14} \right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28} \right)^4 = -25 \quad \text{د) } (-5^{-1})^{-1} = \left(\frac{3}{2} \right)^4$$

۱۰- عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} < -1 < 0^{+1} < (-1)^{-1} < (-\frac{1}{3})^{-2} < 2^{-3} < 5^{-3} < (-2)^{-2} < (-7)^2$$

۱۱- عبارت نادرست را مشخص کنید.

$$(0/987)^1 < 10^0 \quad \text{X} \quad (1/2)^7 < (1/02)^7 \quad \left(\frac{5}{4} \right)^2 < (0/7)^2 \quad \left(\frac{3}{4} \right)^3 > (0/75)^3$$

۱۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \left(\frac{2}{3} \right)^3 \times \left(\frac{8}{3} \right)^{-3} \quad \text{ب) } -\left(\frac{2}{3} \right)^{-2} = \left[-\left(\frac{4}{2} \right)^2 \right]^{-1} = -\frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^3 = -\left(\frac{1}{2} \right)^3 = \left(-\frac{1}{2} \right)^3 = -\frac{1}{8}$$

فعالیت

۱- در جدول زیر تعدادی عدد داده شده و حاصل ضرب آنها در توان های 10^0 یا حاصل تقسیم آنها بر توان های 10^0 خواسته شده است. جاهای خالی را پر کنید و توضیح دهید که هنگام ضرب یا تقسیم، مکان ممیز چگونه تغییر می کند؟

عدد	ضرب در 10^0	تقسیم بر 10^0								
۱۵	۱۵۰	۱۱۵	۱۵۰۰	۰،۱۵	۱۵۰۰۰	۰،۰۱۵	۱۵۰۰۰۰	۰/۰۰۱۵	۱۵۰۰۰۰۰	۰/۰۰۰۱۵
۰/۰۲	۰،۰۲	۰۰۰۲	۰	۰۰۰۰۰۰۲	۰	۰۰۰۰۰۰۰۲	۰	۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲	۰	۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲
۹/۳	۹۳	۰،۹۳	۹۳۰	۰،۰۹۳	۹۳۰۰	۰،۰۰۹۳	۹۳۰۰۰	۰،۰۰۰۹۳	۹۳۰۰۰۰	۰،۰۰۰۰۹۳

۲- سرعت نور $300,000,000$ متر بر ثانیه است. فاصله ای که نور در 10^0 ساعت می پیماید، چند متر است؟ راه حل این مسئله در ادامه داده شده است. توضیح دهید که پاسخ چگونه به دست آمده است.

$$\text{فاصله ای که نور در } 10^0 \text{ ساعت می پیماید} = 300,000,000 \times 10^0 = 300,000,000 \text{ متر}$$

$$\text{ثانیه } 0 = 36000 = 10^0 \text{ ساعت}$$

واضح است که ضرب دو عدد بالا به این صورت دشوار است. در محاسبات ریاضی ابتدا هر کدام از این عددها را به صورت یک عدد اعشاری مثبت با یک رقم صحیح در توانی از عدد 10^0 نمایش می دهند که آنرا «نماد علمی» آن عدد می گویند؛ بنابراین :

$$300,000,000 = 3 \times 10^8$$

$$36,000 = 3/6 \times 10^5$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^8 \times 3/6 \times 10^5 = 10/8 \times 10^{13} = 1/0.8 \times 10^{14}$$

دقت کنید که حاصل ضرب نیز با نماد علمی نمایش داده شده است.
این گونه نمایش به جز سادگی در نوشتن، محاسبات را آسان تر می کند و در ضمن نوعی نظم و هماهنگی در نمایش عددهای بزرگ (یا کوچک) به شمار می آید.

قطر متوسط بیکمینی
بزرگ، عدد های کوچک مانند 7×10^{-6} را هم می توان به صورت نماد علمی نمایش داد؛ پس از ضخامت یک برگه کاغذ حدود 16×10^{-6} سانتی متر است که با نماد علمی آن را به صورت 1.6×10^{-6} نمایش می دهیم.

به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 \leq a < 10$ و n عددی صحیح است.

$$1275 = 1.275 \times 10^3$$

$$137 = 1.37 \times 10^2$$

$$123 = 1.23 \times 10^2$$

$$29000 = 2.9 \times 10^4$$

مثال:

کار در کلاس

۱- هر یک از عدد های داده شده را با نماد علمی نمایش دهید :

$$245000 = 2.45 \times 10^5$$

$$0.005 = 0.5 \times 10^{-3}$$

$$1404 = 1.404 \times 10^3$$

$$15,000,000 = 1.5 \times 10^8$$

$$0.00061 = 6.1 \times 10^{-5}$$

$$0.1275 = 1.275 \times 10^{-1}$$

۲- نمایش اعشاری عدد های زیر را بنویسید :

$$5/2 \times 10^{-2} = 0.005$$

$$7/28 \times 10^8 = 228,000,000$$

$$6/2 \times 10^{-2} = 0.09$$

$$7/304 \times 10^{-5} = 0.000057304$$

$$9/4612 \times 10^{-1} = 9461200000$$

$$1/1 \times 10^4 = 11000$$

۱- مصوب فرهنگستان

حل ۴۶: حاصل عبارات زیر را بتوانید.

$$(الف) \frac{3^{-2} \times 10^{-3} \times 2^0}{3^{-2} \times 10^{-3}} = \frac{3^{-2} \times 2^{-3} \times 2^0 \times 2^3}{2^{-10} \times 3^{-2} \times 2^{-3}} = 2^2 \times 2^2 = 32 \times 2^2$$

$$(ب) \frac{1^{-1} \times 2^{-2}}{2^{-3} \times \frac{1}{2}} = \frac{2^{-3} \times 2^{-2}}{2^{-3} \times 2^{-3}} = \frac{2}{2^{-6}} = 2^6 = 64$$

حل ۴۷ - دست داشته باشید عبارات زیر را بتوانید.

$$1,02 \times 10^{-5} = 0,0000102 \quad \times$$

$$0,9 \times 10^{-1} = 0,09 \quad \checkmark$$

$$4,13 \times 10^3 = 4300 \quad \checkmark$$

$$7,004 \times 10^{-2} = 0,7004 \quad \times$$

$$4,18 \times 10^5 = 4180000 \quad \checkmark$$

$$1,2070 \times 10^4 = 12070 \quad \checkmark$$

حل ۴۸: اساعی خوشید تعریف کنید ۴۹۵۰۰۰ کیلومتر است؟ این عدد را با تاریخ علمی نشان دهید.

$$4,95 \times 10^6$$

حل ۴۹: اساعی کیلومتر ۱۰۰۰۰۰۰ متر است؟ این عدد را با تاریخ علمی نشان دهید.

$$0 \times 10^{-6}$$

حل ۵۰: قطر خوبی صدرا ۹۱۰۰۰۰۰ و قطر زمین حدود ۱۳۰۰۰۰۰ متر است؟ قطر خوبی چند برابر زمین است؟

$$\frac{91000000}{13000000} = \frac{91}{13} \times 10^4 \approx 1,07 \times 10^4 = 107 \text{ برابر زمین است}$$

حل ۵۱: حاصل عبارات زیر را به صورت عدد علمی نشان دهید.

$$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^9 = 10^2 \times 2^4 = 800$$

$$\frac{12,0 \times 10^{-2}}{2,0 \times 10^{-10}} = 12,0 \times 2^2 \times 10^8 = 120 \times 10^{12} \times 2^2 = 0^3 \times 2^2 \times 10^{12} = 2^4 \times 10^{12}$$

$$4,7AV \times 10^0 = 42,8V \times 10^0 \rightarrow 42,8V > 9,1V$$

حکم ۴۷:

[ذینو احادیث بان کرد]

حکم ۴۸: در چهار طبقه صداقه ۳۰ در صبح عینت قدر دھن تا ناماؤس درست باشد.

$$2,1V \times 10^0 > 0,02 \rightarrow -2,0,0,0,0$$

هر مترا صبح با لتر از ۲ سنت است.

$$0,03 > 0,003 \times 10^0 \rightarrow 0,0,0,0,0$$

هر مترا صبح با سن تر صفر صدق می شود.

حکم ۴۹: حدوده را از کوچک به بزرگ مرتب نمایند.

$$1,0 \times 10^{-2}, 1,2 \times 10^{-4}, 0,30 \times 10^{-3}, 3,7 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 0,30 \times 10^{-3} < 1,0 \times 10^{-2} < 3,7 \times 10^{-2} < 1,2 \times 10^{-4}$$

با توجه به عددهای داده شده a و b جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر

جدول چه حدسی می‌زنید؟

- ۳۹

a	$\sqrt[3]{a}$	b	$\sqrt[3]{b}$	ab	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	$2 \times 5 = 10$
۲۷	۳	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{27}$	-۲۷	-۳	$\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$
-۸	-۲	۲۷	۳	-۱۲۷	-۲	$\sqrt[3]{-2} \times \sqrt[3]{27}$

به طور کلی برای هر دو عدد a و b داریم: $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ همچنین اگر $b \neq 0$ داریم:

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

کار در کلاس

۱- آیا تساوی زیر برقرار است؟ توضیح دهید.

$$\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8+27}$$

می‌توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید.
«سمت چپ تساوی برابر ۵ است؛ در حالی که سمت راست آن کمتر از ۴ است».

۷۰

کار در کلاس

خرج کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\frac{6}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4\sqrt[3]{2}}{2}$$

$$b) \frac{2}{\sqrt{32}} = \frac{2}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$c) \frac{12}{\sqrt{6}} = \frac{12}{\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{6}} = \frac{12\sqrt{4}}{4} = \frac{24\sqrt{4}}{4} = \frac{24\sqrt{2}}{2}$$

$$d) \frac{5}{\sqrt[3]{3x}} = \frac{5}{\sqrt[3]{3x}} \times \frac{\sqrt[3]{m}}{\sqrt[3]{m}} = \frac{5\sqrt[3]{3m}}{3m}$$

($x \neq 0$)

تمرین

$$\frac{10\sqrt{2}}{2\sqrt{50}} + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{32}} + \frac{11\sqrt{2}}{2\sqrt{72}}$$

$$b) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$2\sqrt{x^2} - x$$

$$e) \sqrt[3]{27} = 3^2$$

$$d) \sqrt[3]{-\frac{27}{64}} = -\frac{3}{4}$$

$$f) 2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} = -\sqrt{3}$$

$$8\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$$

۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{10} + 2 - 2\sqrt{2} - \sqrt{10}$$

$$\sqrt{10} + 2 - \sqrt{10} - \sqrt{10} \rightarrow$$

$$g) 2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} = -\sqrt{3}$$

$$8\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$$

$$21n - n \\ = -2n - n \\ = -3n$$

۲- اگر $x > 0$ باشد، حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

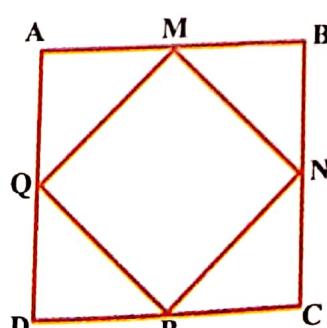
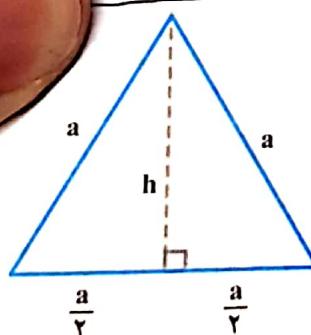
۳- محیط و مساحت مربعی به ضلع $3\sqrt{5}$ سانتی‌متر را به دست

$$= 9\sqrt{25} = 45 : \text{مساحت} \quad \text{او} = 12\sqrt{25} = 12\sqrt{5} : \text{محیط}$$

۴- شکل مقابل یک مثلث متساوی‌الاضلاع را به ضلع a نشان

می‌دهد. اندازه ارتفاع h را برحسب a به دست آورید؛ سپس مساحت

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} \quad \text{آن را برحسب } a \text{ بنویسید.}$$



۵- نقاط P, N, M و Q وسطهای اضلاع مربع $ABCD$

هستند. اگر مساحت مربع $ABCD$ ، 100 مترمربع باشد، محیط مربع

$$\bar{AB} = 10 \rightarrow \bar{MB} = \bar{QB} = \bar{BN} \quad \text{چقدر است؟} \quad \text{MNPQ}$$

$$\Rightarrow \bar{MN} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

۷۶

$$\Rightarrow \text{میانه } PMNQ = 4 \times a\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

۶- در جاهای خالی علامت < = یا > بگذارید :

$$\sqrt{5} + \sqrt{4} \quad \text{جواب: } >$$

$$4 \quad \text{جواب: } <$$

$$\sqrt{\frac{3}{11}} \quad \text{جواب: } =$$

$$\sqrt{\frac{3^2}{9} + \frac{4^2}{16}} \quad \text{جواب: } =$$

۷- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید :

$$\text{الف) } \sqrt{18} = 10 \quad \text{ب) } 2\sqrt{9} = 6 \quad \text{ج) } \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \quad \text{د) } \sqrt{8} = 2$$

$$\text{ه) } \frac{2^{-5}}{2^0} = \sqrt{64} \quad \text{و) } \frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 3 \quad \text{ز) } \frac{m^6 \times m^{-2}}{m^0} = m \quad \text{ح) } \sqrt[9]{-27} = \frac{0}{(-3)^3}$$

$$\Rightarrow ? = -1$$

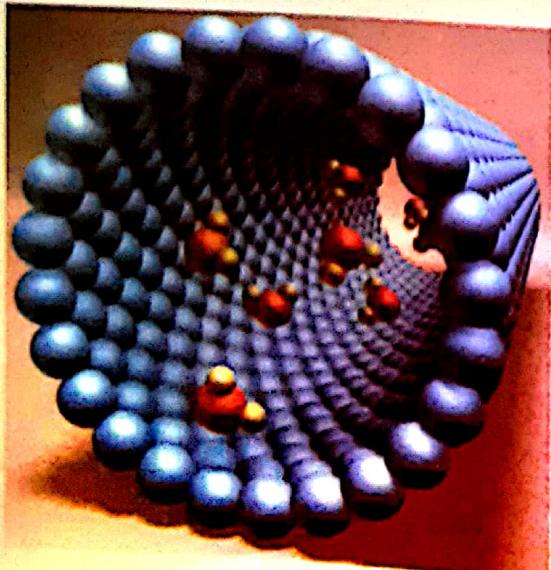
$$\text{الف) } \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{ب) } \frac{2}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{\sqrt[3]{8a^2}}{a} \quad \text{ج) } \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7}}{7} = 2\sqrt{7}$$

۸- مخرج کسرهای زیر را گویا کنید.

۹- آیا تساوی $\sqrt{x^2} = (\sqrt{x})^2$ همیشه درست است؟ توضیح دهید. خبر ؟ اگر $x = -2$ باشد طرف راست
الف) تساوی همیشه درست است. ب) تساوی همیشه نادرست است. ج) اگر $x \geq 0$ ، تساوی همیشه درست است.

خواص نانو



فتاوری نانو مجموعه‌ای از فرایندهای تفکیک، ادغام و تشکیل مواد در حد یک اتم یا مولکول است. یک نانومتر برابر 10^{-9} متر؛ یعنی صدهزار برابر از قطر موی سر انسان کوچک‌تر است. کشور عزیز ما ایران بین ده کشور برتر در حوزه فناوری نانو قرار دارد.

تکلیف نصلی

چن سل : حاصل عبارت در بین اورید.

(الف) $a^4 \cdot a^{-3} = a - \frac{1}{a} = \frac{a^4}{a}$

(ب) $a^2 + a^2 \cdot a^{-3} = a^2 - \frac{1}{a^2} = \frac{a^4 - 1}{a^2}$

(ج) $a^2 \times a^{-2} - a^{-2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{100}$

(د) $a^2 - a^2 \times (-a)^{-2} = a^2 - 1 = 48$

(戊) $-a^{-3} \times (-a)^{-2} - 1 = -\frac{1}{a^3} \times -\frac{1}{a^2} - 1$

(ج) $a \times a^{-3} + a^{-3} \times a^{-2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^5} = \frac{a^3 + 1}{a^5}$

(ز) $a^3 \times a^2 \times a^{-3} \times a^{-4} - a^2 = \frac{9}{a}$

(ز) $a^2 \times a^3 + a^3 \times a^{-3} \times a^{-4} = a^2 a^4 - a^4 = 14a$

(ح) $\frac{a^2 \times a^3 \times a^4}{a^3 \times a^4 \times a} = \frac{a^4}{100 \times a^2} = \frac{a^4}{10000}$

(س) $\frac{a + a \times a^{-1} - a \times a^{-1}}{a^2 \times a^{-2} - a} = \frac{\frac{a}{a} - \frac{1}{a}}{\frac{a^2}{a^2} - a} = \frac{a - 1}{a^2 - a} = \frac{a(a-1)}{a(a-1)} = 1$

چن سل : عبارت های زیر را به ترتیب حاصل نموده و آنها را لازم ببرید

(الف) $\frac{a^{-2}}{a^{-1}} = \frac{1}{a^2} \times a = \frac{a}{a^2} = \frac{1}{a}$

(ب) $\frac{a^{-1} b^{-1}}{a^{-3} b^{-1}} = a^2$

(ج) $\frac{(a, 1)^{-1}}{10^{-1}} = \frac{10}{10^{-1}} = 100$

(د) $\frac{y z^{-3}}{x^{-3} y} = \frac{y^{-1} z^{-3}}{x^3}$

$$\text{ا) } \left(\frac{1}{a}\right)^{-2} = 4a^2$$

- ۳ : حل ۳ و ۴ به صورت

$$\text{ب) } \left(\frac{w}{v}\right)^{-2} = \frac{v^2}{w^2}$$

$$\text{ج) } \left(\frac{(x-1)}{y-x}\right)^{-2} = \left(\frac{(x-1)}{y-x}\right)^{+2} = \frac{y-x}{x-1} = \frac{y-x}{(y-x)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{u^{-1}}{y^{-1}z}\right)^{-1} = (u^{-1}yz)^{-1} = u^1y^{-1}z^{-1}$$

$$\text{د) } \left(\frac{(x-1)b^2}{a^2b^{-2}}\right)^{-2} = (xa^{-2}b^2)^{-2} = \frac{a^4b^{-12}}{1}$$

$$\text{ب) } \left(\frac{q^{-1}s^{-2}r^{-1}}{r^{-2}s^2q^{-1}}\right)^{-1} = \frac{qsr}{r^2s^{-1}q^2} = q^2r^{-2}s^3$$

$$\text{ج) } \left(\frac{s^2t^{-2}}{as^{-1}t}\right)^{-2} = \frac{s^{-2}t^2}{a^2s^2t^{-2}} = x^2a^2t^1s^{-4}$$

$$\rightarrow \left(\frac{uy^{-2}z^{-3}}{u^2y^4z^{-2}}\right)^{-2} = \frac{u^{-4}y^4z^9}{u^4y^{-2}z^{12}} = \frac{u^4y^4}{z^2}$$

- کدامیک از اعداد زیرین صفر دویست است؟

$$\text{ا) } \left(\frac{x^2 \times 2^{-3}}{a^{-2}}\right)^{-1} = \left(\frac{2^{-2}2^3}{a^2}\right) = \frac{1}{4a^2} \quad \checkmark \quad \text{بین صفر دویست است}$$

$$\text{ب) } \left(\frac{2^{-2}x^2a^3}{3^3 \times v^{-2}}\right)^{-2} = \frac{2^2 \times a^{-4}}{3^{-4}x^2v^2} = \frac{2^2 \times a^{-4}x^2v^4}{v^2} \quad \checkmark \quad \text{بین صفر دویست است}$$

نحوه: اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب نماید.

$$\begin{array}{cccc} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} & \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} & \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} & \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} \\ -3 & -2 & -\frac{4}{9} & -\frac{125}{64} \end{array}$$

$$\boxed{-3 < -2 < -\frac{125}{64} < -\frac{4}{9}}$$

حل ٤٩: مقدار m يساوى r^m ونحسب $r^{-12} = \left(\frac{1}{r^4}\right)^{-3}$

$$\left(\frac{1}{r^4}\right)^{-3} = (r^{-4})^{-3} \rightarrow r^{12} \rightarrow r^m = r^{12} \Rightarrow m = 12$$

حل ٤٩: إذا كان a عدد طبيعي، طاعر صحيح بايث ، b عدد طبيعي بايث

$$a^m = r^m \times a^b \quad \left\{ \begin{array}{l} ab = r^m \times r^b \\ \rightarrow r^m \times r^b = r^m \times ab \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow r^m \times r^b \left\{ \begin{array}{l} (r^m \times r^b)^1, (r^m \times r^b)^2, (r^m \times r^b)^3 \\ \left(\frac{1}{r^m \times r^b} \right)^1, \left(\frac{1}{r^m \times r^b} \right)^2, -\left(\frac{1}{r^m \times r^b} \right)^3 \end{array} \right\}$$

الحالات

حل ٤٩: فرض m, n عدد صحيح متناهية

(ب)

الآن) مقدار $m^n = r^{10}$ يساوى n^{-m} بمقدار بايث

(ب) مقدار $m^n = r^{10}$ يساوى n^{-m} بمقدار بايث

$$m^n = r^{10} \left\{ \begin{array}{l} m=r, n=10 \quad ① \quad ② m=r^{10}, n=1 \\ m=r^a, n=r \quad ③ \quad ④ m=r^a, n=a \\ m=r^a, n=r \quad ⑤ \quad ⑥ m=-r, n=10 \end{array} \right\}$$

بيان الحالات

١٠٤٩ - جزء عاشر و تاسیس

$$r^{-10} - r^{-101} + r^{-100} - r^{-99} = r^{-99} u$$

$$r^{-99}(r^3 - r^2 + r - 1) = r^{-99} \times 20 = r^{-99} u \rightarrow u = 20$$

لما n طبيعية، $(n^n)^{1/r^{99}} = 1$ ، $n \in \mathbb{Z}$: حل ١٠٤٩

$$n^{1/r^{99}} = 1 \rightarrow \begin{cases} n=1 \rightarrow 1^{1/r^{99}} = 1 \\ n=-1, n=0 \end{cases} \text{ أخطاء}$$

لما $a \in \mathbb{R}$ ، $\{m, n\} \subset \mathbb{N}$: حل ١٠٤٩

$$a=r, m=1, n=1$$

$$\Rightarrow r^1 \cdot r^1 = \varepsilon$$

$$\Rightarrow a^{m+n} = r^{1+1} = \varepsilon$$

$$a=\sqrt{r}, m=r, n=r$$

$$\Rightarrow (\sqrt{r})^r \cdot (\sqrt{r})^r = (\sqrt{r})^{r+r} = r^r \cdot r^r = r^{2r} \text{ (الف) مسار سبب}$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \text{ مبرهن (ج)}$$

$$a=\sqrt{r}, m=r, n=r \rightarrow (\sqrt{r})^r \cdot (\sqrt{r})^r = (\sqrt{r})^{r+r}$$

حل ١٠٤٩: دو خاصية

$$r^{r+r} = r^r u = \varepsilon r^r$$

$$r^{14} = r^2 u = r^ry^r \quad | m=5^{14}, y=r$$

حل ١٠٤٩: حل بایت ترکیبیتی عددوان در باعث دینی

$$\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}x^2 y^2$$

$$(xy)^2 x (y^2)^{-2} \times x^{-3} = \frac{x^0}{x^1 - \varepsilon^2} = \left(\frac{x}{\varepsilon}\right)^0$$

فرز ۱۵: دو هریک از مقادیر زیر مقدار ۲۰ و ۳۰ است آورید.

$$\frac{2^3 \times 3^2}{2^2} = \left(\frac{2}{2}\right)^2 \times 3^2$$

$$\Rightarrow n = y = 2$$

(الف)

$$\frac{3^2 \times 2^3}{2^2 \times 3^2} = \left(\frac{3}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow x = y = 2$$

۲) $\frac{2^{10}}{10^2} \times \frac{2^{-10}}{2} = \left(\frac{2}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{2}\right)^0$

(ب) $\frac{10^0}{10^0} = \left(\frac{1}{1}\right)^0 = \left(\frac{1}{1}\right)^0$

۳) $\frac{21^3 \times 3^2}{3^2 \times 2^3} = \left(\frac{21}{21}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$\frac{21^3 \times 3^2}{2^3 \times 3^2} = \left(\frac{21}{2}\right)^2 = \left(\frac{21}{2}\right)^2$$

فرز ۱۶: کدامیک از زیرینهای زیر جزو اعداد عددهای منسوب است؟

(الف) $12 \times 10^0 = 1,2 \times 10^4$

(ب) $1,9999 \times 10^{-4}$

۸) $9,13 \times 10^{10}$

(ج) $0,999 \times 10^{-1}$

فرز ۱۷: هریک از عدایت زیر را به صورت خود عدایت نماید.

۹) $9,4505283 \times 10^{13}$

به صورت خود عدایت: $9,4505283 \times 10^{13}$

(الف) سی ساله شنی عربی

ب) چون بیت عالم کل ایشان تعریفی ۳۵۰۰ ساله است، سی ساله شنی کرم است.

۱۰) $5,3 \times 10^{-23}$

فرز ۱۸: عددی که برابر باشد، ریشه دویم ۲۰۰۰ است.

$\sqrt{2000} = \pm n$

$n = \pm 44.72$

ب) $\sqrt[3]{x^2}$ مدرن نیست باشد، حاصل x^2 کجاست؟

ج) $\sqrt[3]{x^2}$ مدرن نیست باشد، ریشه هر دوام x^2 را باید ببریم.

د) $\sqrt[3]{x^2}$ مدرن نیست باشد، حاصل x^2 کجاست.

پنجم: من دارم $= \sqrt[3]{54a^3z^8}$ عدد حقیق است. کلم عربی درست دلکش نادرست است! (ذکر دلیل)

پنجم معنی عدد طلب را نموده چون داشتند $\sqrt[3]{151z^2\sqrt[3]{2z^2}}$ (الف)

ریشه سوم جزویتی بودن موجود است! ثالث:

$$\sqrt[3]{54a^3z^8} = 3az^4\sqrt[3]{4a}$$

درست است! سطح را بطور خاص ساده کردن را باید کرده و بعضی جزئیات ندارد.

پنجم: (صورت سوال جوان صورت سوال قبلی است)

$$\sqrt[3]{54a^3z^8} = 3az^4\sqrt[3]{4a} \rightarrow \sqrt[3]{9 \times 4 \times a^3 \times a \times z^8} \rightarrow 3az^4\sqrt[3]{4a}$$

چون نیز بطور آن دو داریم، هم اینها بسته است که وقتی بر $\sqrt[3]{3}$ ریشه شیوه باشد؛ هم نیاز نداشت

به قدر مطلق لذاستن برابر است!

(ب)

پنجم: هم از این سه نیازی اول، نلات داشت امروز از داده ۲۰ شد بود؛ معلم فهرست هم درست
بررسی کرد داشت امروز، نزهه هر داشت امروز را در ۲۰ اخذ کرد که سه از حاصل خبر نکرد و نزهه حاصل
را کاظم کرد. جواب در صفحه بعد

پیش

$$\left. \begin{array}{l} \text{P. : } \sqrt{Y_0 \times Y_0} = Y_0 \\ \text{d. : } \sqrt{0 \times 20} = 0 \end{array} \right\} \text{از رو جذر دار که تغیر نهاد:}$$

$$\left. \begin{array}{l} n^2 - Y_0 n = 0 \\ \Rightarrow n(n - Y_0) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} n=0 \rightarrow n=0 \\ n-Y_0=0 \rightarrow n=Y_0 \end{array} : \begin{array}{l} \text{حال بین مدارهای در بحث مذکور} \\ \text{نیز برای این دو مقدار مطابق باشد و نزدیک} \end{array}$$

حال بین مدارهای بزرگتر مذکور می‌توانیم:

$$\sqrt{Y_0 n} = \sqrt{\varepsilon_{n \in \mathbb{Z}} n} = \sqrt{\omega n} \rightarrow (\sqrt{\omega n} \in \mathbb{Z})$$

نحوه این است که از این دو مقدار مذکور می‌باشد و نزدیک باشند

تسلیم شود.

مثال ۷۱: آنکه عددی است که $\sqrt[4]{2y}$ و $\sqrt[3]{9241 \times 214}$ هم مقدار است.

$$n = 9241^x, y = 214 \rightarrow \sqrt[3]{9241^x \times 214} = \sqrt[3]{3^4 \times 1^4 \times 2^3 \times 3^3}$$

$$\sqrt[3]{3^4 \times 1^4} = 3^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{3+1}{3}} = 3^1 + 3^{\frac{1}{3}}$$

که توان های تقسیم به فرم می‌کنیم

مثال ۷۲: آنکه عددی است که $\sqrt[3]{n \sqrt{n}}$ هم مقدار است.

$$\sqrt[3]{n \sqrt{n}} = \sqrt[3]{n^{\frac{3}{2}}} \rightarrow n \sqrt{n} = \sqrt[3]{n^3}$$

عبارت را به توان ۳ مرتب می‌کنیم تا از بسط

$$n^3 = \sqrt[3]{n^3}^3 \rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \sqrt[3]{n^3}$$

$$2) \sqrt[3]{\frac{-x^2y^3}{8t^3s^5}} = \frac{\sqrt[3]{-8x^2y^3y^3}}{\sqrt[3]{8^2 \times t^3 \times s^4s^1}} = \frac{y^3y\sqrt[3]{-8y^3}}{t^3s^4\sqrt[3]{t^3s^1}}$$

حصہ ۷: حرمی از عبارت نیز را سادہ کنید۔ (تمثیل با لامین صفتی است)

$$(الف) \sqrt{u^2a^3m} = \sqrt{u^2 \times u^3a^3} = au\sqrt{u^3m}$$

$$(ب) \sqrt[4]{ab} \sqrt[3]{4\varepsilon a^2b} = \sqrt[4]{ab} \times \sqrt[3]{\varepsilon^3 a^2b^3} = \sqrt[4]{4\varepsilon a^4 b^3} = \varepsilon a^2 \sqrt[4]{b^4}$$

$$8) \sqrt{\frac{142b^2c^3}{12a^2m^2y^2}} = \frac{\sqrt[4]{142b^2c^3}}{\sqrt[2]{a^2 \times a^2m^2y^2}} = \frac{\sqrt[3]{b^2c^2} \sqrt[4]{bc}}{am^2y^2\sqrt{a}} = \frac{ab^2c^2\sqrt{abc}}{a^2m^2y^2\sqrt{a}}$$

$$9) \sqrt[3]{\frac{a^2b^2c^4}{-32n^2y^9}} = \frac{\sqrt[3]{a^2b^2n^2bc^4}}{\sqrt[3]{-32n^2y^9}} = \frac{abc^2\sqrt[3]{bc}}{2ny^3\sqrt[3]{-2^3n^2}}$$

$$10) \sqrt[3]{121a^2b^3} = \sqrt[3]{1^2 \times 121a^2 \times a \times b \times b} = \varepsilon ab\sqrt[3]{121b}.$$

$$11) \sqrt[3]{120a^2b^3c^2} = abc\sqrt[3]{120}$$

$$12) \sqrt[3]{\frac{120m^2y^4}{11a^2b^2}} = \frac{\sqrt[3]{120m^2y^4}}{\sqrt[3]{11^2a^2b^2}} = \frac{m^2y^2\sqrt[3]{120}}{11a^2b^2\sqrt{a}} = \frac{m^2y^2\sqrt{4}}{9a^2b^2\sqrt{a}}$$

حصہ ۸: حامل عبارت نیز را بسط کرو۔

$$(الف) \sqrt{-(-v)^{-4}} = (-(-v)^{-2}) = -\frac{1}{v^2}$$

$$13) \sqrt{\frac{1^{10} + 2^{10}}{1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2^{40} + 4^{40}}}{\sqrt{1^4 + 2^4}}$$

$$14) \sqrt{(\pi^2 - 10)^2} = |\pi^2 - 10| = 10 - \pi^2$$

$$= \frac{\sqrt{2^{12} \cdot (2^{10} + 1)}}{\sqrt{2^{12} \cdot (2^{10} + 1)}} = 14 \sqrt{\frac{2^{10} + 1}{2^{10} + 1}} = 14$$

$$2) (\sqrt{2} - \sqrt{4})^4 = 4 + 4 - 2\sqrt{16} = 4 - 4\sqrt{4}$$

$$3) \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{200} + 3\sqrt{18} + \sqrt{144}}{\sqrt{200}} = \frac{4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 9\sqrt{2} + 12\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = \frac{17\sqrt{2}}{10\sqrt{2}} = \frac{17}{10}$$

پنجم: اگر $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ آن‌هاست تا زیر را برسی کنید.

$$\sqrt{(a-4)^4(a-3)^3} = -(a-4)^4(a-3)\sqrt{a-3} \quad 1: \text{ جزوی از دوچند است به}$$

حاصل $a-4 < 0$ نهاده و شوی بین قدر مطلق می‌کنیم

$$\sqrt{(a-4)^4} \times \sqrt{(a-3)^3} \times (a-3) = -(a-4)^4(a-3)\sqrt{a-3} \quad 1: \text{ ۱} \quad 1: \text{ ۱}$$

پنجم: اگر $\sqrt{a} > 0$, $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ آن‌هاست عبارت‌های زیر را برسی باید

$$(الف) \sqrt{a^2 b^3 c^4} = \text{مشتقات من سود} \rightarrow ab^2 c^3 \sqrt{b}$$

$$(ب) \sqrt{a^2 b^3 c^4} = \sqrt[3]{a^2 b^3 b^2 c^3} \text{ مشترک است } c \rightarrow$$

پنجم: ابراهیم رایق یاسین او سن رقم بعد از صیغه عدد $\sqrt{10}$ به صورت علیحده داشت محدود است.

$$10\sqrt{10} = \sqrt{10000}$$

$$\rightarrow 21^3 < 10000 < 22^3$$

$$\rightarrow 21 < \sqrt[3]{10000} < 22$$

$$\Rightarrow 2,1 < \sqrt[3]{10} < 2,2$$

ادین رقم ۱ است \Rightarrow الف

(الف) ادین رقم بعد از صیغه $\sqrt{10}$ را بدست داریم.

(ب) دین رقم بعد از صیغه $\sqrt{10}$ را بدست آوریم.

$$21^3 < 10^7 < 22^3$$

$$\Rightarrow 210 < \sqrt[3]{10^7} < 214$$

$$\Rightarrow 2,10 < \sqrt[5]{10} < 2,14$$

دوین رقم ۵ است \Rightarrow ب

ASEMAN

جمع و تفریق رادیکال

عنصر ۱: حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\left(1 + \frac{\sqrt{2} + 1}{1 + \sqrt{2}} \right)^{-1} = \left(\frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} + 1}{1 + \sqrt{2}} \right)^{-1} = \left(\frac{1 + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1}{1 + \sqrt{2}} \right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1 + 2\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \right)^{-1} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + 2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + 1}{9}$$

عنصر ۲: در معادله از ممتضات حاصل را بدست آورید.

(الف) $n - \sqrt{n} = 4\sqrt{4} \rightarrow n = 16$

(ب) $2\sqrt{n} - n = -2\sqrt{n} \rightarrow n = 4$

(ج) $\sqrt[3]{12} + 3\sqrt[3]{94} - n = -9\sqrt[3]{12} \rightarrow n = \sqrt[3]{12} + 2\sqrt[3]{12} + 9\sqrt[3]{12} = 12\sqrt[3]{12}$

د) $\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{-27} - n = \sqrt[3]{1} \rightarrow n = \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{-27} - \sqrt[3]{1} = -3 = \frac{1}{1} \times \sqrt[3]{-27}$

۵) $2\sqrt{10} + \sqrt{90} + n = \sqrt{50} + 2\sqrt{10} \rightarrow n = \sqrt{50} + 2\sqrt{10} - \sqrt{50} - \sqrt{90} = 2\sqrt{10}$

(ه) $\sqrt{\frac{a}{27}} + n + \sqrt[3]{\frac{12a}{24}} = \frac{21\sqrt{a}}{6} \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{V} + n + \frac{2\sqrt{a}}{4} = \frac{21\sqrt{a}}{6}$

$$\Rightarrow n = \frac{21\sqrt{a}}{6} - \frac{\sqrt{a}}{V} - \frac{2\sqrt{a}}{4} = \left(\frac{21\sqrt{a}}{6} - \frac{1}{V} - \frac{2}{4} \right) \sqrt{a} = \frac{1}{2} \sqrt{a}$$

عنصر ۳: مقدار ممتضات حاصل را، A و بسط آورد.

(الف) $\sqrt{14n} + A = (\sqrt{2} + \sqrt{7})\sqrt{n}$

$$A = \sqrt{2n} + \sqrt{7n} - \sqrt{n} = \sqrt{7n}$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{y^2} - A = (y - 1) \sqrt[3]{y} \rightarrow A = \sqrt[3]{y^2} - y \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y}$$

$$\Rightarrow A = y \sqrt[3]{y} - y \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{y}$$

$$\text{ج) } \sqrt[3]{x^2 \cdot n^2 y^3} - A = ny \sqrt[3]{xny^2} \rightarrow A = \sqrt[3]{x^2 n^2 y^3} - ny \sqrt[3]{xny^2}$$

$$\Rightarrow A = ny \sqrt[3]{xny^2} - ny \sqrt[3]{xny^2} = ny \sqrt[3]{xny^2}$$

$$7) A + \sqrt{9n^2 y^9} = 2n^2 y^2 \sqrt{ny} \rightarrow A = 2n^2 y^2 \sqrt{ny} - \sqrt{9n^2 y^9}$$

$$\Rightarrow A = 2n^2 y^2 \sqrt{ny} - 3n^2 y^2 \sqrt{ny} = -n^2 y^2 \sqrt{ny}$$

مربع مربع: دسته و ناسخ هریک از عبارات زیر را بهترین کنید.

$$\text{(الف) } \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{3} - 1 \quad \boxed{\checkmark}$$

$$\text{ب) } \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \quad \boxed{X} \rightarrow \frac{2}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{2} = \sqrt{3} - 1$$

$$\text{ج) } \frac{3}{\sqrt[3]{2^8}} = \frac{3}{2^2} \quad \boxed{X} \rightarrow \frac{3}{\sqrt[3]{2^8} \times \sqrt[3]{2^2}} = \frac{3}{2^3} \rightarrow \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \rightarrow \frac{3\sqrt[3]{2}}{8}$$

$$\text{د) } \frac{1}{\sqrt[4]{2}} = \frac{\sqrt[4]{2}}{2} \quad \boxed{\checkmark}$$

چون عرض را طبع هم کنیم باقی می باشد

و این ضرب در صورت هم تابع

من لذارد

مسئلہ: مخرج حدیت از کرچے زیر را کو یابئے۔

(الف) $\frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{12}}{12}$

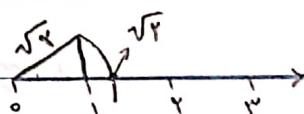
(ب) $\frac{24}{\sqrt{12}} = \frac{24}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{24\sqrt{12}}{12} = 2\sqrt{12}$

(ج) $\frac{11}{\sqrt{10}\sqrt{12}} = \frac{11}{\sqrt{10}\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{10}\sqrt{12}}{\sqrt{10}\sqrt{12}} = \frac{11\sqrt{10}\sqrt{12}}{120}$

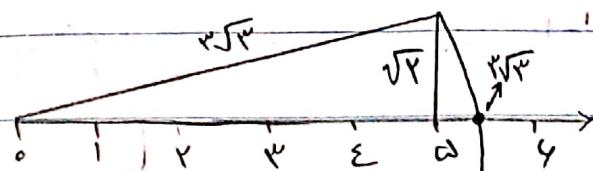
(د) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{12}} \times \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{10}\sqrt{12}}{12}$

مسئلہ: حدیت از اعداد زیر را مخرج نئان رصدی۔

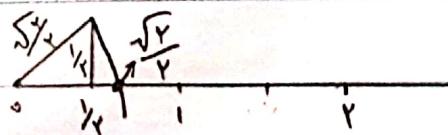
(الف) $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$



(ب) $\frac{9}{\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$



(ج) $\frac{\sqrt{2}}{2}$



(د) $\frac{2}{\sqrt{10}} - \frac{2}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$

