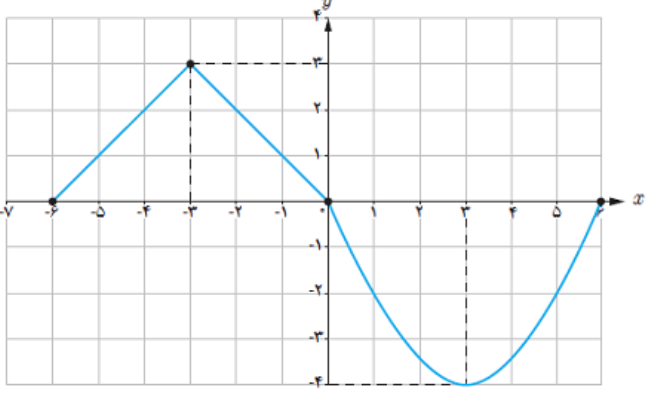


آزمون : حسابان ۲	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۱ دبیرستان نمونه دولتی امیر المومنین (ع)	بسمه تعالی
تاریخ : ۹۴/۸/۶	مدت : ۲۰ دقیقه	پایه دوازدهم
شماره صندلی :	نام و نام خانوادگی :	کلاس و نام دبیر :
۱/۵	<p>اگر دامنه و برد تابع <math>y = f(x)</math> به ترتیب بازه‌های <math>[a, b]</math> و <math>[c, d]</math> باشند، دامنه و برد تابع <math>y = kf(x)</math> را برای <math>k &gt; 0</math> و <math>k &lt; 0</math> تعیین کنید.</p>	۱
۱/۵	<p>اگر نمودار تابع <math>y = f(x)</math> به صورت زیر باشد، نمودار توابع <math>y = f(-\frac{x}{4})</math> و <math>y = f(3x)</math> را رسم کنید.</p> 	۲
۱/۵	<p>به کمک نمودار تابع <math>y = \sin x</math> با دامنه <math>[0, 2\pi]</math>، نمودار تابع <math>y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})</math> را رسم کنید و در آخر دامنه و برد آن را پیدا کنید.</p>	۳
۱	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x \geq -1 \\ 2 &amp; x &lt; -1 \end{cases}</math> را رسم کنید. در چه فاصله‌هایی این تابع صعودی و در چه فاصله‌هایی نزولی است؟</p>	۴

۱	$f(x) = \begin{cases} x-3 & x < -2 \\ 2 & -2 \leq x < 3 \\ -2x+4 & x \geq 3 \end{cases}$ <p>تابع <math>f(x)</math> روی بازه <math>(-\infty, a)</math> صعودی است. بیشترین مقدار <math>a</math> را بیابید.</p>	۵
۱/۵	<p>در صورتی که دو چند جمله ای <math>2x^2 - 5x + 4</math> و <math>x^2 + ax</math> در تقسیم بر <math>x - 1</math> هم باقیمانده باشند، مقدار عددی <math>a</math> را مشخص کنید.</p>	۶
۱	<p>ساده شده <math>A = \frac{1+x+x^2+x^3+x^4}{2}</math> به ازای <math>x = \sqrt[5]{3}</math> چند برابر <math>\frac{2}{1-\sqrt[5]{3}}</math> است؟</p>	۷
۲	<p>دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هر یک از توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) <math>y = 1 + 2 \sin 7x</math></p> <p>ب) <math>y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{4} x</math></p> <p><math>y = \cos^6 2x + \sin^4 3x</math></p> <p><math>y = \sin^2 \frac{\pi}{4} x + \cos \frac{\pi}{3} x</math></p>	۸

در هر مورد ضابطه تابعی مثلثاتی با دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف)  $T = 3$  ,  $\max = 9$  ,  $\min = 3$

۱/۵

ب)  $T = 4\pi$  ,  $\max = -1$  ,  $\min = -7$

۹

با استفاده از تعریف، دوره تناوب اصلی را به دست آورید.

$$y = \sqrt{\cos 2x}$$

۱

۱۰

معادلات زیر را حل کنید.

$$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

۳

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$$

$$\tan x \tan 2x = 1$$

۱۱

۱	مثلی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟	۱۲
۱	نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $22/5^\circ$ به دست آورید.	۱۳
۱/۵	معادله $\sin x + \cos x = 1$ را در بازه $0 \leq x \leq 2\pi$ حل کنید.	۱۴
۲۰	موفق باشید * سپهری	

**کانال تلگرام :**

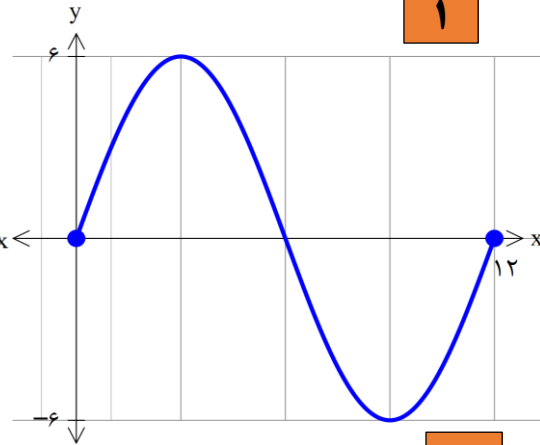
**@Sepehrimath**

# پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

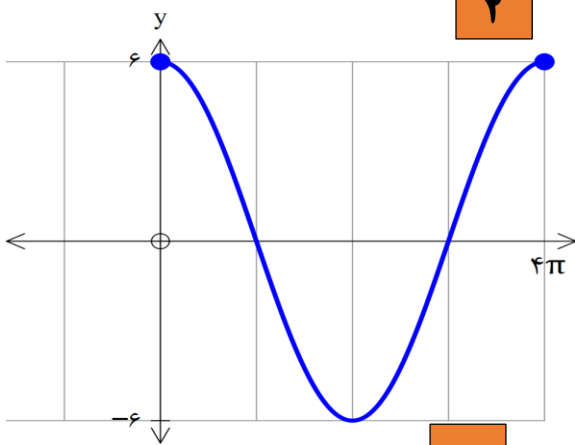
ضابطه نمودارهای زیر را بنویسید

۱

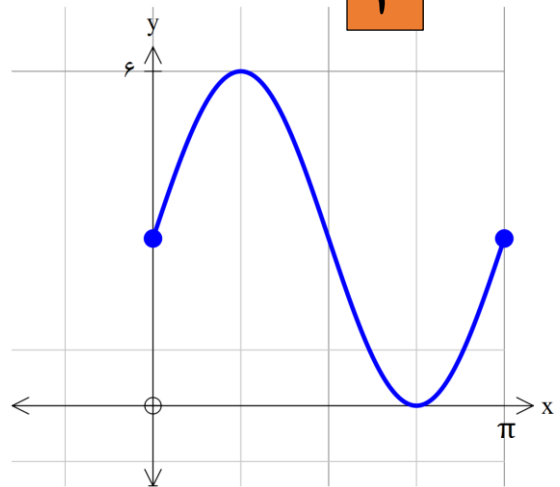
۱



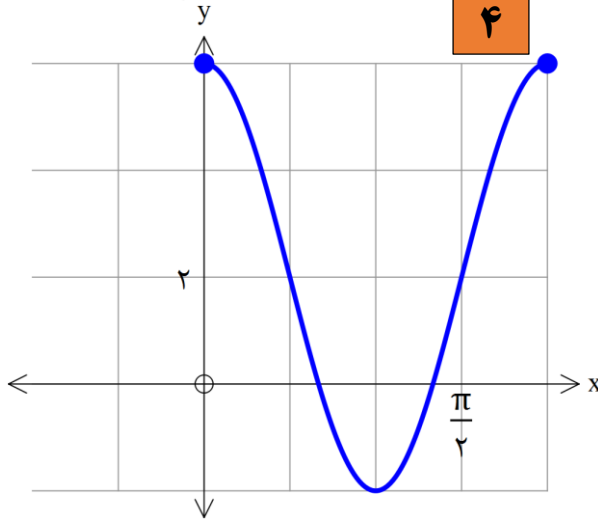
۲



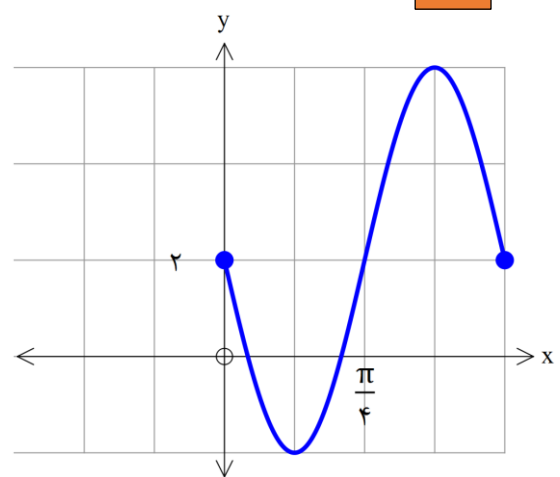
۳



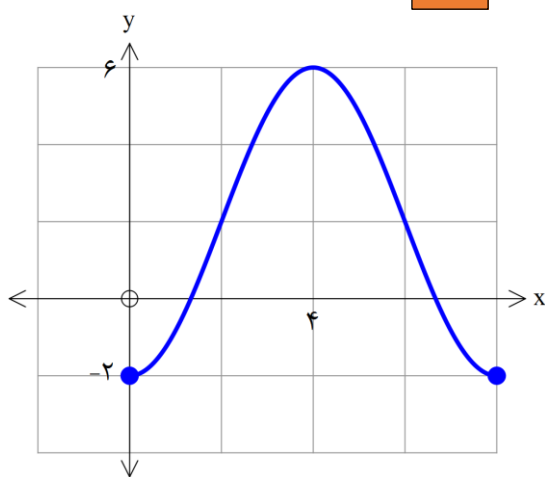
۴



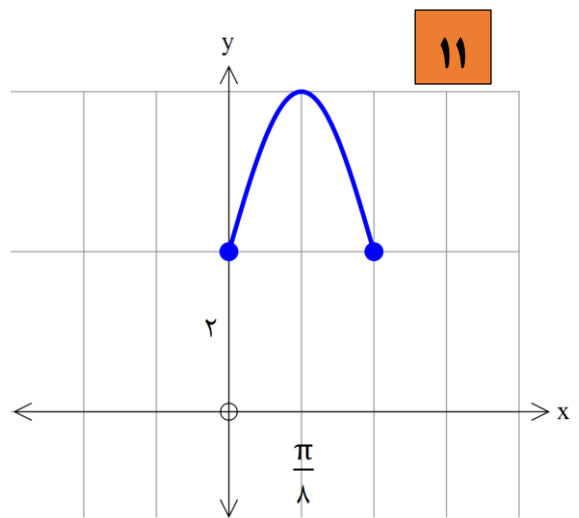
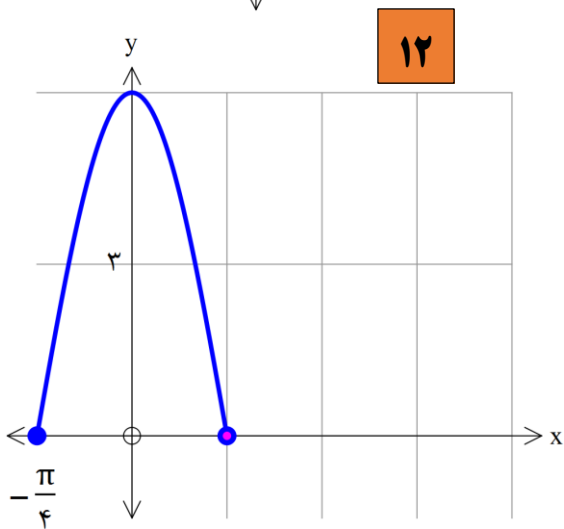
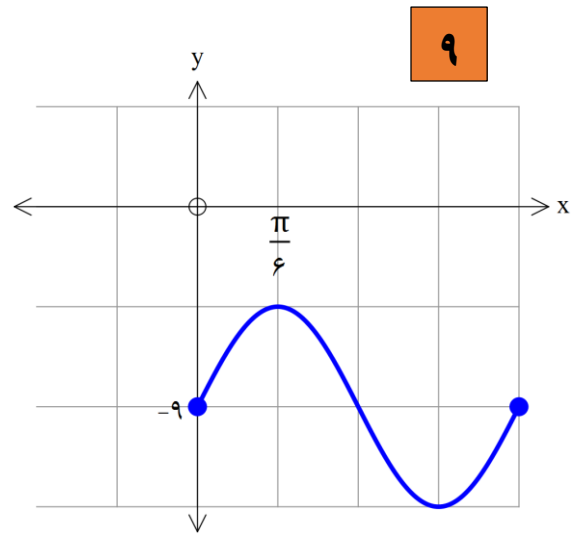
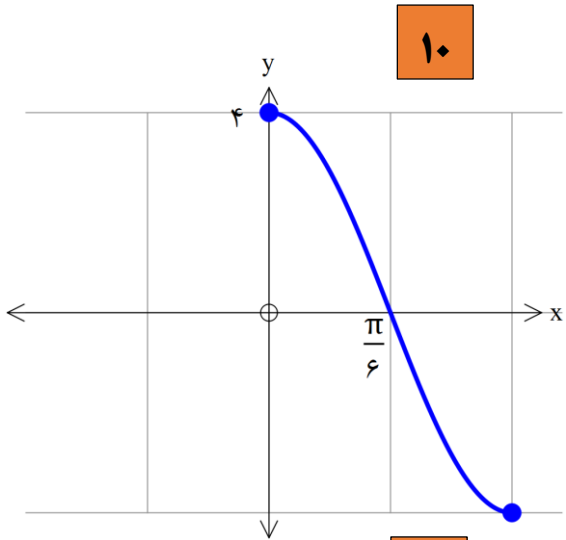
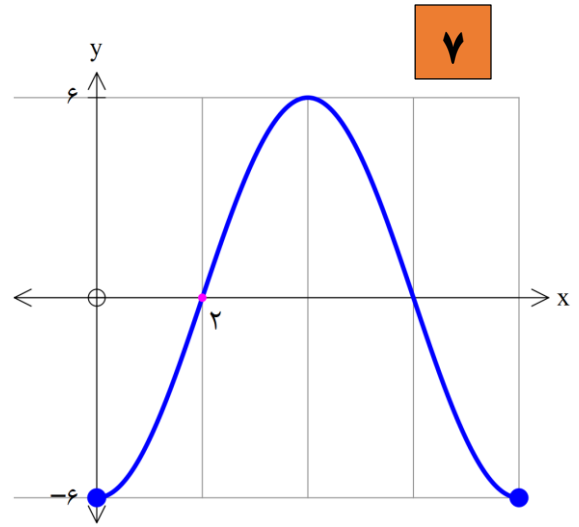
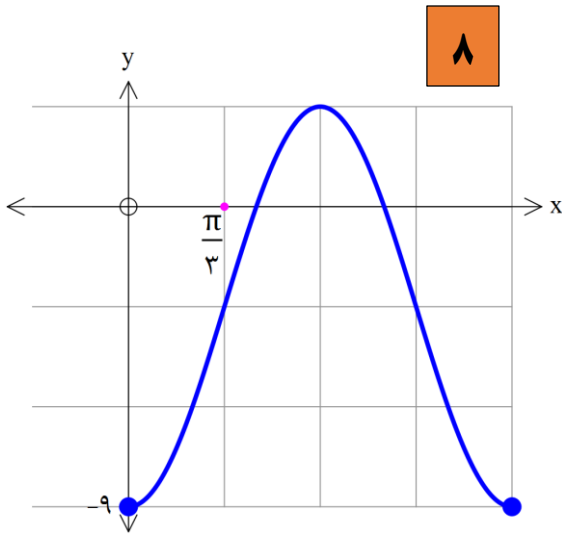
۵



۶



## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم



## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

۲ نمودارهای زیر را رسم کنید. (نه چندان دقیق) به کمک اکستریم های تابع

$$y = -۳\sin ۲x + ۱$$

$$y = -۴\cos \frac{x}{۲} - ۳$$

$$y = ۵\cos \frac{۲x}{۳} + ۳$$

$$y = ۲\sin \frac{x}{۳} - ۱$$

۳ با استفاده از انتقال نمودارهای زیر را رسم کنید (دقیق)

$$y = -۲\sin\left(x - \frac{\pi}{۶}\right) + ۱$$

$$y = ۳\sin\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) - ۲$$

$$y = -۲\cos\left(x + \frac{\pi}{۶}\right) + ۳$$

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{۴}\right) + ۲$$

۴ دوره تناوب را بیابید

$$۱) y = \frac{۵}{۶}x - \left[\frac{۱}{۲}x\right] - \left[\frac{۱}{۳}x\right]$$

$$۲) y = |\sin x + \cos x|$$

$$۳) y = |\sin x| + |\cos x|$$

$$۴) y = |\sin x| - |\cos x|$$

$$۵) y = \cos^۲ ۵x$$

$$۶) y = \sin ۷x \sin ۴x$$

$$۷) y = \sin\left(\frac{\pi}{۲}x\right) + ۳\cos\left(\frac{\pi}{۴}x\right)$$

$$۸) y = (-1)^{[x]}$$

## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

### پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

(۱)

$$\max = 6 \quad \min = -6 \quad T = 12$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-6)}{2} = 6$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-6)}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$y = 6 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right)$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

چون نمودار از مبدا رسم شده پس تابع سینوس است.

از طرفی اول max بعد min داریم

پس ضریب sin مثبت است

(۲)

$$\max = 6 \quad \min = -6 \quad T = 4\pi$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-6)}{2} = 6$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-6)}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$y = 6 \cos\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

چون محور y ها از اکسترمم تابع رد شده

است پس کسینوس است. از طرفی ابتدا

max سپس min داریم

پس ضریب cos مثبت است

(۳)

$$\max = 6 \quad \min = 0 \quad T = \pi$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (0)}{2} = 3$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (0)}{2} = 3 \Rightarrow$$

$$y = 3 \sin(2x) + 3$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

چون نمودار از میانگین اکستریم رسم شده

پس تابع سینوس است.

از طرفی اول به سمت max بعد min رفته

پس ضریب sin مثبت است



## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

(۴)

$$\max = 6 \quad \min = -2 \quad T = \frac{2\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-2)}{2} = 4$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = 2 \Rightarrow y = 4 \cos(3x) + 2$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$$

چون محور  $y$  ها از اکسترمم تابع رد شده است

پس کسینوس است . از طرفی ابتدا  $\max$

سپس  $\min$  داریم

پس ضریب  $\cos$  مثبت است

(۵)

$$\max = 6 \quad \min = -2 \quad \frac{T}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-2)}{2} = 4$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = 2 \Rightarrow y = -4 \sin(4x) + 2$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

چون نمودار از میانگین اکستریم

رسم شده پس سینوس است .

از طرفی ابتدایه سمت  $\min$  سپس  $\max$

پس ضریب  $\sin$  مثبت است

(۶)

$$\max = 6 \quad \min = -2 \quad \frac{T}{2} = 4 \Rightarrow T = 8$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-2)}{2} = 4$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-2)}{2} = 2 \Rightarrow y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) + 2$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

چون محور  $y$  ها از اکسترمم تابع رد شده است

پس کسینوس است . از طرفی ابتدا  $\min$

سپس  $\max$  داریم

پس ضریب  $\cos$  منفی است

## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

(۷)

چون محور  $y$  ها از اکسترمم تابع رد شده است

پس کسینوس است . از طرفی ابتدا  $\min$

سپس  $\max$  داریم

پس ضریب  $\cos$  منفی است

$$\max = 6 \quad \min = -6 \quad \frac{T}{4} = 2 \Rightarrow T = 8$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-6)}{2} = 6$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-6)}{2} = 0$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow y = -6 \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

(۸)

چون محور  $y$  ها از اکسترمم تابع رد شده است

پس کسینوس است . از طرفی ابتدا  $\min$

سپس  $\max$  داریم

پس ضریب  $\cos$  منفی است

$$\max = 3 \quad \min = -9 \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{3 - (-9)}{2} = 6$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{3 + (-9)}{2} = -3$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y = -6 \cos\left(\frac{3}{2}x\right) - 3$$

(۹)

چون نمودار از میانگین اکستریمم رسم شده

پس تابع سینوس است .

از طرفی اول به سمت  $\max$  بعد  $\min$  رفته

پس ضریب  $\sin$  مثبت است

$$\max = -3 \quad \min = -9 \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{-3 - (-9)}{2} = 3$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{-3 + (-9)}{2} = -6$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$$

$$\Rightarrow y = 3 \sin(3x) - 6$$

## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

(۱۰)

چون محور  $y$  ها از اکسترمم تابع رد شده است

پس کسینوس است. از طرفی ابتدا  $\max$

سپس  $\min$  داریم

پس ضریب  $\cos$  مثبت است

$$\max = 4 \quad \min = -4 \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3}$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{4 - (-4)}{2} = 4$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$$

$$\Rightarrow y = 4 \cos(3x)$$

(۱۱)

چون نمودار از میانگین اکستریمم رسم شده

پس تابع سینوس است.

از طرفی اول به سمت  $\max$  بعد  $\min$  رفته

پس ضریب  $\sin$  مثبت است

$$\max = 4 \quad \min = 0 \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{8} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{4 - (0)}{2} = 2$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{4 + (0)}{2} = 2$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$\Rightarrow y = 2 \sin(4x) + 2$$

(۱۲)

چون محور  $y$  ها از اکسترمم تابع رد شده است

پس کسینوس است. از طرفی ابتدا  $\max$

سپس  $\min$  داریم

پس ضریب  $\cos$  مثبت است

$$\max = 6 \quad \min = -6 \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow T = \pi$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{6 - (-6)}{2} = 6$$

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{6 + (-6)}{2} = 0$$

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

$$\Rightarrow y = 6 \cos(2x)$$

## باسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

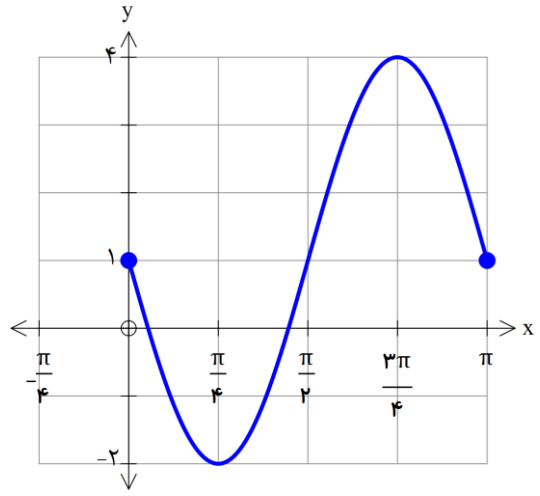
سوال ۲:

$$y = -۳\sin ۲x + ۱$$

$$T = \frac{۲\pi}{۲} = \pi$$

$$\min \begin{cases} \frac{\pi}{۴} \\ -۳ + ۱ = -۲ \end{cases}$$

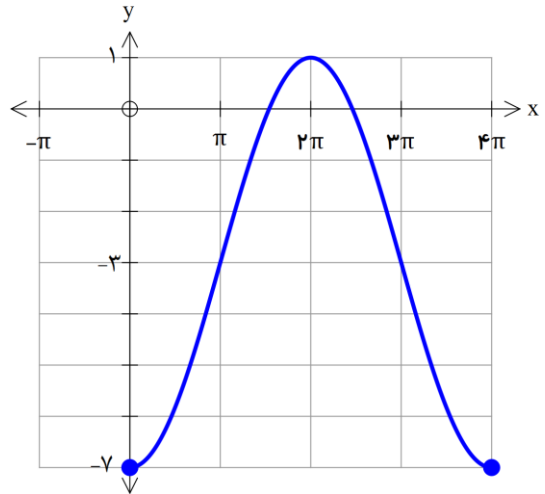
$$\max \begin{cases} \frac{۳\pi}{۴} \\ ۳ + ۱ = ۴ \end{cases}$$



$$y = -۴\cos\left(\frac{x}{۲}\right) - ۳$$

$$T = \frac{۲\pi}{\frac{1}{۲}} = ۴\pi$$

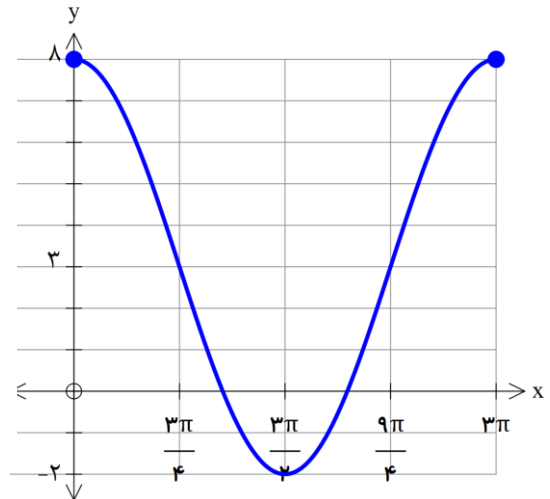
$$\min \begin{cases} ۰ \\ -۴ - ۳ = -۷ \end{cases} \quad \min \begin{cases} ۴\pi \\ -۴ - ۳ = -۷ \end{cases} \quad \max \begin{cases} ۲\pi \\ ۴ - ۳ = ۱ \end{cases}$$



$$y = ۵\cos\left(\frac{۲x}{۳}\right) + ۳$$

$$T = \frac{۲\pi}{\frac{۲}{۳}} = ۳\pi$$

$$\min \begin{cases} ۰ \\ -۵ + ۳ = -۲ \end{cases} \quad \max \begin{cases} ۰ \\ ۵ + ۳ = ۸ \end{cases} \quad \max \begin{cases} ۳\pi \\ ۵ + ۳ = ۸ \end{cases}$$



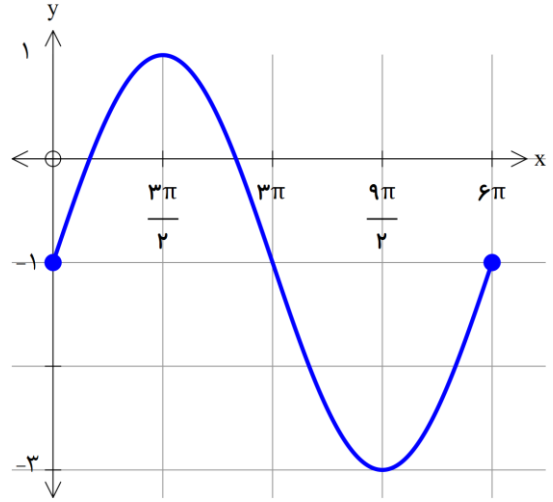
## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

$$y = ۲ \sin\left(\frac{x}{۳}\right) - ۱$$

$$T = \frac{۲\pi}{\frac{1}{۳}} = ۶\pi$$

$$\min \begin{cases} \frac{۹\pi}{۲} \\ -۲ - ۱ = -۳ \end{cases}$$

$$\max \begin{cases} \frac{۳\pi}{۲} \\ ۲ - ۱ = ۱ \end{cases}$$



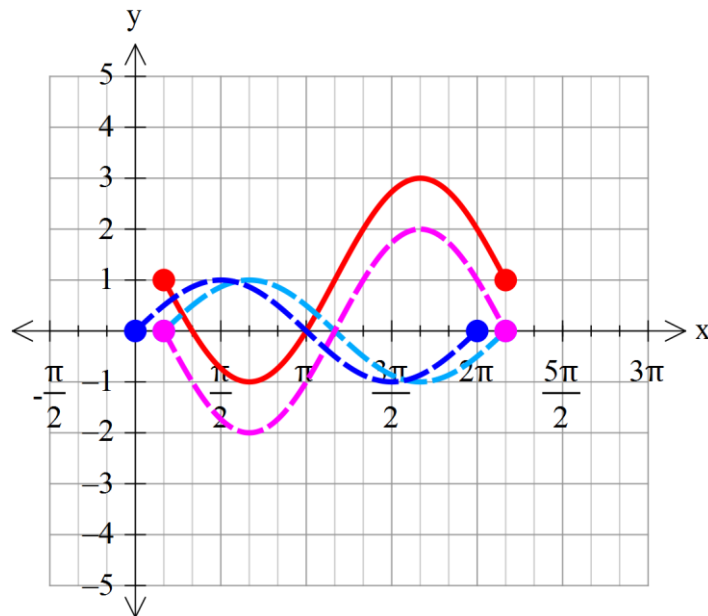
سوال ۳:

$$y = -۲ \sin\left(x - \frac{\pi}{۶}\right) + ۱$$

$$y = ۳ \sin\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) - ۲$$

$$y = -۲ \cos\left(x + \frac{\pi}{۶}\right) + ۳$$

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{۴}\right) + ۲$$



مراحل رسم

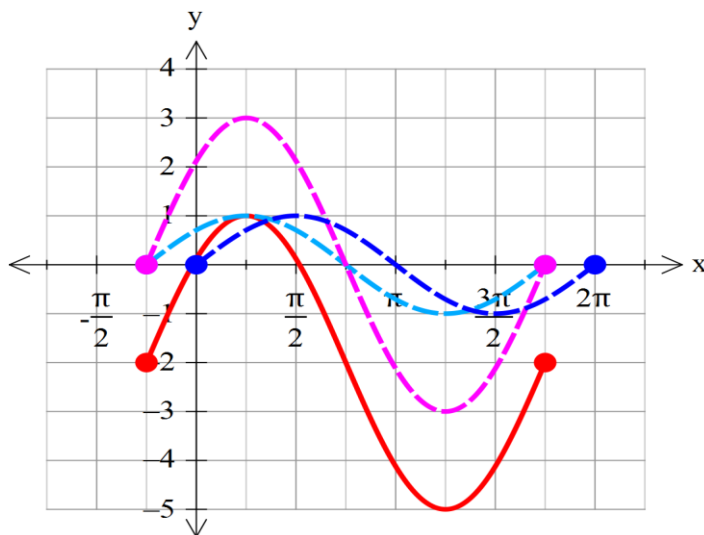
۱)  $\sin x$

۲)  $\sin\left(x - \frac{\pi}{۶}\right)$

۳)  $-۲ \sin\left(x - \frac{\pi}{۶}\right)$

۴)  $-۲ \sin\left(x - \frac{\pi}{۶}\right) + ۱$

## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم



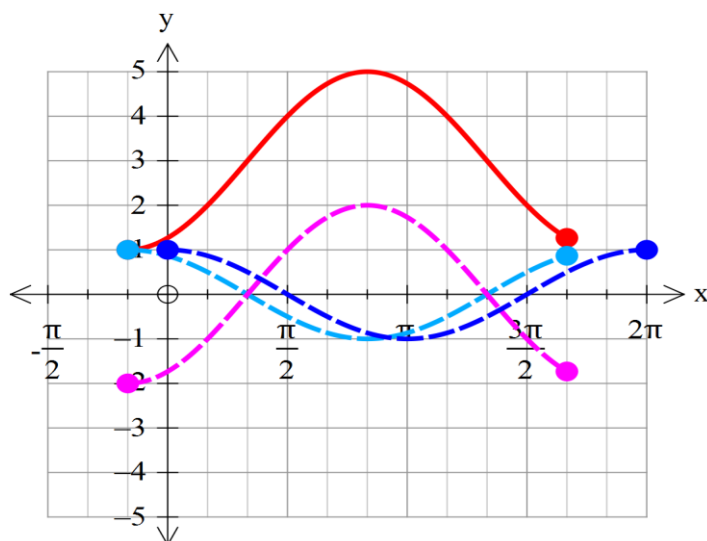
مراحل رسم

۱)  $\sin x$

۲)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

۳)  $3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

۴)  $3\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2$



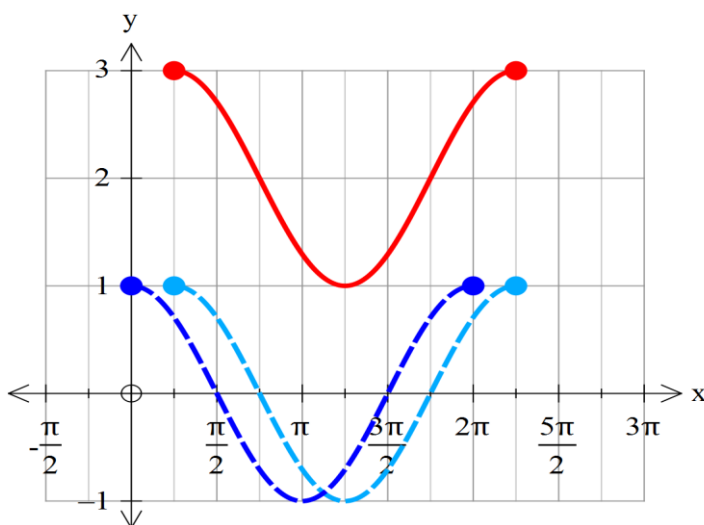
مراحل رسم

۱)  $\cos x$

۲)  $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

۳)  $-2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

۴)  $-2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3$



مراحل رسم

۱)  $\cos x$

۲)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

۳)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$

## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

$$1) y = \frac{5}{6}x - \left[ \frac{1}{2}x \right] - \left[ \frac{1}{3}x \right]$$

$$\xrightarrow{y=mx - [mx] \Rightarrow T = \frac{1}{m}} y = \underbrace{\frac{1}{2}x - \left[ \frac{1}{2}x \right]}_{T=2} + \underbrace{\frac{1}{3}x - \left[ \frac{1}{3}x \right]}_{T=3} \Rightarrow T = 6$$

**نکته:**

$$y = |\sin ax| \quad T = \frac{2\pi}{|a|} \quad \boxed{\text{حدس می زنیم}}$$

نصفش امتحان می کنیم  $\rightarrow f\left(x + \frac{\pi}{a}\right) = \left| \sin\left(ax + \pi\right) \right| = |-\sin ax| = |\sin ax| = f(x) \Rightarrow T = \pi$

نصفش امتحان می کنیم  $\rightarrow f\left(x + \frac{\pi}{2a}\right) = \left| \sin\left(ax + \frac{\pi}{2}\right) \right| = |\cos ax| \neq f(x) \Rightarrow T = \pi$

$$2) y = |\sin x + \cos x|$$

$$f(x + \pi) = |\sin(x + \pi) + \cos(x + \pi)| = |-\sin x - \cos x| = |\sin x + \cos x| = f(x) \Rightarrow T = \pi$$

$$f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \left| \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right| = |\cos x - \sin x| \neq f(x) \Rightarrow T = \pi$$

**روش دوم:**

$$y = |\sin x + \cos x| = \left| \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right| \xrightarrow{\text{طبق نکته}} T = \pi$$

$$3) y = |\sin x| + |\cos x| \Rightarrow T = \pi \quad \boxed{\text{حدس می زنیم}}$$

$$f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \left| \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right| + \left| \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right| = |\cos x| + |-\sin x| = |\cos x| + |\sin x| = f(x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

$$f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \left| \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right| + \left| \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right| \neq f(x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{2}$$

## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

۴)  $y = |\sin x| - |\cos x| \Rightarrow T = \pi$  حدس می زنیم  
 $T_1 = \pi \quad T_2 = \pi$

$$f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \left|\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right| - \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right| = |\cos x| - |-\sin x| = |\cos x| - |\sin x| \neq f(x) \Rightarrow T = \pi$$

۵)  $y = \cos^2 5x \quad T = \frac{\pi}{|5|} = \frac{\pi}{5}$  چون توان زوج است

۶)  $y = \sin 3x \sin 4x$

$$= -\frac{1}{2} [\cos(3x + 4x) - \cos(3x - 4x)] = -\frac{1}{2} \left[ \underbrace{\cos(7x)}_{T_1 = \frac{2\pi}{7}} - \underbrace{\cos(x)}_{T_2 = \frac{2\pi}{1}} \right] \Rightarrow T = \frac{2 \times 7 \times 1 \times \pi}{7 \times 1 \times 1} = 2\pi$$

$$f(x + \pi) = \sin(3x + 3\pi) \sin(4x + 4\pi) = (-\sin 3x)(\sin 4x) \neq f(x) \Rightarrow T = 2\pi$$

نصفش را امتحان می کنیم

۷)  $y = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 3\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) \Rightarrow T = 8$   
 $T_1 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \quad T_2 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$

$$f(x + 4) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x + 2\pi\right) + 3\cos\left(\frac{\pi}{4}x + \pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right) \neq f(x) \Rightarrow T = 8$$

۸)  $y = (-1)^{[x]}$

$$f(x + T) = (-1)^{[x+T]} \xrightarrow{[x+T]=[x]+T} (-1)^{[x]+T}$$

کوچکترین عدد صحیح مثبت  $T=1$  است امتحان می کنیم که آیا می تواند دوره تناوب باشد

$$f(x + 1) = (-1)^{[x+1]} = (-1)^{[x]+1} = (-1)^{[x]} \times (-1)^1 = -(-1)^{[x]} \neq f(x) \Rightarrow T \neq 1$$

حال عدد صحیح مثبت بعدی را امتحان می کنیم

$$f(x + 2) = (-1)^{[x+2]} = (-1)^{[x]+2} = (-1)^{[x]} \times (-1)^2 = (-1)^{[x]} = f(x) \Rightarrow T = 2$$

$$** f(x) = (-1)^{\left[\frac{x}{a}\right]} \Rightarrow T = |2a|$$



## پاسخنامه تکلیف مثلثات فصل دوم

$$\frac{\pi}{4} \quad (۱) \quad \pi(۲)$$