

طرح بلوک و تقارن

این طرح ساده ترین طرح دو عاملی است که عملی است و در حال حاضر بیشتر استفاده می شود

داده های به صورت زیر است

		تکامل				
	تکرار	1	2	...	k	
1	1	y_{11}	y_{12}		y_{1k}	B_1
2	2	y_{21}	y_{22}		y_{2k}	B_2
...
b	b	y_{b1}	y_{b2}		y_{bk}	B_k
Σ	Σ	T_1	T_2	...	T_k	T

$k \times 1 = bk$

$SSTO = SSBL + SSTR + SSE$

$SSTO = \sum_{ij} y_{ij}^2 - \frac{T^2}{bk}$
 $SSTR = \sum_j \frac{T_j^2}{b} - \frac{T^2}{bk}$
 $SSBL = \sum_i \frac{B_i^2}{k} - \frac{T^2}{bk}$

منابع تغییر	SS	df	MS	F*
تکرار	SSBL	b-1	$MSBL = \frac{SSBL}{b-1}$	$F_1^* = \frac{MSBL}{MSE}$
تکامل	SSTR	k-1	$MSTR = \frac{SSTR}{k-1}$	$F_2^* = \frac{MSTR}{MSE}$
مابقی	SSE	(b-1)(k-1)	$MSE = \frac{SSE}{(b-1)(k-1)}$	
کل	SSTO	bk-1		

H_0 : بین تمام بلوک تغییر نیست
 H_1 : لااقل یک بلوک تغییر دارد

الف) بر روی آزمون بلوک
 H_0 را رد می کنیم خطای α داریم
 $F_1^* > F_{\alpha} [b-1, (b-1)(k-1)]$

ب) بررسی اثر تراز

H_0 : میانگین K یکسانی است
 H_1 : لاابریایی در میان ترازها دارد

H_0 را در سطح خطای α رد می‌کنیم اگر $F_2 > f_{\alpha}[(k-1), (b-1)(k-1)]$

مثال: محقق قصد دارد کارایی سه روش تدریس را در دروسهای گوناگون مختلف مطالعه کند. این منظور از چهارگون سنی مختلف از گروه سنی ۱۰ تا ۱۴ و هر فرد در آن

اندازه گیری از آنها فراتر نرود. نتایج به صورت زیر ثبت شدند:

درسی / تراز	1	2	3	جمع	$b=4$ $k=3$ $bk=12$ $T=166$
۱۰)	17	15	19	51	
۱۱)	11	18	14	43	
۱۲)	14	10	15	39	
۱۳)	7	15	11	33	
جمع	49	58	59	166	

در سطح خطای ۵٪ اثر روش تدریس در کارایی سنی را بررسی می‌کنیم.

$$SSTO = [17^2 + 11^2 + \dots + 15^2 + 11^2] - \frac{(166)^2}{12} = 2432 - 2296.33 = 135.67$$

$$SSBL = \left[\frac{(51)^2 + (43)^2 + (39)^2 + (33)^2}{4} \right] - \frac{(166)^2}{12} = 2353.33 - 2296.33 = 157$$

$$SSTR = \left[\frac{49^2 + 58^2 + 59^2}{3} \right] - \frac{(166)^2}{12} = 2311.5 - 2296.33 = 15.17$$

$$SSTO = [17^2 + 11^2 + \dots + 15^2 + 11^2] - \frac{(166)^2}{12} = 2432 - 2296.33 = 135.67$$

$$SSBL = \left[\frac{(51)^2 + (43)^2 + (39)^2 + (33)^2}{4} \right] - \frac{(166)^2}{12} = 2353.33 - 2296.33 = 57$$

$$SSTR = \left[\frac{49^2 + 58^2 + 59^2}{3} \right] - \frac{(166)^2}{12} = 2311.5 - 2296.33 = 15.17$$

$$SSE = 135.67 - 57 - 15.17 = 63.5$$

منبع تغییرات	SS	df	MS	F*
گروه‌بندی	57	3	19	$F_1^* = \frac{19}{10.58} = 1.8$
ادرس‌های	15.17	2	7.59	$F_2^* = \frac{7.59}{10.58} = 0.72$
مانده	63.5	6	10.58	
کل	135.67	11		

H_0 : میانگین عمر گروه‌ها نه مختلف است
 H_1 : لازم عمر در گروه‌ها تفاوت دارد

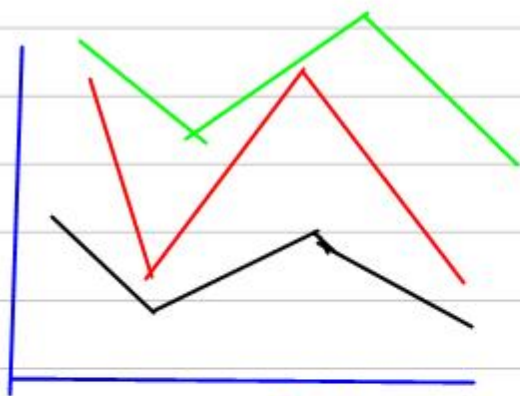
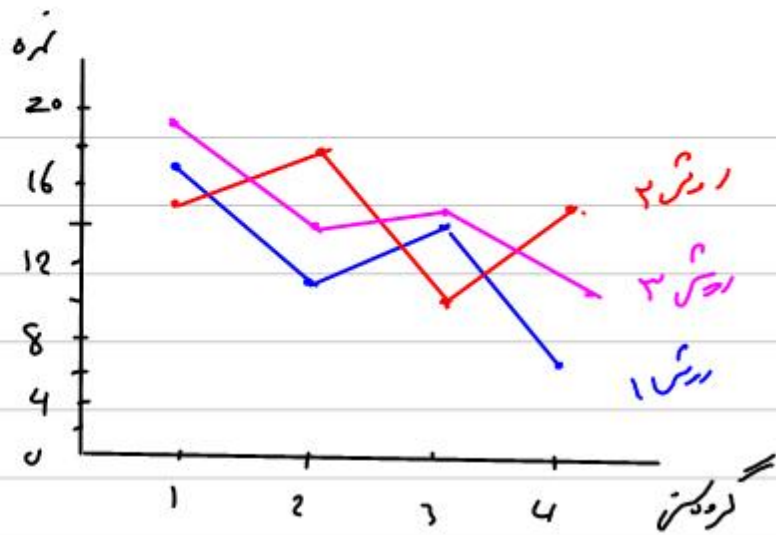
چون $F_1^* = 1.8 < F_{0.05}(3,6) = 4.76$ پس H_0 رد نمی‌شود

یعنی بین میانگین عمر در چهار گروه تفاوت معنی‌دار به لحاظ آماری وجود ندارد.

H_0 : میانگین عمر در هر دو گروه یکسان است
 H_1 : لازم است که در هر دو گروه تفاوت دارد

چون $F_2^* = 0.72 < F_{0.05}(2,6) = 5.14$ پس H_0 رد نمی‌شود.

درجه آزادی	1	2	3	جمع
100)	17	15	19	51
100)	11	18	14	43
100)	14	10	15	39
100)	7	15	11	33
	49	58	59	166



اثر متقابل

فردار اثر متقابل

Interaction

طرح دو عاملی یا سه عاملی

در هر عامل A دارای a سطح و عامل B دارای b سطح باشد و در هر یک از A, B

تعداد r است که در دستنویس من جدول زیر -

$$N = abr$$

A \ B	1	2	...	b	ع
1	y_{111} y_{112} \vdots y_{11r} T_{11}	y_{121} y_{122} \vdots y_{12r} T_{12}		y_{1b1} y_{1b2} \vdots y_{1br} T_{1b}	$T_{1..}$
2	y_{211} \vdots y_{21r} T_{21}	y_{221} \vdots y_{22r} T_{22}		y_{2b1} \vdots y_{2br} T_{2b}	$T_{2..}$
\vdots					\vdots
a	y_{a11} y_{a1r} T_{a1}	y_{a21} y_{a2r} T_{a2}		y_{ab1} y_{abr} T_{ab}	$T_{a..}$
ع	$T_{.1}$	$T_{.2}$		$T_{.b}$	T

$$SSTO = \underbrace{SSA + SSB + SSAB}_{SSTR} + SSE$$

$$SSTO = \sum_{i,j,k} y_{ijk}^2 - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSTR = \sum_{i,j} \frac{T_{ij}^2}{r} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSA = \sum_i \frac{T_{i..}^2}{br} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSB = \sum_j \frac{T_{.j}^2}{ar} - \frac{T^2}{abr}$$

$$SSAB = SSTR - SSA - SSB$$

$$SSE = SSTO - SSTR$$

منبع تغییرات	SS	df	MS	F*
A عامل	SSA	a-1	$MSA = \frac{SSA}{a-1}$	$F_1^* = \frac{MSA}{MSE}$
B عامل	SSB	b-1	$MSB = \frac{SSB}{b-1}$	$F_2^* = \frac{MSB}{MSE}$
ارتباط A و B	SSAB	(a-1)(b-1)	$MSAB = \frac{SSAB}{(a-1)(b-1)}$	$F_3^* = \frac{MSAB}{MSE}$
سایه	SSE	ab(r-1)	$MSE = \frac{SSE}{ab(r-1)}$	
کل	SSTO	abr-1		

H_0 : میانگین‌ها برابر است
 H_1 : حداقل یک میانگین متفاوت دارد

$F_i^* > F_{\alpha} [a-1, ab(r-1)]$ یا $F_i^* > F_{\alpha} [a-1, ab(r-1)]$ در صورت H_0

H_0 : $\mu = \mu_0$ (تساوی در میان)
 H_1 : $\mu \neq \mu_0$ (تفاوت دارد)

H_0 را در سطح خطای α رد می‌کنیم اگر

$$F_2^* > F_{\alpha} [b-1, ab(r-1)]$$

بین تعمیم یافته A با مجموع B از تعادل وجود ندارد
 H_0 :
 اما بین تعمیم یافته A با مجموع B از تعادل وجود دارد
 H_1 :

$$F_3^* > F_{\alpha} [(a-1)(b-1), ab(r-1)]$$

مثال: محقق قصد دارد کاغذی که در هر یک از چهار رنگ مختلف استفاده می‌شود را در هر یک از سه روش مختلف چاپ کند. هر دو دفتر را تحت نظر قرار می‌دهد تا ببیند آیا تفاوتی در میان آنها وجود دارد یا نه.

رنگ کاغذ \ روش چاپ	1	2	3	جمع
1 (سبز)	17 16 33	15 13 28	19 14 33	94
2 (سبز)	11 14 25	18 15 33	14 12 28	86
3 (سبز)	14 10 24	18 16 22	15 11 26	72
4 (سبز)	7 4 11	15 13 28	11 18 29	68
جمع	93	171	116	320

$$\begin{aligned}
 a &= 4 \\
 b &= 3 \\
 r &= 2
 \end{aligned}$$

در سطح خطای $\alpha = 0.05$ از روش F-Test و روش ANOVA استفاده می‌کنیم تا ببینیم آیا تفاوتی در میان آنها وجود دارد یا نه.

$$SSTO = [17^2 + 16^2 + \dots + 11^2 + 18^2] - \frac{(320)^2}{24} = 4544 - 4266.67 = 277.33$$

$$SSTR = \left[\frac{33^2 + \dots + 29^2}{2} \right] - \frac{(320)^2}{24} = 4472 - 4266.67 = 205.33$$

$$SSA = \left[\frac{94^2 + \dots + 68^2}{6} \right] - \frac{(320)^2}{24} = 4340 - 4266.67 = 73.33$$

$$SSB = \left[\frac{93^2 + 111^2 + 116^2}{8} \right] - \frac{(320)^2}{24} = 4303.25 - 4266.67 = 36.58$$

$$SSAB = 205.33 - 73.33 - 36.58 = 95.42$$

$$SSE = SST_0 - SSTR = 277.33 - 205.33 = 72$$

منبع تغییر	SS	df	MS	F*
برند	73.33	3	24.44	$F_1^* = 4.07$
نوع تریس	36.58	2	18.29	$F_2^* = 3.05$
ارتباط	95.42	6	15.90	$F_3^* = 2.65$
مابقی	72	12	6	
کل	277.33	23		

H_0 : بی تاثیر بودن برند بر کیفیت است
 H_1 : تاثیر مثبت دارد بر کیفیت

$$F_1^* = 4.07 > F_{0.05}(3, 12) = 3.49 \quad \text{رد } H_0$$

یعنی تاثیر مثبت برند در کیفیت دارد

H_0 : بی تاثیر بودن نوع تریس بر کیفیت است
 H_1 : تاثیر مثبت دارد بر کیفیت

$$F_2^* = 3.05 > F_{0.05}(2, 12) = 3.89 \quad \text{رد } H_0$$

یعنی تاثیر مثبت نوع تریس بر کیفیت دارد

بین قیمت ارزینما به مبلغ روزی در یک اثر متقابل وجود دارد
 لا اذن H_0 = در تعدادی روزی در یک اثر متقابل وجود دارد
 H_1 =

$F_s^* = 2.65 < F_{0.05}(6, 12) = 3.00$ حرف

۱۴۰ اردیبهشت ۱۳۹۵ بین قیمت ارزینما و قیمت روزی در یک اثر متقابل وجود ندارد

روزهای گزینه	1	2	3	جمع
۱۰۰)	۱۷ ۱۶	۱۵ ۱۳	۱۹ ۱۴	۹۴
۱۰۰)	۱۱ ۱۴	۱۸ ۱۵	۱۴ ۱۴	۸۶
۲۰۰)	۱۴ ۱۰	۱۸ ۱۰	۱۵ ۱۱	۷۲
۳۰۰)	۷ ۴	۱۵ ۱۳	۱۱ ۱۸	۶۸
جمع	۹۳	۱۱۱	۱۱۶	۳۲۰

