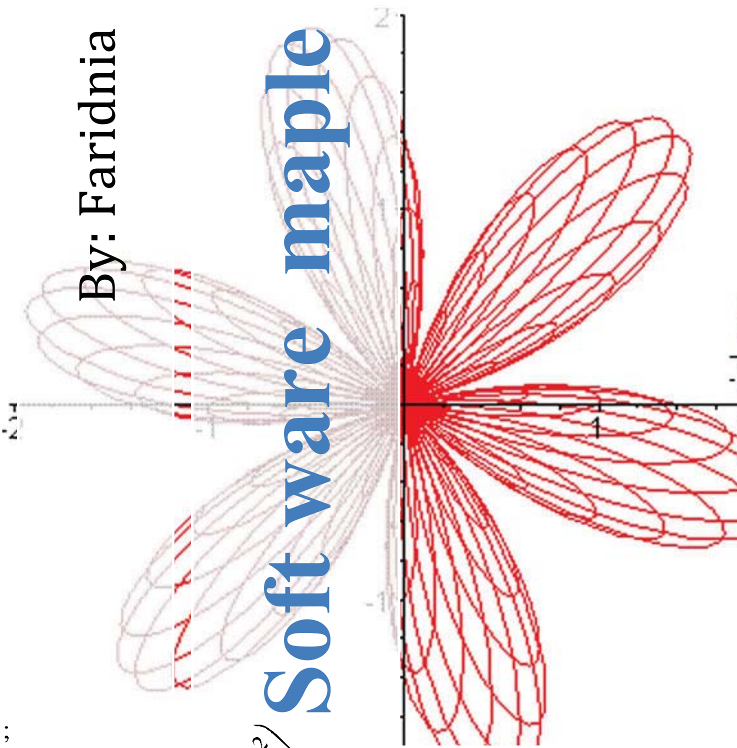
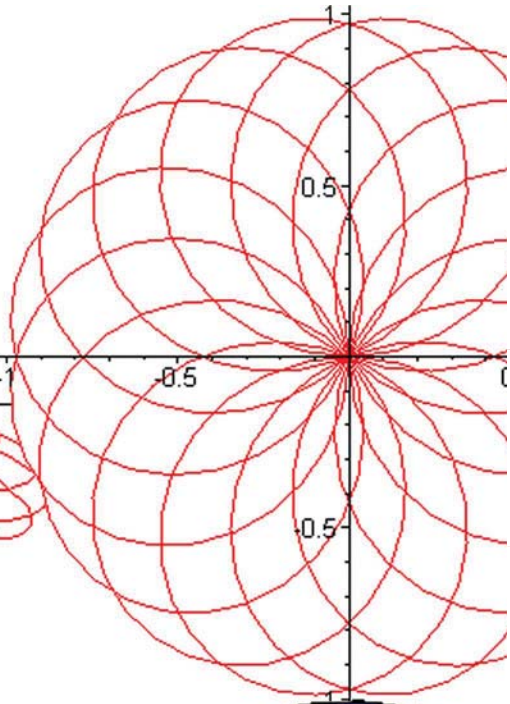
Learning Maple

By: Faridnia

Soft ware maple

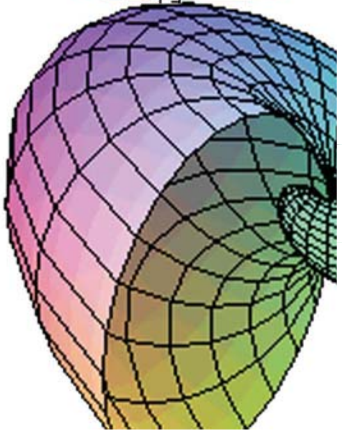




```
with(plots);
    [animate, animate3ᐟ    ecurve, arrow, changecoords,
      complexplot    xp'  'd, conformal, conformal3d,
      contourp'    ov        ordplot, coordplot3d, densityplot,
      displ      xi'         ldplot3d, gradplot,
      gr                     icitplot, implicitplot3d, inequal,
         iv                  ns, intersectplot, listcontplot,
         or                  yplot, listplot, listplot3d, loglogplot,
      og                     ultiple, odeplot, pareto, plotcompare,
      poin               ot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d,
      polyhedr       pported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot,
      setcolors, setoptions, setoptions3d, spacecurve,
      sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]
```

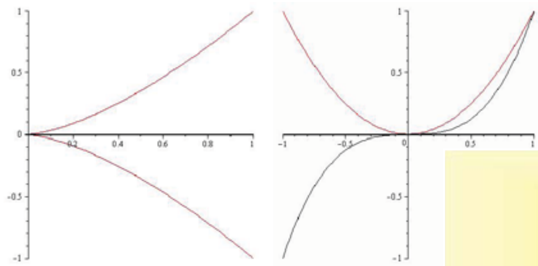
$$subs\left(x=1, y=-2, z=\frac{1}{2}, x\cdot y^2+y\cdot x^2+x\cdot y\cdot z^2\right)$$

```
e1 := x + 2*y - z = 1;
e2 := 3*x - y + z = 2;
e3 := 2*x - 4*y + 2*z = 0;
solve({e1, e2, e3});
```



آموزش نرم افزار maple

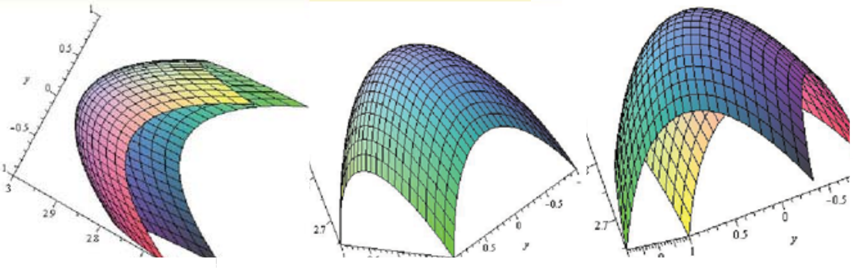
lot([x^2, x^3, x = −1 ..1]) plot([x^2, x^3], x = −1 ..1)



مدرس : عزت الله فریدنیا

مرکز آموزش عالی امام خمینی (ره) - جهاد کشاورزی کرج

مقطع کارشناسی



آموزش نرم افزار MAPLE

مدرس : فریدنیا

درس : ریاضیات در حسابداری ۲

معرفی نرم افزار میپل

نرم افزار Maple برای حل مسائل ریاضی است که اولین بار در سال ۱۹۸۱برای انجام مجموعه ای از محاسبات در دانشگاه waterllo کانادا طراحی شد. نرم افزار Maple یک سامانه رایانه‌ای جبری Maple یکی از نرم‌افزارهای مشهور ریاضی برای انجام عملیات نمادی است. نام آن به معنی درخت افرا (درختی شبیه چنار) است که عکس برگ آن بر پرچم کانادا وجود دارد. دلیل این نام‌گذاری نوشته شدن این نرم افزار در دانشگاه‌های کانادا خصوصاً دانشگاه واترلو است. میپل نر م افزاری بسیار قوی در زمینهٔ ریاضی است که کار عملی ۱۰۰ دانشجو بوده است.

در سال ۱۹۸۸، این نرم افزار توسعه داده شد و به توسط یک کمپانی کانادایی مستقر در دانشگاه به بازار تجاری کامپیوتر عرضه شد. فروش و عرضه این نرم افزار به بازار سود زیادی را نصیب، صاحبان شرکت کرد. این نرم افزار ابزاری قدرتمند در انجام محاسبات ریاضی و مهندسی می باشد Maple.یک مفسر، برای زبان برنامه نویسی پویا است، به طور معمول، عبارات جبری و عبارات منطق در حافظه کامپیوتر، ذخیره می شوند و پس از آن بوسیله این نرم افزار پردازش شده و حل میگردند. از این نرم افزار در حل مسایل مختلف ریاضی از قبیل هندسه، حساب و ... استفاده می شود. از خصوصیات نرم افزار Maple طراحی الگوریتم های ریاضی و به نوعی برنامه نویسی ریاضیات است. اما الگوریتم، مجموعه‌ای متناهی از دستورالعمل هاست که به صورت دقیق و بدون ابهام بیان شده‌اند و اگر به ترتیب خاصی اجرا شوند، مسئله حل می‌شود. به عبارت دیگر، الگوریتم روشی گام به گام است که برای حل مسئله به کار می‌رود.

وقتی Maple اولین بار هنگام اجرا بار می شود، فقط هسته که پایه و اساس سیستم Maple و شامل دستورات بنیادی و اولیه می باشد به حافظه منتقل می شود. هسته از کدهایی به زبان C نوشته شده که تقریبا ۱۰ درصد کل سیستم Maple را در بر می گیرد. به منظور سرعت و کارایی بیشتر هسته کوچک نگه داشته شده است. ۹۰ درصد بقیه به زبان Maple نوشته شده است که در کتابخانه های Maple قرار دارد .

تقدم عملگرها

عبارات محاسباتی شامل عملیات یک یا چند عملگر بر روی یک یا چند عملوند هستند.

بطور کلی در عبارات محاسباتی قوانینی وجود دارد که اولویت عملگری را بر سایر عملگرها مشخص می کند. یعنی در برخورد با یک عبارت محاسباتی، عملگرهای با تقدم بالاتر، زودتر محاسبه شده تا به آخرین عملگر در عبارت برسیم.

جدول زیر تقدم عملگرها را با اولویت از بالا به پایین به ما نمایش میدهد.

۱	()
۲	! ~ ++ -- sizeof
۳	* / %
٤	+ -
٥	<< >>
٦	< <= > >=
۷	== !=
۸	&
۹	^
۱۰	|

۱۱	&&
۱۲	||
۱۳	?
۱٤	= += -= *= /= %=
۱٥	,

همینطور که در جدول بالا مشخص شد بالاترین تقدم عملگرها را پرانتز و پایین ترین تقدم را کاما دارا می باشند.

در جدول بالا ردیف هایی با چند عملگر وجود دارند. این بدین معنی است که از تقدم یکسانی برابر هستند، بنابر این اگر در عبارات محاسباتی به چند عملگر با تقدم یکسان برخورد کردیم تقدم بالاتر به عملگری میرسد که در سمت چپ دیگر عملگرها قرار دارد.

محاسبات مقدماتی

محاسبات ساده

> $2+2$

$$4$$

> $2\cdot 2+5$

$$9$$

> $2\cdot(2+5)$

$$14$$

; سمی کولون : سمی کولن (نقطه ویرگول) برای خاتمه دادن به دستورات استفاده می شود.

> $2+3, 2\cdot 3, \sqrt{4}, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right);$

$$5, 6, 2, 1$$

> $2+3; 2\cdot 3; \sqrt{4}; \sin\left(\frac{\pi}{2}\right);$

$$5$$

$$6$$

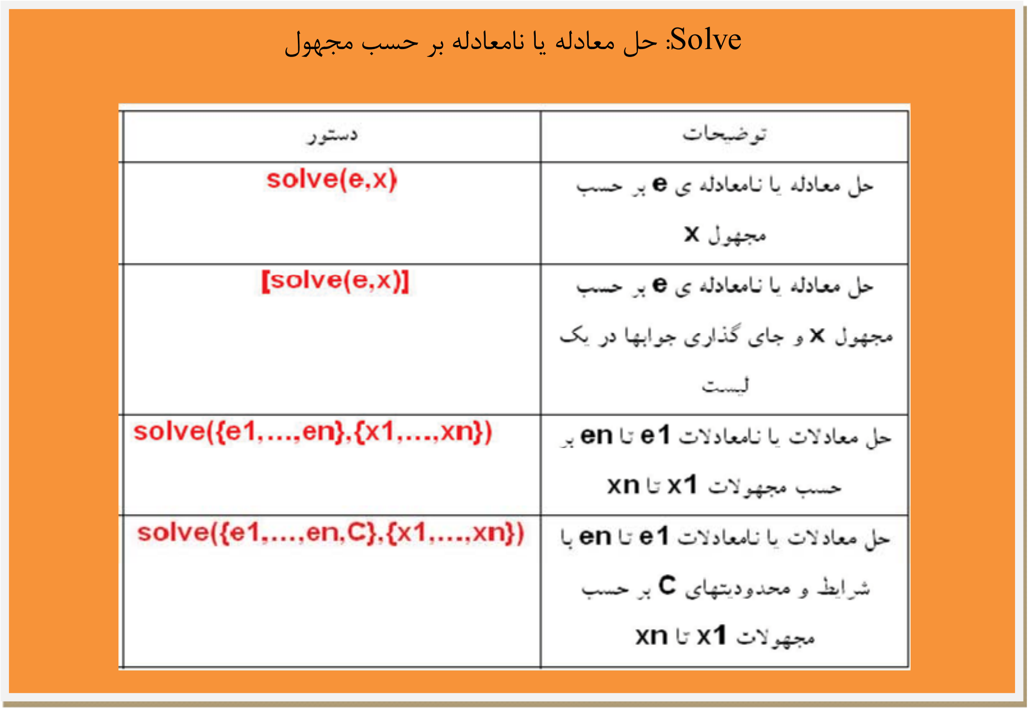
$$2$$

$$1$$

evalf(a,n): محاسبه عدد اعشاری a با n رقم درست.

evalf(a): محاسبه عدد اعشاری a با ۱۰ رقم درست.

حل معادلات:



Solve: حل معادله یا نامعادله بر حسب مجهول

توضیحات	دستور
حل معادله یا نامعادله ی **e** بر حسب مجهول **x**	solve(e,x)
حل معادله یا نامعادله ی **e** بر حسب مجهول **x** و جای گذاری جوابها در یک لیست	[solve(e,x)]
حل معادلات یا نامعادلات **e1** تا **en** بر حسب مجهولات **x1** تا **xn**	solve({e1,...,en},{x1,...,xn})
حل معادلات یا نامعادلات **e1** تا **en** با شرایط و محدودیتهای **C** بر حسب مجهولات **x1** تا **xn**	solve({e1,...,en,C},{x1,...,xn})

> $solve\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=1\right);$

$$\frac{5}{4}$$

> $solve((x-1)*(x-2)*(x-3)<0);$

$$RealRange(Open(2), Open(3)), RealRange(-\infty, Open(1))$$

> $solve(\{(x-1)*(x-2)*(x-3)<0\});$

$$\{2<x, x<3\}, \{x<1\}$$

حل معادله به سه روش با مجهول x توسط تابع solve :

> $solve\left(3x+x^2=0\right);$

$$0, -3$$

> $solve\left(3x+x^2=0, x\right);$

$$0, -3$$

> $solve\left(3x+x^2=0, \{x\}\right);$

$$\{x=0\}, \{x=-3\}$$

حل معادلات در دستگاه :

:= انتساب : از این عملگر برای نسبت دادن یک مقدار به یک داده استفاده می شود.

> $e1 := x+2*y=1;$
> $e2 := 3*x-y=2;$
> $solve(\{e1, e2\});$

$$x+2y=1$$

$$3x-y=2$$

$$\left\{x=\frac{5}{7}, y=\frac{1}{7}\right\}$$

```
> e1 := x + 2*y − z = 1;
   e2 := 3*x − y + z = 2;
   e3 := 2*x − 4*y + 2*z = 0;
  solve({e1, e2, e3});
```

$$x + 2y - z = 1$$

$$3x - y + z = 2$$

$$2x - 4y + 2z = 0$$

$$\left\{x = \frac{1}{2}, y = 1, z = \frac{3}{2}\right\}$$

```
> e1 := x + 2*y > −1;
  e2 := 3*x − y < 2;
  solve({e1, e2});
```

$$-1 < x + 2y$$

$$3x - y < 2$$

$$\left\{\frac{3}{7} \le x, -2 + 3x < y\right\}, \left\{x < \frac{3}{7}, -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} < y\right\}$$

$> f(x) := x^2 + 4x + 3;$

$$x \rightarrow x^2 + 4x + 3$$

```
> f(1);
```

$$8$$

#: برای بیان توضیحات از آن استفاده می شود که قبل از توضیحات آورده می شود.

```
> f(4);#for silve eq.
```

$$35$$

حل معادله $x^{۲} + ۴a + ۳ = ۰$ الف: نسبت به x ب: نسبت به a

$> solve\left(x^2 + 4a + 3, x\right);$

$$\sqrt{-4a - 3}, -\sqrt{-4a - 3}$$

$> solve\left(x^2 + 4a + 3, a\right);$

$$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}$$

حل دو معادله دو مجهولی و چند متغیره بر حسب x, y . و با شرایطی که خواسته شود.

$> solve\left(2x + y^2 = 0, \{x, y\}\right);$

$$\left\{x = -\frac{1}{2}y^2, y = y\right\}$$

$> solve\left(\{2x + y^2 = 0, \mathrm{x} < \mathrm{y}\}, \{x, y\}\right);$

$$\left\{x = -\frac{1}{2}y^2, y < -2\right\}, \left\{x = -\frac{1}{2}y^2, 0 < y\right\}$$

Subs: با این دستور می توان با جایگذاری مقادیر معلوم به مقادیر مجهول در توابع چند متغیره را حل کرد.

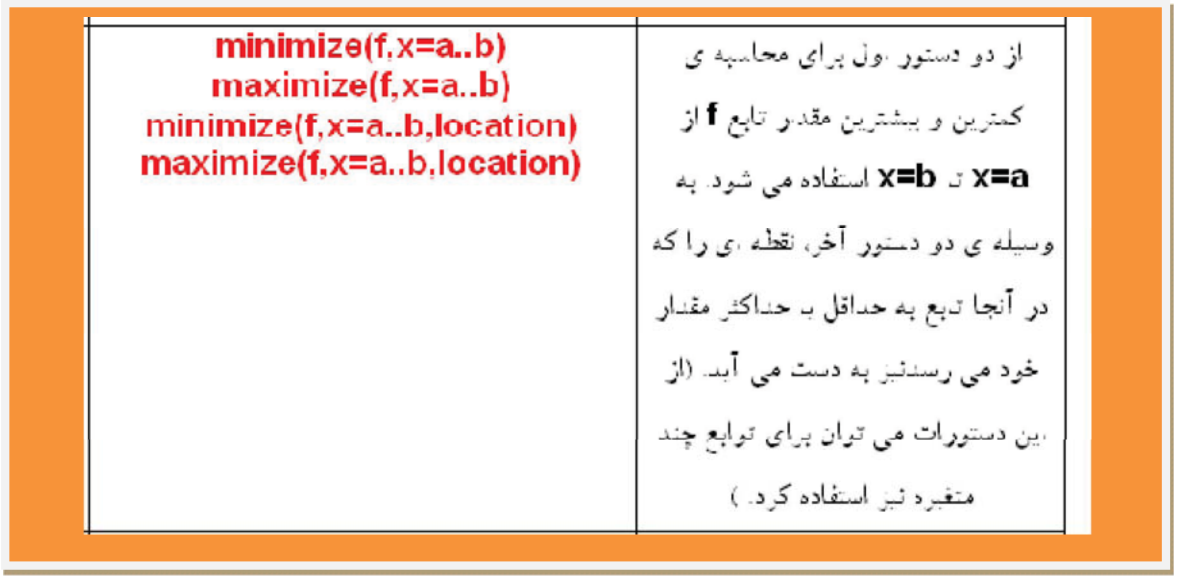
$> subs\left(x = 1, x^2 + 4x + 3\right);$

$$8$$

$> subs\left(x = 1, y = -2, z = \frac{1}{2}, x \cdot y^2 + y \cdot x^2 + x \cdot y \cdot z^2\right);$

$$\frac{3}{2}$$

ماکزیمم و مینیمم نسبی و مطلق:



از دو دستور اول برای محاسبه ی کمترین و بیشترین مقدار تابع **f** از **x=a** تا **x=b** استفاده می شود. به وسیله ی دو دستور آخر، نقطه ی را که در آنجا تابع به حداقل یا حداکثر مقدار خود می رسد نیز به دست می آید. (از این دستورات می توان برای توابع چند متغیره نیز استفاده کرد.)	minimize(f,x=a..b) maximize(f,x=a..b) minimize(f,x=a..b,location) maximize(f,x=a..b,location)

> $minimize(2\cdot x^3 - 9\cdot x^2 + 12\cdot x + 1, x = 1..20);$

$$5$$

> $maximize(2\cdot x^3 - 9\cdot x^2 + 12\cdot x + 1, x = 1..20);$

$$12641$$

> $minimize(2\cdot x^3 - 9\cdot x^2 + 12\cdot x + 1, x =-1..20, location);$

$$-22, \{[\{x = -1\}, -22]\}$$

مینیمم تابع ۲۲- است که در بازه مذکور به ازای ۱-=x می باشد.

> $maximize(2\cdot x^3 - 9\cdot x^2 + 12\cdot x + 1, x =-1..20, location);$

$$12641, \{[\{x = 20\}, 12641]\}$$

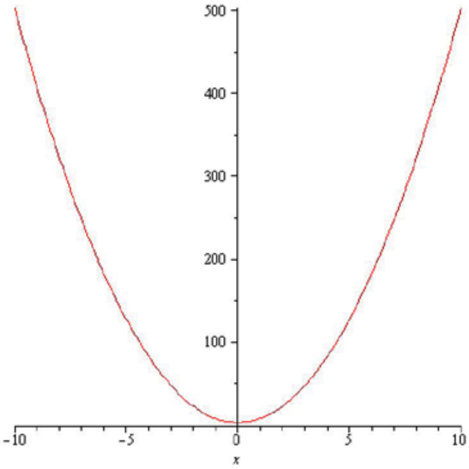
ماکزیمم تابع ۱۲۶۴۱ است که در بازه مذکور به ازای ۲۰=x می باشد.

نوع مطلق چطور؟

رسم نمودار:

در رسم توابع بهتر است محدوده محور x و محور y داده شود یعنی دامنه و برد داده شود در این صورت شکل با جزئیات بهتری ترسیم می شود.

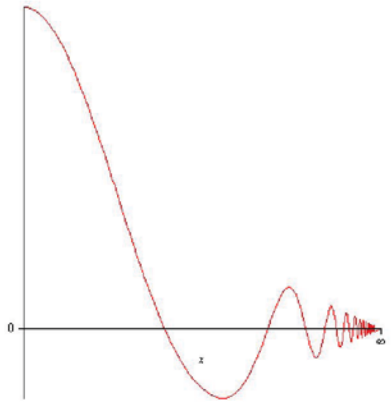
> $plot(5\,x^2 + 3, x =-10..10,)$



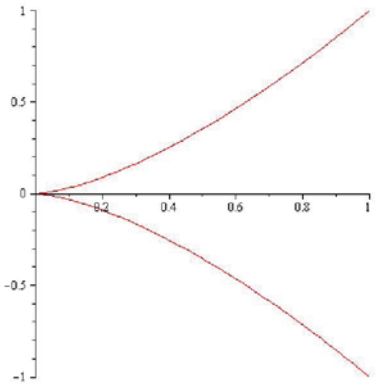
توضیحات	دستور
رسم تابع **f** بر حسب متغیر **x** از **x=a** تا **x=b**	plot(f(x),x=a..b)
رسم تابع **f** بر حسب متغیر **x** از **x=a** تا **x=b** و نیز از **y=c** تا **y=d**	plot(f(x),x=a..b,y=c..d)
رسم تابع پارامتری از **t=a** تا **t=b** (**x** و **y** توابعی از **t** هستند.)	plot([x(t),y(t),t=a..b])
رسم تابع **f** با محدوده های مشخص شده با مقیاس مقید (با این دستور، شکل تابع به صورت طبیعی خود رسم می شود. البته گاهی این دستور، جزئیات مهمی از شکل را حذف می کند.)	plot(f(x),x=a..b,y=c..d, scaling=constrained)

تابع را در بازه $(۰, +\infty)$ علامت $+\infty$ را با infinity علامت $-\infty$ را با $-$infinity نمایش می دهیم.

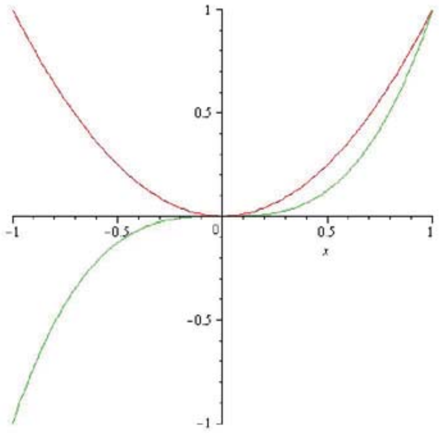
> $plot\left(\frac{\sin(x)}{x}, x = 0\,..infinity\right)$



A> $plot([x^2, x^3, x=-1\,..1])$



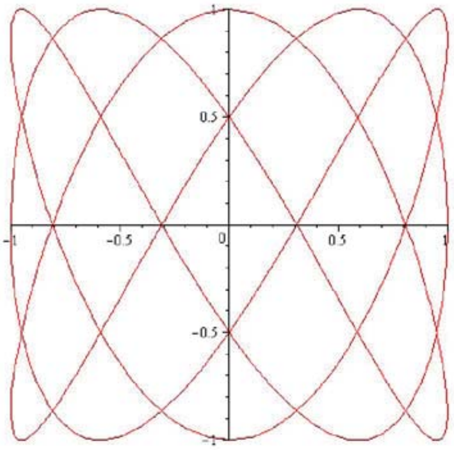
B> $plot([x^2, x^3], x=-1\,..1)$



در قسمت A رسم تابع پارامتری $\begin{cases}x^{۲}\\ \mathrm{x}^{۳}\end{cases}$ در بازه $-۱ \leq x \leq ۱$ می باشد. در قسمت B رسم توابع مذکور هر کدام جداگانه در بازه های مربوطه می باشد که شکل هایشان با هم تفاوت دارد.

رسم تابع پارامتری $\begin{cases}x = \cos\,(۳t)\\ y = \sin\,(۵t)\end{cases}$ در بازه $۰ \leq x \leq ۲\pi$ ؟

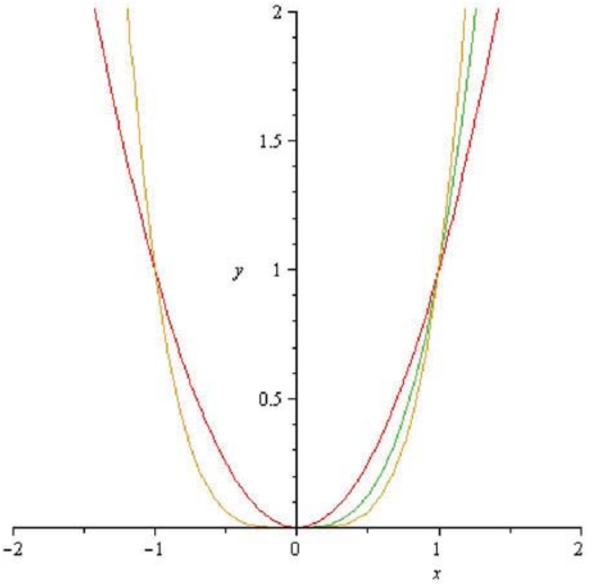
```
> plot([cos(3 t), sin(5 t), t = 0 ..2 π])
```



حال در صورتی که تابع پارامتری نباشد رسم کنید و تفاوت را بررسی نمائید؟

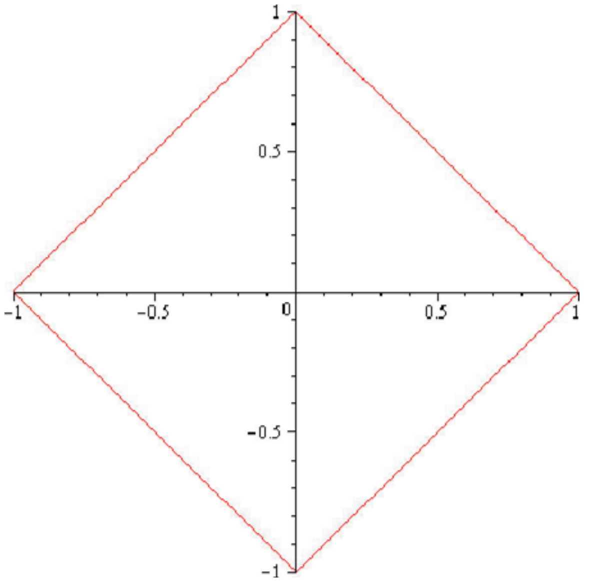
رسم چند تابع در یک نمودار :

```
plot([x^2, x^3, x^4], x =-2 ..2, y = 0 ..2)
```



رسم تابع با در دست داشتن نقاط:

```
> plot([[1, 0], [0, 1], [−1, 0], [0,−1], [1, 0]])
```



دستور display : این دستور برای رسم چند نمودار در مختصات مختلف درون یک دستگاه مختصات به کار میرود. برای استفاده از این دستور باید نخست بسته نرم افزاری plot را فعال کرد و سپس هر یک از نمودارها را با دستوررسم آن نوشته و برای هر یک نام انتخاب می کنیم و سپس این نامها را درون دستور display به کار میبریم.

* قبل از رسم شکل به نکته زیر توضیح در خصوص " بسته نرم افزاری plot " توجه می کنیم:

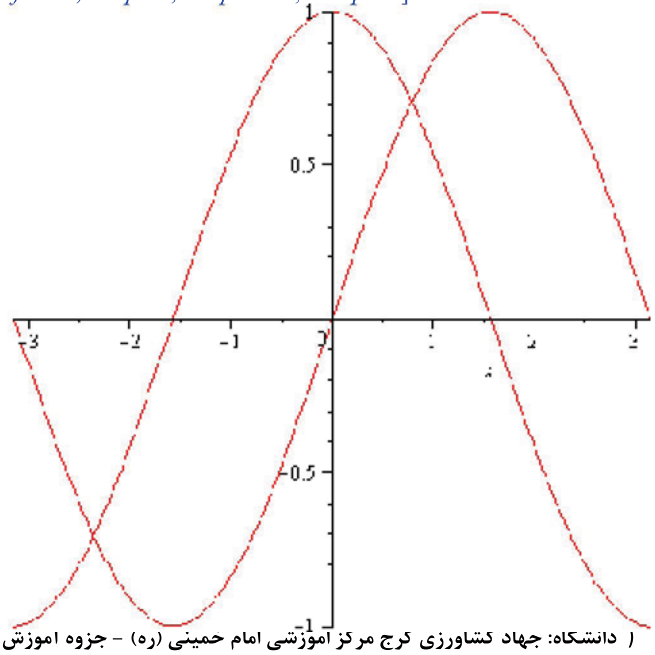
همانطور که گفته شد وقتی Maple اولین بار هنگام اجرا بار می شود، فقط هسته که پایه و اساس سیستم Maple و شامل دستورات بنیادی و اولیه می باشد به حافظه منتقل می شود. هسته از کدهایی به زبان C نوشته شده که تقریبا ۱۰ درصد کل سیستم Maple را در بر می گیرد. به منظور سرعت و کارایی بیشتر هسته کوچک نگه داشته شده است. ۹۰ درصد بقیه به زبان Maple نوشته شده است که در کتابخانه های Maple قرار دارد. بخشی از این کتابخانه بسته ها و زیر بسته ها هستند که گروهی ار دستورات خاص اند برای استفاده از این دستورات ابتدا باید بسته یا زیر بسته حاوی این دستورات را بار کنیم تا بتوانبم از آنها استفاده کنیم. با اجرای بسته plots که مخصوص رسم اشکال دو بعدی و سه بعدی می باشد ، می توان از همه ی این دستورات در محیط maple استفاده نمود.

فراخوانی این بسته plots بدین شکل می باشد: with(plots);

```
> with(plots);
        [animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords ,
          complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d ,
          contourplot, contourplot3d , coordplot, coordplot3d , densityplot,
          display, dualaxisplot , fieldplot, fieldplot3d , gradplot,
          gradplot3d , graphplot3d , implicitplot, implicitplot3d, inequal,
          interactive, interactiveparams , intersectplot, listcontplot,
          listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot,
          logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare,
          pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d ,
          polyhedra_supported  , polyhedraplot , rootlocus, semilogplot,
          setcolors, setoptions, setoptions3d , spacecurve ,
          sparsematrixplot, surfdata , textplot, textplot3d, tubeplot ]
```

```
a := plot(sin(x), x =-π..π) :
b := plot(cos(x), x =-π..π) :
display (a, b);
```

بعد از انتساب تابع به a و b بهتر است آخر دستور بهتر است از : استفاده کنیم.

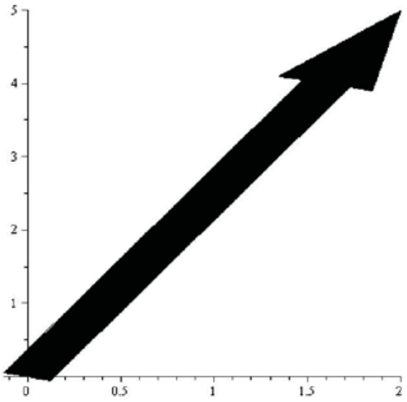


رسم بردارها :

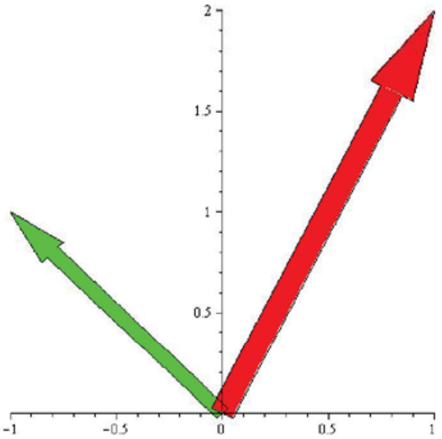
برای رسم بردار مکان $\begin{bmatrix}۲\\۵\end{bmatrix}$ در ابتدا بسته نرم افزاری plots را بارگذاری می کنیم سپس از دستور arrow استفاده می کنیم.
برای نشان دادن بردار می توانیم از آکولاد مثلا [۲,۵] و یا <۲,۵> استفاده کرد.

> $with(plots);$

> $arrow([2, 5])$



> $arrow([[1, 2], [-1, 1]])$



در نرم افزار maple در شماره های بالاتر می توان روی شکل کلیک راست کرد و به صورت دلخواه رنگ و حالات شکل و اندازه ها را تغییر داد.

توابع چند متغیره:

دو عبارت زیر با هم برابرند که با اشکال مختلف نشان داده شده است.

> $f(x, y) := \sqrt{9 - x^2 + y^2}$

$$(x, y) \rightarrow \sqrt{9 - x^2 + y^2}$$

> $f(1, 2);$

$$2\sqrt{3}$$

unapply : میپل با کمک این تابع معادله را به تابع صورت چند متغیره تشخیص می دهد. (برای یک متغیر نیز صادق است)

تبدیل یک ضابطه ی چند متغیره با مجهولات x1 تا xn به یک تابع چند متغیره با مجهولات x1 تا xn	unapply(f,x1,….,xn)

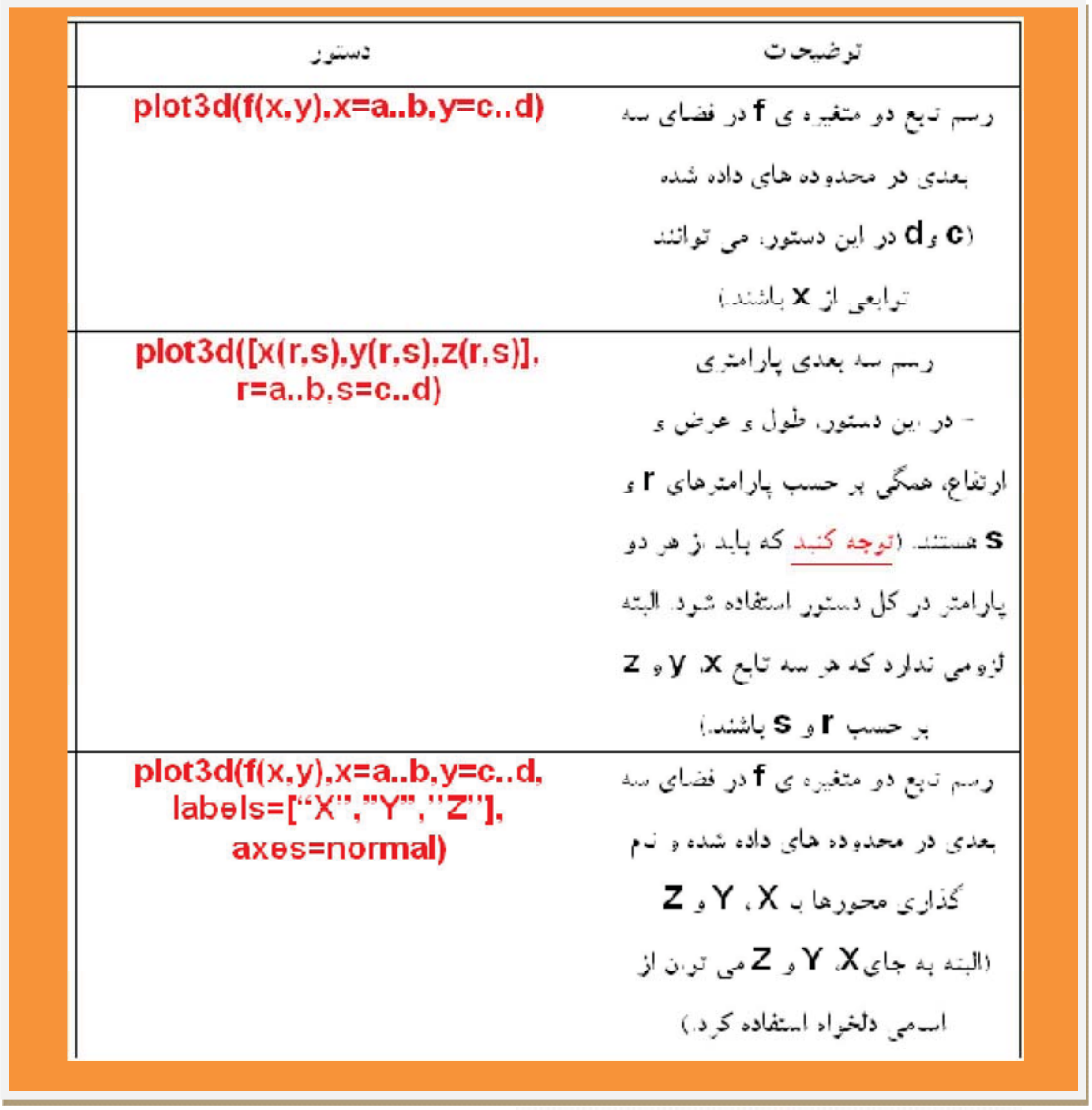
> $f := unapply\left(\sqrt{9 - x^2 + y^2}, x, y\right);$

$$(x, y) \rightarrow \sqrt{9 - x^2 + y^2}$$

> $f(1, 2);$

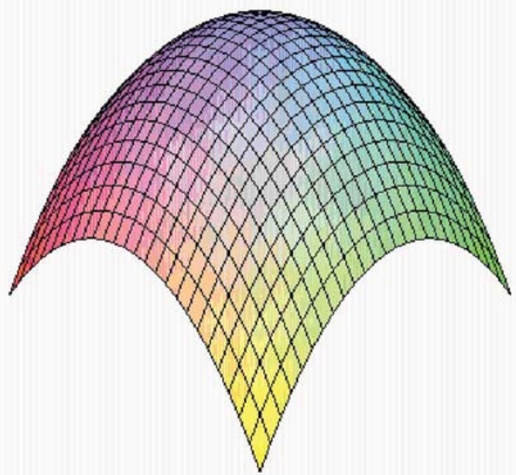
$$\sqrt{12}$$

رسم توابع چند متغیره:

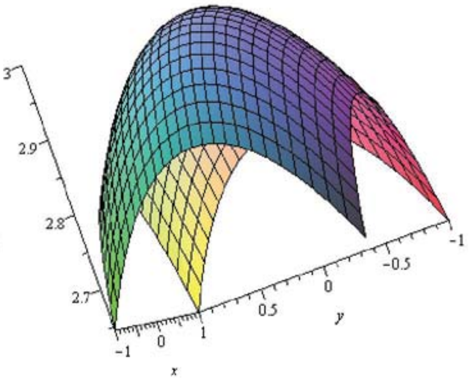


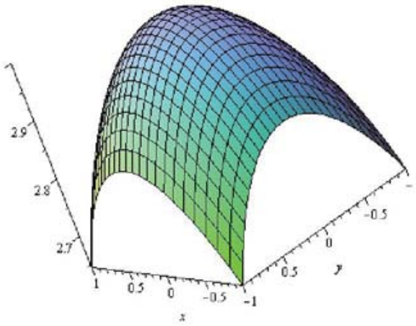
توضیحات	دستور
رسم تابع دو متغیره ی **f** در فضای سه بعدی در محدوده های داده شده (**c** و **d** در این دستور، می توانند توابعی از **x** باشند.)	plot3d(f(x,y),x=a..b,y=c..d)
رسم سه بعدی پارامتری - در این دستور، طول و عرض و ارتفاع، همگی بر حسب پارامترهای **r** و **s** هستند. (توجه کنید که باید از هر دو پارامتر در کل دستور استفاده شود. البته لزومی ندارد که هر سه تابع **x**، **y** و **z** بر حسب **r** و **s** باشند.)	plot3d([x(r,s),y(r,s),z(r,s)], r=a..b,s=c..d)
رسم تابع دو متغیره ی **f** در فضای سه بعدی در محدوده های داده شده و نام گذاری محورها به **X**، **Y** و **Z** (البته به جای **X**، **Y** و **Z** می توان از اسمی دلخواه استفاده کرد.)	plot3d(f(x,y),x=a..b,y=c..d, labels=["X","Y","Z"], axes=normal)

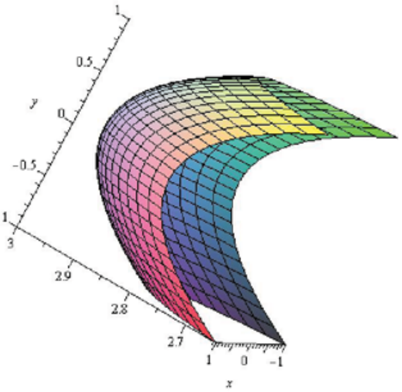
> $plot3d\left(\sqrt{9 - x^2 - y^2}, x = -1 .. 1, y = -1 .. 1\right)$



با کلیک راست کردن روی شکل و با کمک ابزار های موجود در برنامه می توانیم حالات مختلفی از شکل با محورهای مختصات داشته باشیم





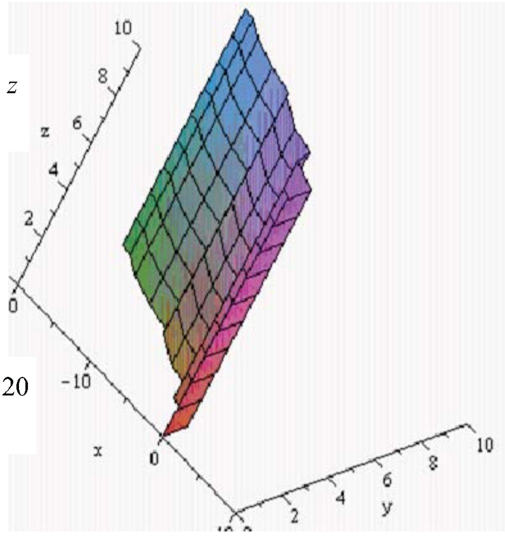


رسم توابع ضمنی:

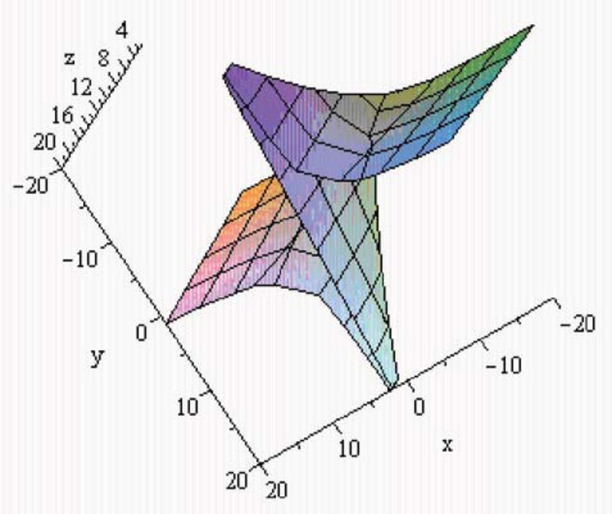
در ابتدا باید بسته نرم افزاری plots را بارگذاری کنیم و با تابع Implicitplot۳d داریم:

$> with(plots);$

$> implicitplot3d(x^2 \cdot y^4 + y^5 + x^3 + x^3 \cdot y^2 = 0, x = -20..10, y = 0..10, z = 0..10)$



$> implicitplot3d(x \cdot z + y \cdot \ln(z) = x^2 \cdot y, x = -20..20, y = -20..20, z = -20..20)$



نمودار های متحرک

برای ساختن نمودار های متحرک دو بعدی و سه بعدی از دستورات animate۳d و animate استفاده میکنیم.

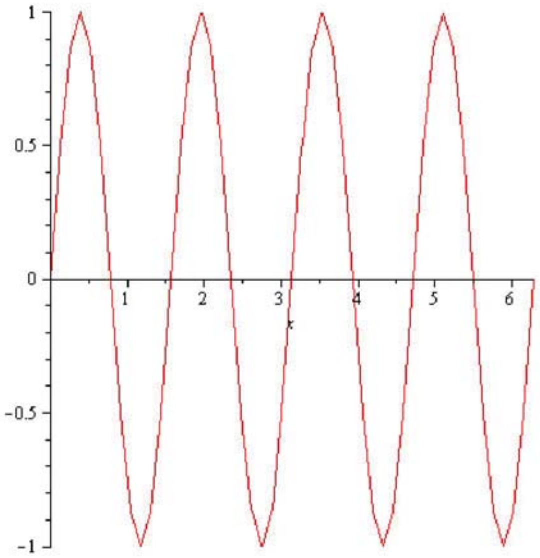
دستور animate :

برای استفاده از این دستور باید تابعی را که میخواهیم آن را به صورت متحرک ایجاد کنیم بر حسب دو متغیر t و x بنویسیم.

$y = \sin(x)$

$> \mathit{with}(\mathit{plots})$

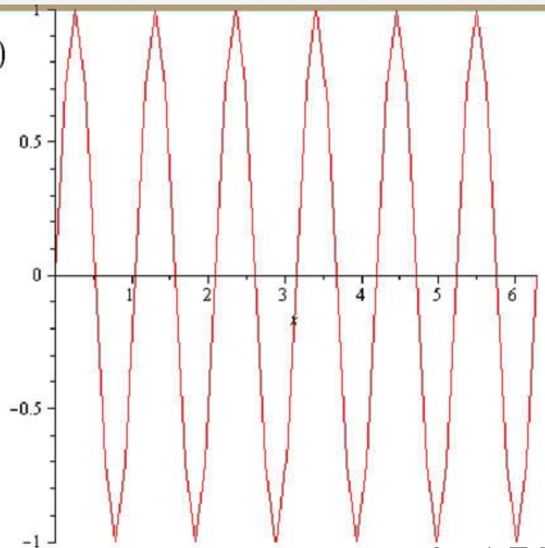
$> \mathit{animate}(\sin(x \cdot t), x = 0\,..2\,\pi, t = 1\,..4)$



برای حرکت شکل ، روی شکل کلیک راست کنید سپس داریم : animation → play و تغییرات دیگری نیز می توانید انجام دهید و یا با label → *axes* می توان نام برای محورهای مختصات مشخص کنید.

دستور frame : با این دستور سرعت حرکت را تعیین می کنیم هرچه frame بزرگتر باشد سرعت کندتر است.

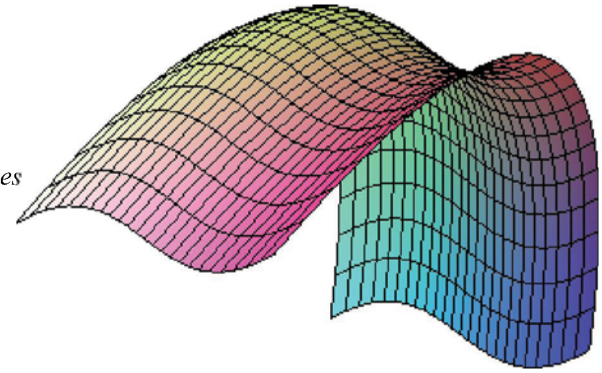
$> \mathit{animate}(\sin(x \cdot t), x = 0\,..2\,\pi, t = 1\,..6, \mathit{frames} = 50)$



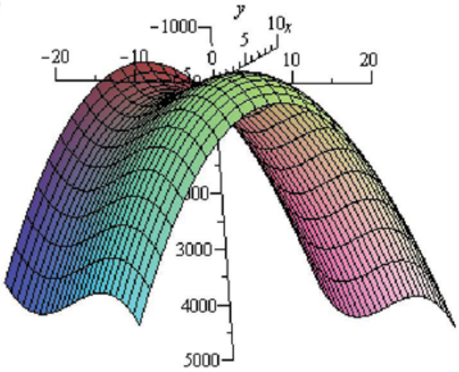
دستور animate۳d :

$> \mathit{with}(\mathit{plots});$

$> \mathit{animate3d}(t \cdot x^2 + y^3, x = -20\,..20, y = -10\,..10, t = 1\,..10)$

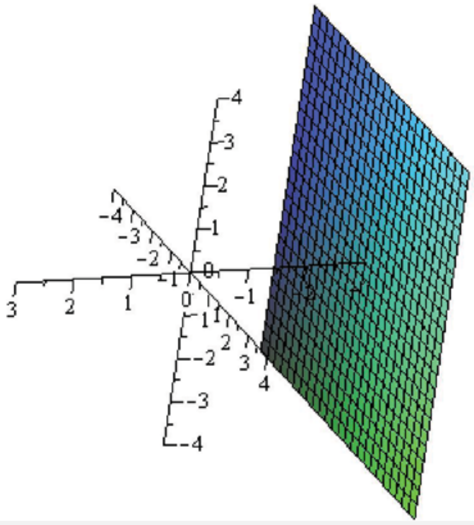


$> \mathit{animate3d}(t \cdot x^2 + y^3, x = -20\,..20, y = -10\,..10, t = 1\,..10, \mathit{axes} = \mathit{normal})$



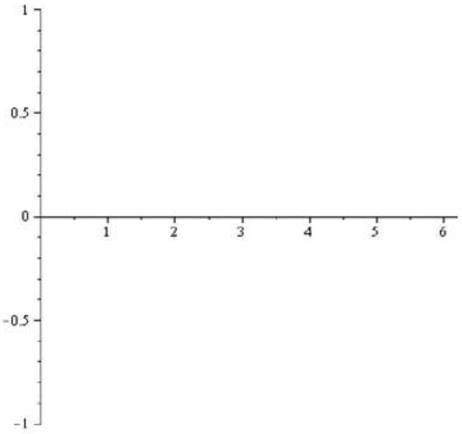
با تغییرات در بازه x,y و همچنین t می توانید تغییراتی که روی شکل بوجود می آید را ببینید. هم چنین با اضافه کردن دستور $axes = normal$ در انتهای تابع نمودار را خواهیم داشت.و یا با کلیک راست کردن روی شکل animation → axes می توانید حالات دیگری مانند Boxs و یا Framed را داشته باشید.

```
> animate3d( [t, y, z], y =-4 ..4, z =-4 ..4, t =-3 ..3)
```



با دستور animatecurve : برای رسم خم ها از ابتدا تا انتهای مسیر بکار می رود.

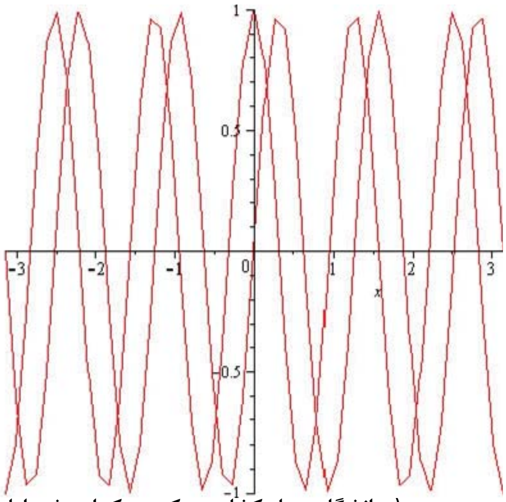
```
> animatecurve( sin(x), x = 0 ..2·π, color = green, thickness = 2, frames
      = 50 );
```



با کلیک کردن روی شکل و ابزارهای موجود می توان حرکت شکل را دید.

دستور display : از این دستور برای متحرک سازی هم زمان چند نمودار در فضای دو بعدی و سه بعدی نیز می توانیم استفاده کنیم.

```
> a := animate(sin(t·x), x =-π ..π, t = 1 ..5);
                                        PLOT(...)
> b := animate(cos(t·x), x =-π ..π, t = 1 ..5);
                                        PLOT(...)
> display({a, b});
```

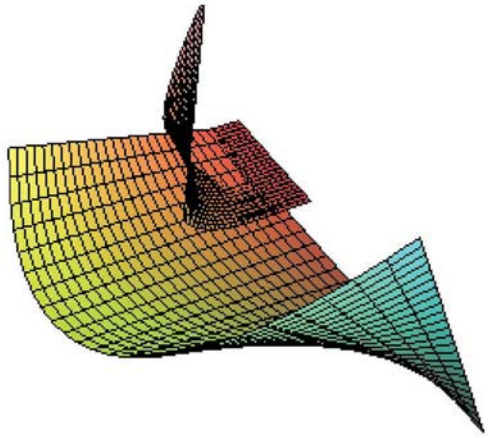


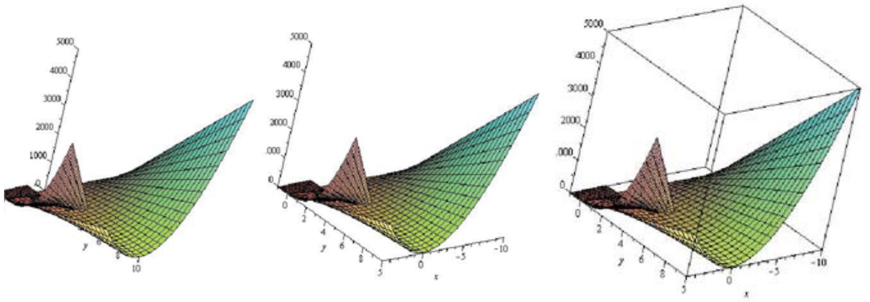
استفاده از : (دو نقطه) بعد از هر دستور باعث اجرای آن می شود ولی نمایش آن را نشان نمی دهد به عبارت دیگر منتظر دستورات بعدی است بر عکس سمی کولون که باعث ختم دستور می شود. در برنامه نویس های بزرگ استفاده از : مناسب است.

$> \ a := animate3d\left(t\cdot x^2 y, x=-10..5, y=0..10, t=1..5\right):$

$> \ b := animate3d\left(t.y^3 x, x=1..5, y=-1..5, t=1..5\right):$

$> \ display([a,b]);$





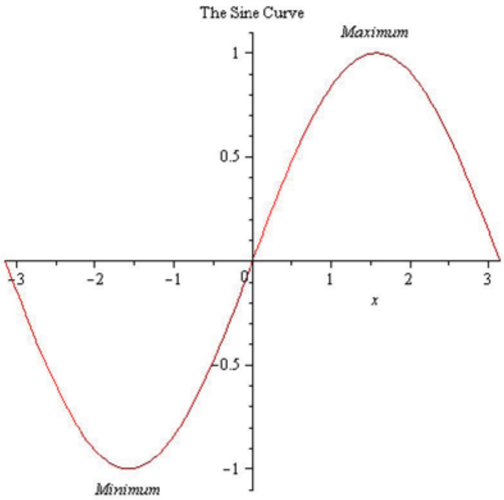
کاربرد دستور textplot و ترکیب آن در dissplay : از این دستور برای نمایش متن در نمودار می توانیم استفاده کنیم.

$a := plot(\sin(x), x=-\pi..\pi):$

$b := textplot\left(\left[\frac{\pi}{2}, 1.1, Maximum\right]\right):$

$c := textplot\left(\left[-\frac{\pi}{2}, -1.1, Minimum\right]\right):$

$display([a,b,c], title = \text{"The Sine Curve"});$



دستور textplot۳d : از این دستور برای نمایش متن در نمودار سه بعدی می توانیم استفاده کنیم.

جمع و ضرب بردارها در صفحه و فضا :

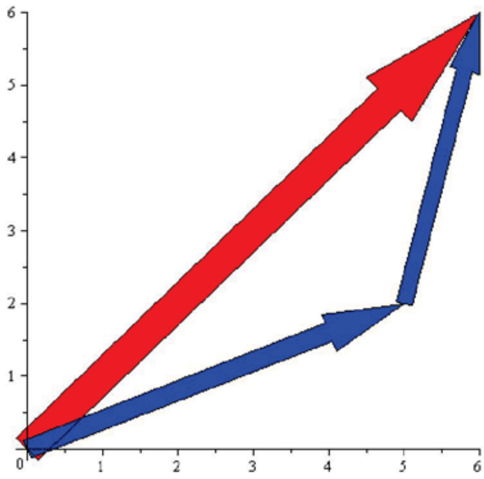
استفاده از دستور arrow و ترکیب آن در display برای جمع دو بردار در صفحه

$v1 := arrow([5,2], color = blue):$

$v2 := arrow([5,2], [1,4], color = blue):$

$s := arrow([5,2] + [1,4], color = red):$

$display(v1, v2, s);$

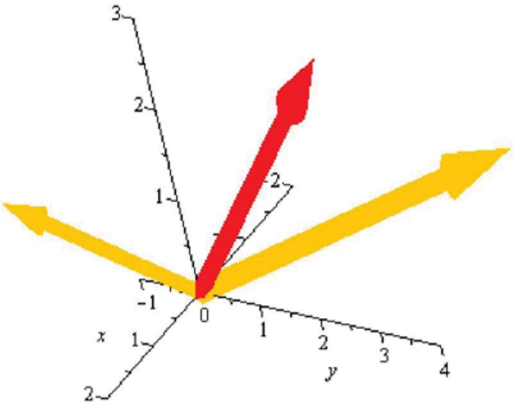


- جمع دو بردار که هم مبدا نیستند.

لازم به توضیح است با کلیک راست کردن روی هر بردار می توانید رنگ ها را به دلخواه تعیین کنید و یا مانند دستور فوق رنگ ها را قید کنید.

استفاده از دستور arrow و ترکیب آن در display برای جمع دو بردار در فضا

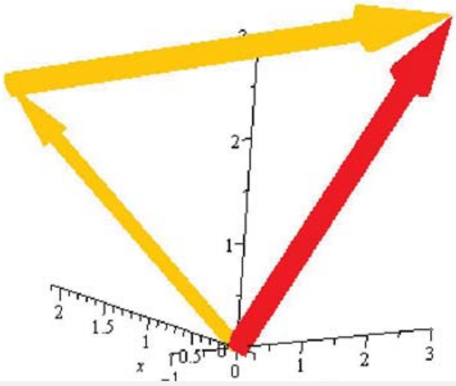
```
> v1 := arrow([2,−1,2] ) :
> v2 := arrow([ −2, 4, 1]) :
> s := arrow([2,−1, 2] + [ −2, 4, 1], color = red ) :
> display( v1, v2, s);
```



- جمع دو بردار که هم مبدا هستند.

```
> v1 := arrow([2,−1, 2]) :
> v2 := arrow([2,−1, 2], [ −2, 4, 1]) :
> s := arrow([2,−1, 2] + [ −2, 4, 1], color = red) :
> display( v1, v2, s);
```

- جمع دو بردار که هم مبدا نیستند.



دستور CrossProduct برای ضرب خارجی بردارها که از کتابخانه LinearAlgebra استفاده می کنیم. لطفا به حرف بزرگ توجه کنید

```
> with( plots ) :
with( LinearAlgebra ) :
a := ⟨1, 2, 3⟩;
```

$$\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$$

```
b := ⟨2,−1, 2⟩;
```

$$\begin{bmatrix}2\\-1\\2\end{bmatrix}$$

```
c := CrossProduct(a, b);
```

$$\begin{bmatrix}7\\4\\-5\end{bmatrix}$$

حد تابع:

توضیحات	دستور
حد تابع f(x) در نقطه ی x=a	limit(f(x),x=a)
حدچپ وحد راست تابع f(x) در نقطه ی x=a	limit(f(x),x=a,left) limit(f(x),x=a,right)
حد تابع f(x) در مثبت بی نهایت یا منفی بی نهایت	limit(f(x),x=infinity) limit(f(x),x=-infinity)

در شماره جدید نرم افزار نیازی به تایپ دستورات که در جدول فوق آمده نیست کافی است از ابزراهای موجود که سمت چپ شما در برنامه لیست شده اند از قسمت Expression انواع دستورات را مشاهده کنید.چگونگی استفاده از این دستورات و حد چپ و حد راست در زیر آمده است.

$$> \; f(x) := \frac{(2x+3)}{(4x+5)}$$

$$x \rightarrow \frac{2x+3}{4x+5}$$

$$> \; \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$\frac{5}{9}$$

$$> \; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\frac{5}{9}$$

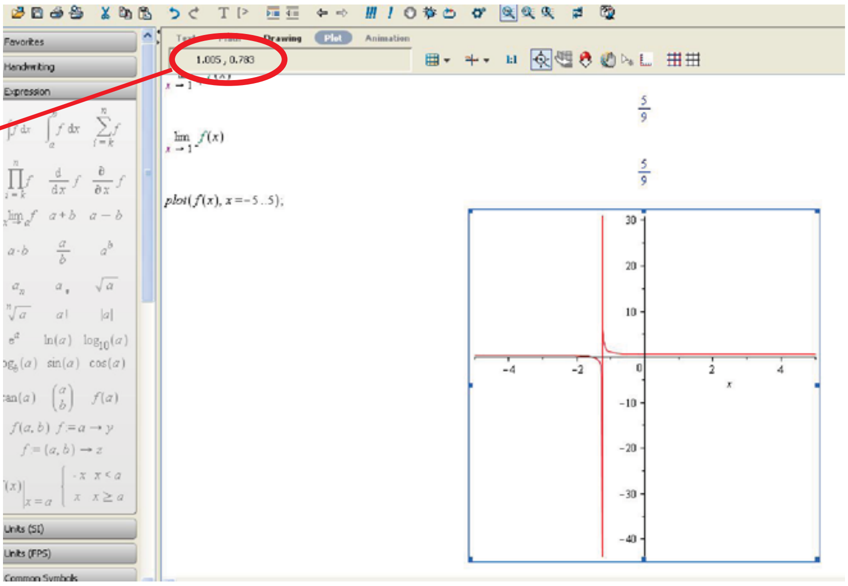
$$> \; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\frac{5}{9}$$

در صورتی که شکل را رسم کنیم داریم :

$$> \; plot(f(x), x=-5..5);$$

با کلیک کردن روی شکل با کمک ماوس می توانید هر نقطه ای را که با ماوس نشان می دهید مختصات آن را در این قسمت مشاهده کنیم.



1.005 , 0.783

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$\frac{5}{9}$$

$$\frac{5}{9}$$

$$plot(f(x), x=-5..5);$$

حد تابع زیر چون وجود ندارد و کران دار می باشد برنامه برد تابع را به عنوان جواب در نظر می گیرد.

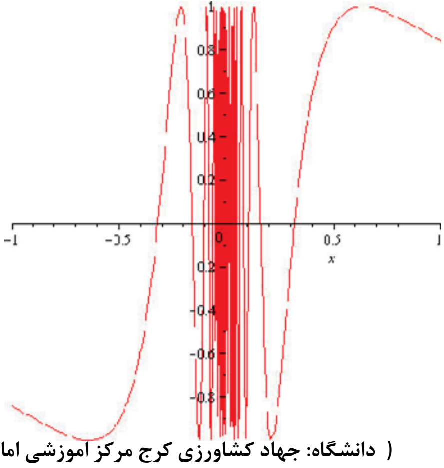
$$> \; f(x) := \sin\left(\frac{1}{x}\right);$$

$$\sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$> \; \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$-1..1$$

$$> \; plot(f(x), x=-1..1);$$



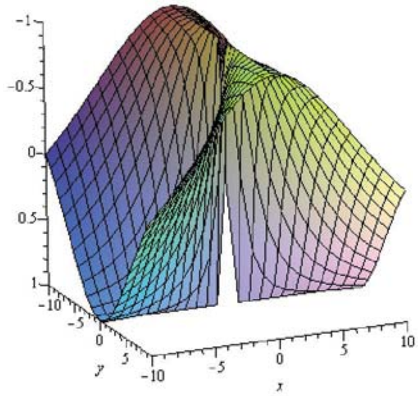
$>$ $\mathrm{f}(x, y) := \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2};$

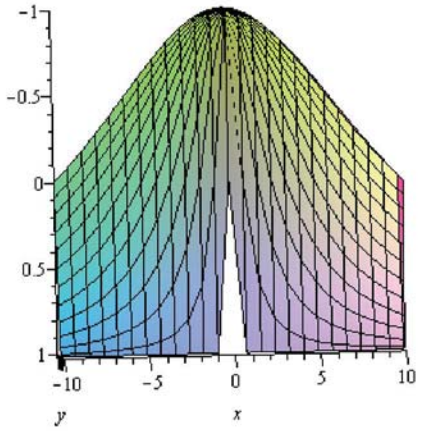
$$(x, y) \rightarrow \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$>$ $limit(f(x, y), \{x = 0, y = 0\})$

undefined

$>$ $plot3d(f(x, y), x = -10..10, y = -10..10)$

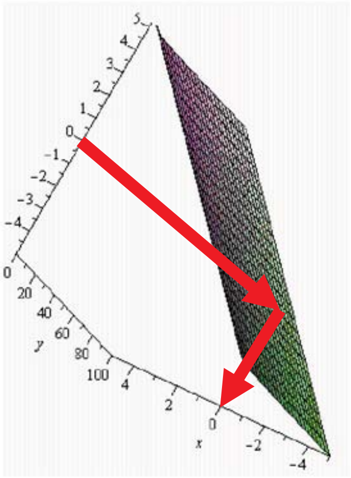




$>$ $limit\left(x + \frac{1}{y}, \{x = 0, y = \infty\}\right);$

$$0$$

$plot3d\left(x + \frac{1}{y}, x = -5..5, y = 0..100\right);$



به چند مثال توجه کنید و چگونگی استفاده از حد چپ و راست.

$>$ $limit\left(\frac{1}{y - x}, \{x = y\}\right)$

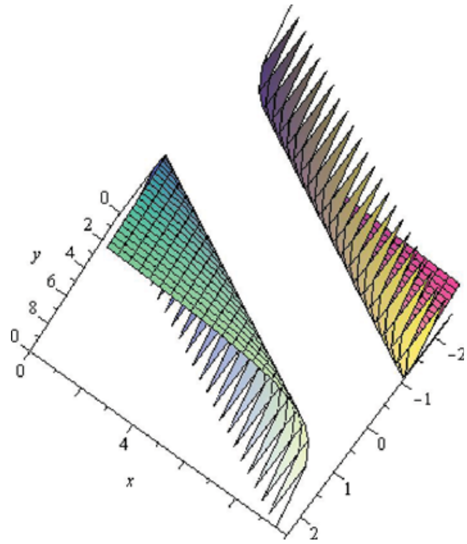
undefined

$>$ $limit\left(\frac{1}{y - x}, \{x = y\}, right\right)$

$$-\infty$$

$>$ $limit\left(\frac{1}{y - x}, \{x = y\}, left\right)$

$$\infty$$



حل تمارین جزوه :

```
> with(Units[Natural])

[`*`, `+`, `-`, `/`, `<`, <=, <>, `=`, ℑ, ℜ, Unit, `^`, abs, add, arccos,
    arccosh, arccot, arccoth, arccsc, arccsch, arcsec, arcsech, arcsin,
    arcsinh, arctan, arctanh, argument, ceil, collect, combine,
    conjugate , convert, cos, cosh, cot, coth, csc, csch, csgn, diff, eval,
    evalc, evalr, exp, expand , factor, floor, frac, int, ln, log, log10, max,
    min, mul, normal, polar, root, round, sec, sech, seq, shake , signum,
    simplify, sin, sinh, sqrt, surd, tan, tanh, trunc, type, verify ]
```

```
> f(x, y) := x·arccos·(y − 1);
                    (x, y) → x arccos (y + Units:-Natural:-`-`(1))
> limit(f(x, y), {x = 2, y = 1})
                                        0
```

$$> \ limit\left(\frac{x^2}{x^2+y^2}, \{x=0, y=0\}\right)$$

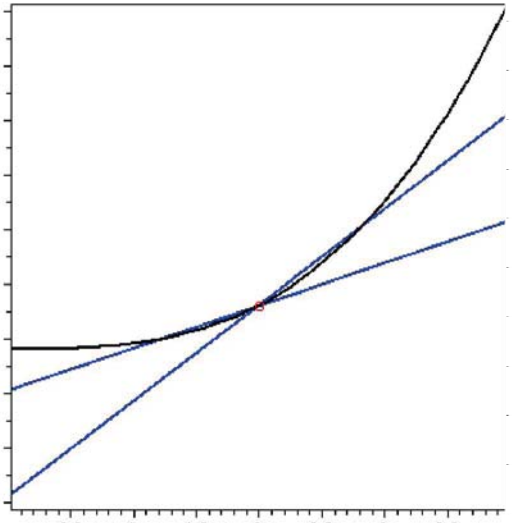
$$undefined$$

$$> \ limit\left(\frac{(x^2 - x\cdot y)}{(x^3+y^3)}, \{x=1, y=1\}\right)$$

$$0$$

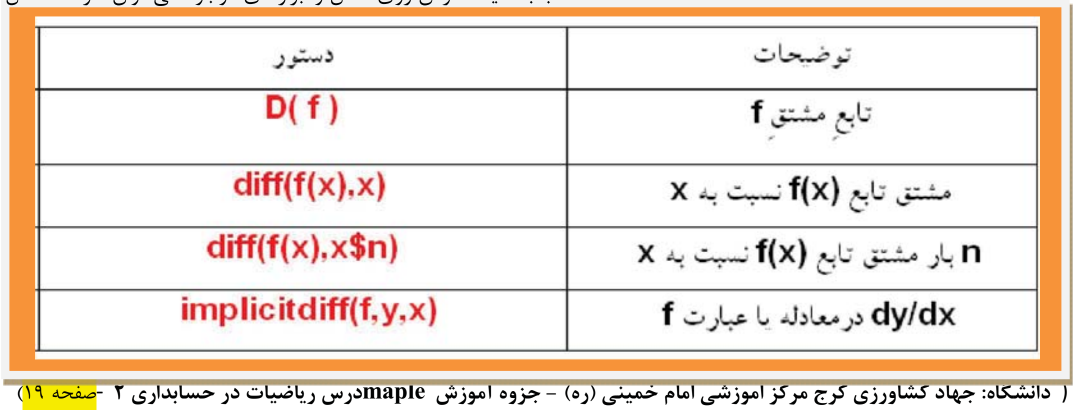
مشتق

مفهوم مشتق در شکل



```
restart;
with(plots) :
setoptions( thickness =2, axes =boxed, labels = ["", ""] ) :
f := x → x^3 + 8 :
a := 2 :
Curve := plot( f(x), x = a−2 ..a + 2, color = black ) :
FixedPt := pointplot( [a,f(a)], symbol = circle,
symbolsize = 14, color = red ) :
h := t → 1 − t :
RightSecants := animate( (f(a + h(t))−f(a))/h(t)*(x−a) +
f(a), x = a−2 ..a + 2, t = 0 ..0.99, color = blue, frames = 50 ) :
LeftSecants := animate( (f(a−h(t))−f(a))/(−h(t))*(x−a) +
f(a), x = a−2 ..a + 2, t = 0 ..0.99, color = blue, frames = 50 ) :
display( Curve, FixedPt, RightSecants, LeftSecants );
restart;
```

با با کلیک کردن روی شکل و ابزارهای موجود می توان حرکت شکل را دید.



توضیحات	دستور
تابع مشتق f	D(f)
مشتق تابع f(x) نسبت به x	diff(f(x),x)
n بار مشتق تابع f(x) نسبت به x	diff(f(x),x$n)
dy/dx درمعادله یا عبارت f	implicitdiff(f,y,x)

به جای استفاده از دستورات در جدول فوق می توان از ابزارهای موجود در سمت چپ برنامه از قسمت Expression استفاده کرد.

> $\frac{\partial}{\partial x}(\tan(x))$

$$1+\tan(x)^2$$

مشتق تابع سه متغیره یک بار نسبت به x و یکبار نسبت به y و یکبار نسبت به z .(تمرین جزوه درسی می باشد)

> $f(x, y, z) := x^3 \cdot y^2 \cdot sinz + e^{y \cdot z}$

$$(x, y, z) \rightarrow x^3\, y^2\, sinz + e^{y\, z}$$

$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y, z)$

$$3\, x^2\, y^2\, sinz$$

$\frac{\partial}{\partial y} f(x, y, z)$

$$2\, x^3\, y\, sinz + z\, e^{y\, z}$$

$\frac{\partial}{\partial z} f(x, y, z)$

$$y\, e^{y\, z}$$

برای مشتق ضمنی از دستور implicitdiff استفاده می کنیم

مشتق تابع ضمنی را بدست بیاورید و شکل آن را نیز رسم نمائید؟

> $f(x, y) := x^2 + y^2 = 1$

$$(x, y) \rightarrow Units{:}\text{-}Natural{:}\text{-}\text{`=`}\left(x^2 + y^2, 1\right)$$

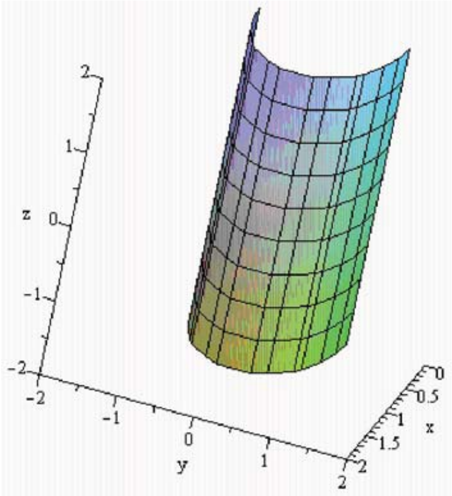
> $implicitdiff(f(x, y), y, x)$

$$-\frac{x}{y}$$

برای ترسیم شکل سه بعدی تابع ضمنی همانطور که قبلا گفته شده کتابخانه مربوط به plots را بارگذاری می کنیم سپس با دستورimplicitplot۳d تابع را رسم می کنیم.

> $with(plots):$

> $implicitplot3d\left(x^2 + y^2 = 1, x = 0..2, y = -2..2, z = -2..2\right)$

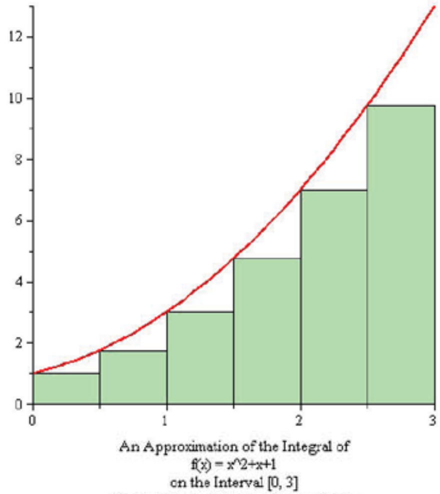


انتگرال

مفهوم انتگرال در شکل

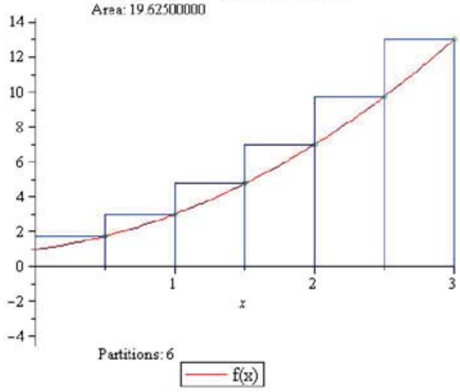
```
> with( student ) :
> Rectangles := seq( leftbox( x^2 + x + 1, x = 0 ..3, 3*i ),
  i = 2 ..60 ) :
  with( plots ) :
  display( Rectangles , insequence = true );
```

با کلیک کردن روی شکل و ابزارهای موجود می توان حرکت شکل را دید.

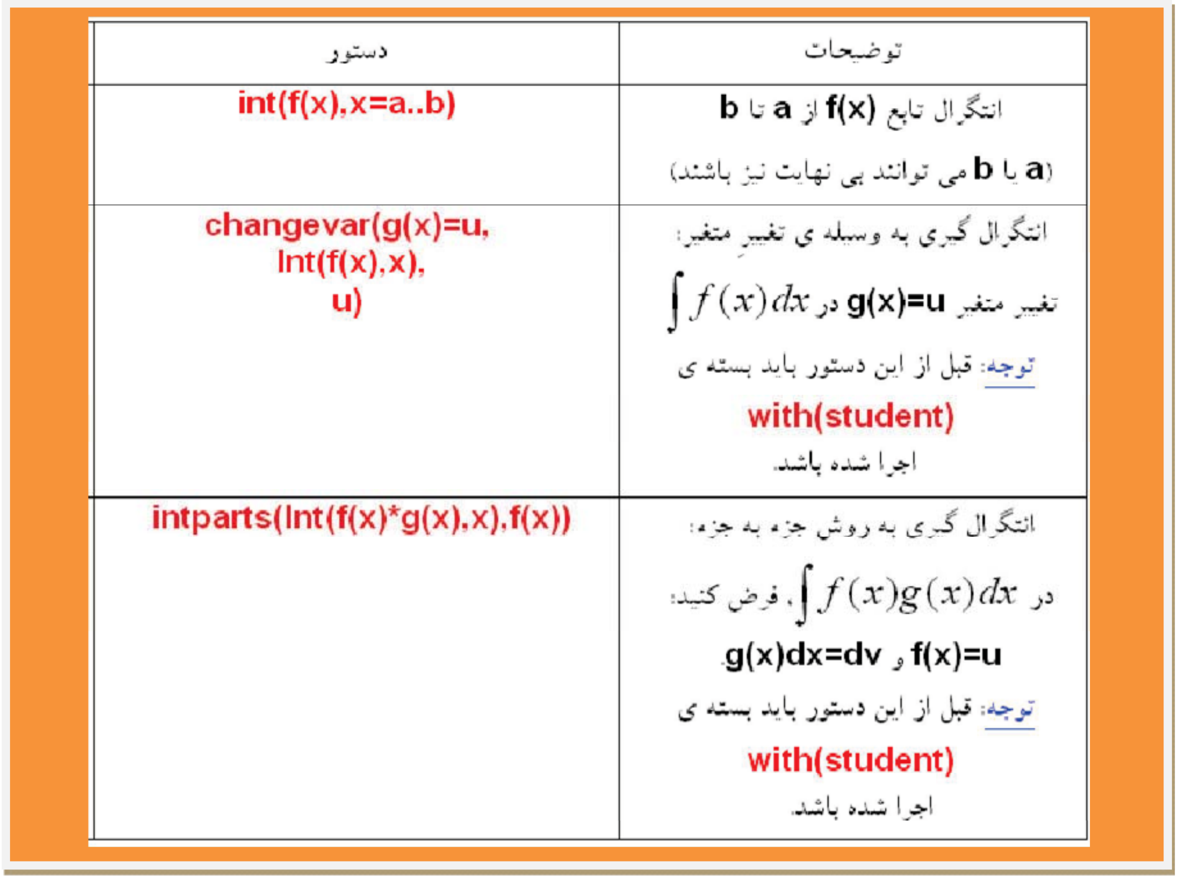


```
>
  with( Student[Calculus1] ) :
  f := x → x^2 + x + 1;
  a := 0;
  b := 3;
  RiemannSum( f(x), x = a ..b, method = right, partition = 6,
  output = animation );
```

```
                                x→x^2 + x + 1
                                      0
                                      3
```



با کلیک کردن روی شکل و ابزارهای موجود می توان حرکت شکل را دید.



توضیحات	دستور
انتگرال تابع **f(x)** از **a** تا **b** (**a** یا **b** می توانند بی نهایت نیز باشند)	int(f(x),x=a..b)
انتگرال گیری به وسیله ی تغییر متغیر: تغییر متغیر **g(x)=u** در $\int f(x)dx$ توجه: قبل از این دستور باید بسته ی **with(student)** اجرا شده باشد.	changevar(g(x)=u, Int(f(x),x), u)
انتگرال گیری به روش جزء به جزء: در $\int f(x)g(x)dx$ ، فرض کنید: **f(x)=u** و **g(x)dx=dv** توجه: قبل از این دستور باید بسته ی **with(student)** اجرا شده باشد.	intparts(Int(f(x)*g(x),x),f(x))

به جای استفاده از دستورات در جدول فوق می توان از ابزارهای موجود در سمت چپ برنامه از قسمت Expression استفاده کرد.

انتگرال نامعین:

> $\int (2\,x)\,\mathrm{d}x$

$$x^2$$

انتگرال معین:

> $\int_{1}^{2} (2\,x)\,\mathrm{d}x$

$$3$$

مثالهای دیگر از جزوه:

> $\int (\mathrm{a}\,x + \mathrm{b})^{\mathrm{n}}\,\mathrm{d}x$

$$\frac{(a\,x + b)^{n+1}}{a\,(n+1)}$$

> $\int (3\,x + 5)^{17}\,\mathrm{d}x$

$$\frac{1}{54}\,(3\,x + 5)^{18}$$

> $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{(3\,x + 2)^2}} \right) \mathrm{d}x$

$$\frac{3\,x + 2}{\left((3\,x + 2)^2\right)^{1/3}}$$

برای تشریح چگونگی حل معادلات توسط میپل به نکات زیر توجه کنید.

برای راهنمایی بیشتر از یک دستور در میپل از ? استفاده می شود مثلا راهنمایی بیشتر در خصوص دستور Hint هستید می توانید بنویسید Hint? و سپس اینتر را بزنید – از دستور Simplify نیز می توانید برای ساده کردن عبارت استفاده کنید که برای راهنمایی بیشتر از Simplify? استفاده کنید. که در ادامه مطالب مثالی آمده است

توجه کنید که برای استفاده از تشریح مسایل و استفاده از دستورات آن باید بسته کتابخانه Student[Calculus۱] را فراخوانی کنید همانطور که در زیر آمده است.

Examples

> $with(Student[Calculus1]):$

> $infolevel[Student[Calculus1]] := 1 :$

> $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2 + x\right)$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2 + x\right)$$

> $Hint(\,(\mathbf{4.1})\,)$

```
Creating problem #١
```

$$[sum]$$

> $Rule_{(\mathbf{4.2})}(\,(\mathbf{4.1})\,)$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2+x\right)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\,x$$

> $\int x\sin(x)\,\mathrm{d}x$

$$\int x\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

> $Hint(\,(\mathbf{4.4})\,)$

```
Creating problem #٢
```

$$[parts, x, -\cos(x)]$$

> $Rule_{(\mathbf{4.5})}(\,(\mathbf{4.4})\,)$

$$\int x\sin(x)\,\mathrm{d}x=-x\cos(x)-\left(\int(-\cos(x))\,\mathrm{d}x\right)$$

If the first reference to a problem is as the **expr** argument to **Hint**, you must use **GetProblem** to retrieve the problem to pass to **Rule**.

> $Hint\left(\lim_{x\to 0^+} x\ln(x)\right)$

```
Creating problem #٣
```

$$[lhopital, \ln(x)]$$

> $Rule_{(\mathbf{4.7})}(GetProblem(internal))$

$$\lim_{x\to 0^+} x\ln(x)=\lim_{x\to 0^+}(-x)$$

> $\int \frac{t}{(t+1)\sqrt{t^2+t+1}}\,\mathrm{d}t$

$$\int \frac{t}{(t+1)\sqrt{t^2+t+1}}\,\mathrm{d}t$$

> $Hint(\,(\mathbf{4.9})\,)$

```
Creating problem #٤

Hints:

١. Convert the rational part of the integrand to partial fractions and
split integrand into a sum of simpler expressions.

٢. Complete the square and make a change of variable.
```

$$\left[\mathit{rewrite}, \frac{t}{(t+1)\sqrt{t^2+t+1}} = \frac{1}{\sqrt{t^2+t+1}} - \frac{1}{(t+1)\sqrt{t^2+t+1}}\right], \left[\mathit{change}, u = t+\frac{1}{2}, u\right]$$

> $\mathit{Rule}_{(4.10)_2}((4.9))$

```
Applying substitution t = u-١/٢ with dt=du
```

$$\int \frac{t}{(t+1)\sqrt{t^2+t+1}}\,\mathrm{d}t = \int \frac{2\,(2u-1)}{\sqrt{4u^2+3}\,(1+2u)}\,\mathrm{d}u$$

If the operation type is ambiguous, Maple returns an error

> $\mathit{Hint}\left(\int\left(x+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right)\right)\mathrm{d}x\right)$

```
Error, (in Student:-Calculus١:-Hint) unable to determine which calculus
operation is being applied in this problem; you can provide this
information as the ٢nd argument on your call to Rule or Hint
```

> $\mathit{Hint}\left(\int\left(x+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\right)\right)\mathrm{d}x, \mathit{Diff}\right)$

```
Creating problem #٥
```

$[\mathit{power}]$

از دستور Simplify نیز می توانید برای ساده کردن عبارت استفاده کنید که برای راهنمایی بیشتر از ?Simplify استفاده کنید.

Examples

> $\mathit{simplify}\left(4^{\frac{1}{2}}+3\right)$

5

> $\mathit{simplify}\left(\mathrm{e}^{a+\ln\left(b\,\mathrm{e}^{c}\right)}\right)$

$b\,\mathrm{e}^{a+c}$

> $\mathit{simplify}\left(\sin(x)^2+\ln(2x)+\cos(x)^2\right)$

$1+\ln(2)+\ln(x)$

> $\mathit{simplify}\left(\sin(x)^2+\ln(2x)+\cos(x)^2, \mathit{trig}\right)$

$1+\ln(2x)$

> $\mathit{simplify}\left(\sqrt{x^2}, \mathit{assume}=\mathit{positive}\right)$

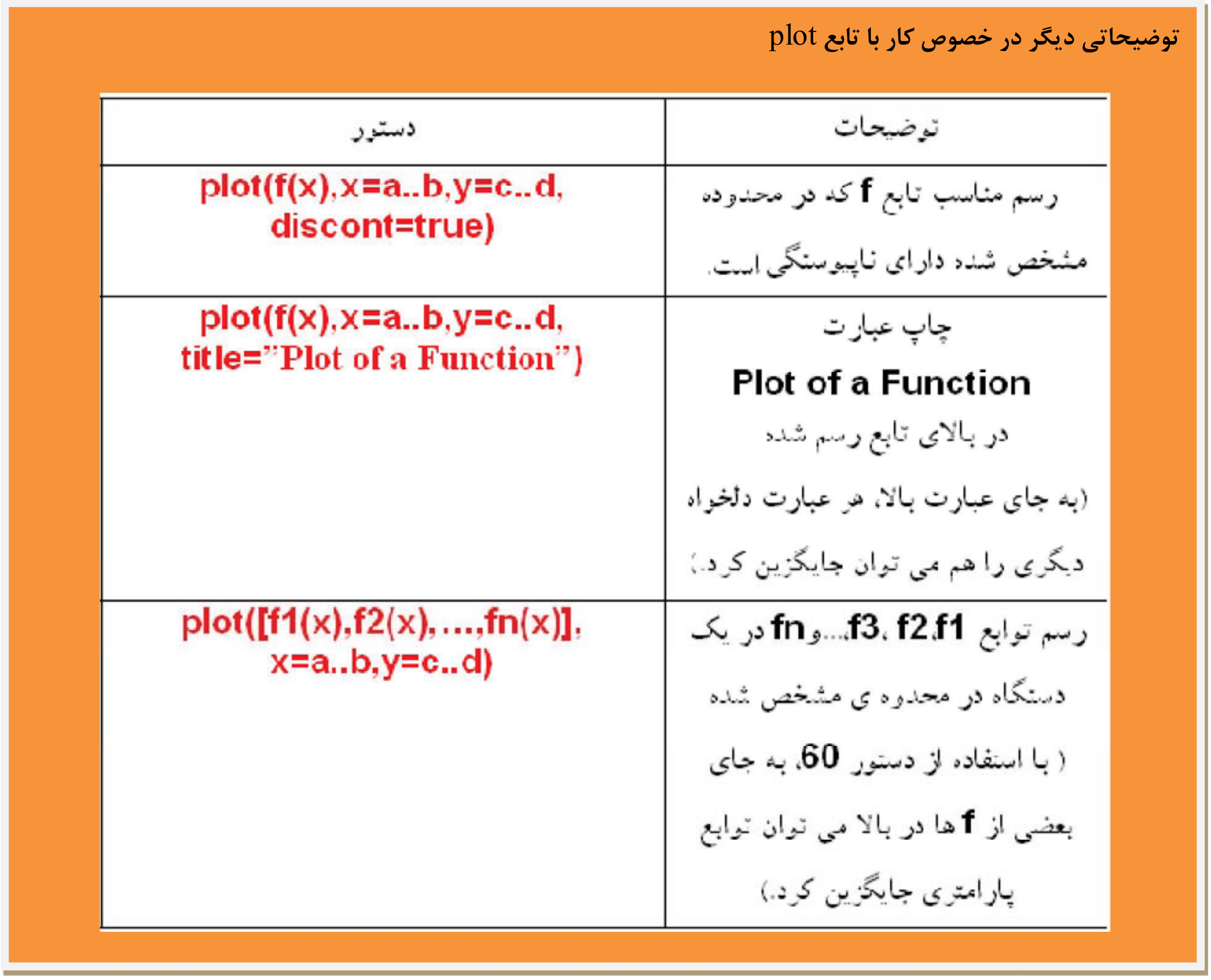
x

پیوست:

دستورات و قواعد دیگری از maple

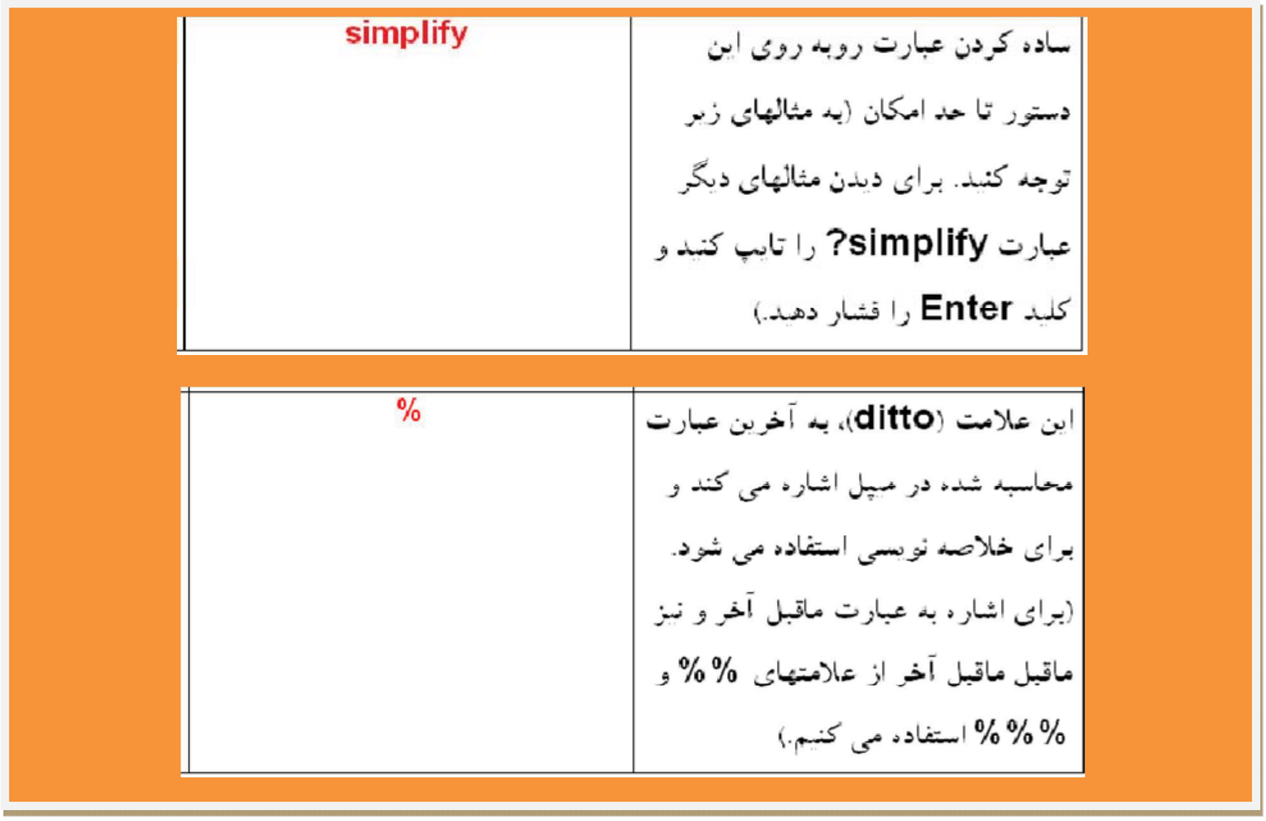
دستوراتی دیگر

توضیحات	دستور
قدر مطلق عدد حقیقی یا مختلط x	abs(x)
ریشه دوم عدد حقیقی x	sqrt(x)
تابع نمایی e^x	exp(x)
فاکتوریل n	n!
لگاریتم x در پایه e	ln(x)
لگاریتم x در پایه e	log(x)
لگاریتم x در پایه n	log[n](x)
لگاریتم x در پایه 10	log10(x)
توابع مثلثاتی معمولی	sin(x),cos(x),tan(x),cot(x)
توابع معکوس مثلثاتی	arcsin(x),arccos(x), arctan(x),arccot(x)
توابع هذلولوی	sinh(x),cosh(x), tanh(x),coth(x)
تعداد انتخابهای m شیء از میان n شیء	binomial(n,m)
جزءصحیح x	floor(x)
قسمت کسری x	frac(x)
جزء صحیح بالای x	ceil(x)



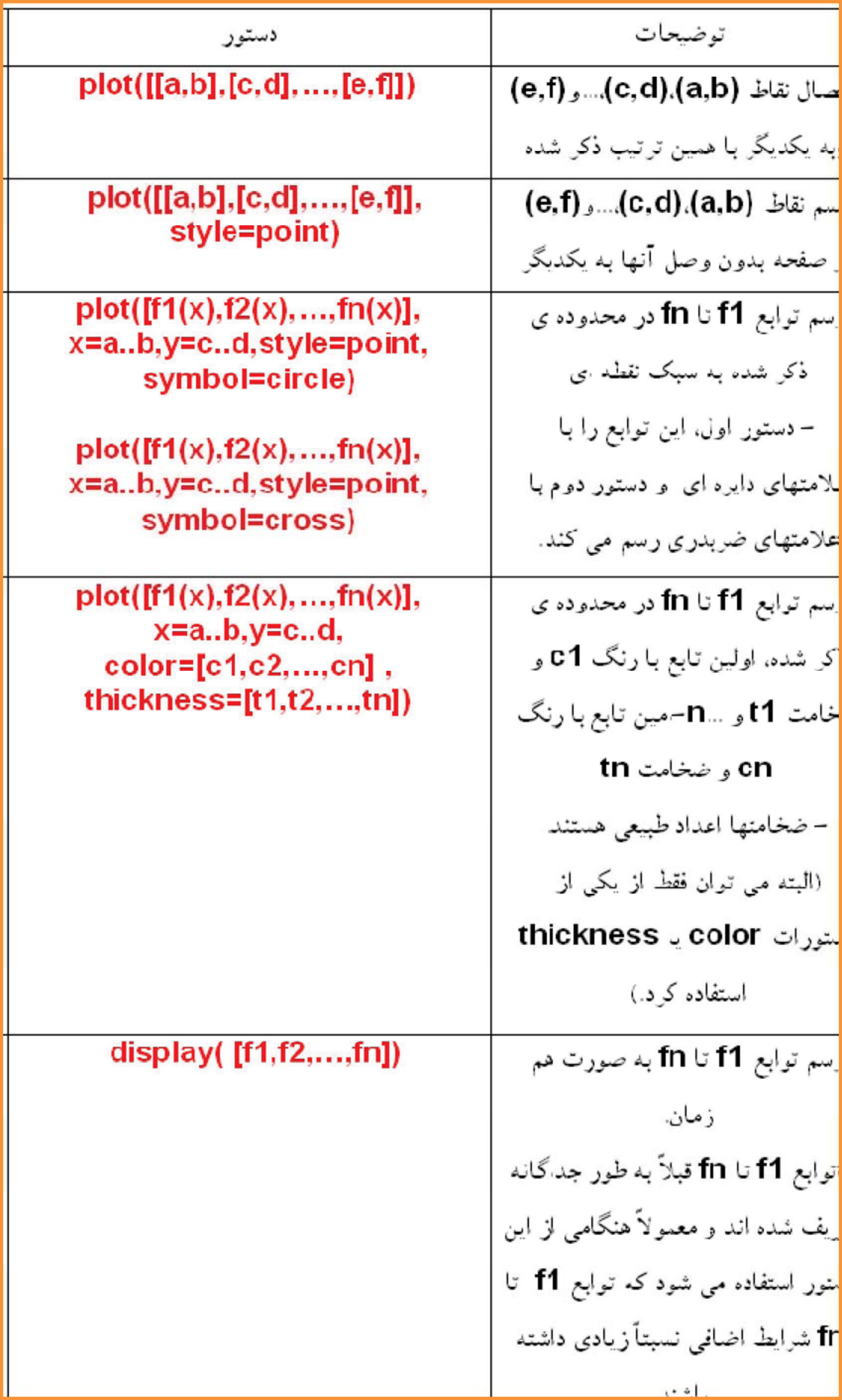
توضیحاتی دیگر در خصوص کار با تابع plot

توضیحات	دستور
رسم مناسب تابع f که در محدوده مشخص شده دارای ناپیوستگی است.	plot(f(x),x=a..b,y=c..d, discont=true)
چاپ عبارت Plot of a Function در بالای تابع رسم شده (به جای عبارت بالا، هر عبارت دلخواه دیگری را هم می توان جایگزین کرد.)	plot(f(x),x=a..b,y=c..d, title="Plot of a Function")
رسم توابع f1،f2، f3،...،و fn در یک دستگاه در محدوده ی مشخص شده (با استفاده از دستور 60، به جای بعضی از f ها در بالا می توان توابع پارامتری جایگزین کرد.)	plot([f1(x),f2(x),...,fn(x)], x=a..b,y=c..d)



ساده کردن عبارت روبه روی این دستور تا حد امکان (به مثالهای زیر توجه کنید. برای دیدن مثالهای دیگر عبارت ?simplify را تایپ کنید و کلید Enter را فشار دهید.)	simplify
این علامت (ditto)، به آخرین عبارت محاسبه شده در میپل اشاره می کند و برای خلاصه نویسی استفاده می شود. (برای اشاره به عبارت ماقبل آخر و نیز ماقبل ماقبل آخر از علامتهای %% و %%% استفاده می کنیم.)	%

توضیحاتی دیگر در خصوص کار با تابع plot



توضیحات	دستور
صال نقاط (a,b),(c,d),…و (e,f) به یکدیگر با همین ترتیب ذکر شده	plot([[a,b],[c,d],….,[e,f]])
سم نقاط (a,b),(c,d),…و (e,f) صفحه بدون وصل آنها به یکدیگر	plot([[a,b],[c,d],….,[e,f]], style=point)
سم توابع f1 تا fn در محدوده ی ذکر شده به سبک نقطه ی – دستور اول، این توابع را با لامتهای دایره ای و دستور دوم با علامتهای ضربدری رسم می کند.	plot([f1(x),f2(x),….,fn(x)], x=a..b,y=c..d,style=point, symbol=circle) plot([f1(x),f2(x),….,fn(x)], x=a..b,y=c..d,style=point, symbol=cross)
سم توابع f1 تا fn در محدوده ی کر شده، اولین تابع با رنگ c1 و خامت t1 و …n-مین تابع با رنگ cn و ضخامت tn – ضخامتها اعداد طبیعی هستند (البته می توان فقط از یکی از ستورات color یا thickness استفاده کرد.)	plot([f1(x),f2(x),….,fn(x)], x=a..b,y=c..d, color=[c1,c2,….,cn] , thickness=[t1,t2,….,tn])
سم توابع f1 تا fn به صورت هم زمان. توابع f1 تا fn قبلاً به طور جداگانه یف شده اند و معمولاً هنگامی از این ستور استفاده می شود که توابع f1 تا fn شرایط اضافی نسبتاً زیادی داشته باشند	display([f1,f2,….,fn])

توضیحاتی دیگر در خصوص کار با تابع plot۳d

توضیحات	دستور
رسم توابع دو متغیره ی **f1** تا **fn** در ک دستگاه با رنگهای **c1** تا **cn** در محدوده های مشخص شده (البته می توان ز دستور **color** استفاده نکرد.)	plot3d([f1(x,y),…,fn(x,y)],x=a..b, y=c..d,color=[c1,…,c2])
این دستور در داخل دستورات رسم توابع دو متغره ب مختصات دکارتی، کروی، استوانه ای و ...، برای هموار ردن شکل و رسم بهتر آن استفاده می شود. با این دستور یک شبکه به اندازه **m** قطه برای مختص اول و **n** نقطه برای مختص دوم ایجاد می شود.	grid=[m,n]
تغییر رنگ شکل با سیه زدن و تغییر نور دهی - به جای دستور **none** می توان از یکی از دستورات **xyz**، **xy**، **z** و **zgrayscale** و **zhue** استفاده کرد. - به جای دستور **light1** می توان از کی از دستورات **light2**،**light3** و **light4** استفاده کرد. - می توان فقط از یکی از دستورات **shading** و **lightmodel** استفاده کرد.	plot3d(f(x,y),x=a..b,y=c..d, shading=none, lightmodel=light1)