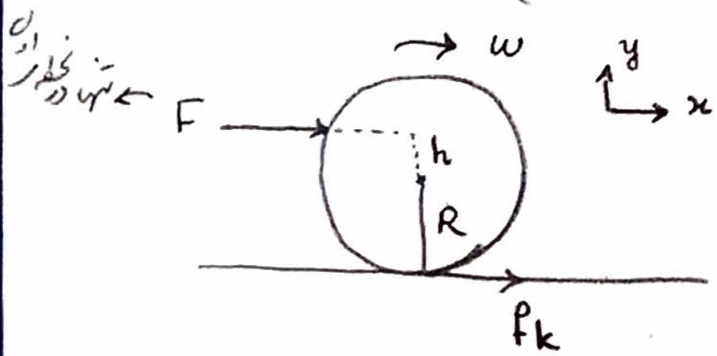
بسم الله الرحمن الرحیم

کوئیز آخر

طبق صورت مسئله، سرعت خطی توپ به مرور زمان زیاد شده (از v_0 به $\frac{9}{7}v_0$ رسیده). پس در طی مسیر نیرویی در جهت حرکت جسم بر آن وارد می‌شده. از جایی که در طی مسیر، برآیند نیروهای عمودی صفر بوده و تنها نیروی افقی وارد بر جسم همان نیروی اصطکاک می‌باشد، در می‌یابیم عامل افزایش سرعت همان اصطکاک بوده است. نیروی اصطکاک در این مسئله، با حرکت دورانی مقابله می‌کند.



به طور خلاصه: در ابتدا سرعت {خطی / زاویه‌ای} جسم {کمتر / بیشتر} از انتهاست و این تغییر سرعت را اصطکاک ایجاد می‌کند. این وضعیت (کاهش و افزایش سرعت‌ها) تا برابر شدن ωR و v ادامه می‌یابد که با برابر شدن v و ωR حرکت غلتشی مطلق رخ می‌دهد.

$$\begin{matrix}\Sigma F = ma \\ \Sigma \tau = I\alpha\end{matrix} \begin{cases} f_k = ma \\ -f_k R = I\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{com} = v_0 + \frac{f_k}{m}t \\ \omega_f = \omega_0 - \frac{f_k R t}{I}\end{cases}$$

$$v_f = \omega_f R = \frac{9}{7}v_0 \Rightarrow \frac{2}{7}v_0 = \frac{f_k}{m}t \Rightarrow t = \frac{2}{7}\frac{v_0 m}{f_k} \quad \star$$

$$\overset{\star}{\Rightarrow} \frac{9}{7}v_0/R = \omega_0 - \frac{\cancel{f_k}}{I}\frac{2}{7}\frac{v_0 m R}{\cancel{f_k}} \Rightarrow \omega_0 = \frac{9}{7}\frac{v_0}{R} + \frac{2}{7}\frac{R v_0 m}{I}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{9}{7}\frac{v_0}{R} + \frac{2}{7}\frac{R v_0 m}{\frac{2}{5}mR^2} = \frac{9}{7}\frac{v_0}{R} + \frac{5}{7}\frac{v_0}{R} = 2\frac{v_0}{R} \quad \star\star$$

در بازه‌ی لحظه‌ی ابتدایی هم داریم:

$$F + f_k = ma \Rightarrow h\times\int_0^{t_1} F\,dt + h\times\int_0^{t_1} f_k\,dt = h\times m(v_0 - 0) \quad (\mathrm{I})$$

$$Fh - f_k R = I\alpha_{cm} \Rightarrow h\int_0^{t_1} F\,dt - R\int_0^{t_1} f_k\,dt = I(\omega_0 - 0) \quad (\mathrm{II})$$

در دو رابطه‌ی بالا، نیروی اصطکاک نسبت به نیروی F، تغییر تکانه‌ی زیادی ایجاد نمی‌کند. لذا $\int_0^{t_1} f_k\,dt$ با توجه به کوچک بودن t_1 بسیار کوچک بوده و قابل چشم‌پوشی است (در واقع تغییر تکانه را F ایجاد می‌کند) پس داریم:

$$\left.\begin{matrix} h\int_0^{t_1} F\,dt = hmv_0 \\ h\int_0^{t_1} F\,dt = I\omega_0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} hmv_0 = I\omega_0 \\ \star\star\ \omega_0 = \frac{v_0}{R}\times 2 \end{cases}\right\} \Rightarrow h\cancel{m}\cancel{v_0} = \frac{2}{5}\cancel{m}R^{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{v_0}}{\cancel{R}}\times 2$$

$$\Rightarrow h = \frac{4}{5}R$$