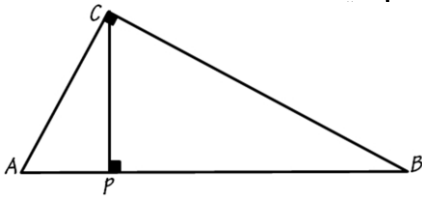
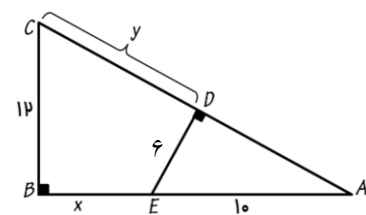
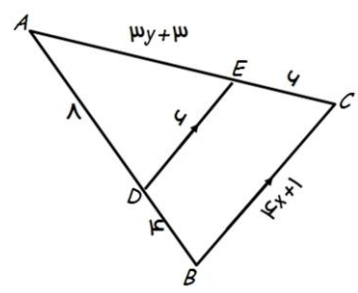


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم تجربی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۹۸ - ۱۳۹۷

نام درس: ریاضی  
 نام دبیر: سمانه عابدی  
 تاریخ امتحان: ۱۳۹۷ / ۱۰ / ۸  
 ساعت امتحان: ۰۰ : ۰۸ : صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
شماره	سؤالات				نمره
۱/۵	<p>جاهای خالی را با عبارت های مناسب کامل کنید. (هر مورد ۰/۲۵)</p> <p>الف) در معادله درجه دوم <math>ax^2 + bx + c = 0</math>، اگر <math>\frac{c}{a} &lt; 0</math> باشد، در این صورت معادله دو ریشه ..... دارد.</p> <p>ب) حاصل <math>[\sqrt{3}] + [-5/2] + [6/90003]</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) همواره تابعی وارون پذیر است که ..... است.</p> <p>ت) معادله درجه دومی که ریشه های آن <math>\frac{3+\sqrt{5}}{2}</math> و <math>\frac{3-\sqrt{5}}{2}</math> باشند، برابر ..... است.</p> <p>ث) هرگاه دو مثلث با نسبت تشابه <math>k</math>، متشابه باشند، آنگاه نسبت نیمسازها ..... و نسبت مساحت های آن ها ..... است.</p>				۱
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰/۲۵)</p> <p>الف) مرکز دایره محاطی مثلث، محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است.</p> <p>ب) از نقطه ای خارج یک خط، می توان دو خط بر آن خط عمود کرد.</p> <p>پ) زاویه ۵ درجه، با زاویه <math>\frac{\pi}{18}</math> رادیان برابر است.</p>				۲
۰/۵ ۰/۲۵	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) اگر نمودار تابع <math>y = mx^2 - (m^2 - 1)x + 1</math> روی محور عرض ها دارای ماکزیمم باشد، مقدار <math>m</math> کدام است؟ (به گزینه صحیح بدون راه حل، نمره تعلق نمی گیرد)</p> <p>۱) ۱    ۲) -۱    ۳) صفر    ۴) سهمی ماکزیمم ندارد.</p> <p>ب) زاویه ۳۱۵ درجه، مساوی کدام زاویه نیست؟</p> <p>۱) <math>-\frac{\pi}{4}</math>    ۲) <math>\frac{7\pi}{4}</math>    ۳) -۴۵    ۴) <math>\frac{11\pi}{4}</math></p>				۳
۱/۵	<p>نشان دهید دو خط به معادلات <math>-3x + 4y + 7 = 0</math> و <math>-6x + 8y - 5 = 0</math> با یکدیگر موازی هستند و سپس فاصله این دو خط را محاسبه کنید.</p>				۴
۱	<p>در معادله درجه دوم <math>2x^2 + (2k - 1)x - k = 0</math> به ازای کدام مقدار <math>k</math> مجموع معکوس دو ریشه برابر <math>\frac{7}{3}</math> است؟</p>				۵
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید؟</p> <p>الف) <math>\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5</math></p> <p>ب) <math>\frac{t^2 - 2t + 2}{t^2 - 2t} - \frac{1+t}{t} = \frac{t-1}{t-2}</math></p>				۶
۱/۵	<p>عکس قضیه تالس را نوشته و اثبات نمایید.</p>				۷
۰/۵	<p>برای قسمت (الف) مثال نقض بیاورید و برای قسمت (ب) عکس قضیه را بنویسید.</p> <p>الف) به ازای هر عدد حقیقی مانند <math>x</math>، همواره داریم: <math>x^2 &gt; x</math>.</p> <p>ب) اگر در مثلثی سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه مثلث برابرند.</p>				۸
صفحه ی ۱ از ۲					

۱ ۰/۵	 <p>مطابق شکل مقابل، مثلث <math>ABC</math> در راس <math>C</math> قائم الزاویه است و <math>CP</math> بر <math>AB</math> عمود است. ثابت کنید <math>PC^2 = AP \cdot BP</math>.          (ب) مقدار <math>AC</math> را بدست آورید.  <math>(AB=8 \text{ cm}, BP=6 \text{ cm})</math></p>	۹
۱/۲۵	 <p>در مثلث روبرو مقادیر مجهول <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید.</p>	۱۰
۰/۷۵	 <p>در شکل مقابل <math>DE \parallel BC</math> می باشد. مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را به دست آورید.</p>	۱۱
۱/۵	<p>دامنه توابع زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) <math>f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-1}}</math>          ب) <math>g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{ x -2}</math></p>	۱۲
۰/۷۵	<p>آیا توابع زیر با هم مساوی اند؟ چرا؟</p> <p><math>f(x) = x - 1</math> و <math>g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} &amp; x \neq 1 \\ 0 &amp; x = 1 \end{cases}</math></p>	۱۳
۱	<p>نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد را مشخص کنید.</p> <p><math>f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} &amp; x &lt; 0 \\ \sqrt{x} &amp; x \geq 0 \end{cases}</math></p>	۱۴
۰/۵ ۰/۷۵ ۰/۵	<p>توابع <math>f(x) = \frac{3x+5}{x+1}</math> و <math>g(x) = \{(-2, 4), (2, 0), (1, -1), (3, 5)\}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) وارون تابع <math>f</math> را بیابید.          ب) دامنه تابع <math>\frac{f}{g}</math> را بدست آورید.          ج) حاصل عبارت <math>(2g - f)(1)</math> را بیابید.</p>	۱۵
۰/۵	<p>مجموعه جواب معادله <math>\left[\frac{x-1}{2}\right] = -1</math> را بیابید.</p>	۱۶
۱	<p>دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول ۳۰ سانتی متر از این دایره، چند رادیان و چند درجه است؟</p>	۱۷
۰/۵	<p>زاویه <math>210^\circ</math> درجه را به رادیان تبدیل کرده و مکان آن را روی دایره مثلثاتی نمایش دهید.</p>	۱۸



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد دوره دوم رسالت  
**کلید** سوالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷

نام درس: ریاضی یازدهم تجربی  
 نام دبیر: سمانه عابدی  
 تاریخ امتحان: ۸ / ۱۰ / ۱۳۹۷  
 ساعت امتحان: ۸ صبح  
 مدت امتحان: ۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) مختلف العلامت ب) ۱ پ) یک به یک ت) $x^2 - 3x + 1 = 0$ ث) $k^2, k$	
۲	الف) صحیح ب) غلط پ) غلط	
۳	الف) $x_s = -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow \frac{m^2-1}{2m} = 0 \rightarrow m^2 - 1 = 0 \rightarrow m = \pm 1$ است، پس ضریب $x^2$ باید منفی باشد، پس $m > 0$ ، یعنی $m = -1$ قابل قبول است. گزینه (۲) ب) گزینه (۴)	
۴	$L_1: -3x + 4y + 7 = 0$ $L_2: -6x + 8y - 5 = 0$ $m_1 = \frac{-(\text{ضریب } x)}{\text{ضریب } y} = \frac{3}{4}$ ; $m_2 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \rightarrow m_1 = m_2$ ; شیب دو خط برابر است پس موازی اند $-3x + 4y + 7 = 0 \xrightarrow{\times 2} -6x + 8y + 14 = 0$ $-6x + 8y - 5 = 0$ $d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 14 - (-5) }{\sqrt{36 + 64}} = \frac{19}{10} = 1/9$	
۵	$2x^2 + (2k - 1)x - k = 0$ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{7}{3}$ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{7}{3}$ $\begin{cases} S = \frac{-(2k-1)}{2} & \frac{-(2k-1)}{2} = \frac{7}{3} \rightarrow \frac{2k-1}{k} = \frac{7}{3} \rightarrow 6k-3 = 7k \rightarrow k = -3 \\ P = \frac{-k}{2} & \frac{-k}{2} = \frac{7}{3} \end{cases}$	
۶	الف) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 5 \rightarrow \sqrt{x+5} = 5 - \sqrt{x} \rightarrow x+5 = 25 - 10\sqrt{x} + x \rightarrow 10\sqrt{x} = 20 \rightarrow \sqrt{x} = 2 \rightarrow x = 4$ قابل قبول ب) $\frac{t^2 - 2t + 2}{t^2 - 2t} - \frac{1+t}{t} = \frac{t-1}{t-2} \rightarrow \frac{t^2 - 2t + 2}{t(t-2)} - \frac{1+t}{t} = \frac{t-1}{t-2}$ ک. م. م. مخرج ها $t(t-2)$ $t^2 - 2t + 2 - (1+t)(t-2) = t(t-1) \rightarrow t^2 = 4 \rightarrow t = \pm 2$ $t=2$ مخرج را صفر می کند پس فقط $t=-2$ قابل قبول است.	

در مثلث  $ABC$ ، اگر  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  باشد، آنگاه  $DE \parallel BC$  است. حکم:  $DE \parallel BC$

اثبات: با استفاده از برهان خلف فرض می کنیم که حکم مساله غلط باشد یعنی  $DE \not\parallel BC$ . لذا از نقطه  $D$  خطی موازی  $BC$  رسم می کنیم تا  $AC$  را در نقطه ای مانند  $E'$  قطع کند. لذا داریم:

تالس  $DE' \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE'}{E'C}$

ترکیب نسبت در مخرج  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \frac{AE'}{E'C} = \frac{AE}{EC}$  (طبق فرض)

$\frac{AE'}{AE' + E'C} = \frac{AE}{AE + EC} \rightarrow \frac{AE'}{AC} = \frac{AE}{AC} \rightarrow AE' = AE \rightarrow$   $DE'$  همان  $DE$  است  $\rightarrow E'$  بر  $E$  منطبق است.

این یک تناقض است زیرا  $DE' \parallel BC$  و  $DE \not\parallel BC$ . بنابراین از ابتدا فرض غلط بودن حکم نادرست بوده و حکم نمی تواند غلط باشد یعنی:  $DE \parallel BC$ .

الف)  $x = \frac{1}{2}$   $x^2 = \frac{1}{4} \neq x = \frac{1}{2}$

ب) اگر در مثلثی سه زاویه مثلث برابر باشند، آنگاه سه ضلع برابرند.

الف)  $\Delta APC \sim \Delta BPC \rightarrow \frac{PC}{AP} = \frac{PB}{PC} = \frac{BC}{AC} \rightarrow PC^2 = AP \cdot BP$

ب)  $AP = 8 - 6 = 2$

$AC^2 = AB \times AP = 8 \times 2 = 16 \quad \boxed{AC \equiv 4}$

مشترک  $\hat{A} = \hat{A}$   
تساوی دو زاویه  $\hat{B} = \hat{D} = 90^\circ$

$\Delta ABC \sim \Delta ADE \rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$

$\frac{12}{6} = \frac{8+y}{10} = \frac{10+x}{8} \rightarrow x = 6; y = 12$

$AD^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow AD = 8$

تعمیم تالس  $MN \parallel BC \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{3y+3}{3y+9} = \frac{6}{4x+1} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

$\frac{x+2}{x^2-1} \geq 0$  ریشه ها  $x = -2 \quad x = \pm 1$

$D_f = (-2, -1] \cup [1, +\infty)$

		-2	-1	1	
$x+2$	-	o	+	+	+
$x^2-1$	+	+	o	-	+
	-	o	+	-	+

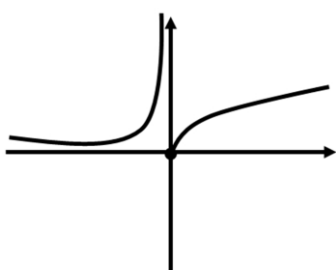
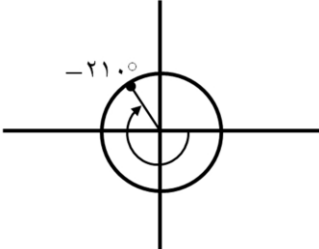
$g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{|x|-2}$   $|x|-2=0 \quad |x|=2 \quad x = \pm 2 \quad D_g = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

$f(x) = x - 1 \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$

شرط 1 برقرار است  $D_f = D_g = \mathbb{R}$

$\begin{cases} x \neq 1: & g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)^2}{x - 1} = x - 1 = f(x) \\ x = 1: & g(1) = 0 = f(1) \end{cases}$

پس به ازای هر  $x$  متعلق به دامنه مشترک داریم  $f(x) = g(x)$  شرط (2) برقرار است.

$D_f = \mathbb{R}$ $R_f = [0, +\infty)$		۱۴
$y = \frac{3x+5}{x+1} \rightarrow yx + y = 3x + 5 \rightarrow yx - 3x = 5 - y \rightarrow x(y-3) = 5 - y \rightarrow x = \frac{5-y}{y-3}$ $= \frac{5-y}{y-3} \text{ پس } \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5-x}{x-3}$ $g^{-1}(x) = \{(4, -2), (0, 2), (-1, 1), (5, 3)\}$	<p>(الف)</p> <p>(ب)</p> <p>(ج)</p>	۱۵
$D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ $D_g = \{-2, 2, 1, 3\}$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x   g(x) = 0\} = \{-2, 2, 1, 3\} - \{2\} = \{-2, 1, 3\}$	$(2g - f)(1) = 2g(1) - f(1) = -2 - 4 = -6$	۱۶
$\left[\frac{x-1}{2}\right] = -1 \quad -1 \leq \frac{x-1}{2} < 0 \rightarrow -2 \leq x-1 < 0 \rightarrow -1 \leq x < 1$	$r = 10cm$ $\alpha = \frac{L}{r} = \frac{30}{10} = 3$ رادیان $\rightarrow \alpha = 3 \times 57/3^\circ = 171/9^\circ$ $L = 30cm$	۱۷
$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{-210}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{-210}{180} \pi \rightarrow R = \frac{-7\pi}{6}$		۱۸
امضا::	نام و نام خانوادگی مصحح : سمانه عابدی	جمع بارم : ۲۰ نمره