مؤسسهٔ کوشیار

فیزیک ۳

پایه‌ی سوم دوره‌ی متوسطه

رشته‌های ریاضی و فیزیک و علوم تجربی

نویسندگان :

محمد شیری

محسن مؤید

حسین مهری

ویراستار علمی :

جعفر شریف اوغلی

مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی کوشیار / فیزیک۳

قابل استفاده برای دانش آموزان و دبیران پایه‌ی سوم دوره‌ی متوسطه

(رشته‌های علوم تجربی و ریاضی و فیزیک)

نویسندگان : محمد شیری ، محسن مؤید ، حسین مهری

ویراستار علمی : جعفر شریف اوغلی

نوبت چاپ : اول ، ۱۳۸۴

شابک : ۳-۷۵۸۷-۰۶-۹۶۴

ISBN : 964-06-7587-3

شمارگان : ۳۰۰۰ نسخه

حروف نگاری و صفحه آرایی : قاسم اجلالی ، سجاد مهری ، هاشم مهری

چاپ و صحافی : سیاوش (۸۸۷۵۲۶۱۰)

لیتوگرافی : مینا (۶۶۴۲۲۸۴۱)

ناظر چاپ : محمد شیری

قیمت : ۲۰۰۰ تومان

کلیه‌ی حقوق این کتاب برای نویسندگان محفوظ است.

◆◆◆

مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی کوشیار

سردبیر : محرم ایردموسی

شورای نویسندگان

گروه ریاضی : امیر آقاجانی / کاظم اجلالی / محرم ایردموسی (سرگروه) / مریم حکیمی / ابوالفضل فروغی / پیمان قائمی / داود معصومی مهوار / زهره معصومی مهوار / علی اکبر میرزایی / آرش یوسفی

گروه فیزیک : میثم شیرازی / محمد شیری / بهرام طاهرنیا / محسن مؤید / حسین مهری (سرگروه)

گروه شیمی : بهروز بهنام / محمدرضا چهل امیرانی (سرگروه) / مجید سرخوش / مرتضی شعبانی / زهرا مهدی‌زاده

نشانی : تهران، صندوق پستی ۱۱۵-۱۷۶۶۵ ، تلفن : ۵۵۳۱۴۶۵۱ ، ۵۵۳۵۲۴۳۲

مقدمه‌ی سردبیر

مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی کوشیار با انگیزه‌ها و اهداف زیر تهیه و منتشر می‌شود :

- ☑ فراهم نمودن زمینه‌های مناسب برای انجام فعالیت بیش‌تر دانش‌آموزان، متناسب با سطح آموزش‌های دبیرستانی و استعدادهای فردی.
- ☑ دسترسی مدارس برتر کشور به منابع جدید درسی که توسط مجموعه‌ای از بهترین مدارس تهران مورد استفاده مکرر قرار گرفته و آزمایش شده است.
- ☑ تقویت کتب درسی با جبران کاستی‌های موجود در آن‌ها و در نتیجه بازدهی بیشتر کتب درسی.
- ☑ دسترسی دانش‌آموزان به تمرین‌های متنوع برای بهره‌گیری بیش‌تر و متناسب با توانائی‌های خود.
- ☑ تقویت و گسترش جنبه‌های مفهومی دروس با تکیه بر آموزش روش‌های گوناگون حل مسأله.
- ☑ مساعد نمودن زمینه‌های همکاری برای مدارس برتر کشور و تقویت ارتباطات علمی مدارس از طریق راه‌اندازی فعالیت‌های مشترک در سطح کشور.
- ☑ استفاده از تجربه‌های انفرادی موجود در میان دبیران و گسترش و اثر بخشی این تجارب مفید با انعکاس این تجربه‌ها از طریق انتشار مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی کوشیار.
- ☑ بهره‌مندی بیش‌تر مدرسه‌ها و دانش‌آموزان از امکانات و زمان با کاهش هزینه‌های مربوط به تکثیر جزوه‌های درسی و افزایش همزمان کمیت و کیفیت جزوه‌های درسی مکمل با انتشار مجموعه تمرینات هر درس به صورت یک کتاب با جلد و صحافی مناسب.

◆◆◆

امیدواریم در راه دستیابی به این اهداف، تمام تلاش خود را به کار بندیم و همانند گذشته به رضایت شما از مجموعه، دل گرم بداریم و از خشنودی شما، خشنود باشیم و در این آشفته بازار آموزش (مستعمره‌ی کنکورسازان!) راه خود بپوییم، اصل خود بجوییم و گمراه نشویم.

مقدمه‌ی نویسندگان

مجموعه کتاب‌های کمک آموزشی کوشیار در ساختاری نو به میان شما آمده است و همراه شما خواهد بود. ویژگی‌هایی چند از این شکل و شمایل جدید را با هم مرور می‌کنیم :

۱. این مجموعه کمک‌حال دانش‌آموزان و دبیران محترم در آموزش است و ادعایی جز این ندارد.

۲. روح کلی حاکم بر این مجموعه، آموزش مفاهیم از طریق هنر حل مسأله است.

۳. هر کتاب از این مجموعه به یک درس از دروس دبیرستانی اختصاص یافته است و تمام عناوین و سرفصل‌های آن درس را پوشش خواهد داد.

۴. هر کتاب از این مجموعه که به یک درس اختصاص می‌یابد، شامل سه قسمت خواهد بود.

قسمت اول شامل مثال‌های نمونه، مسأله‌ها و آزمون‌های پایانی است که در قالب چند فصل (همانند کتاب درسی) ارائه شده است. در قسمت مثال‌های نمونه (بخش اول هر فصل) چند مسأله به همراه پاسخ تشریحی آن‌ها آمده است. این مثال‌ها در بعضی موارد در چارچوب کتاب درسی قرار می‌گیرند تا تکمیل کننده‌ی کتاب درسی باشند و در بعضی موارد خارج از چارچوب کتاب درسی هستند تا دانش‌آموزان با قالب‌های دیگری از مسأله‌های مربوط به آن موضوع آشنا شوند. در این بخش سعی کنید پس از مطالعه‌ی صورت مثال، خودتان مسأله را حل کنید و راه‌حل خود را با راه‌حل بیان شده مقایسه کنید. اگر برای حل مسأله ایده‌ای به ذهنتان نرسید، از راه‌حل ارائه شده کمک بگیرید. در بخش مسأله‌ها (بخش دوم هر فصل) با تمرین‌ها و مسأله‌های متنوعی روبه‌رو خواهید شد که بر اساس سطح سؤال و موضوع مرتب شده‌اند و دانش آموزان می‌توانند با حل این تمرین‌ها و مسأله‌ها، به مفاهیم آن درس نزدیک‌تر شوند، کاربرد آن‌ها را ببینند و آمادگی بیشتری برای آزمون‌ها و مسابقات پیدا کنند. در بخش آزمون پایانی (بخش سوم هر فصل) یک آزمون از مطالب آن فصل گنجانده شده است که خواننده‌ی محترم می‌تواند پس از مطالعه‌ی هر فصل، با پاسخ دادن به سؤالات آزمون پایانی آن فصل خود را محک بزند. پاسخ تشریحی این آزمون‌ها در قسمت سوم کتاب آمده است تا پس از شرکت در آزمون!، بتوانید راه‌حل مسأله‌ها را مطالعه کنید و محک زدن خود را با تعیین یک نمره تکمیل کنید! (اگر شنیدید یا دیدید کسی بیست شده، ما را خبر کنید!)

قسمت دوم به جواب‌های آخر و راهنمایی مسأله‌های فصل‌ها اختصاص یافته است تا خواننده‌ی محترم پس از حل مسأله‌ها برای آگاهی از پاسخ صحیح (یا قبل از حل مسأله‌ها برای گرفتن راهنمایی) به این بخش مراجعه کند و . . .

قسمت سوم به پاسخ تشریحی آزمون‌های پایانی فصل‌ها اختصاص داده شده است.

۵. سطح بندی مسأله‌های فصل‌ها پس از فهرست کتاب آمده است تا دانش‌آموزان بتوانند بعد از حل مسأله (یا قبل از حل مسأله) از سطح سؤالی که توانسته‌اند حل کنند (یا نتوانسته‌اند حل کنند!) آگاهی یابند و بدین وسیله خود را تعیین سطح فرمایند! توصیه‌ی اکید می‌شود که پس از تعیین سطح، فکری هم برای ارتقاء سطح علمی بشود!

۶. نویسندگان این کتاب با این قصد و نیت از آوردن جواب تشریحی مسأله‌ها خودداری کرده‌اند و به جواب‌های آخر و راهنمایی‌ها اکتفا کرده‌اند که کتاب بتواند محرک ذهنی شما باشد نه منجمد کننده‌ی ذهن شما!

۷. این کتاب می‌تواند به عنوان مجموعه تمرینات مورد استفاده‌ی دبیران قرار گیرد. همچنین کتاب می‌تواند در کلاس‌های حل تمرین یا مباحثه که در بعضی از مدارس جزء برنامه‌ی آموزشی دانش‌آموزان است، مورد استفاده قرار گیرد. در واقع بهترین قالب برای استفاده از کتاب این دو گزینه هستند (به عنوان مجموعه تمرینات یا کتاب کار کلاس‌های حل تمرین و مباحثه).

۸. تنوع مسأله‌های کتاب به گونه‌ای است که می‌تواند مورد استفاده‌ی دانش‌آموزان تمامی مدارس اعم از دولتی، نمونه دولتی، غیر دولتی و استعدادهای درخشان قرار گیرد. با این شرط که مسأله‌ها متناسب با سطح علمی دانش‌آموزان انتخاب شوند و این امر تنها به کمک دبیران محترم میسر خواهد بود.

۹. فصل اول این کتاب با موضوع "ترمودینامیک" مختص دانش‌آموزان رشته‌ی ریاضی و فیزیک است. هم چنین با صلاحدید نویسندگان مبحث "خازن و مدارهای جریان مستقیم دارای خازن" به صورت مستقل در فصل چهارم کتاب آورده شده است، و مبحث‌های "مغناطیس" و "القای الکترومغناطیسی" در یک فصل کتاب (فصل پنجم) گنجانده شده‌اند.

۱۰. حل مسأله هنری عملی است. همچون شنا کردن، ورزش اسکی یا نواختن پیانو و این هنر را می‌توان یاد گرفت. تنها به شرطی که از سرمشق‌های خوبی تقلید و دائماً تمرین کنیم. در این کتاب به کلید سحرآمیزی دست نمی‌یابید که همه درها را به روی شما بگشاید. به یاری این کتاب راه‌حل همه مسأله‌ها را پیدا نمی‌کنید ولی سرمشق‌های خوبی در برابر شما قرار می‌گیرد و امکان تمرین کردن را برای شما فراهم می‌کند. ولی به یاد داشته باشید:

« اگر می‌خواهید شنا یاد بگیرید، با شجاعت وارد آب شوید و اگر می‌خواهید روش حل مسأله‌ها را یاد بگیرید آنها را حل کنید.»

منتظر پیشنهادات و انتقادات شما دانش‌آموزان و دبیران گرامی هستیم. نظرها، پیشنهادها و انتقادهای خود در مورد به این کتاب را به آدرس مؤسسه‌ی کوشیار و یا به آدرس الکترونیکی mehrihossein@yahoo.com یا m_shiri@teacher.com ارسال فرمایید.

در پایان بر خود واجب می‌دانیم از خانم‌ها مژگان آشتیانی ، فرشته اصلانی ، الهام پوربختاران، ربابه جان‌بزرگی، فائزه خاکبازان‌فرد، سحر خلیفه، مریم سیف الهی، سمانه شکراله، زهرا غریبی، الهام کموری و فاطمه مختاری که در رفع اشکالات موجود در چاپ قبلی این کتاب ما را یاری کردند تشکر کنیم و نیز مراتب سپاس‌گذاری صمیمانه‌ی خود را از همراهی سرکار خانم فرزانه اصلی‌بیگی و جناب آقای مجتبی مؤید در به ثمر رسیدن این کتاب ابراز نماییم.

فرصت تمام گشت و به پایان رسید عمر
ما همچنان در اول وصف تو مانده‌ایم

فهرست مطالب

عنوان — صفحه

فصل اول : ترمودینامیک ۱
بخش اول : مثال‌های نمونه ۳
بخش دوم : مسأله‌ها ۱۹
بخش سوم : آزمون پایانی ۳۱
فصل دوم : الکتریسیته‌ی ساکن ۳۳
بخش اول : مثال‌های نمونه ۳۵
بخش دوم : مسأله‌ها ۵۱
بخش سوم : آزمون پایانی ۶۵
فصل سوم : جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم ۶۷
بخش اول : مثال‌های نمونه ۶۹
بخش دوم : مسأله‌ها ۹۱
بخش سوم : آزمون پایانی ۱۱۳
فصل چهارم : خازن و مدارهای جریان مستقیم دارای خازن ۱۱۵
بخش اول : مثال‌های نمونه ۱۱۷
بخش دوم : مسأله‌ها ۱۳۲
بخش سوم : آزمون پایانی ۱۴۵
فصل پنجم : مغناطیس و القای الکترومغناطیسی ۱۴۷
بخش اول : مثال‌های نمونه ۱۴۹
بخش دوم : مسأله‌ها ۱۶۵
بخش سوم : آزمون پایانی ۱۸۳
جواب‌های آخر و راهنمایی‌های فصل اول ۱۸۵
جواب‌های آخر و راهنمایی‌های فصل دوم ۱۹۴
جواب‌های آخر و راهنمایی‌های فصل سوم ۲۰۱
جواب‌های آخر و راهنمایی‌های فصل چهارم ۲۰۷
جواب‌های آخر و راهنمایی‌های فصل پنجم ۲۱۱
پاسخ آزمون پایانی فصل اول ۲۱۶
پاسخ آزمون پایانی فصل دوم ۲۲۰
پاسخ آزمون پایانی فصل سوم ۲۲۳
پاسخ آزمون پایانی فصل چهارم ۲۲۶
پاسخ آزمون پایانی فصل پنجم ۲۳۰

سطح بندی مسأله‌ها

فصل اول : ۱ / ۱۶ / ۱۷ / ۱۸ / ۱۹ / ۲۲ / ۲۳ / ۲۶ / ۲۷ / ۳۹ / ۵۸
فصل دوم : ۱ / ۲ / ۴ / ۵ / ۶ / ۱۴ / ۲۰ / ۲۶ / ۲۹ / ۳۰ / ۳۱ / ۳۲ / ۳۳ / ۳۴ / ۳۷ / ۴۷ / ۶۲ / ۶۸ / ۶۹ / ۸۰ / ۸۲
فصل سوم : ۲ / ۱۴ / ۱۹ / ۳۱ / ۳۲ / ۳۷ / ۶۳ / ۷۰ / ۷۱ / ۷۳ / ۱۰۵ / ۱۱۲ / ۱۱۳
فصل چهارم : ۱ / ۲ / ۳ / ۴ / ۵ / ۶ / ۷ / ۸ / ۹ / ۱۰ / ۱۱ / ۱۲ / ۱۵ / ۱۶ / ۱۹ / ۳۱
فصل پنجم : ۱ / ۲ / ۳ / ۴ / ۵ / ۱۳ / ۱۴ / ۲۵ / ۲۶ / ۲۷ / ۲۸ / ۲۹ / ۳۰ / ۴۶ / ۵۲ / ۵۶ / ۵۸ / ۵۹ / ۶۷ / ۷۰ / ۷۱ / ۷۵ / ۷۷ / ۷۸ / ۸۰ / ۸۱ / ۸۲ / ۸۳ / ۸۶ / ۸۷ / ۱۰۲ / ۱۰۴ / ۱۰۵ / ۱۰۶ / ۱۰۷ / ۱۰۸

فصل اول : ۲ / ۳ / ۴ / ۵ / ۷ / ۸ / ۹ / ۱۱ / ۱۲ / ۲۰ / ۲۱ / ۲۴ / ۲۵ / ۲۸ / ۲۹ / ۳۰ / ۳۱ / ۳۲ / ۳۳ / ۳۵ / ۳۷ / ۴۰ / ۴۱ / ۴۴ / ۴۷ / ۴۸ / ۴۹ / ۵۲ / ۵۳ / ۵۴ / ۵۶ / ۵۹ / ۶۰ / ۶۱ / ۶۲ / ۶۳
فصل دوم : ۳ / ۷ / ۸ / ۱۰ / ۱۱ / ۱۵ / ۱۷ / ۱۸ / ۱۹ / ۲۱ / ۲۷ / ۳۵ / ۳۶ / ۳۸ / ۳۹ / ۴۰ / ۴۱ / ۴۴ / ۴۶ / ۴۸ / ۴۹ / ۵۰ / ۵۱ / ۵۲ / ۵۳ / ۵۴ / ۵۶ / ۵۷ / ۶۳ / ۶۴ / ۶۶ / ۷۰ / ۷۱ / ۷۲ / ۷۳ / ۸۳ / ۸۴ / ۸۵ / ۸۶
فصل سوم : ۱ / ۳ / ۴ / ۶ / ۷ / ۱۰ / ۱۱ / ۱۲ / ۱۳ / ۱۵ / ۱۶ / ۱۷ / ۱۸ / ۲۰ / ۲۱ / ۲۳ / ۲۴ / ۲۵ / ۲۶ / ۲۸ / ۳۳ / ۳۴ / ۳۵ / ۳۸ / ۳۹ / ۴۰ / ۴۲ / ۴۳ / ۴۴ / ۴۵ / ۴۸ / ۵۱ / ۵۳ / ۵۴ / ۵۵ / ۵۶ / ۵۷ / ۵۹ / ۶۰ / ۶۱ / ۶۲ / ۶۴ / ۶۵ / ۶۶ / ۶۷ / ۷۴ / ۷۶ / ۷۷ / ۸۰ / ۸۱ / ۸۶ / ۸۷ / ۸۸ / ۹۲ / ۹۴ / ۹۷ / ۱۰۷ / ۱۰۸ / ۱۱۰ / ۱۱۱ / ۱۱۹ / ۱۲۱ / ۱۲۴ / ۱۲۵ / ۱۲۶ / ۱۲۷
فصل چهارم : ۱۳ / ۱۴ / ۱۷ / ۱۸ / ۲۱ / ۲۲ / ۲۳ / ۲۴ / ۲۵ / ۲۶ / ۲۸ / ۲۹ / ۳۰ / ۳۲ / ۳۳ / ۳۴ / ۳۶ / ۳۷ / ۳۸ / ۳۹ / ۴۰ / ۴۱ / ۴۲ / ۴۳ / ۴۴ / ۴۶ / ۴۹ / ۵۰
فصل پنجم : ۶ / ۷ / ۸ / ۹ / ۱۰ / ۱۱ / ۱۲ / ۱۵ / ۱۶ / ۱۷ / ۱۸ / ۱۹ / ۲۰ / ۲۲ / ۲۳ / ۲۴ / ۳۱ / ۳۳ / ۳۴ / ۳۵ / ۳۶ / ۳۷ / ۳۸ / ۳۹ / ۴۰ / ۴۱ / ۴۲ / ۴۴ / ۴۵ / ۴۷ / ۴۹ / ۵۰ / ۵۱ / ۵۳ / ۵۴ / ۵۵ / ۵۷ / ۶۰ / ۶۱ / ۶۲ / ۶۳ / ۶۸ / ۶۹ / ۷۲ / ۷۳ / ۷۶ / ۷۹ / ۸۴ / ۸۵ / ۸۸ / ۸۹ / ۹۰ / ۹۱ / ۹۲ / ۹۳ / ۹۴ / ۹۸ / ۹۹ / ۱۰۱ / ۱۰۳

فصل اول : ۶ / ۱۰ / ۱۳ / ۱۴ / ۳۴ / ۳۶ / ۳۸ / ۴۲ / ۴۵ / ۴۶ / ۵۰ / ۵۵ / ۵۷ / ۶۴
فصل دوم : ۹ / ۱۲ / ۱۳ / ۱۶ / ۲۲ / ۲۳ / ۲۴ / ۲۸ / ۴۳ / ۴۵ / ۵۵ / ۵۸ / ۶۰ / ۶۱ / ۶۷ / ۷۴ / ۷۵ / ۷۶ / ۷۸ / ۷۹ / ۸۷
فصل سوم : ۵ / ۸ / ۲۲ / ۲۷ / ۲۹ / ۳۰ / ۳۶ / ۴۱ / ۴۶ / ۴۷ / ۵۰ / ۵۲ / ۵۸ / ۶۸ / ۶۹ / ۷۲ / ۷۵ / ۷۸ / ۷۹ / ۸۲ / ۸۳ / ۸۴ / ۸۹ / ۹۰ / ۹۱ / ۹۳ / ۹۵ / ۹۶ / ۹۸ / ۹۹ / ۱۰۰ / ۱۰۱ / ۱۰۲ / ۱۰۳ / ۱۰۴ / ۱۰۶ / ۱۰۹ / ۱۱۴ / ۱۱۵ / ۱۱۶ / ۱۱۷ / ۱۱۸ / ۱۲۰ / ۱۲۲ / ۱۲۳ / ۱۲۸
فصل چهارم : ۲۰ / ۲۷ / ۳۵ / ۴۵ / ۴۷ / ۴۸ / ۵۱ / ۵۲ / ۵۳ / ۵۴ / ۵۵ / ۵۶ / ۵۷ / ۵۸ / ۶۰ / ۶۱ / ۶۲
فصل پنجم : ۲۱ / ۳۲ / ۴۸ / ۶۵ / ۶۶ / ۹۵ / ۹۷ / ۱۰۰ / ۱۰۹ / ۱۱۰ / ۱۱۱ / ۱۱۲ / ۱۱۳

فصل اول (ترمودینامیک) : ۱۵ / ۴۳ / ۵۱ / ۶۵
فصل دوم (الکتریسیته‌ی ساکن) : ۲۵ / ۴۲ / ۴۹ / ۵۶ / ۷۷
فصل سوم (جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم) : ۴ / ۹ / ۴۹ / ۸۵
فصل چهارم (خازن و مدارهای جریان مستقیم دارای خازن) : ۵۹ / ۶۳ / ۶۴
فصل پنجم (مغناطیس و القای الکترومغناطیسی) : ۴۳ / ۶۴ / ۷۴ / ۹۶

فصل اول

ترمودینامیک

معادله‌ی حالت گاز کامل / فرآیندهای ترمودینامیکی خاص
کار در فرآیندهای ترمودینامیکی / چرخه‌های ترمودینامیکی
قانون‌های اول و دوم ترمودینامیک
ماشین گرمایی / یخچال / چرخه‌ی کارنو

هر چه فرض‌های یک نظریه ساده‌تر باشد، هر چه گوناگونی مسائلی که به هم مربوط می‌کند وسیعتر و هرچه دامنه‌ی کاربردش گسترده‌تر باشد، گیراتر است. تأثیر عمیقی که ترمودینامیک کلاسیک بر من گذاشته، به همین اعتبار است. این تنها نظریه‌ی فیزیکی با محتوایی عام است که به اعتقاد من، در حوزه‌ی کاربرد مفاهیم بنیادیش هرگز راه زوال نخواهد پیمود.

آلبرت اینشتین

بخش اول : مثال‌های نمونه

مثال۱. دمای اتاقی در طول روز بین $۷^\circ C$ و $۲۷^\circ C$ تغییر می‌کند. جرم هوای داخل اتاق در سردترین لحظه چند برابر جرم هوای داخل اتاق در گرمترین لحظه است؟ تغییرات فشار هوا در طول روز ناچیز است.

راه حل. حجم اطاق و فشار هوا را به ترتیب V و P_0 می‌نامیم. اگر n_1 و m_1 به ترتیب تعداد مول‌ها و جرم هوای داخل اتاق در دمای $\theta_1 = ۷^\circ C$ و n_2 و m_2 به ترتیب تعداد مول‌ها و جرم هوای داخل اتاق در دمای $\theta_2 = ۲۷^\circ C$ باشند، از معادله‌ی حالت گاز کامل داریم :

$$\left.\begin{array}{l} P_1V_1 = n_1RT_1 \Rightarrow P_0V = n_1R(\theta_1 + ۲۷۳) \\ P_2V_2 = n_2RT_2 \Rightarrow P_0V = n_2R(\theta_2 + ۲۷۳) \end{array}\right\} \Rightarrow ۱ = \frac{n_1 \times ۲۸۰}{n_2 \times ۳۰۰} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{۳۰}{۲۸} = \frac{۱۵}{۱۴}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{m_1}{M}}{\frac{m_2}{M}} = \frac{۱۵}{۱۴} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{۱۵}{۱۴}$$ (M جرم مولی هوا است.)

مثال۲. حجم یک مخزن اکسیژن، ۴۰ لیتر است و فشارسنجی که به سر آن نصب است، فشار گاز درون مخزن را $۱/۶\,atm$ نشان می‌دهد. شیر مخزن را باز می‌کنیم تا فشار گاز درون آن به $۱/۲\,atm$ برسد. (۱) چند درصد جرم اکسیژن درون مخزن، خارج شده است؟ (۲) حجم اکسیژنی که خارج می‌شود، در فشار یک اتمسفر چند لیتر است؟ از تغییرات دمای گاز درون مخزن صرف نظر کنید.

راه حل. (۱) تعداد مول اکسیژن درون مخزن را قبل و بعد از خارج شدن مقداری از اکسیژن مخزن، به ترتیب n_1 و n_2 می‌نامیم. در این صورت تعداد مول اکسیژن خارج شده از مخزن برابر $n_3 = n_1 - n_2$ خواهد بود و از معادله‌ی حالت گاز کامل داریم :

$$\left.\begin{array}{l} P_1V_1 = n_1RT_1 \\ P_2V_2 = n_2RT_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} \times \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{T_1}{T_2} \xrightarrow{V_1=V_2 \text{ و } T_1=T_2} \frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{۱/۶}{۱/۲} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{n_1}{n_1 - n_2} = \frac{۴}{۴-۳} \Rightarrow \frac{n_1}{n_3} = ۴ \Rightarrow \frac{n_3}{n_1} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{m_3}{m_1} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow m_3 = ۰/۲۵\, m_1$$

بنابراین ۲۵ درصد جرم اکسیژن درون مخزن، خارج شده است.

(۲) اگر از معادله‌ی حالت گاز کامل برای گاز درون مخزن قبل از باز کردن شیر و برای گاز خارج شده از مخزن استفاده کنیم، خواهیم داشت :

$$\left.\begin{array}{l} P_۱V_۱ = n_۱RT_۱ \\ P_۲V_۲ = n_۲RT_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲}\times\frac{V_۱}{V_۲} = \frac{n_۱}{n_۲}\times\frac{T_۱}{T_۲} \xrightarrow{T_۱=T_۲} \frac{۱/۶}{۱}\times\frac{۴۰}{V_۲} = ۴\times۱$$

$$\Rightarrow V_۲ = ۱۶\ lit$$

✓ **مثال۳.** N گاز کامل که فشارهای آن‌ها به ترتیب P ، $۲P$ ، $۳P$ ، ... و NP و حجم‌های آن‌ها به ترتیب V ، $۲V$ ، $۳V$ ، ... و NV و دمای آن‌ها یکسان است، وارد یک محفظه با حجم مجموع حجم گازها می‌شوند. فشار گاز حاصل بعد از برقراری تعادل چه‌قدر است؟

راه حل. برای حجم محفظه V_T داریم :

$$V_T = V_۱ + V_۲ + \cdots + V_N = V + ۲V + \cdots + NV$$

$$\Rightarrow V_T = V(۱ + ۲ + \cdots + N) = V\frac{N(N+۱)}{۲} \quad (۱-۱)$$

اگر تعداد مول گازها را به ترتیب $n_۱$ ، $n_۲$ ، ... و n_N بنامیم، برای تعداد مول گاز درون محفظه (n_T)، داریم (R ثابت گازها است) :

$$n_T = n_۱ + n_۲ + \cdots + n_N \Rightarrow n_TR = n_۱R + n_۲R + \cdots + n_NR \quad (۲-۱)$$

با توجه به معادله حالت گاز کامل می‌دانیم $nR = \frac{PV}{T}$ ، پس داریم :

$$(۲-۱) \Rightarrow \frac{P_TV_T}{T_T} = \frac{P_۱V_۱}{T_۱} + \frac{P_۲V_۲}{T_۲} + \cdots + \frac{P_NV_N}{T_N} \quad (۳-۱)$$

رابطه‌ی به دست آمده به **قانون دالتون** معروف شده است. از آن جا که دمای گازها یکسان است، پس از مخلوط شدن گازها، تبادل گرمایی رخ نمی‌دهد و دمای گاز درون محفظه پس از برقراری تعادل همان دمای اولیه‌ی گازها $(T_۰)$ خواهد بود. بنابراین :

$$(۳-۱) \Rightarrow P_TV_T = P_۱V_۱ + P_۲V_۲ + \cdots + P_NV_N = P\times V + ۲P\times ۲V + \cdots + NP\times NV$$

$$\xrightarrow{(۱-۱)} P_TV\frac{N(N+۱)}{۲} = PV(۱^۲ + ۲^۲ + \cdots + N^۲)$$

$$\Rightarrow P_TV\frac{N(N+۱)}{۲} = PV\frac{N(N+۱)(۲N+۱)}{۶} \Rightarrow P_T = \frac{۲N+۱}{۳}P$$

اگر رابطه‌ی ریاضی استفاده شده در راه‌حل ($۱^۲ + ۲^۲ + \cdots + N^۲ = \frac{N(N+۱)(۲N+۱)}{۶}$) را تا حالا ندیده‌اید، می‌توانید آن را با توجه به رابطه‌ی $(N+۱)^۳ = N^۳ + ۳N^۲ + ۳N + ۱$ اثبات کنید.

مثال۴. فشار هوای داخل دو ظرف به حجم‌های $V_1 = ۲lit$ و $V_2 = ۳lit$ به ترتیب $P_1 = ۳atm$ و $P_2 = ۴atm$ و دمای هوای داخل ظرف‌ها به ترتیب $\theta_1 = ۲۷^\circ C$ و $\theta_2 = ۱۲۷^\circ C$ است. اگر ظرف‌ها توسط لوله‌ی نازکی به هم وصل شوند، تا برقراری تعادل، چند مول هوا بین دو ظرف جابه‌جا می‌شود؟

راه حل. تعداد مول هوای درون ظرف‌ها قبل از اتصال به یک‌دیگر را n_1 و n_2 می‌نامیم و داریم :

$$P_1V_1 = n_1RT_1 \Rightarrow ۳\times۱۰^۵ \times ۲\times۱۰^{-۳} = n_1R\times(۲۷۳ + ۲۷) \Rightarrow n_1 = \frac{۶۰۰}{۳۰۰R} = \frac{۲}{R}$$

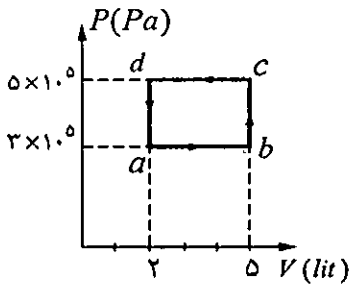
$$P_2V_2 = n_2RT_2 \Rightarrow ۴\times۱۰^۵ \times ۳\times۱۰^{-۳} = n_2R\times(۲۷۳ + ۱۲۷) \Rightarrow n_2 = \frac{۱۲۰۰}{۴۰۰R} = \frac{۳}{R}$$

پس از اتصال ظرف‌ها به یک‌دیگر و برقراری تعادل، $n = n_1 + n_2$ مول هوا به صورت یکنواخت در کل حجم $(V = V_1 + V_2)$ پخش می‌شود و برای تعداد مول هوای موجود در ظرف به حجم V_1 (n_1') داریم :

$$n_1' = \frac{V_1}{V}n = \frac{V_1}{V_1+V_2}\times(n_1+n_2) = \frac{۲}{۲+۳}(\frac{۲}{R}+\frac{۳}{R}) = \frac{۲}{۵}\times\frac{۵}{R} = \frac{۲}{R}$$

یعنی تعداد مول هوای موجود در ظرف به حجم V_1 ، قبل و بعد از اتصال ظرف‌ها یکسان است و در نتیجه هوایی بین ظرف‌ها جابه‌جا نشده است.

مثال۵. ۰/۲ مول از یک گاز کامل تک اتمی، چرخه‌ای را که نمودار $P-V$ آن در شکل ۱-۱ رسم شده است، طی می‌کند. (۱) دمای گاز را در هر یک از حالت‌های a، b، c و d به دست آورید. (۲) کار انجام شده روی گاز، تبادل گرمایی گاز و تغییر انرژی درونی گاز را در هر یک از فرآیندهای ab، bc، cd، da و نیز در کل چرخه به دست آورید.



(شکل ۱-۱)

راه حل. (۱) از معادله‌ی حالت گاز کامل داریم $PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$ ، پس :

$$T_a = \frac{P_aV_a}{nR} = \frac{۳\times۱۰^۵\times۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۲R} = \frac{۳۰۰۰}{R}K$$

$$T_b = \frac{P_bV_b}{nR} = \frac{۳\times۱۰^۵\times۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۲R} = \frac{۷۵۰۰}{R}K$$

توجه کنید که واحد حجم در دستگاه اندازه‌گیری SI، متر مکعب $(m^۳)$ است.

$$T_c = \frac{P_c V_c}{nR} = \frac{۵\times۱۰^{۵}\times۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۲R} = \frac{۱۲۵۰۰}{R} K$$

$$T_d = \frac{P_d V_d}{nR} = \frac{۵\times۱۰^{۵}\times۲\times۱۰^{-۳}}{۰/۲R} = \frac{۵۰۰۰}{R} K$$

برای به دست آوردن مقادیر عددی، از مقدار ثابت گازها $(R = ۸/۳۱۴\ J/mol.K)$ در رابطه‌های به دست آمده استفاده کنید.

(۲) در فرآیند هم فشار ab، حجم گاز افزایش یافته است و در نتیجه کار انجام شده روی گاز منفی است و قدرمطلق کار انجام شده روی گاز با سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند ab برابر است.

$$W_{ab} = -P_a(V_b - V_a) = -۳\times۱۰^{۵}(۵\times۱۰^{-۳} - ۲\times۱۰^{-۳}) = -۹۰۰\ J$$

$$Q_{ab} = nC_{MP}(T_b - T_a) = ۰/۲\times\frac{۵}{۲}R(\frac{۷۵۰۰}{R} - \frac{۳۰۰۰}{R}) = ۲۲۵۰\ J$$

$$\Delta U_{ab} = Q_{ab} + W_{ab} = ۱۳۵۰\ J$$

در فرآیند هم حجم bc، کار انجام شده روی گاز صفر است $(W_{bc} = ۰ J)$ و نیز داریم :

$$Q_{bc} = nC_{MV}(T_c - T_b) = ۰/۲\times\frac{۳}{۲}R(\frac{۱۲۵۰۰}{R} - \frac{۷۵۰۰}{R}) = ۱۵۰۰\ J$$

$$\Delta U_{bc} = Q_{bc} + W_{bc} = ۱۵۰۰\ J$$

در فرآیند هم فشار cd، حجم گاز کاهش یافته است و در نتیجه کار انجام شده روی گاز مثبت است و قدرمطلق کار انجام شده روی گاز با سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند cd برابر است.

$$W_{cd} = -P_c(V_d - V_c) = -۵\times۱۰^{۵}(۲\times۱۰^{-۳} - ۵\times۱۰^{-۳}) = +۱۵۰۰\ J$$

$$Q_{cd} = nC_{MP}(T_d - T_c) = ۰/۲\times\frac{۵}{۲}R(\frac{۵۰۰۰}{R} - \frac{۱۲۵۰۰}{R}) = -۳۷۵۰\ J$$

$$\Delta U_{cd} = Q_{cd} + W_{cd} = -۲۲۵۰\ J$$

در فرآیند هم حجم da، کار انجام شده روی گاز صفر است $(W_{da} = ۰ J)$ و نیز داریم :

$$Q_{bc} = nC_{MV}(T_c - T_b) = ۰/۲\times\frac{۳}{۲}R(\frac{۱۲۵۰۰}{R} - \frac{۷۵۰۰}{R}) = ۱۵۰۰\ J$$

$$\Delta U_{da} = Q_{da} + W_{da} = -۶۰۰\ J$$

برای کل چرخه داریم :

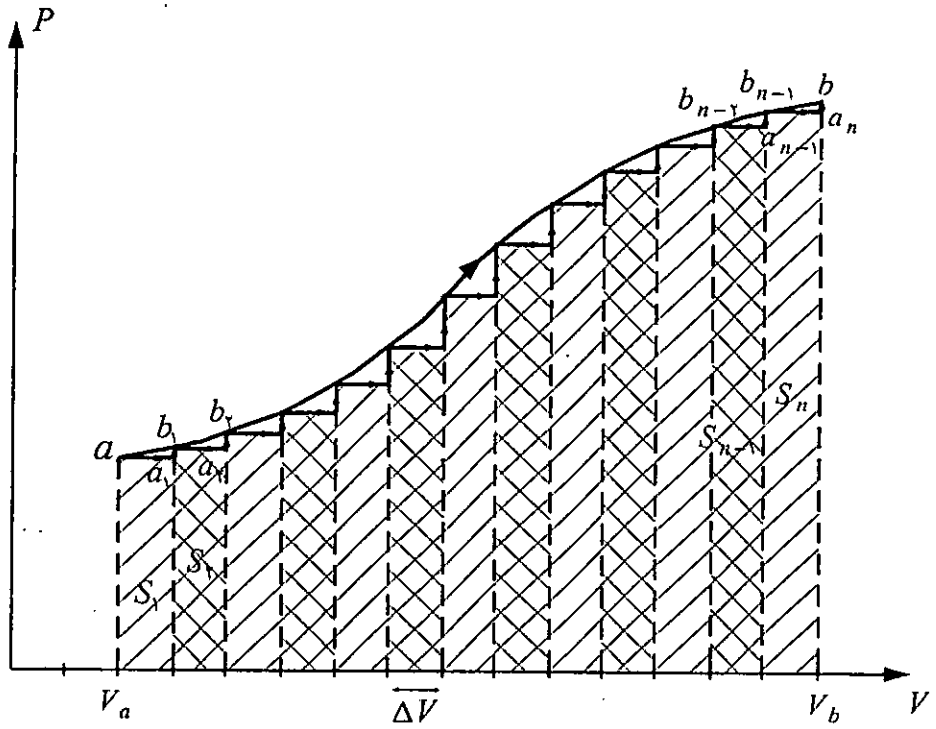
$$W = W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} + W_{da} = -۹۰۰ + ۰ + ۱۵۰۰ + ۰ = ۶۰۰\ J$$

$$Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = +۲۲۵۰ + ۱۵۰۰ - ۳۷۵۰ - ۶۰۰ = -۶۰۰\ J$$

$$\Delta U = Q + W = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{cd} + \Delta U_{da} = ۰$$

مثال۶. نشان دهید در هر فرآیند ترمودینامیکی قدرمطلق کار انجام شده روی گاز با سطح زیر نمودار $P-V$ آن فرآیند برابر است.

راه حل. در کتاب درسی مطلب بیان شده در این مثال برای فرآیند هم فشار اثبات شده است. حال می‌خواهیم این مطلب را برای یک فرآیند دلخواه (مثلاً فرآیند ab که نمودار $P-V$ آن در شکل ۱-۲ رسم شده است) اثبات کنیم.



(شکل ۱-۲)

روی محور حجم، فاصله‌ی V_a تا V_b را به n قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. در این صورت هر قسمت برابر خواهد بود با $\frac{V_a-V_b}{n}$. حال به جای فرآیند ab، فرآیند $aa_1b_1a_2\cdots b_{n-1}a_{n-1}a_nb$ را که از n فرآیند هم فشار (aa_1، b_1a_2، ... و $b_{n-1}a_n$) و n فرآیند هم حجم (a_1b_1، a_2b_2، ... ، $a_{n-1}b_{n-1}$ و a_nb) تشکیل شده است، در نظر می‌گیریم.

با توجه به مطالب کتاب درسی کار انجام شده روی گاز در فرآیند هم حجم صفر است و در فرآیند هم فشار، قدرمطلق کار انجام شده روی گاز (W) با سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند برابر است و هم چنین در تراکم $W>0$ و در انبساط $W<0$ می‌باشد. بنابراین داریم :

$W_{a_1b_1} = W_{a_2b_2} = \cdots = W_{a_{n-1}b_{n-1}} = W_{a_nb} = 0$ (فرآیندهای هم حجم)

$W_{aa_1} = -S_1 \, , \, W_{b_1a_2} = -S_2 \, , \cdots , \, W_{b_{n-1}a_n} = -S_n$ (فرآیندهای هم فشار)

بنابراین برای فرآیند $aa_1b_1a_2\cdots b_{n-1}a_{n-1}a_nb$ داریم :

$$W = (-S_1) + (0) + (-S_2) + (0) + \cdots + (-S_n) + (0) \Rightarrow W = -(S_1 + S_2 + \cdots + S_n)$$

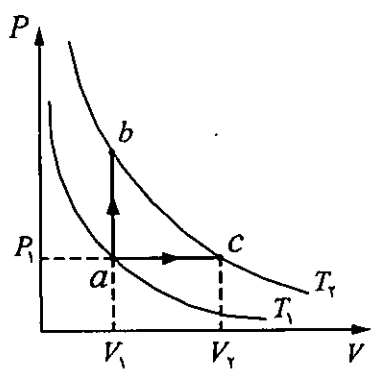
هر چه n بیشتر باشد (ΔV کمتر باشد)، فرآیند $aa_1b_1a_2\cdots b_{n-1}a_{n-1}a_nb$ (که در واقع تقریبی از فرآیند ab است) به فرآیند ab نزدیکتر و مجموع مساحت مستطیل‌ها $(S_1 + S_2 + \cdots + S_n)$ نیز به سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند ab نزدیکتر می‌شود. بنابراین می‌توانیم n را بسیار زیاد انتخاب کنیم $(n \to +\infty)$ تا ΔV خیلی کوچک شود $(\Delta V \to 0)$ که در آن صورت فرقی بین فرآیند تقریبی ($aa_1b_1a_2\cdots b_{n-1}a_{n-1}a_nb$) و فرآیند اصلی (ab) وجود نخواهد داشت. هم چنین در این حالت مجموع مساحت مستطیل‌ها $(S_1 + S_2 + \cdots + S_n)$ با سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند ab برابر خواهد بود (توجه کنید که اختلاف بین مجموع مساحت مستطیل‌ها و سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند ab قسمت‌هایی به شکل تقریباً مثلث هستند که با افزایش n، کوچکتر می‌شوند.). بنابراین اثبات کامل شده است. یعنی :

$W_{ab} = -$ (سطح زیر نمودار $P-V$ فرآیند ab)

توجه. در فرآیند ab حجم افزایش یافته است (انبساط) و کار انجام شده روی گاز منفی است.

مثال۷. برای هر گاز کامل نشان دهید $C_{MP} - C_{MV} = R$.

راه حل. فرض کنید n مول از یک گاز کامل در حالت a (در دمای مطلق T_1، حجم V_1 و فشار P_1) قرار دارد و می‌خواهیم دمای مطلق گاز را تا مقدار T_2 افزایش دهیم. این افزایش دما را یک بار طی یک فرآیند هم حجم (ab) و بار دیگر طی یک فرآیند هم فشار (ac) انجام می‌دهیم. در شکل ۱-۳ برای وضوح بیشتر مطلب، علاوه بر فرآیندهای ab و ac دو نمودار هم دما در دماهای T_1 و T_2 نیز رسم شده‌اند.



(شکل ۱-۳)

می دانیم انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز است. پس :

$$T_b = T_c = T_2 \Rightarrow U_b = U_c \Rightarrow U_b - U_a = U_c - U_a \Rightarrow \Delta U_{ab} = \Delta U_{ac}$$

$$\Rightarrow Q_{ab} + W_{ab} = Q_{ac} + W_{ac}$$

$$\Rightarrow nC_{MV}(T_b - T_a) + 0 = nC_{MP}(T_c - T_a) + [-P_1(V_2 - V_1)]$$
$$\Rightarrow nC_{MV}(T_2 - T_1) = nC_{MP}(T_2 - T_1) - P_1V_2 + P_1V_1 \quad (۴-۱)$$

با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل $(PV = nRT)$ داریم :

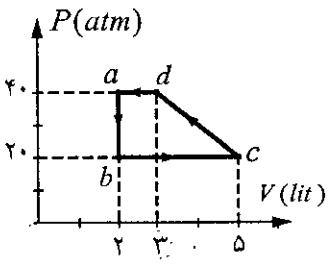
$$P_aV_a = nRT_a \Rightarrow P_1V_1 = nRT_1 \quad (۵-۱) \qquad P_cV_c = nRT_c \Rightarrow P_1V_2 = nRT_2 \quad (۶-۱)$$

حال با توجه به رابطه‌های ۱-۴ ، ۱-۵ و ۱-۶ داریم :

$$nC_{MV}(T_2 - T_1) = nC_{MP}(T_2 - T_1) - nRT_2 + nRT_1$$
$$\Rightarrow nC_{MV}(T_2 - T_1) = nC_{MP}(T_2 - T_1) - nR(T_2 - T_1)$$
$$\Rightarrow nC_{MV}(T_2 - T_1) = n(C_{MP} - R)(T_2 - T_1)$$
$$\Rightarrow C_{MV} = C_{MP} - R \Rightarrow C_{MP} - C_{MV} = R$$

توجه کنید که رابطه‌ی به دست آمده برای هر گاز کامل برقرار است.

مثال۸ n مول از یک گاز کامل دو اتمی چرخه‌ای مطابق شکل ۱-۴ را می‌پیماید. (۱) کار انجام شده روی گاز را در هر یک از فرآیندهای ab ، bc ، cd ، da و نیز در کل چرخه به دست آورید. (۲) تبادل گرمایی گاز را در هر یک از فرآیندهای ab ، bc ، cd ، da و نیز در کل چرخه به دست آورید.

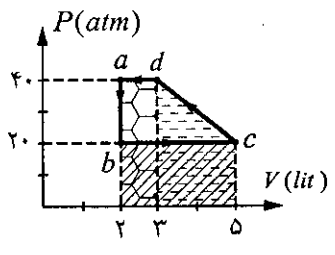


(شکل ۱-۴)

راه حل. (۱) با توجه شکل ۱-۵ و سه مطلب زیر مسأله را حل می‌کنیم.

(i) در هر فرآیند ترمودینامیکی، قدرمطلق کار انجام شده روی گاز با سطح زیر نمودار $P-V$ آن فرآیند برابر است.

(ii) در هر فرآیند ترمودینامیکی که افزایش حجم صورت بگیرد (انبساط) کار انجام شده روی دستگاه منفی است و در هر فرآیند ترمودینامیکی که کاهش حجم صورت گیرد (تراکم) کار انجام شده روی دستگاه مثبت است.



(شکل ۱-۵)

(iii) در فرآیند هم حجم که حجم دستگاه در طی فرآیند ثابت است، کار انجام شده روی دستگاه صفر است.

$$W_{ab} = 0J$$

$$W_{bc} = -P_b(V_c - V_b) = -2\times10^{+6}(5\times10^{-3} - 2\times10^{-3}) = -6000\ J = -6\,kJ$$

$$W_{cd} = +\frac{1}{2}(V_c - V_d)\times(P_c + P_d) = \frac{1}{2}(5\times10^{-3} - 3\times10^{-3})\times(2\times10^{6} + 4\times10^{+6})$$

$$\Rightarrow W_{cd} = +6000\ J$$ (به مساحت ذوزنقه مشخص شده در شکل توجه کنید)

$$W_{da} = +P_a(V_d - V_a) = +4\times10^{6}\times(3\times10^{-3} - 2\times10^{-3}) = +4000\ J = +4\,kJ$$

برای کار انجام شده روی گاز در کل چرخه داریم :

$$W = W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} + W_{da} = 0 + (-6000) + (+6000) + (+4000) = +4000\ J$$

(۲) برای کل چرخه داریم :

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q + 4000 = 0 \Rightarrow Q = -4000\ J = -4\,kJ$$

ab یک فرآیند هم حجم است. پس :

$$Q_{ab} = nC_{MV}(T_b - T_a) = n\times\frac{5}{2}R\times(T_b - T_a) = \frac{5}{2}(nRT_b - nRT_a)$$

$$\Rightarrow Q_{ab} = \frac{5}{2}(P_bV_b - P_aV_a) = \frac{5}{2}(2\times10^{6}\times2\times10^{-3} - 4\times10^{6}\times2\times10^{-3}) = -10\,kJ$$

توجه کنید که برای گاز کامل داریم $PV = nRT$.

bc یک فرآیند هم فشار است. پس :

$$Q_{bc} = nC_{MP}(T_c - T_b) = n\times\frac{7}{2}R\times(T_c - T_b) = \frac{7}{2}(nRT_c - nRT_b)$$

$$\Rightarrow Q_{bc} = \frac{7}{2}(P_cV_c - P_bV_b) = \frac{7}{2}(2\times10^{6}\times5\times10^{-3} - 2\times10^{6}\times2\times10^{-3}) = +21\,kJ$$

da یک فرآیند هم فشار است. پس :

$$Q_{da} = nC_{MP}(T_a - T_d) = n\times\frac{7}{2}R\times(T_a - T_d) = \frac{7}{2}(nRT_a - nRT_d)$$

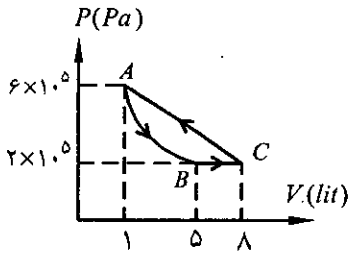
$$\Rightarrow Q_{da} = \frac{7}{2}(P_aV_a - P_dV_d) = \frac{7}{2}(4\times10^{6}\times2\times10^{-3} - 4\times10^{6}\times3\times10^{-3}) = -14\,kJ$$

فرآیند cd از فرآیندهای خاصی که در کتاب درسی بررسی شده‌اند، نیست و رابطه‌ای برای تبادل گرمایی در این فرآیند نداریم. تبادل گرمایی گاز در فرآیند cd را به روش زیر به دست می‌آوریم :

$Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da}$ (تبادل گرمایی در کل چرخه)

$$\Rightarrow -4000 = -10000 + 21000 + Q_{cd} - 14000 \Rightarrow Q_{cd} = -1000\ J = -1\,kJ$$

مثال۹. مقداری از یک گاز کامل دو اتمی چرخه‌ای مطابق شکل ۱-۶ را طی می‌کنند. اگر در فرآیند بی‌دررو AB، گاز یک کیلوژول کار انجام داده باشد، (۱) کار انجام شده روی گاز در کل چرخه را به دست آورید. (۲) تبادل گرمایی گاز را در فرآیند CA به دست آورید. (۳) اگر



(شکل ۱-۶)

این چرخه مربوط به یک یخچال باشد، ضریب عملکرد یخچال را به دست آورید. (۴) بازده چرخه‌ی معکوس را به عنوان یک ماشین گرمایی به دست آورید.

راه حل. (۱) در فرآیند بی‌دررو AB، گاز یک کیلو ژول کار روی محیط انجام می‌دهد، بنابراین کار انجام شده روی گاز در این فرآیند $W_{AB} = -۱kJ$ می‌باشد.

توجه کنید که در این فرآیند گاز منبسط می‌شود و کار انجام شده روی گاز منفی است. می‌دانیم (i) در هر فرآیند ترمودینامیکی، قدرمطلق کار انجام شده روی گاز با سطح زیر نمودار $P-V$ آن فرآیند برابر است. (ii) در هر فرآیند ترمودینامیکی که افزایش حجم صورت گیرد (انبساط) کار انجام شده روی دستگاه منفی است و در هر فرآیند ترمودینامیکی که کاهش حجم صورت گیرد (تراکم) کار انجام شده روی دستگاه مثبت است. (iii) در فرآیند بی‌دررو تبادل گرمایی دستگاه با محیط صفر است $(Q_{AB} = ۰J)$. بنابراین داریم :

$$W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -۲\times۱۰^{۵}(۸\times۱۰^{-۳} - ۵\times۱۰^{-۳}) = -۶۰۰\ J = -۰/۶kJ$$

$$W_{CA} = \frac{۱}{۲}(V_C - V_A)\times(P_C + P_A) = \frac{۱}{۲}\times(۸\times۱۰^{-۳} - ۱\times۱۰^{-۳})\times(۲\times۱۰^{۵} + ۶\times۱۰^{۵})$$

$$\Rightarrow W_{CA} = +۲۸۰۰\ J = +۲۰/۸kJ$$

برای کل چرخه داریم :

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = (-۱۰۰۰) + (-۶۰۰) + (+۲۸۰۰) = ۱۲۰۰\ J = ۱/۲kJ$$

$$\Delta U = Q + W = ۰ \Rightarrow Q = -W = -۱/۲kJ \Rightarrow Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -۱/۲kJ \quad (۷-۱)$$

(۲) برای فرآیند هم فشار BC داریم :

$$Q_{BC} = nC_{MP}(T_C - T_B) = n\times\frac{۷}{۲}R\times(T_C - T_B) = \frac{۷}{۲}(nRT_C - nRT_B)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{۷}{۲}(P_CV_C - P_BV_B) = \frac{۷}{۲}\times(۲\times۱۰^{۵}\times۸\times۱۰^{-۳} - ۲\times۱۰^{۵}\times۵\times۱۰^{-۳})$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = +۲/۱kJ\ (Q_{BC} > ۰ \Rightarrow$$ (گاز در فرآیند BC گرما دریافت می‌کند)

حال می‌توانیم از رابطه‌ی ۱-۷ تبادل گرمایی گاز را در فرآیند CA به دست آوریم.

$$(۷-۱) \Rightarrow Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -۱/۲kJ \Rightarrow ۰ + ۲/۱ + Q_{CA} = -۱/۲$$

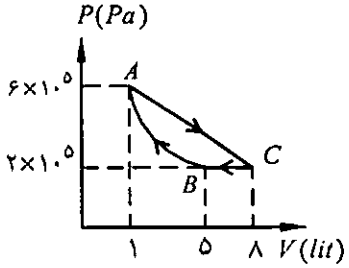
$$\Rightarrow \boxed{Q_{CA} = -۳/۳kJ}\ (Q_{CA} < ۰ \Rightarrow$$ (گاز در فرآیند CA گرما از دست می‌دهد.

(۳) اگر این چرخه مربوط به یک یخچال باشد، این یخچال در فرآیند BC از چشمه‌ی سرد گرما دریافت کرده است و در فرآیند CA به چشمه‌ی گرم گرما داده است. پس :

$$Q_C = Q_{BC} = +۲/۱kJ \ , \ Q_H = Q_{CA} = -۳/۳kJ$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \xrightarrow{W=۱/۲kJ} K = \frac{۲/۱}{۱/۲} = ۱/۷۵$$

(۴) برای چرخه‌ی معکوس که در شکل ۱-۷ رسم شده است، داریم $W = -۱/۲kJ$ ، $Q_{AC} = +۳/۳kJ$ ، $Q_{CB} = -۲/۱kJ$. اگر این چرخه مربوط به یک ماشین گرمایی باشد، این ماشین گرمایی در فرآیند AC از چشمه‌ی گرم، گرما دریافت کرده است و در فرآیند CB به چشمه‌ی سرد گرما داده است. پس :



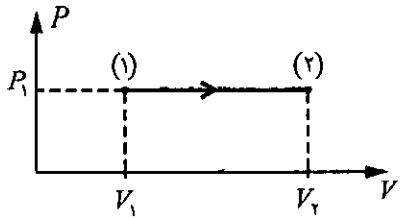
(شکل ۱-۷)

$$Q_H = Q_{AC} = ۳/۳kJ \ , \ Q_C = Q_{CB} = -۲/۱kJ \ , \ W = -۱/۲kJ$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{۱/۲}{۳/۳} = ۳۶/۳۶\ \%$$

مثال ۱۰. یک گاز کامل فرآیند هم فشاری را می‌پیماید. نشان دهید (۱) کار انجام شده روی گاز و تبادل گرمایی گاز غیر هم علامتند ($Q.W < ۰$). (۲) قدرمطلق تبادل گرمایی گاز از قدرمطلق کار انجام شده روی گاز بزرگتر است ($|Q| > |W|$).

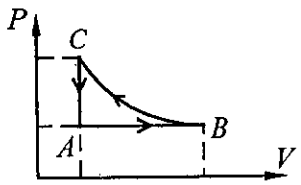
راه حل. فرآیند هم فشاری را در نظر بگیرید که نمودار $P-V$ آن مطابق شکل ۱-۸ باشد. گاز منبسط شده است، بنابراین کار انجام شده روی گاز منفی است ($W < ۰$).



(شکل ۱-۸)

در فشار ثابت، حجم گاز افزایش یافته است، در نتیجه با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل ($PV = nRT$)، دمای گاز افزایش یافته است ($T_۲ > T_۱$). از آنجا که انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز کامل است، با افزایش دمای مطلق گاز، انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد ($U_۲ > U_۱ \Rightarrow \Delta U > ۰$).

با توجه به قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U = Q + W)$، از منفی بودن کار انجام شده روی گاز (W) و مثبت بودن تغییر انرژی درونی گاز (ΔU) می‌توان نتیجه گرفت که تبادل گرمایی گاز (Q) حتماً مثبت است و از نظر مقدار نیز از کار انجام شده روی گاز بزرگتر است. برای حالتی که در فرآیند هم فشار، حجم گاز کاهش می‌یابد نیز می‌توان به روش مشابهی استدلال کرد.



(شکل ۱-۹)

مثال۱۱. یک گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل ۱-۹ را طی می‌کند. اگر گاز از حالت B تا حالت C را طی یک فرآیند آرمانی بی‌دررو طی کرده باشد، دمای گاز در حالت‌های A ، B و C را با هم مقایسه کنید.

راه حل. در فرآیند هم حجم CA، فشار گاز کاهش یافته است. با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل $(PV = nRT)$، می‌توان نتیجه گرفت که دمای گاز نیز در این فرآیند کاهش یافته است، $(T_A < T_C)$.

در فرآیند هم فشار AB، حجم گاز افزایش یافته است. با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل $(PV = nRT)$، می‌توان نتیجه گرفت که دمای گاز در این فرآیند افزایش یافته است $(T_B > T_A)$.

در فرآیند بی‌دررو BC، حجم گاز کاهش یافته است (تراکم)، بنابراین کار انجام شده روی گاز در این فرآیند مثبت است $(W > 0)$. از طرفی چون فرآیند بی‌دررو است، پس تبادل گرمایی گاز در این فرآیند صفر است $(Q = 0)$. حال با توجه به قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U = Q + W)$ می‌توان نتیجه گرفت که در این فرآیند، تغییرات انرژی درونی گاز مثبت است $(\Delta U > 0)$ و در نتیجه در این فرآیند انرژی درونی گاز کامل افزایش یافته است $(U_C > U_B)$. از طرفی می‌دانیم که انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز است. بنابراین در فرآیند BC دمای گاز نیز افزایش یافته است $(T_C > T_B)$.

$$(T_A < T_C \text{ و } T_B > T_A ، T_C > T_B) \Rightarrow T_A < T_B < T_C$$

مثال۱۲. گازی در فشار P_1 و حجم V_1 قرار دارد. این گاز را تا حجم V_2 به طور آرمانی متراکم می‌کنیم. در کدام یک از فرآیندهای زیر کار انجام شده روی گاز بیشتر است؟

(آزمون سراسری، رشته‌ی علوم ریاضی ، ۷۶-۷۵)

۱) فرآیند هم‌فشار
۲) فرآیند بی‌دررو
۳) فرآیند هم‌دما
۴) کار انجام شده به نوع فرآیند بستگی ندارد.

راه حل. در هر دو فرآیند هم دما و بی‌دررو با کاهش حجم گاز، فشار گاز افزایش می‌یابد. برای آن که تشخیص دهیم در دستگاه $P-V$ نمودار فرآیند بی‌دررو بالاتر قرار می‌گیرد یا نمودار فرآیند هم‌دما، باید بدانیم افزایش فشار در کدام یک از این دو فرآیند بیشتر است.

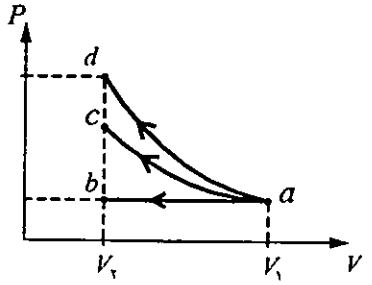
در فرآیند هم دما، دمای گاز ثابت است و افزایش فشار گاز در اثر کاهش حجم آن است.

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} \quad (V \downarrow \text{و } T \text{ ثابت است}) \Rightarrow P \uparrow$$

در فرآیند بی‌دررو با کاهش حجم، دما افزایش می‌یابد (به توضیحات مثال قبل مراجعه کنید)، بنابراین افزایش فشار گاز در فرآیند بی‌دررو هم در اثر کاهش حجم و هم در اثر افزایش دما است.

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}, \ (T \uparrow, V \downarrow) \Rightarrow P \uparrow$$

بنابراین در تغییر (کاهش) حجم یکسان، تغییرات (افزایش) فشار در فرآیند بی‌دررو بیشتر از فرآیند هم‌دما است. یعنی در دستگاه $P-V$، نمودار فرآیند بی‌دررو بالاتر از نمودار فرآیند هم‌دما قرار می‌گیرد (در حالت کاهش حجم). پس در شکل زیر فرآیند ac هم‌دما و فرآیند ad بی‌دررو است.



(شکل ۱-۱۰)

می‌دانیم در هر فرآیند ترمودینامیکی، قدر مطلق کار انجام شده روی گاز با سطح زیر نمودار $P-V$ آن فرآیند برابر است، پس با توجه به شکل ۱-۱۰ داریم $W_{ad} > W_{ac} > W_{ab}$. توجه کنید که در تراکم، کار انجام شده روی گاز مثبت است.

مثال ۱۳ **توان مصرفی و بازده موتور یک کولر گازی به ترتیب ۲۰۰ W و ۹۵ % است. اگر این کولر گازی در هر دقیقه ۵۷/۶ kJ گرما به محیط بیرون بدهد، ضریب عملکرد آن کدام است؟**

راه حل. موتور کمپرسور کولر گازی، انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی (کار) تبدیل می‌کند و قسمت یخچال کولر گازی، با دریافت این کار، گرما را از هوای درون اتاق (منبع سرد) گرفته و به هوای بیرون (منبع گرما) منتقل می‌کند.

برای موتور کمپرسور کولر گازی داریم :

$$Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \Rightarrow \frac{۹۵}{۱۰۰} = \frac{P_{out}}{۲۰۰} \Rightarrow P_{out} = ۱۹۰\ W \quad \text{(توان خروجی موتور کمپرسور)}$$

$$P' = P_{in} - P_{out} = ۲۰۰ - ۱۹۰ = ۱۰ W \quad \text{(توان تلفاتی موتور کمپرسور)}$$

برای مدت یک دقیقه (۶۰ ثانیه) خواهیم داشت :

$$P_{out}=\frac{E_{out}}{t}=\frac{W}{t}\Rightarrow W=P_{out}\,t=۱۹۰\times۶۰=۱۱/۴\,kJ$$

برای انرژی که توسط موتور کمپرسور در هر دقیقه به صورت گرما تلف می‌شود، داریم :

$$P'=\frac{Q'}{t}\Rightarrow Q'=P't=۱۰\times۶۰=۶۰۰\,J=۰/۶\,kJ$$

کل گرمایی که به محیط بیرون داده می‌شود، حاصل جمع Q' و $|Q_H|$ قسمت یخچال است.

$$Q=|Q_H|+Q'\Rightarrow ۵۷/۶=|Q_H|+۰/۶\Rightarrow|Q_H|=۵۷\,kJ$$

$$|Q_H|=Q_C+W\Rightarrow ۵۷\,kJ=Q_C+۱۱/۴kJ\Rightarrow Q_C=۴۵/۶kJ$$

$$K=\frac{Q_C}{W}=\frac{۴۵/۶}{۱۱/۴}=۴$$

مثال ۱۴. در یک موتور بنزینی در هر دقیقه ۲۰ گرم سوخت مصرف می‌شود و گرمای حاصل از سوخت ۹۰ کیلوژول بر گرم است. اگر ۷۵ درصد گرمای حاصل از سوخت مورد استفاده قرار گیرد و توان خروجی موتور ۹ کیلووات باشد، (۱) بازده گرمایی موتور چند درصد است؟ (۲) در هر دقیقه چند کیلوژول گرما تلف می‌شود؟

راه حل. (۱) در هر دقیقه (۶۰ ثانیه) داریم :

$$\text{گرمای حاصل از سوختن سوخت}=۲۰g\times۹۰\frac{kJ}{g}=۱۸۰۰\ kJ$$

۷۵ درصد گرمای حاصل از سوخت مورد استفاده قرار می‌گیرد، در نتیجه :

$$Q_H=\frac{۷۵}{۱۰۰}\times۱۸۰۰=۱۳۵۰\ kJ$$

موتور بنزینی یک ماشین گرمایی است. بنابراین انرژی خروجی مفید آن از نوع انرژی مکانیکی (کار) است و داریم :

$$P_{out}=\frac{|W|}{t}\Rightarrow|W|=P_{out}\,t=۹\times۶۰=۵۴۰\,kJ$$

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{۵۴۰}{۱۳۵۰}=۰/۴=\%۴۰$$

(۲) تلفات گرمایی در این موتور بنزینی به دو صورت است. (الف) ۲۵ درصد گرمای حاصل از سوخت تلف شده و مورد استفاده قرار نمی‌گیرد. (ب) موتور بنزینی با دریافت ۷۵ درصد گرمای

حاصل از سوخت، مقداری کار به عنوان انرژی خروجی مفید تحویل می‌دهد و بقیه به صورت گرما تلف می‌شود (به منبع سرد داده می‌شود).

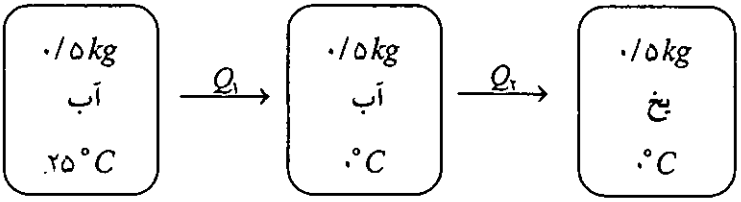
$$Q_H = |Q_C| + |W| \Rightarrow |Q_C| = Q_H - |W| = ۱۳۵۰ - ۵۴۰ = ۸۱۰\ kJ$$

$$\text{کل گرمای تلف شده در هر دقیقه} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۱۸۰۰ + |Q_C| = ۴۵۰ + ۸۱۰ = ۱۲۶۰\ kJ$$

توجه کنید که کل گرمای حاصل از سوخت در هر دقیقه، $۱۸۰۰\ kJ$ است و در هر دقیقه $۵۴۰\ kJ$ کار از موتور بنزینی گرفته می‌شود. بنابراین کل گرمای تلف شده را از تفاضل این دو مقدار نیز می‌توان به دست آورد ($۱۸۰۰ - ۵۴۰ = ۱۲۶۰\ kJ$).

مثال۱۵. یک یخچال که ضریب عملکرد آن ۲/۵ است، در مدت ۲۰۰ ثانیه ، نیم کیلوگرم آب با دمای ۲۵ درجه‌ی سلسیوس را به یخ با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس تبدیل می‌کند. (۱) توان خروجی موتور کمپرسور این یخچال چند وات است؟ گرمای ویژه‌ی آب $c = ۴/۲ kJ/kg.K$ و گرمای ویژه‌ی نهان ذوب یخ $L_F = ۳۳۵\ kJ/kg$ است. (۲) اگر بازده موتور کمپرسور ۸۸ درصد باشد، یخچال در هر دقیقه چند کیلوژول انرژی الکتریکی مصرف می‌کند؟

راه حل. (۱) با توجه به شکل ۱-۱۱ برای تبادل گرمایی آب داریم :



(شکل ۱-۱۱)

$$Q = Q_1 + Q_2 = mC\Delta T + (-mL_F) \Rightarrow Q = ۰/۵ \times ۴/۲ \times (۰ - ۲۵) - ۰/۵ \times ۳۳۵$$

$$\Rightarrow Q = -۲۲۰\ kJ$$

گرمایی را که آب $۲۵^\circ C$ از دست می‌دهد تا به یخ صفر درجه‌ی سلسیوس تبدیل شود، یخچال دریافت می‌کند ($Q_C = +۲۲۰\ kJ$). بنابراین داریم :

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow ۲/۵ = \frac{۲۲۰}{W} \Rightarrow W = \frac{۲۲۰}{۲/۵} = ۸۸\ kJ$$

موتور کمپرسور یخچال در هر ۲۰۰ ثانیه، $۸۸\ kJ$ کار تحویل یخچال می‌دهد. بنابراین برای توان خروجی موتور کمپرسور یخچال داریم :

$$P_{out} = \frac{E_{out}}{t} = \frac{W}{t} = \frac{۸۸۰۰۰}{۲۰۰} = ۴۴۰ W$$

(۲) موتور کمپرسور انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی (کار) تبدیل می‌کند.

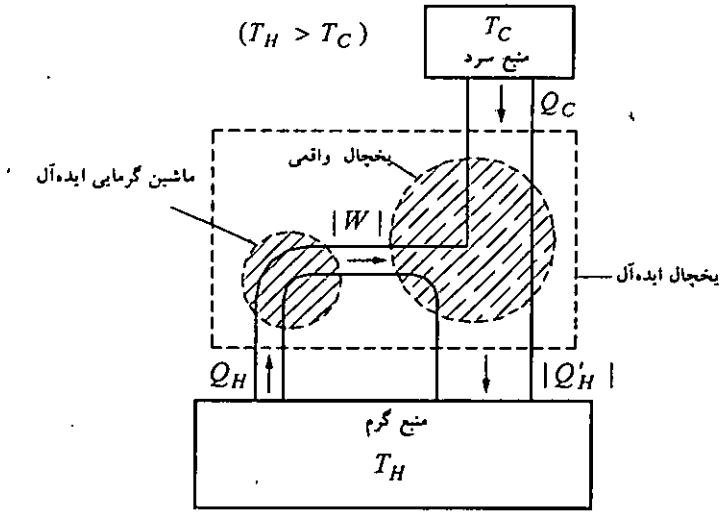
$$Ra = \frac{P_{out}}{P_{in}} \Rightarrow \frac{۸۸}{۱۰۰} = \frac{۴۴۰}{P_{in}} \Rightarrow P_{in} = ۵۰۰\ W$$

$$P_{in} = \frac{E_{in}}{t} \Rightarrow E_{in} = P_{in}\, t = ۵۰۰ \times ۶۰ = ۳۰\ kJ$$

مثال۱۶. نشان دهید اگر " قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی" نقض شود، " قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی" نیز نقض می‌شود.

راه‌حل. فرض کنیم « قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی» نقض شده باشد. یعنی ماشین گرمایی‌ای داشته باشیم که همه‌ی گرمای دریافتی از یک جسم در دمای معین (منبع گرم) را به کار تبدیل کند. حال می‌خواهیم نشان دهیم که در صورت وجود چنین ماشین گرمایی (ماشین گرمایی ایده‌آل)، حتماً یخچالی (یخچال ایده‌آل) هم وجود خواهد داشت که بدون دریافت کار، از جسم با دمای پایین‌تر (منبع سرد) گرما بگیرد و به جسم با دمای بالاتر (منبع گرم) گرما بدهد. به عبارت دیگر می‌خواهیم نشان دهیم که در صورت وجود ماشین گرمایی ایده‌آل، گرما به خودی خود از جسم سرد به جسم گرم منتقل می‌شود و « قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی» نقض می‌شود.

مطابق شکل ۱-۱۲ از ترکیب یک ماشین گرمایی ایده‌آل و یک یخچال واقعی، یک یخچال ایده‌آل ساخته می‌شود. توجه کنید که داریم :



(شکل ۱-۱۲)

$|W| = Q_H$ ماشین گرمایی ایده‌آل است. $\Rightarrow$ (۸-۱)

$|Q'_H| = |W| + Q_C$ یخچال واقعی است. $\Rightarrow$ (۹-۱)

$$(۸-۱) \text{ و } (۹-۱) \Rightarrow |Q'_H| = Q_H + Q_C \Rightarrow \begin{cases} |Q'_H| > Q_H \\ Q_C = |Q'_H| - Q_H \end{cases}$$

مجموعه‌ی مرکب از ماشین گرمایی ایده‌آل و یخچال واقعی از منبع سرد گرما دریافت می‌کند (Q_C) و به منبع گرم گرما می‌دهد $(|Q'_H| > Q_H)$، بدون این که از ما کاری دریافت کند.

توجه : حال می‌توانید با حل کردن مسأله ۵۵ ، اثبات هم ارز بودن دو بیان "ماشین گرمایی" و "یخچالی" قانون دوم ترمودینامیک را کامل کنید.

مثال۱۷. دمای چشمه‌ی سرد یک ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند را به اندازه‌ی T_0 افزایش می‌دهیم و دمای چشمه‌ی گرم آن را به اندازه‌ی T_0 کاهش می‌دهیم. بازده ماشین گرمایی از $\frac{۱}{۲}$ به $\frac{۱}{۳}$ کاهش می‌یابد. نسبت T_0 به دمای اولیه‌ی چشمه‌ی گرم ماشین گرمایی چه قدر بوده است؟

راه حل.

$$\eta = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow T_H = ۲T_C \quad (۱۰-۱)$$

$$\eta' = ۱ - \frac{T'_C}{T'_H} = ۱ - \frac{T_C + T_0}{T_H - T_0} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۲T_H = ۳T_C + ۵T_0 \quad (۱۱-۱)$$

$$(۱۰-۱) \text{ و } (۱۱-۱) \Rightarrow ۲(۲T_C) = ۳T_C + ۵T_0 \Rightarrow T_C = ۵T_0 \Rightarrow T_H = ۱۰T_0 \Rightarrow \frac{T_0}{T_H} = ۰/۱$$

◆◆◆

جدول ۱-۱- ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت (C_{MV}) ، ظرفیت گرمایی مولی در فشار ثابت (C_{MP}) و جرم مولی برای چند گاز

	گاز	C_{MV} $(J/molK)$	C_{MP} $(J/molK)$	M (g/mol)
گازهای تک اتمی	هلیوم (He)	۱۲/۵	۲۰/۸	۴
	آرگون (Ar)	۱۲/۵	۲۰/۸	۴۰
گازهای دو اتمی	هیدروژن (H_2)	۲۰/۴	۲۸/۸	۲
	نیتروژن (N_2)	۲۰/۸	۲۹/۱	۲۸
	اکسیژن (O_2)	۲۱/۲	۲۹/۴	۳۲
گازهای چند اتمی	دی اکسید کربن (CO_2)	۲۸/۵	۳۷	۴۴
	آمونیاک (NH_3)	۲۷/۸	۳۶/۸	۱۷

بخش دوم : مسأله‌ها

برای محاسبات، مقادیر عددی مورد نیاز در مسأله‌ها را از جدول ۱-۱ در صفحه‌ی ۱۴ کتاب درسی (فیزیک۳ و آزمایشگاه) یا صفحه‌ی ۱۸ این کتاب (فیزیک۳ کوشیار) استخراج کنید.

۱. کپسولی به حجم چهل لیتر دارای دو کیلوگرم گاز CO_2 است. این کپسول بیش از ۳۰ آتمسفر را نمی‌تواند تحمل کند. دمای این کپسول از چه مقداری نباید بیش‌تر شود؟

۲. دمای مطلق هوای یک اتاق توسط بخاری ۵ درصد افزایش می‌یابد. فشار هوای اتاق ثابت است. در این صورت چه نسبتی از مولکول‌های هوای اتاق از اتاق خارج می‌شوند؟

۳. فشار هوای درون یک محفظه ۲/۵ آتمسفر و دمای آن ۴۷ درجه‌ی سلسیوس است. پس از مدتی فشار هوای درون محفظه به ۱/۵ آتمسفر می‌رسد و دمای آن ۲۷ درجه‌ی سلسیوس می‌شود. چند درصد مولکول‌های هوای درون محفظه از آن خارج شده‌اند؟

۴. فشار هوای داخل یک تایر اتومبیل با حجم ۴۳/۲ لیتر در دمای ۷ درجه‌ی سلسیوس ۲/۱ آتمسفر است. پس از ۱۰ روز، در دمای ۲۷ درجه‌ی سلسیوس فشار هوای داخل آن ۲/۰۰۱ آتمسفر می‌شود. به طور متوسط در هر ثانیه چند مولکول هوا از تایر اتومبیل خارج شده است؟ ثابت گازها را $R = ۸/۳ J/mol K$ و عدد آووگادرو را $N_a = ۶\times۱۰^{۲۳}$ فرض کنید.

۵. ظرفی به حجم ثابت ۱۰ لیتر محتوی گاز با فشار $mmHg$ ۵۰۰ است و وزن مجموعه N ۰/۹۹۱ می‌باشد. مقداری از گاز درون ظرف را از خارج می‌کنیم، فشار گاز باقی مانده در ظرف $mmHg$ ۱۰۰ و وزن مجموعه N ۰/۹۸۱ می‌شود. درصورتی که دمای گاز ثابت مانده باشد، چگالی گاز باقی‌مانده در ظرف چند گرم بر متر مکعب است؟

۶. حجم یک بادکنک ۴/۴ لیتر و فشار هوای داخل آن ۱/۰۵ آتمسفر است. شخصی درون بادکنک می‌دمد و در اثر آن حجم بادکنک به ۵/۲۵ لیتر و فشار هوای داخل آن به ۱/۱ آتمسفر می‌رسد. (۱) تعداد مولکول‌های هوای داخل بادکنک چند درصد افزایش یافته است؟ (۲) حجم هوای دمیده شده درون بادکنک در بیرون بادکنک چند لیتر بوده است؟

۷. شرایطی برای یک گاز کامل ایجاد کرده‌ایم که حجم گاز متناسب با فشار آن تغییر می‌کند. (۱) اگر حجم این گاز چهار برابر شود، دمای مطلق آن چند برابر می‌شود؟ (۲) اگر دمای گاز از ۹۱ درجه‌ی سلسیوس به ۴۵۵ درجه‌ی سلسیوس تغییر کند، فشار آن چند برابر می‌شود؟

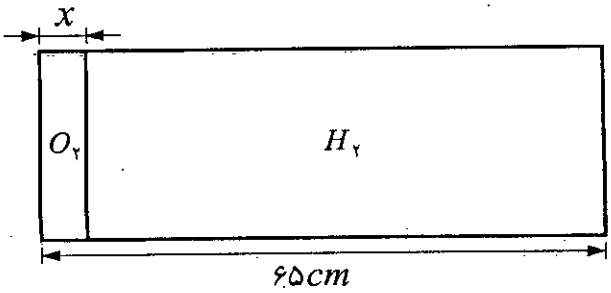
۸. فرض کنید در شرایط خاصی که برای یک گاز کامل ایجاد کرده‌ایم، دما و حجم گاز به نحوی تغییر می‌کنند که حاصل ضرب آن‌ها (VT) تغییر نمی‌کند. (۱) اگر دمای مطلق گاز ۲۰ درصد کاهش یابد، فشار گاز چند درصد کاهش می‌یابد؟ (۲) اگر فشار این گاز از ۴/۵ آتمسفر به ۲ آتمسفر برسد، حجم آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۹. حباب لامپی که هوای آن کاملاً خالی شده است، ۱۰۰ سانتی‌مترمکعب حجم دارد. در این لامپ ترک کوچکی ایجاد شده است و از این ترک در هر ثانیه یک میلیون ذره‌ی گاز وارد لامپ می‌شود. اگر دما و فشار محیط به ترتیب ۲۷ درجه‌ی سلسیوس و یک آتمسفر باشد، (۱) معلوم کنید پس از چه مدت فشار داخل لامپ به یک آتمسفر می‌رسد؟ (۲) به نظر شما کدام فرض در مسأله نامعقول بوده که جواب به دست آمده با انتظار شما تفاوت بسیار زیادی دارد؟

۱۰. فشار و حجم مخلوطی از گاز هیدروژن و اکسیژن با جرم ۶/۴ گرم در دمای ۲۷ درجه‌ی سلسیوس به ترتیب ۲/۴۹ آتمسفر و ۱۷ لیتر است. (۱) چه کسری از جرم این مخلوط اکسیژن است؟ (۲) چه کسری از ذرات این مخلوط اکسیژن است؟ اکسیژن و هیدروژن را گاز کامل فرض کنید و فرض کنید $R = ۸/۳\ J/mol\ K$.

۱۱. داخل یک ظرف استوانه‌ای شکل افقی که هر دو طرفش بسته است، به وسیله‌ی پیستونی که اصطکاکش با دیواره‌های ظرف ناچیز است، به دو ناحیه تقسیم شده است. در یک قسمت استوانه، سه گرم هیدروژن و در قسمت دیگر شانزده گرم اکسیژن وجود دارد. معلوم کنید هیدروژن چه نسبتی از حجم استوانه را اشغال کرده است.

۱۲. مانند شکل زیر، داخل یک استوانه به وسیله‌ی پیستون عایقی که می‌تواند در طول آن جابه‌جا شود، به دو بخش تقسیم شده است. در یک قسمت اکسیژن در دمای $T_۱ = ۴۰۰\ K$ و در قسمت دیگر هیدروژن در دمای $T_۲ = ۳۰۰\ K$ قرار دارد و پیستون در حال تعادل است. جرم دو گاز برابر و طول استوانه، ۶۵ سانتی‌متر است. موضع پیستون نسبت به انتهای بخش اکسیژن‌دار استوانه، (x) را به دست آورید. ضخامت پیستون و اصطکاک بین پیستون و دیواره‌ی ظرف ناچیز است.



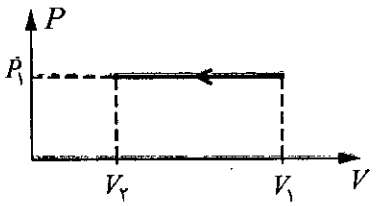
۱۳. فشار هوای داخل دو ظرف با حجم‌های V_1 و V_2 به ترتیب P_1 و P_2 و دمای هوای داخل ظرف‌ها به‌ترتیب T_1 و T_2 است. اگر ظرف‌ها توسط لوله‌ای نازک به‌هم وصل شوند، تا رسیدن به تعادل چند مول هوا بین ظرف‌ها جابه‌جا می‌شود؟

۱۴. فرض کنید دو مول از گاز کامل X با یک مول از گاز کامل Y واکنش شیمیایی می‌دهد و دو مول گاز کامل Z را به وجود می‌آورد. گاز X به حجم ۱۰ لیتر و فشار ۲/۴ آتمسفر با گاز Y به حجم ۱۲ لیتر و فشار ۱/۵ آتمسفر وارد ظرفی با حجم ۳۰ لیتر می‌شوند. دمای گازها یکسان و ثابت است. پس از برقراری تعادل، فشار گاز درون ظرف چه‌قدر می‌شود؟

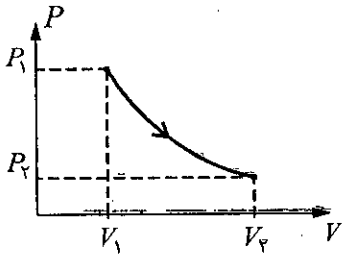
۱۵. داخل یک استوانه عایق بندی شده، ۶۰ گرم آب صفر درجه‌ی سلسیوس وجود دارد و یک پیستون با وزن ناچیز نیز روی آب قرار دارد. مساحت سطح پیستون $۲۵۰\ cm^2$ و فشار هوا $10^5\ Pa$ است. به آب داخل استوانه $۳۹\ kJ$ گرما می‌دهیم. پیستون چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ بخار آب را یک گاز کامل فرض کنید. ظرفیت گرمایی ویژه‌ی آب $۴۲۰۰\ J/kg.K$، گرمای نهان تبخیر آب $۲/۳\times10^6\ J/kg$، جرم مولی آب ۱۸ گرم بر مول و $R = ۸/۳\ J/mol.K$ است.

۱۶. مقداری از یک گاز کامل فرآیند هم فشاری که نمودار $P-V$ آن در شکل زیر رسم شده است را طی کرده است. (۱) نمودار این فرآیند را در دستگاه‌های $P-T$ و $V-T$ رسم کنید. (۲) در این فرآیند کار انجام شده روی گاز مثبت است یا منفی؟ چرا؟ (۳) در این فرآیند انرژی درونی گاز افزایش یافته است یا کاهش یافته است؟ چرا؟ (۴) در این فرآیند گاز گرما گرفته است یا گرما از دست داده است؟ چرا؟

۱۷. مقداری از یک گاز کامل فرآیند هم دمایی را که نمودار $P-V$ آن در شکل زیر رسم شده است، می‌پیماید. (۱) نمودار این فرآیند را در دستگاه‌های $P-T$ و $V-T$ رسم کنید. (۲) در این فرآیند کار انجام شده روی گاز مثبت است یا منفی؟ چرا؟ (۳) در این فرآیند انرژی درونی گاز افزایش یافته است یا کاهش یافته است؟ چرا؟ (۴) در این فرآیند گاز گرما گرفته است یا گرما از دست داده است؟ چرا؟



(شکل مسأله‌ی ۱۶)



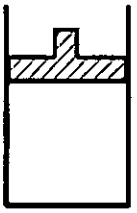
(شکل مسأله‌ی ۱۷)

۱۸. یک گاز کامل فرآیند هم دمایی را می‌پیماید. نشان دهید (۱) کار انجام شده روی گاز و تبادل گرمایی گاز غیرهم‌علامت‌اند ($Q.W<0$)، (۲) قدر مطلق تبادل گرمایی گاز و قدر مطلق کار انجام شده روی گاز با هم برابرند ($|W|=|Q|$).

۱۹. نشان دهید در فرآیند بی‌دررو، با کاهش حجم، دمای گاز کامل افزایش می‌یابد و با افزایش حجم، دمای گاز کامل کاهش می‌یابد.

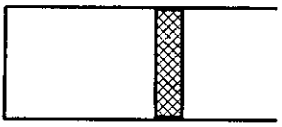
۲۰. نیم مول گاز کربن دی اکسید (CO_2) با فشار $5\,atm$ را که دمای آن $27^\circ C$ است، در حجم ثابت سرد می‌کنیم تا فشار آن به $2/5\,atm$ برسد. تغییرات انرژی درونی گاز کربن دی اکسید را در این فرآیند به دست آورید. کربن دی اکسید را گاز کامل فرض کنید.

۲۱. نیم مول گاز نیتروژن را در سیلندری مطابق شکل زیر محبوس کرده‌ایم. وزن پیستون $W=100\,N$ ، فشار هوا $P_0=10^5\,Pa$ و سطح مقطع پیستون برابر $100\,cm^2$ می‌باشند و اصطکاک بین پیستون و سیلندر ناچیز است. مجموعه را به آرامی گرم می‌کنیم تا دمای گاز نیتروژن از $27^\circ C$ به $127^\circ C$ برسد. (۱) در این فرآیند، گاز نیتروژن چند ژول گرما دریافت می‌کند؟ نیتروژن را گاز کامل فرض کنید. (۲) در طی این فرآیند، کار انجام شده روی گاز نیتروژن چه‌قدر است؟ (۳) تغییرات انرژی درونی گاز نیتروژن در این فرآیند چه‌قدر است؟ (۴) در این فرآیند پیستون چند سانتی متر جابه‌جا می‌شود؟ $R=8/3\,J/mol.K$ (ثابت گازها).



۲۲. یک مول اکسیژن را که دمای آن صفر درجه‌ی سلسیوس است، در فشار ثابت گرم می‌کنیم. (۱) چه مقدار انرژی گرمایی باید به گاز بدهیم تا حجم آن دو برابر شود؟ (۲) در این فرآیند چند ژول کار روی گاز انجام می‌شود؟ $R=8/3\,J/mol.K$ (ثابت گازها).

۲۳. ده گرم اکسیژن را در فشار یک آتمسفر از دمای $27^\circ C$ تا دمای $127^\circ C$ گرم می‌کنیم. (۱) گاز اکسیژن، چند ژول گرما دریافت کرده است؟ (۲) چه کسری از گرمایی که گاز اکسیژن دریافت کرده است، صرف بالا بردن انرژی درونی گاز اکسیژن شده است؟ جرم یک مول گاز اکسیژن (O_2) ۳۲ گرم است. اکسیژن را گاز کامل فرض کنید و فرض کنید $R=8/3\,\frac{J}{mol.K}$ (ثابت گازها).



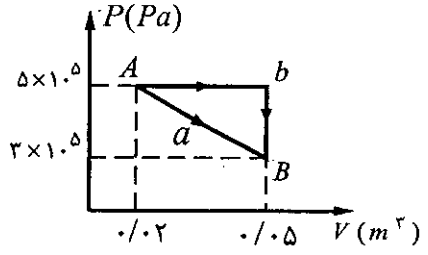
۲۴. استوانه‌ای مطابق شکل مقابل به طور افقی روی سطحی قرار داده شده است. پیستونی می‌تواند بدون اصطکاک در داخل سیلندر حرکت کند و فاصله‌ی پیستون از ته سیلندر ۱۰ cm است. فشار هوای بیرون $10^5 Pa$ و سطح مقطع پیستون ۲۲۴ cm^2 است. در اثر گرم کردن گاز درون سیلندر، پیستون به آرامی حرکت کرده و به فاصله‌ی ۱۱ cm از ته سیلندر رسیده و همان جا متوقف می‌شود. گاز در فرآیند انبساط چند ژول کار انجام می‌دهد؟

۲۵. در مسأله‌ی قبل، اگر دمای گاز پیش از گرم کردن صفر درجه‌ی سلسیوس باشد و برای افزایش دمای یک مول از گاز به اندازه‌ی یک کلوین، ۳۰ ژول انرژی لازم باشد، در این فرآیند چند ژول انرژی از منبع گرما گرفته شده است؟ هر مول از یک گاز کامل در فشار $10^5 Pa$ و دمای صفر درجه‌ی سلسیوس، تقریباً ۲۲/۴ لیتر حجم دارد.

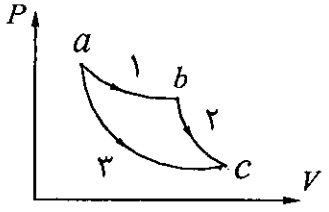
۲۶. یک گاز کامل فرآیند هم‌فشاری را طی می‌کند. نشان دهید در این فرآیند داریم $\frac{\Delta U}{Q} = \frac{C_{MV}}{C_{MP}}$.

۲۷. مطابق شکل زیر مقدار معینی از یک گاز کامل را یک بار از طریق مسیر a و بار دیگر از طریق مسیر b از حالت A به حالت B می‌رسانیم. کار انجام شده روی گاز در مسیر b چند برابر کار انجام شده روی گاز در مسیر a است؟

۲۸. با توجه به شکل زیر برای فرآیندهای آرمانی ۱ ، ۲ و ۳ در مورد درستی یا نادرستی عبارت‌های $W_1 + W_2 = W_3$ (۱) ، $Q_1 + Q_2 = Q_3$ (۲) و $\Delta U_1 + \Delta U_2 = \Delta U_3$ (۳) بحث کنید.

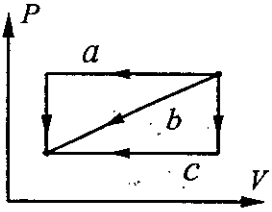


(شکل مسأله‌ی ۲۷)



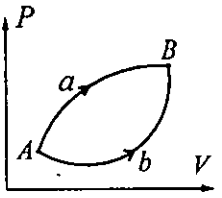
(شکل مسأله‌ی ۲۸)

۲۹. در شکل مقابل نمودار $P-V$ برای سه فرآیند a ، b و c رسم شده است. اگر Q_a ، Q_b و Q_c به ترتیب تبادل گرمایی دستگاه در سه فرآیند a ، b و c باشند، نشان دهید $2Q_b = Q_a + Q_c$.

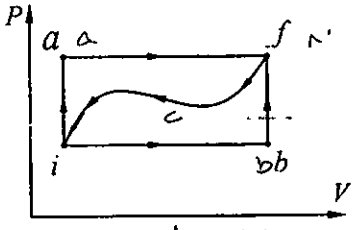


۳۰. گازی طی دو مسیر جداگانه (a) و (b) از حالت A مطابق نمودار شکل زیر به حالت B می‌رسد. (۱) علامت Q، W و ΔU را در این فرآیندها مشخص کنید. (۲) گرمای مبادله شده توسط گاز در کدام فرآیند بیشتر است؟ با دلیل جواب دهید.

۳۱. مطابق شکل زیر، دستگاهی در طول مسیر iaf از حالت i به حالت f برده می‌شود و در این فرآیند داریم $Q = ۲۰۰\ J$ و $W = -۸۰\ J$. اگر فرآیند در مسیر ibf انجام شود، $Q = ۱۴۴\ J$ خواهد شد. (۱) مقدار کار انجام شده روی دستگاه در مسیر ibf چه‌قدر است؟ (۲) اگر بازگشت از مسیر خمیده‌ی fi صورت بگیرد و در این مسیر $W = +۵۲\ J$ باشد، مقدار Q (تبادل گرمایی گاز) برای این مسیر چند ژول خواهد بود؟ (۳) اگر $U_i = ۴۰\ J$ باشد، U_f چه‌قدر است؟ (۴) اگر $U_b = ۸۸\ J$ باشد، مقدار Q برای فرآیند ib و هم چنین برای فرآیند bf چه‌قدر است؟



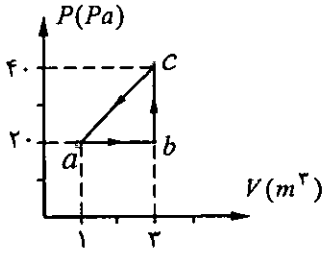
(شکل مسأله‌ی ۳۰)



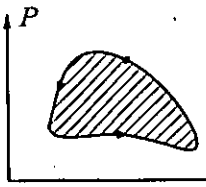
(شکل مسأله‌ی ۳۱)

۳۲. یک گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. (۱) با تعیین علامت " کار انجام شده روی گاز (W) "، " تبادل گرمایی گاز (Q) " و " تغییرات انرژی گاز (ΔU) " در هر فرآیند و نیز در کل چرخه، جدول زیر را کامل کنید. (۲) کار انجام شده روی گاز را در این چرخه به دست آورید. (۳) با فرض تک اتمی بودن گاز کامل، تبادل گرمایی گاز را در فرآیند ca به دست آورید

	Q	W	ΔU
فرآیند ab	+	-	+
فرآیند bc	+	۰	+
فرآیند ca	-	+	-



۳۳. یک دستگاه، چرخه‌ای مطابق شکل مقابل را طی می‌کند. (۱) نشان دهید که قدرمطلق کار انجام شده روی دستگاه در چرخه‌ی مذکور با سطح محصور توسط منحنی چرخه برابر است. (۲) کار انجام شده روی دستگاه در این چرخه مثبت است یا منفی؟ اگر جهت چرخه ساعتگرد بود، چطور؟



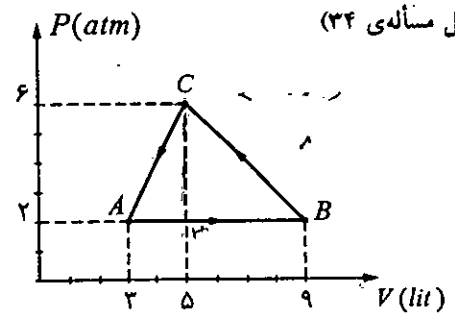
۳۴. شکل زیر فرآیند چرخه‌ای برای گاز کاملی نشان داده شده است. (۱) تعیین کنید در این فرآیند گاز گرما گرفته است و یا گرما از دست داده است؟ (۲) اندازه‌ی گرمای مبادله شده‌ی گاز را به دست آورید. (۳) اگر برای این گاز کامل داشته باشیم $C_{MV}=\frac{۵}{۲}R$ ، تبادل گرمایی گاز را در هر یک از فرآیندهای AB ، BC و CA به دست آورید.

۳۵. در سیلندری سه لیتر گاز اکسیژن با فشار $۲atm$ و دمای $۳۰۰\ K$ وجود دارد. این گاز در فشار ثابت تا دمای $۵۰۰\ K$ گرم می‌شود. سپس در حجم ثابت تا دمای $۲۵۰\ K$ سرد می‌شود. آنگاه در فشار ثابت تا دمای $۱۵۰\ K$ سرد می‌شود و در نهایت در حجم ثابت تا دمای $۳۰۰\ K$ گرم می‌شود. (۱) نمودار $P-V$ را برای این فرآیندها رسم کرده، فشار و حجم گاز اکسیژن را در انتهای هر فرآیند به دست آورید. (۲) کل کار انجام شده روی گاز اکسیژن را به دست آورید. (۳) گاز اکسیژن در طی این فرآیندها، مجموعاً چند ژول گرما دریافت کرده است؟ اکسیژن را گاز کامل فرض کنید.

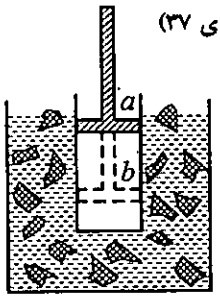
۳۶. حجم، فشار و دمای اولیه‌ی یک گاز کامل دو اتمی به ترتیب $۵lit$، $۳atm$ و $۳۰۰\ K$ است. ابتدا در یک فرآیند هم حجم دمای گاز به $۴۰۰\ K$ رسانده می‌شود. سپس در یک فرآیند هم دما حجم گاز به $۴lit$ رسانده می‌شود و در آخر در یک فرآیند هم فشار حجم گاز به $۳lit$ رسانده می‌شود. (۱) نمودار $P-V$ این فرآیند را به طور کمی رسم کنید. (۲) نمودار $P-T$ این فرآیند را به طور کمی رسم کنید. (۳) ΔU را در کل فرآیند محاسبه کنید. $C_{MP}=\frac{۷}{۲}R$ و $C_{MV}=\frac{۵}{۲}R$.

۳۷. شکل زیر یک استوانه‌ی حاوی گاز را نشان می‌دهد که با یک پیستون بسته شده است. استوانه را در مخلوط آب و یخ برده‌ایم. پیستون را از وضعیت a تا وضعیت b سریعاً به طرف پایین می‌رانیم. پیستون را در وضعیت b آن قدر نگه می‌داریم تا دمای گاز دوباره به صفر درجه‌ی سلسیوس برسد و سپس آن را به آهستگی به وضعیت a بازمی‌گردانیم. (۱) نمودار $P-V$ را برای این چرخه رسم کنید. (۲) اگر ۵۰ گرم یخ، طی این چرخه ذوب شده باشد، کار انجام شده روی گاز را در این چرخه محاسبه کنید. $L_F=۳۴۰\ kJ/kg$ (گرمای ویژه‌ی نهان ذوب یخ).

(شکل مسأله‌ی ۳۴)



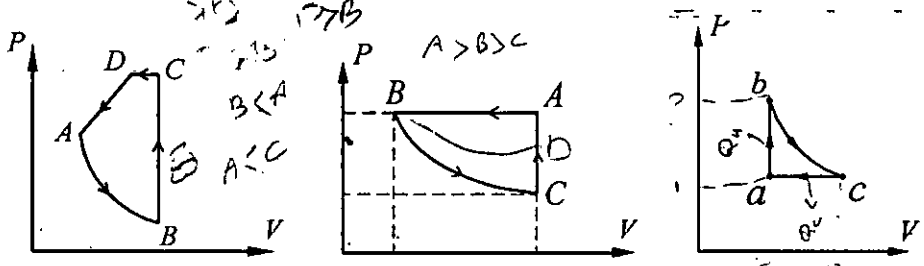
(شکل مسأله‌ی ۳۷)



۳۸. یک مول گاز کامل تک اتمی چرخه‌ای مطابق شکل زیر را که در آن فرآیند bc یک فرآیند بی‌دررو است، طی می‌کند. (۱) " کار انجام شده روی گاز (W) " ، " تبادل گرمایی گاز (Q) " و "تغییرات انرژی گاز (ΔU)" را در هر فرآیند و نیز در کل چرخه به دست آورید. برای دمای گاز در حالت‌های a ، b و c داریم $T_c = ۴۵۵\ K$ ، $T_b = ۶۰۰\ K$ و $T_a = ۳۰۰\ K$. (۲) اگر فشار گاز در حالت a برابر یک آتمسفر باشد، حجم گاز را در حالت‌های a و c و نیز فشار گاز را در حالت b به دست آورید. $R = ۸/۳ J/mol.K$ (ثابت گازها).

۳۹. یک گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر گاز از حالت B تا حالت C را با یک فرآیند آرمانی بی‌دررو طی کرده باشد، چه رابطه‌ای بین دمای گاز در حالتهای A ، B و C برقرار است؟

۴۰. مقداری از یک گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. اگر فرآیند AB یک فرآیند بی‌دررو باشد، چه رابطه‌ای بین دمای گاز در حالتهای A ، B ، C و D برقرار است؟

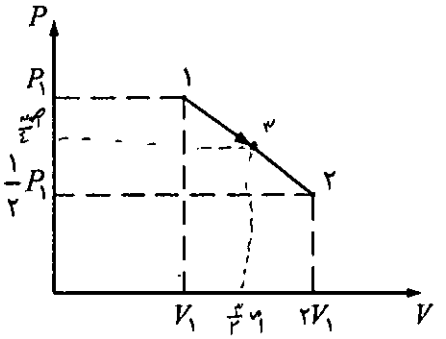


(شکل مسأله‌ی ۳۸) (شکل مسأله‌ی ۳۹) (شکل مسأله‌ی ۴۰)

۴۱. مقداری گاز کامل در فشار $P_۱$ و دمای $T_۱$ ، حجمی برابر $V_۱$ را اشغال می‌کند. این گاز را یک بار در یک فرآیند هم‌فشار، بار دیگر در یک فرآیند هم‌دما و نیز یک بار در یک فرآیند بی‌دررو تا حجم $V_۲$ منبسط می‌کنیم. (۱) کار انجام شده روی گاز (W) در کدام فرآیند بیشینه و در کدام فرآیند کمینه است؟ (۲) تبادل گرمایی گاز (Q) در کدام فرآیند بیشینه و در کدام فرآیند کمینه است؟ (۳) تغییرات انرژی درونی گاز (ΔU) در کدام فرآیند بیشینه و در کدام فرآیند کمینه است؟

۴۲. در یک ظرف، مقدار معینی گاز کامل به حجم $V_۱$ و فشار $P_۱$ وجود دارد. حجم و فشار گاز را تغییر می‌دهیم تا حجم آن $V_۲ = ۲V_۱$ و فشار آن $P_۲ = \frac{P_۱}{۲}$ شود. نمودار تغییرات فشار گاز بر حسب حجم آن مطابق شکل صفحه‌ی بعد است. دمای گاز طی این فرآیند چگونه تغییر می‌کند؟ (۱) همواره کاهش می‌یابد. (۲) همواره افزایش می‌یابد. (۳) همواره ثابت است. (۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. (۵) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴۳. در مسأله‌ی قبل، در طی فرآیند از حالت ۱ تا حالت ۲ ، (۱) در چه حجم و فشاری، دمای گاز بیشینه مقدار است؟ (۲) بیشینه دمای گاز در طی فرآیند چند برابر دمای گاز در ابتدای فرآیند است؟



(شکل مسأله‌های ۴۲ و ۴۳)

۴۴. حجم n مول از یک گاز کامل را در دمای ثابت T ، از مقدار اولیه‌ی V_i به مقدار نهایی V_f می‌رسانیم. نشان دهید تبادل گرمایی گاز برابر است با $nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$، که در آن R ثابت گازها است.

۴۵. n مول از یک گاز کامل به طور بی‌دررو از دمای اولیه‌ی T_1 تا دمای نهایی T_2 منبسط (یا متراکم) می‌شود. نشان دهید کار انجام شده روی گاز برابر است با $nC_{MV}(T_2-T_1)$ ، که در آن C_{MV} ظرفیت گرمایی مولی گاز در حجم ثابت است.

۴۶. n مول از یک گاز کامل در یک فرآیند آرمانی دلخواه از حالت a به حالت b می‌رود. نشان دهید تغییرات انرژی درونی گاز کامل در این فرآیند برابر است با $nC_{MV}(T_b-T_a)$ ، که در آن C_{MV} ظرفیت گرمایی مولی گاز در حجم ثابت است.

۴۷. مقداری گاز کامل تک اتمی با حجم V_0 و فشار P_0 فرآیندهای زیر را طی می‌کند.

(a) : در حجم ثابت، فشار گاز دو برابر می‌شود. (b) : در فشار ثابت، حجم گاز دو برابر می‌شود.

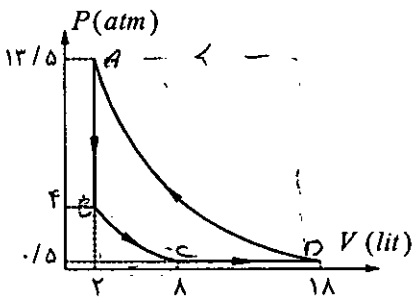
(c) : در حجم ثابت، فشار گاز نصف می‌شود. (d) : در فشار ثابت، حجم گاز نصف می‌شود.

(۱) نمودار $P-V$ گاز را رسم کنید و دمای گاز را در انتهای هر فرآیند بر حسب دمای اولیه‌ی گاز (T_0)، به دست آورید. (۲) برای هر یک از فرآیندهای انجام شده، " تبادل گرمایی گاز" و " کار انجام شده روی گاز" را به دست آورید. (۳) بازده این چرخه را به عنوان ماشین گرمایی محاسبه کند. (۴) اگر این چرخه در جهت عکس انجام شود، ضریب عملکرد این چرخه را به عنوان یک یخچال محاسبه کنید.

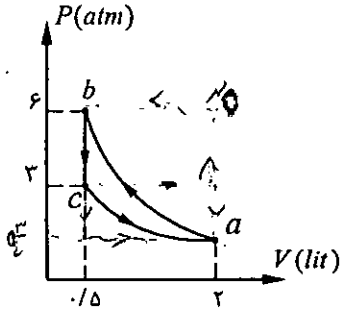
۴۸. در مسأله‌ی شماره‌ی ۳۸ بازده چرخه را به عنوان یک ماشین گرمایی و نیز ضریب عملکرد چرخه‌ی معکوس را به عنوان یک یخچال به دست آورید.

۴۹. n مول از یک گاز کامل چرخه‌ای مطابق شکل زیر را می‌پیماید که از دو فرآیند بی‌دررو، یک فرآیند هم‌فشار و یک فرآیند هم‌حجم تشکیل شده است. برای این گاز کامل داریم $C_{MV} = ۲R$ و $C_{MP} = ۳R$. (۱) تبادل گرمایی گاز در فرآیندهای هم‌فشار و هم‌حجم را به دست آورید. (۲) کار انجام شده روی گاز در فرآیند هم‌فشار و کل کار انجام شده روی گاز در چرخه را محاسبه کنید. (۳) ضریب عملکرد چرخه را به عنوان یخچال و بازده چرخه‌ی معکوس را به عنوان ماشین گرمایی به دست آورید.

۵۰. یک گاز کامل که ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت برای آن برابر $C_{MV} = ۲R$ است، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند که در آن فرآیند ab بی‌دررو است و فرآیند ca هم‌دما می‌باشد. (۱) برای هر یک از فرآیندهای انجام شده، " تبادل گرمایی گاز" ، " کار انجام شده روی گاز" و " تغییر انرژی درونی گاز" را به دست آورید. (۲) ضریب عملکرد این چرخه را به عنوان یک یخچال به دست آورید. (۳) اگر چرخه در جهت معکوس انجام شود، بازده این چرخه را به عنوان یک ماشین گرمایی به دست آورید. $(\ln ۲ \approx ۰/۷)$



(شکل مسأله‌ی ۴۹)



(شکل مسأله‌ی ۵۰)

۵۱. یک مول گاز کامل تک اتمی را توسط دو فرآیند متفاوت زیر از حالت اولیه با فشار $P_۰$ و حجم $V_۰$ به حالت نهایی با فشار $۲P_۰$ و حجم $۲V_۰$ می‌بریم.

a : گاز طی یک فرآیند هم‌دما انبساط پیدا می‌کند تا حجمش دو برابر شود و سپس در حجم ثابت، فشار آن تا حالت نهایی افزایش می‌یابد.

b : گاز طی یک فرآیند هم‌دما متراکم می‌شود تا فشارش دو برابر شود و سپس در فشار ثابت، حجم آن تا حالت نهایی افزایش می‌یابد.

(۱) مسیر هر یک از دو فرآیند را روی یک نمودار $P-V$ نشان دهید. (۲) برای هر یک از فرآیندهای انجام شده، " تبادل گرمایی گاز"، " کار انجام شده روی گاز" و " تغییر انرژی درونی گاز" را به دست آورید. (۳) اگر فرآیند a در جهت معکوس انجام شود تا گاز کامل یک چرخه را طی کند، بازده این چرخه را به عنوان یک ماشین گرمایی به دست آورید. (۴) اگر فرآیند b در جهت معکوس انجام شود تا گاز کامل یک چرخه را طی کند، ضریب عملکرد این چرخه را به عنوان یک یخچال به دست آورید. $(\ln ۲ \approx ۰/۷)$

۵۲. اگر ضریب عملکرد یک یخچال، K باشد، بازده ماشین گرمایی که چرخه‌ی یخچال مذکور را در جهت معکوس طی می‌کند، چه‌قدر خواهد بود؟

۵۳. در یک ماشین بخار از گاز طبیعی به عنوان سوخت استفاده می‌شود. توان خروجی و بازده این ماشین بخار به ترتیب $۳۰\ kW$ و ٪ ۴۰ و گرمای حاصل از سوختن گاز طبیعی، ۵۰ کیلوژول بر گرم است. اگر در دیگ بخار این ماشین بخار، ۷۵ درصد گرمای حاصل از سوختن مورد استفاده قرار گیرد و در هر ثانیه، ۲۰ چرخه طی شود، (۱) در هر چرخه چند گرم گاز طبیعی مصرف می‌شود؟ (۲) در هر ثانیه چند کیلو ژول گرما تلف می‌شود؟

۵۴. ضریب عملکرد یک یخساز $K = ۴/۲$ می‌باشد. اگر توان مصرفی و بازده موتور کمپرسور این یخساز به ترتیب W ۱۶۰۰ و ٪ ۹۳ / ۷۵ باشد، (۱) در هر دقیقه کار کردن یخساز، چند کیلوژول گرما به محیط بیرون داده می‌شود؟ (۲) چه مدت طول می‌کشد تا نیم کیلوگرم آب با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس، درون این یخساز به یخ با دمای $-۲۰^\circ C$ تبدیل می‌شود؟ ظرفیت گرمایی ویژه‌ی آب و یخ به ترتیب $c_w = ۴/۲ kJ/kg\,K$ و $c_i = ۲/۱ kJ/kg\,K$ است و گرمای ویژه‌ی نهان ذوب یخ $L_F = ۳۳۶\ kJ/kg$ می‌باشد.

۵۵. نشان دهید اگر " قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی" نقض شود، " قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی" نیز نقض می‌شود.

۵۶. اگر در یخچالی را که در اطاق مسدودی قرار دارد باز بگذاریم، کدام پدیده برای دمای هوای اتاق رخ می‌دهد؟ (۱) کاهش می‌یابد. (۲) تغییری نمی‌کند. (۳) افزایش می‌یابد.

۵۷. در مورد چگونگی عملکرد یخچال‌های نفتی که در سالیان نه چندان دور مورد استفاده قرار می‌گرفتند، بحث کند.

۵۸. اگر دمای چشمه‌ی گرم و سرد یک ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند، به یک اندازه (۱) افزایش یابد، (۲) کاهش یابد، بازده ماشین گرمایی چگونه تغییر می‌کند؟

۵۹. بازده یک ماشین کارنو ۲۵ درصد است. اگر دمای چشمه‌ی گرم و سرد آن را به اندازه‌ی یکسان ۱۰۰ درجه‌ی سلسیوس افزایش دهیم، بازده آن ۲۰ درصد می‌شود. دمای اولیه‌ی چشمه‌ی گرم و سرد آن چه‌قدر بوده است؟

۶۰. دمای چشمه‌ی سرد یک ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند را ۵۰ درجه‌ی سلسیوس کاهش می‌دهیم. بازده ماشین گرمایی به اندازه‌ی ۰/۱ (۱۰ درصد) افزایش می‌یابد. دمای چشمه‌ی گرم این ماشین گرمایی چه‌قدر است؟

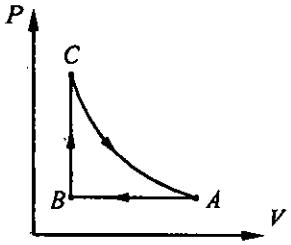
۶۱. دمای چشمه‌ی گرم یک ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند، ۲۰ درصد افزایش می‌یابد و در نتیجه بازده این ماشین گرمایی به اندازه‌ی ۰/۰۵ (۵ درصد) افزایش می‌یابد. بازده اولیه‌ی ماشین گرمایی مذکور چه‌قدر بوده است؟

۶۲. محققی ادعا می‌کند که ماشین گرمایی ساخته است که در هر چرخه ۱۰۰۰ ژول گرما از چشمه‌ی گرم با دمای K ۱۴۰۰ می‌گیرد و ۱۲۰ ژول از آن را به چشمه‌ی سرد با دمای ۷ درجه‌ی سلسیوس می‌دهد و بقیه را به کار تبدیل می‌کند. آیا ادعای او قابل قبول است؟

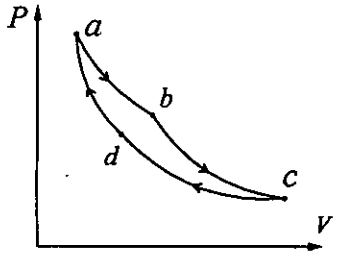
۶۳. یک ماشین کارنو که اختلاف دمای دو چشمه‌ی سرد و گرم آن ۳۰۰ درجه‌ی سلسیوس و بازده آن ۶۰درصد است، با توان ۳۰۰ وات کار می‌کند. (۱) دمای چشمه‌های گرم و سرد را محاسبه کنید. (۲) مقدار گرمایی که به چشمه‌ی سرد در مدت ۲۰ ثانیه داده می‌شود، چه‌قدر است؟

۶۴. شکل زیر چرخه‌ی یک ماشین گرمایی را نشان می‌دهد که در آن فرآیند CA یک فرآیند بی‌دررو است. دمای ماده‌ی کاری در حالت‌های A ، B و C به ترتیب T_A ، T_B و T_C می‌باشد و ماده‌ی کاری این ماشین گرمایی یک گاز کامل تک اتمی است. (۱) بازده ماشین گرمایی را بر حسب T_A ، T_B و T_C به دست آورید. (۲) با توجه به بازده ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند، ثابت کنید $۵T_AT_C + ۳T_B^۲ > ۸T_BT_C$.

۶۵. گاز کاملی چرخه‌ی کارنو شکل زیر را طی می‌کند. نشان دهید (۱) $|W_{bc}| = |W_{da}|$ ، (۲) $V_aV_c = V_bV_d$.



(شکل مسأله‌ی ۶۴)



(شکل مسأله‌ی ۶۵)

بخش سوم : آزمون پایانی

مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه

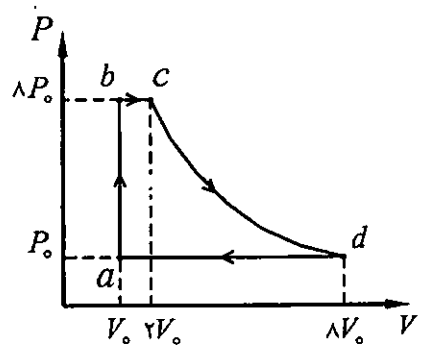
سؤال یک. برای هر یک از مفاهیم فیزیکی زیر تعریفی ارائه کنید.

« فرآیند ترمودینامیکی - منبع(چشمه‌ی) گرما - ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت»

سؤال دو. با در نظر گرفتن فرآیندهای مناسب، برای مقدار معینی از یک گاز کامل، ثابت کنید :

$$C_{MP} - C_{MV} = R$$

سؤال سه. n مول از یک گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل روبه‌رو را طی می‌کند که در آن فرآیند cd یک فرآیند بی‌دررو است. ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت برای این گاز برابر $C_{MV} = ۲R$ (R : ثابت گازها) است.



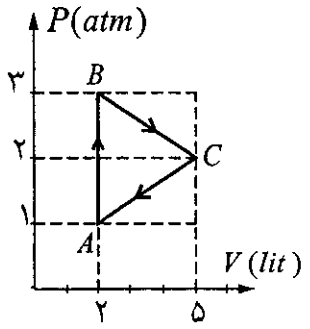
(۱) دمای گاز را در انتهای هر فرآیند، برحسب دمای گاز در حالت a (T_0) به دست آورید.

(۲) برای هر یک از فرآیندهای انجام شده، " تبادل گرمایی گاز " و " کار انجام شده روی گاز" را به دست آورید (از نتیجه‌ی سؤال قبل می‌توانید استفاده کنید). (۳) بازده این چرخه را به عنوان یک ماشین گرمایی محاسبه کنید. (۴) اگر این چرخه در جهت عکس انجام شود، ضریب عملکرد این چرخه را به عنوان یک یخچال، محاسبه کنید.

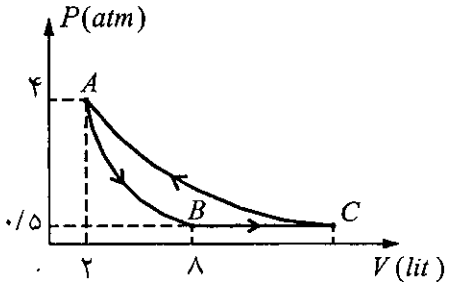
سؤال چهار. حجم ۰/۴ مول از یک گاز کامل تک اتمی در فشار $۴\times۱۰^۵ Pa$ برابر $۴۰ lit$ می‌باشد. ابتدا در فشار ثابت، دمای مطلق گاز را نصف می‌کنیم و سپس در یک فرایند هم‌دما، فشار گاز را به $۱\times۱۰^۵ Pa$ می‌رسانیم. (۱) تغییر انرژی درونی گاز را به دست آورید. (۲) نمودار این فرآیندها را در دستگاه $V-T$ رسم کنید. $(R = ۸ J/mol K)$

سؤال پنج. بازده‌ی یک ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند ۰/۵ (۵۰ درصد) است. اگر دمای چشمه‌ی گرم ۱۰۰ K افزایش یابد و دمای چشمه‌ی سرد ۱۰۰ K کاهش یابد بازده آن ۰/۶۵ (۶۵ درصد) می‌شود. دمای چشمه‌ی سرد و گرم آن چه قدر بوده است؟

سؤال ششم. یک مول گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل صفحه‌ی بعد را طی می‌کند. (۱) در هر یک از حالتهای A، B و C دمای مطلق گاز را به دست آورید. ثابت گازهای کامل را $R = ۸ J/molK$ در نظر بگیرید. (۲) کار انجام شده روی گاز را در هر یک از فرایندهای AB، BC، CA و در کل چرخه بر حسب ژول به دست آورید. (۳) تبادل گرمایی گاز در فرایند BCA را محاسبه کنید. $C_{MP} = ۳۰ J/molK$ و $C_{MV} = ۲۱/۷ J/molK$.



سؤال هفت. یک دهم مول از یک گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل زیر را طی می‌کند. فرایند AB بی‌دررو است و فرایند CA هم‌دما است و برای این گاز کامل داریم: $C_{MP} = ۳R$. (۱) کار انجام شده روی گاز را در فرآیند AB به دست آورید. (۲) تغییر انرژی درونی گاز را در هر فرآیند به دست آورید.



سؤال هشت. توان مصرفی و بازده موتور کمپرسور یخچالی به ترتیب $P = ۲۵۰ W$ و $Ra = ۹۶\%$ و ضریب عملکرد آن $K = ۵$ است. (۱) در هر دقیقه کار کردن یخچال، چند ژول گرما به محیط بیرون داده می‌شود؟ (۲) چه مدت طول می‌کشد تا نیم کیلوگرم آب با دمای $۲۵^\circ C$ در این یخچال به یخ با دمای $-۱۰^\circ C$ تبدیل شود؟ ظرفیت گرمایی ویژه‌ی آب و یخ به ترتیب $c_w = ۴/۲ J/g^\circ C$ و $c_i = ۲/۱ J/g^\circ C$ است و گرمای ویژه‌ی نهان ذوب یخ $L_F = ۳۳۶ J/g$ می‌باشد.

شماره سؤال	یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت
نمره	۱/۵	۲	۳/۵	۲	۱/۵	۳/۵	۳	۳

فصل دوم

الکتریسیته‌ی ساکن

نیروی الکتریکی (قانون کولن) / میدان الکتریکی
انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی
القای الکتریکی

پرورش همان چیزی است که حتی پس از فراموش کردن هر آن چه در مدرسه آموخته‌ایم، برایمان باقی می‌ماند.

آلبرت اینشتین

بخش اول : مثال‌های نمونه

مثال۱. بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله‌ی $d = 10\,cm$ از هم قرار دارند و با نیروی $F = 4/5\,N$ یکدیگر را جذب می‌کنند. اگر بارها به یکدیگر برسند یک بار نقطه‌ای $-4\,\mu C$ تشکیل می‌دهند. q_1 و q_2 را به دست آورید.

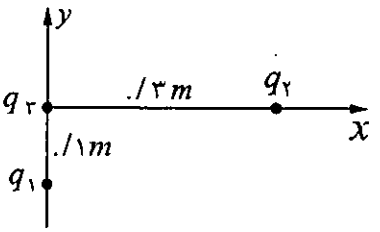
راه‌حل.

$$F = \frac{k|q_1|\times|q_2|}{d^2} \Rightarrow 4/5 = \frac{9\times10^9\times|q_1|\times|q_2|}{(0/1)^2} \Rightarrow |q_1|\times|q_2| = 5\times10^{-12}$$

$$\Rightarrow |q_1 q_2| = 5\times10^{-12} \quad (1\text{-}2)$$

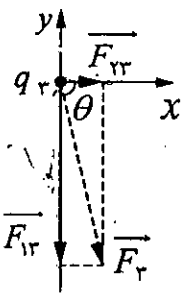
بارها یکدیگر را جذب می‌کنند، پس غیرهمنام هستند. یعنی حاصل ضرب q_1q_2 منفی است. بنابراین از رابطه‌ی ۲-۱ نتیجه می‌گیریم $q_1q_2 = -5\times10^{-12}$. از طرفی می‌دانیم $q_1 + q_2 = -4\times10^{-6}$. بنابراین q_1 و q_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $q^2 + 4\times10^{-6}q - 5\times10^{-12} = 0$ هستند. در نتیجه یکی از بارها $-5\,\mu C$ و دیگری $+1\,\mu C$ است.

مثال۲. سه بار نقطه‌ای $q_1 = -3\,nC$ ، $q_2 = -6\,nC$ و $q_3 = +5\,nC$ مطابق شکل ۲-۱ قرار گرفته‌اند. اندازه و جهت نیروی الکتریکی وارد بر باری را که در مبدأ مختصات قرار دارد (بار ۵+ نانوکولنی) به دست آورید.



(شکل ۲-۱)

راه حل. با توجه به شکل ۲-۲ داریم :



(شکل ۲-۲)

$$F_{13} = k\frac{q_1q_3}{r_{13}^2} = 9\times10^9\times\frac{3\times10^{-9}\times5\times10^{-9}}{(0/1)^2}$$

$$\Rightarrow F_{13} = 1/35\times10^{-5}\ N$$

$$F_{23} = k\frac{q_2q_3}{r_{23}^2} = 9\times10^9\times\frac{6\times10^{-9}\times5\times10^{-9}}{(0/3)^2}$$

$$\Rightarrow F_{23} = 0/3\times10^{-5}\ N$$

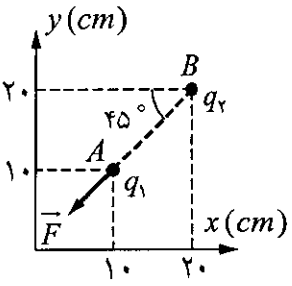
$$\overrightarrow{F_3} = F_{23}\,\vec{i} - F_{13}\,\vec{j} = (0/3\times10^{-5})\,\vec{i} - (1/35\times10^{-5})\,\vec{j}$$

$$|\overrightarrow{F_۳}| = F_۳ = ۱۰^{-۵} \times \sqrt{(۰/۳)^۲ + (۱/۳۵)^۲} = ۱/۳۸ \times ۱۰^{-۵} \quad N$$

$$\tan\theta = \frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}} = \frac{۱/۳۵ \times ۱۰^{-۵}}{۰/۳ \times ۱۰^{-۵}} = ۴/۵ \Rightarrow \theta = ۷۷^\circ \text{ یا } ۰/۴۳\pi\, rad$$

مثال۳. در صفحه‌ی xy ، بار الکتریکی $q_۱ = +۱۰\ \mu C$ در نقطه‌ی $A(۱۰\,cm, ۱۰\,cm)$ و بار الکتریکی $q_۲ = +۵\ \mu C$ در نقطه‌ی $B(۲۰\,cm, ۲۰\,cm)$ قرار دارد. بردار نیروی وارد بار $q_۱$ از طرف بار $q_۲$ را به دست آورید.

راه حل. با توجه به شکل ۲-۳ داریم :



(شکل ۲-۳)

$$AB = \sqrt{(y_B - y_A)^۲ + (x_B - x_A)^۲} = ۱۰\sqrt{۲}\ cm$$

$$F = k\frac{q_۱ q_۲}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۵ \times ۱۰^{-۶}}{۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = \frac{۴۵}{۲} N$$

$$F_x = -F\cos ۴۵^\circ = \frac{-۴۵\sqrt{۲}}{۴} = -۱۱/۲۵\sqrt{۲}\, N$$

$$F_y = -F\sin ۴۵^\circ = \frac{-۴۵\sqrt{۲}}{۴} = -۱۱/۲۵\sqrt{۲}\, N$$

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} = -۱۱/۲۵\sqrt{۲}(\vec{i} + \vec{j})$$

مثال۴. دو گلوله‌ی کوچک و رسانای مشابه دارای بارهای الکتریکی همنام $q_۱$ و $q_۲$ به فاصله‌ی r از یکدیگر قرار دارند. آن‌ها را به هم تماس داده باز هم به همان فاصله‌ی r از هم قرار می‌دهیم. نشان دهید که نیروی دافعه‌ی الکتریکی آن‌ها در حالت دوم از حالت اول بیشتر است.

راه حل. نیروی دافعه‌ی الکتریکی گلوله‌ها -که کوچک‌اند و می‌توانیم نقطه‌ای فرض‌شان کنیم- قبل از تماس برابر $F_۱ = k\frac{q_۱ q_۲}{r^۲}$ است. چون دو کره یکسان هستند، بعد از تماس با هم بار آن‌ها برابر می‌شود. بنابراین طبق قانون پایستگی بار داریم $q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲}$. نیروی دافعه‌ی الکتریکی گلوله‌ها در حالت جدید برابر $F_۲ = k\frac{q'_۱ q'_۲}{r^۲} = k\frac{(q_۱ + q_۲)^۲}{۴r^۲}$ می‌شود. پس باید ثابت کنیم :

$$F_۲ > F_۱ \Rightarrow k\frac{(q_۱ + q_۲)^۲}{۴r^۲} > k\frac{q_۱ q_۲}{r^۲} \Rightarrow (q_۱ + q_۲)^۲ > ۴q_۱ q_۲$$

می‌دانیم :

$$(q_۱ - q_۲)^۲ > ۰ \Rightarrow q_۱^۲ + q_۲^۲ - ۲q_۱ q_۲ > ۰ \Rightarrow q_۱^۲ + q_۲^۲ > ۲q_۱ q_۲ \quad (۲-۲)$$

حال اگر به دو طرف رابطه‌ی ۲-۲ عبارت $۲q_۱q_۲$ را اضافه کنیم، خواهیم داشت :

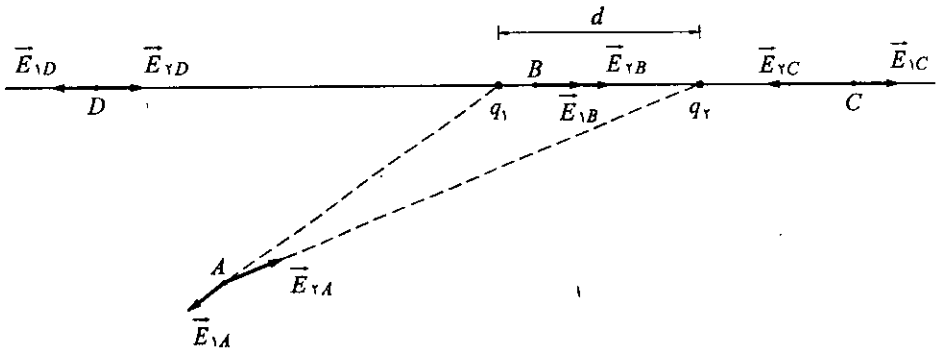
$$q_۱^۲ + q_۲^۲ + ۲q_۱q_۲ > ۴q_۱q_۲ \Rightarrow (q_۱ + q_۲)^۲ > ۴q_۱q_۲$$

بنابراین $F_۲ > F_۱$ است.

مثال۵. دو بار الکتریکی $q_۱ = +۴\,\mu C$ و $q_۲ = -۹\,\mu C$ در فاصله‌ی $d = ۱۵\,cm$ از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی حاصل از این دو بار الکتریکی در چه نقطه یا نقاطی از فضای اطراف آن‌ها صفر است؟

راه حل. میدان الکتریکی در هر نقطه از فضای اطراف گروهی از ذره‌های باردار، برآیند میدان‌های الکتریکی است که هر ذره‌ی باردار در غیاب سایر بارها در آن نقطه ایجاد می‌کند. پس اگر بخواهیم در نقطه‌ای از فضای اطراف $q_۱$ و $q_۲$ میدان الکتریکی صفر شود، باید در آن نقطه برآیند $\overrightarrow{E_۱}$ (میدان الکتریکی بار $q_۱$ در غیاب بار $q_۲$) و $\overrightarrow{E_۲}$ (میدان الکتریکی بار $q_۲$ در غیاب بار $q_۱$) صفر شود و می‌دانیم وقتی این اتفاق می‌افتد که $\overrightarrow{E_۱}$ و $\overrightarrow{E_۲}$ هم اندازه و در خلاف جهت یک‌دیگر (هم راستا و در دو سوی مختلف) باشند.

- در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی قرار ندارد (مثل نقطه‌ی A در شکل ۲-۴)، $\overrightarrow{E_۱}$ و $\overrightarrow{E_۲}$ هم راستا نیستند، بنابراین برآیند آن‌ها صفر نخواهد شد.
- در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی و بین دو بار قرار دارد (مثل نقطه‌ی B در شکل ۲-۴)، $\overrightarrow{E_۱}$ و $\overrightarrow{E_۲}$ هم جهت (هم راستا و هم سو) هستند، بنابراین برآیند آن‌ها صفر نخواهد شد.



(شکل ۲-۴)

- در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی، خارج از فاصله‌ی بین دو بار و نزدیک‌تر به بار بزرگتر قرار دارد (مثل نقطه‌ی C در شکل ۲-۴)، $\overrightarrow{E_۱}$ و $\overrightarrow{E_۲}$ در خلاف جهت یک‌دیگر (هم راستا

و در دو سوی مختلف) هستند ولی برآیند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد، چرا که اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از بار بزرگتر($q_۲$) که به نقطه‌ی مورد نظر نزدیک‌تر نیز هست از اندازه‌ی میدان الکتریکی بار کوچکتر ($q_۱$) که از نقطه‌ی مورد نظر دورتر نیز هست، بزرگتر خواهد بود ($E_۲ > E_۱$).

• در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی، خارج از فاصله‌ی بین دو بار و نزدیک‌تر به بار کوچکتر قرار دارد (مثل نقطه‌ی D در شکل ۲-۴)، $\overrightarrow{E_۱}$ و $\overrightarrow{E_۲}$ در خلاف جهت یک‌دیگر (هم راستا و در دو سوی مختلف) هستند و برای این که برآیند آن‌ها صفر شود، کافی است که اندازه‌ی یکسانی داشته باشند. یعنی :

$$E_{۱D} = E_{۲D} \Rightarrow k\frac{q_۱}{r_۱^۲} = k\frac{q_۲}{r_۲^۲} \Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱} = \sqrt{\frac{q_۲}{q_۱}} \Rightarrow \frac{r_۲}{r_۱} = \sqrt{\frac{۹}{۴}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow r_۲ = \frac{۳}{۲} r_۱ \quad (۳-۲)$$

در رابطه‌ی ۲-۳ ، $r_۱$ و $r_۲$ به ترتیب فاصله‌های نقطه‌ی D از $q_۱$ و $q_۲$ هستند. بنابراین با توجه به شکل ۲-۴ داریم :

$$r_۲ - r_۱ = d \xrightarrow{(۳-۲)} ۱/۵\, r_۱ - r_۱ = ۱۵ \Rightarrow r_۱ = ۳۰\ cm \xrightarrow{(۳-۲)} r_۲ = ۴۵\ cm$$

مثال۶. دو بار الکتریکی $q_۱ = +۲\,\mu C$ و $q_۲ = +۸\,\mu C$ به فاصله‌ی $d = ۱۵\ cm$ از یک‌دیگر قرار دارند. بار الکتریکی $Q = -۸\,\mu C$ در چه نقطه‌ای از فضای اطراف این دو بار الکتریکی قرار بگیرد تا برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر آن از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ صفر شود.

راه حل. با توجه به تعریف میدان الکتریکی ($\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F}}{q_۰}$)، صفر بودن برآیند نیروهای وارد بر یک بار الکتریکی (مثل بار Q) به این معنی است که در محل قرار گرفتن آن بار الکتریکی، میدان الکتریکی صفر است. بنابراین برای حل این مثال باید مانند مثال قبل به دنبال نقطه (نقطه‌هایی) بگردیم که میدان الکتریکی در آن (آن‌ها) صفر است.

در شکل ۲-۵ میدان الکتریکی که بار $q_۱$ در غیاب بار $q_۲$ ایجاد می‌کند، با بردار $\overrightarrow{E_۱}$ و میدان الکتریکی که بار $q_۲$ در غیاب بار $q_۱$ ایجاد می‌کند، با بردار $\overrightarrow{E_۲}$ نشان داده شده‌اند.

• در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی قرار ندارد (مثل نقطه‌ی A در شکل ۲-۵)، $\overrightarrow{E_۱}$ و $\overrightarrow{E_۲}$ هم راستا نیستند، بنابراین برآیند آن‌ها صفر نخواهد شد.

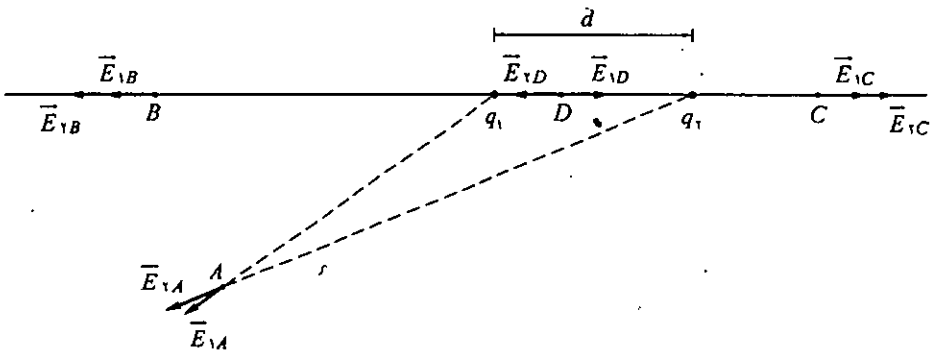
• در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی و خارج از فاصله‌ی بین دو بار قرار دارد (مثل نقطه‌های B و C در شکل ۲-۵)، $\overrightarrow{E_1}$ و $\overrightarrow{E_2}$ هم جهت (هم راستا و هم سو) هستند، بنابراین برآیند آن‌ها صفر نخواهد شد.

• در نقطه‌ای که بر خط واصل دو بار الکتریکی و بین دو بار قرار دارد (مثل نقطه‌ی D در شکل ۲-۵)، $\overrightarrow{E_1}$ و $\overrightarrow{E_2}$ در خلاف جهت یک‌دیگر (هم راستا و در دو سوی مختلف) هستند و برای این که برآیند آن‌ها صفر شود، کافی است که اندازه‌ی یکسانی داشته باشند. یعنی :

$$E_{1D} = E_{2D} \Rightarrow k\frac{q_1}{r_1^2} = k\frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{q_2}{q_1}} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{8}{2}} = 2 \Rightarrow r_2 = 2r_1 \quad (۴-۲)$$

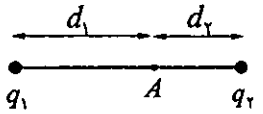
در رابطه‌ی ۲-۴، r_1 و r_2 به ترتیب فاصله‌های نقطه‌ی D از q_1 و q_2 هستند. بنابراین با توجه به شکل ۲-۵ داریم :

$$r_2 + r_1 = d \xrightarrow{(۴-۲)} 2r_1 + r_1 = 15 \Rightarrow r_1 = 5\,cm \xrightarrow{(۴-۲)} r_2 = 10\,cm$$



(شکل ۲-۵)

مثال۷. در شکل ۲-۶ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه‌ی A برابر E است. اگر بار q_1 خنثی شود میدان الکتریکی در نقطه‌ی A بدون تغییر جهت برابر $0/5E$ می‌شود. دو بار را از نظر علامت و اندازه مقایسه کنید $(d_1 > d_2)$.



(شکل ۲-۶)

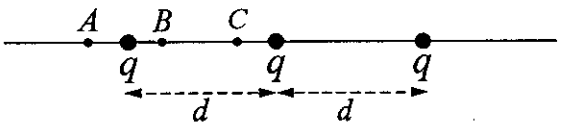
راه‌حل. اگر میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در نقطه‌ی A به ترتیب $\overrightarrow{E_1}$ و $\overrightarrow{E_2}$ بنامیم، داریم :

$$\begin{cases} \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \overrightarrow{E} \\ \overrightarrow{E_2} = 0/5\overrightarrow{E} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{E_1} = 0/5\overrightarrow{E}$$

میدان الکتریکی حاصل از بارها درنقطه‌ی A هم جهت‌اند ($\overrightarrow{E_1} = \overrightarrow{E_2} = ۰/۵\overrightarrow{E}$)؛ بنابراین علامت بارها یکسان نیست. بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هریک از بارها در نقطه‌ی A برابر $۰/۵E$ است. بنابراین بار q_1 که در فاصله‌ی بیشتری از نقطه‌ی A قرار دارد، بزرگتر است.

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{kq_1}{d_1^2} = ۰/۵E \\ E_2 = \dfrac{kq_2}{d_2^2} = ۰/۵E \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1}{d_1^2} = \frac{q_2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = (\frac{d_1}{d_2})^2 \xrightarrow{d_1 > d_2} q_1 > q_2$$

مثال۸. در شکل ۲-۷ سه بار الکتریکی یکسان q روی یک امتداد قرار دارند. اگر بار الکتریکی q_0 در نقطه‌ی X قرار داده شود، برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر آن از طرف سه بار دیگر صفر می‌شود. با دلیل بگویید نقطه‌ی X کدام‌یک از نقطه‌های A ، B و C می‌تواند باشد؟



(شکل ۲-۷)

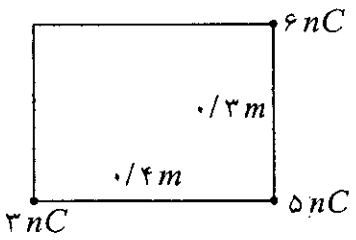
راه‌حل. با توجه به رابطه‌ی $\overrightarrow{F} = q_0\overrightarrow{E}$ ، در نقطه‌ی X میدان الکتریکی ناشی از بارها صفر است.

در نقطه‌ی A میدان الکتریکی بارها به یک سو است (اگر بار q مثبت باشد، به طرف راست و اگر منفی باشد، به طرف چپ). بنابراین میدان الکتریکی ناشی از بارها صفر نمی‌شود.

در نقطه‌ی C میدان الکتریکی بار q سمت راست و بار q وسط به یک سو و میدان الکتریکی بار q سمت چپ به سوی دیگر است؛ ولی میدان الکتریکی ناشی از بارها در نقطه‌ی C نمی‌تواند صفر باشد چرا که میدان الکتریکی بار q وسط به تنهایی از میدان الکتریکی بار q سمت چپ بزرگتر است (نقطه‌ی C به بار q وسط نزدیک‌تر است تا بار q سمت چپ).

در نقطه‌ی B میدان الکتریکی بار q سمت راست و بار q وسط به یک سو و میدان الکتریکی بار q سمت چپ به سوی دیگر است. نقطه‌ی B به بار q سمت چپ نزدیک‌تر است تا به بارهای q سمت راست و وسط. بنابراین در نقطه‌ی B می‌تواند بزرگی میدان الکتریکی بار q سمت چپ با مجموع بزرگی میدان‌های الکتریکی بارهای q سمت راست و وسط برابر باشد. در این صورت میدان الکتریکی ناشی از بارها در نقطه‌ی B صفر می‌شود.

مثال۹. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل ۲-۸ در سه رأس یک مستطیل قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی را در رأس چهارم مستطیل حساب کنید.



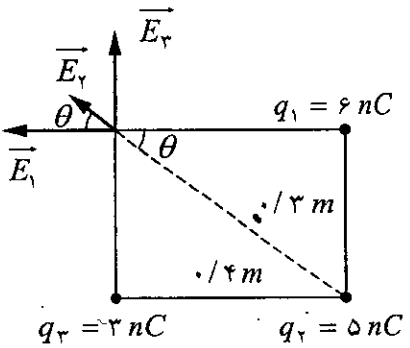
(شکل ۲-۸)

راه حل. با توجه به شکل ۲-۹ داریم :

$$\vec{E}=\vec{E_1}+\vec{E_2}+\vec{E_3}\Rightarrow\begin{cases}E_x=-E_1-E_2\cos\theta\\E_y=E_3+E_2\sin\theta\end{cases}$$

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}\Rightarrow E=\sqrt{(-E_1-E_2\cos\theta)^2+(E_3+E_2\sin\theta)^2}$$

$$\Rightarrow E=\sqrt{E_1^2+E_2^2+E_3^2+2E_2(E_1\cos\theta+E_3\sin\theta)}$$



(شکل ۲-۹)

$$\sin\theta=\frac{0/3}{\sqrt{(0/3)^2+(0/4)^2}}=0/6$$

$$\cos\theta=\frac{0/4}{\sqrt{(0/3)^2+(0/4)^2}}=0/8$$

$$E_1=\frac{kq_1}{r_1^2}=\frac{9\times10^9\times6\times10^{-9}}{(0/4)^2}=337/5\frac{N}{C}$$

$$E_2=\frac{kq_2}{r_2^2}=\frac{9\times10^9\times5\times10^{-9}}{(0/5)^2}=180\frac{N}{C}$$

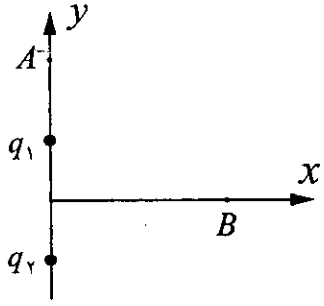
$$E_3=\frac{kq_3}{r_3^2}=\frac{9\times10^9\times3\times10^{-9}}{(0/3)^2}=300\frac{N}{C}$$

حال با توجه به مقادیر E_1 ، E_2 ، E_3 ، $\sin\theta$ و $\cos\theta$ داریم :

$$\Rightarrow E=\sqrt{(337/5)^2+(180)^2+(300)^2+2(180)(337/5\times0/8+300\times0/6)}$$

$$\Rightarrow E\approx631\ N/C$$

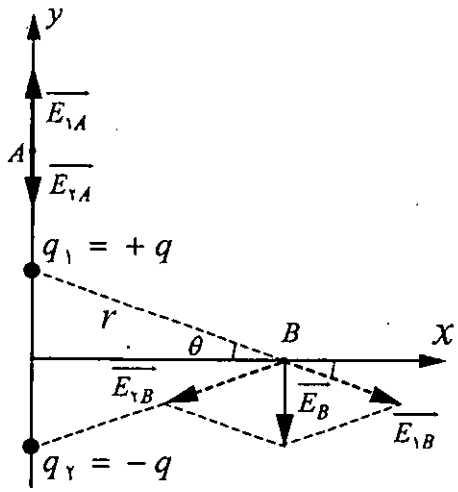
مثال۱۰. در شکل ۲-۱۰ دو بار هم اندازه با بارهای غیرهمنام $q_1=+q$ و $q_2=-q$ که به فاصله‌ی $2a$ از یکدیگر قرار دارند، نشان داده شده است. این مجموعه را دو قطبی الکتریکی می‌نامند. (۱) میدان الکتریکی دوقطبی الکتریکی را در نقطه‌ی A در فاصله‌ی y ($y>a$) از مرکز دوقطبی (نقطه‌ی وسط پاره‌خط واصل دو بار دو قطبی) و روی محور



(شکل ۲-۱۰)

دوقطبی (خطی که از دو بار دوقطبی می‌گذرد) حساب کنید. (۲) میدان الکتریکی دوقطبی را در نقطه‌ی B در فاصله‌ی x از مرکز دو قطبی و واقع بر عمود منصف پاره خط واصل دو بار دو قطبی به دست آورید.

راه حل. (۱) در نقطه‌ی A میدان حاصل از بار q_1 به سمت بالا و میدان حاصل از بار q_2 به سمت پایین است (شکل ۲-۱۱).



(شکل ۲-۱۱)

$$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_{1A}} + \overrightarrow{E_{2A}}$$

$$\Rightarrow E_A = E_{1A} - E_{2A}$$

$$E_A = k\frac{q}{r_1^2} - k\frac{q}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow E_A = \frac{kq}{(y-a)^2} - \frac{kq}{(y+a)^2}$$

$$\Rightarrow E_A = 4akq\frac{y}{(y^2-a^2)^2}$$

(۲) با توجه به شکل ۲-۱۱ چون نقطه‌ی B واقع بر عمود منصف پاره‌خط واصل دو بار است، بزرگی میدان الکتریکی بارها در نقطه‌ی B برابر است ($E_{1B} = E_{2B} = k\frac{q}{r^2} = k\frac{q}{(x^2+a^2)}$).

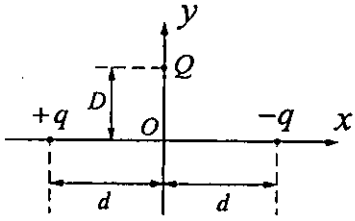
$$\overrightarrow{E_B} = \overrightarrow{E_{1B}} + \overrightarrow{E_{2B}} \Rightarrow \begin{cases} E_{Bx} = E_{1Bx} - E_{2Bx} \Rightarrow E_{Bx} = E_{1B}\cos\theta - E_{2B}\cos\theta \\ E_{By} = -E_{1By} - E_{2By} \Rightarrow E_{By} = -E_{1B}\sin\theta - E_{2B}\sin\theta \end{cases}$$

$$(E_{1B} = E_{2B}) \Rightarrow \begin{cases} E_{Bx} = 0 \\ E_{By} = -2E_{1B}\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{E_B} = -2k\frac{q}{(a^2+x^2)}\sin\theta\,\vec{j}$$

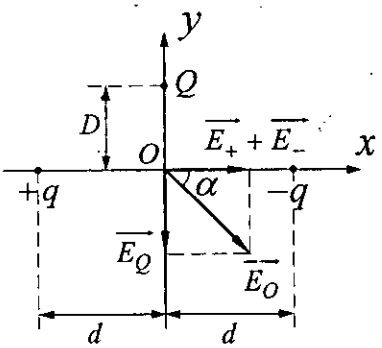
$$\sin\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow \sin\theta = \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}} \Rightarrow \overrightarrow{E_B} = \frac{-2akq}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}}\vec{j}$$

مثال ۱۱. در شکل ۲-۱۲ اگر برآیند میدان الکتریکی بارها در نقطه‌ی O با محور x زاویه‌ی ۴۵ درجه بسازد، q چه قدر است؟ در این حالت بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ی O را به دست آورید.

$d = 30\,cm$ ، $D = 20\,cm$ و $Q = +40\,\mu C$.



(شکل ۲-۱۲)



(شکل ۲-۱۳)

راه‌حل. در نقطه‌ی O میدان بار $+q$ ($\overrightarrow{E_+}$) و میدان بار $-q$ ($\overrightarrow{E_-}$) هم جهت محور x و میدان بار Q در خلاف جهت محور y است (شکل ۲-۱۳).

$$\tan\alpha=\frac{|\overrightarrow{E_Q}|}{|\overrightarrow{E_+}+\overrightarrow{E_-}|}\Rightarrow \tan 45^\circ=\frac{E_Q}{E_+ + E_-}$$

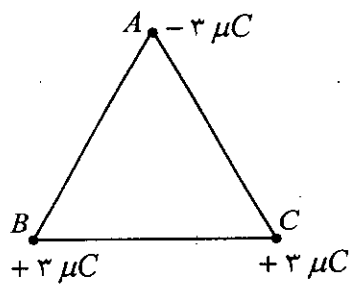
$$\Rightarrow E_Q=E_+ + E_- \Rightarrow \frac{kQ}{D^2}=\frac{kq}{d^2}+\frac{kq}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{D^2}=\frac{2q}{d^2}\Rightarrow q=\frac{1}{2}\left(\frac{d}{D}\right)^2 Q\Rightarrow q=\frac{1}{2}\times\left(\frac{30}{20}\right)^2\times 40=45\,\mu C$$

$$E_Q=\frac{kQ}{D^2}=\frac{9\times10^9\times40\times10^{-6}}{(0/2)^2}=\frac{36\times10^4}{4\times10^{-2}}=9\times10^6\,\frac{N}{C}$$

$$\sin\alpha=\frac{E_Q}{E_O}\Rightarrow E_O=\frac{E_Q}{\sin\alpha}=\frac{9\times10^6}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Rightarrow E_O=9\sqrt{2}\times10^6\,\frac{N}{C}$$

مثال۱۲. در گوشه‌های مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع $a=1m$ مطابق شکل ۲-۱۴ بارهای $q_1=-3\,\mu C$ و $q_2=q_3=+3\,\mu C$ قرار دارند. (۱) شدت میدان الکتریکی را در نقطه‌ی P (وسط ضلع BC) به دست آورید. (۲) اگر بار $-4\,\mu C$ در نقطه‌ی P قرار گیرد چه نیرویی بر آن وارد می‌شود؟



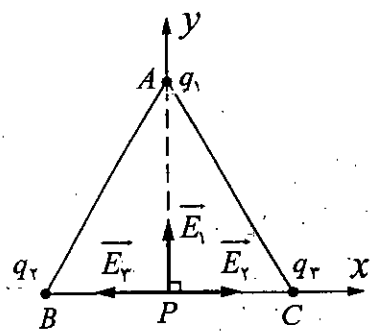
(شکل ۲-۱۴)

راه حل. (۱) AP در مثلث ABC هم نیمساز و هم ارتفاع است (شکل ۲-۱۵). بنابراین:

$$\cos\angle PAC=\frac{AP}{AC}\Rightarrow\cos 30^\circ=\frac{AP}{a}$$

$$\Rightarrow AP=a\cos 30^\circ=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}m$$

$$E_1=\frac{kq_1}{r_1^2}=\frac{kq_1}{AP^2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-6}}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$



(شکل ۲-۱۵)

$$\Rightarrow E_۱ = ۳۶ \times ۱۰^{۳}\ N/C$$

$$\vec{E} = \vec{E_۱} + \vec{E_۲} + \vec{E_۳} \Rightarrow \begin{cases} E_x = E_{۱x} + E_{۲x} - E_{۳x} \\ E_y = E_{۱y} + E_{۲y} + E_{۳y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = ۰ + E_۲ - E_۳ = E_۲ - E_۳ \\ E_y = E_۱ + ۰ + ۰ = E_۱ \end{cases}$$

از آن جا که نقطه‌ی P وسط ضلع BC و $q_۲ = q_۳$ است، $E_۲ = E_۳$. پس :

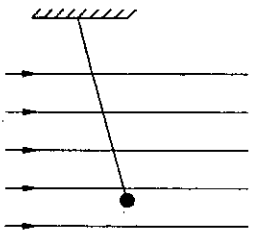
$$(E_x = ۰\ ,\ E_y = E_۱) \Rightarrow E = E_۱ \Rightarrow E = ۳۶۰۰۰\ \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E} = ۳۶۰۰۰\ \vec{j}\ \frac{N}{C}$$

(۲) نیروی وارد بر یک بار در یک میدان الکتریکی از رابطه‌ی $\vec{F} = q\vec{E}$ به دست می‌آید که اگر بار q منفی باشد، در خلاف جهت میدان الکتریکی است. بنابراین :

$$\vec{F} = -۴ \times ۱۰^{-۶} \times (۳۶۰۰۰\ \vec{j}) = -۰/۱۴۴\ \vec{j}$$

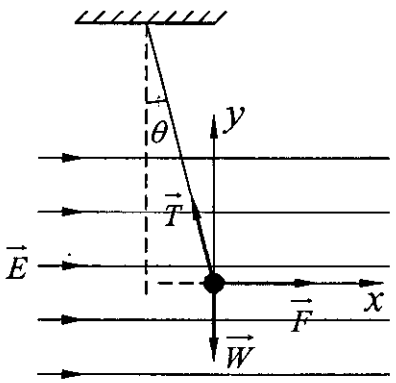
یعنی نیرو در جهت منفی محور y و بزرگی آن ۱۴۴ میلی نیوتن است.

مثال۱۳. مطابق شکل ۲-۱۶ یک کره‌ی پلاستیکی کوچک باردار به جرم ۲ گرم به انتهای نخی به طول ۲۰ سانتی‌متر وصل است و کره درون یک میدان الکتریکی افقی و یکنواختی به بزرگی $E = ۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$ قرار دارد. اگر در حالت تعادل زاویه‌ی بین راستای نخ و امتداد قائم ۱۵ درجه باشد، نوع و اندازه‌ی بار الکتریکی کره را تعیین کنید. $\tan ۱۵^{\circ} \approx ۰/۲۶$ و $g \approx ۱۰\ m/s^{۲}$.



(شکل ۲-۱۶)

راه حل. از آن جا که به کره‌ی پلاستیکی در جهت میدان نیرو وارد شده است و در وضعیت مشخص شده در شکل به تعادل رسیده است، پس بار آن مثبت بوده است. در شکل ۲-۱۷ نمودار نیروهای وارد بر کره‌ی پلاستیکی رسم شده است که در آن $\vec{T}$ کشش نخ، $\vec{F}$ نیروی کولنی و $\vec{W}$ ، وزن کره است.



(شکل ۲-۱۷)

چون جسم در حال تعادل است، طبق قانون اول نیوتن برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود. یعنی هم برآیند نیروهای افقی (در راستای محور x) و هم برآیند نیروهای عمودی (در راستای محور y) صفر خواهد بود.

$$\left.\begin{array}{l}\sum F_x = 0 \Rightarrow F - T\sin\theta = 0 \Rightarrow F = T\sin\theta \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta - W = 0 \Rightarrow W = T\cos\theta\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{F}{W} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \frac{F}{W} = \tan\theta$$

از طرفی می‌دانیم $W = mg$ و $F = qE$. بنابراین :

$$\frac{qE}{mg} = \tan\theta \Rightarrow q = \frac{mg\tan\theta}{E} \Rightarrow q = \frac{(2\times10^{-3})\times10\times0/26}{10^3} = 5/2\,\mu C$$

مثال۱۴. نسبت بار الکتریکی دو کره‌ی رسانا با نسبت شعاع دو کره برابر است. نشان دهید چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ی کوچک‌تر، بیش‌تر است.

راه حل. فرض کنیم شعاع دو کره‌ی رسانا برابر R و r است ($R > r$). اگر بار الکتریکی و چگالی سطحی بار الکتریکی را برای کره‌ی بزرگتر به ترتیب Q و σ و برای کره‌ی کوچک‌تر به ترتیب q و σ' بنامیم، خواهیم داشت $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$ و $\sigma' = \frac{q}{4\pi r^2}$ ، پس :

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{Q}{q}\times(\frac{r}{R})^2$$

نسبت بار الکتریکی دو کره‌ی رسانا با نسبت شعاع دو کره برابر است ($\frac{Q}{q} = \frac{R}{r}$)، در نتیجه :

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{R}{r}\times(\frac{r}{R})^2 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{r}{R} \xrightarrow{R>r} \sigma' > \sigma$$

مثال۱۵. دو کره‌ی رسانای مشابه باردار با یک سیم نازک به یکدیگر وصل می‌شوند. اندازه‌ی چگالی سطحی بار الکتریکی یکی از کره‌ها سه برابر می‌شود. چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ی دیگر چند برابر می‌شود؟

راه‌حل. کره‌ای که چگالی سطحی بار آن سه برابر شده است، در واقع اندازه‌ی بار الکتریکی‌اش سه برابر شده است. بنابراین برای این مسأله دو حالت قابل تصور است. حالت اول این که علامت بارالکتریکی این کره تغییر نکرده باشد و حالت دوم این که علامت بار الکتریکی این کره تغییر کرده باشد.

حالت اول : اگر بار این کره را قبل از اتصال دو کره به هم q بنامیم، پس از اتصال دو کره، بار الکتریکی آن $3q$ خواهد بود. چون کره‌ها مشابه‌اند؛ پس از اتصال دو کره به هم بار الکتریکی آن‌ها یکسان می‌شود. پس بعد از اتصال، بار الکتریکی هر دو کره $3q$ است. با توجه به قانون پایستگی بار الکتریکی، بار الکتریکی کره‌ی دیگر قبل از اتصال دو کره به هم باید $5q$ بوده باشد. پس بار الکتریکی این کره در اثر اتصال دو کره به هم از $5q$ به $3q$ تغییر کرده است یعنی بار الکتریکی و در نتیجه چگالی سطحی بار الکتریکی آن $\frac{3}{5}$ برابر شده است.

حالت دوم : اگر بار الکتریکی این کره را قبل از اتصال دو کره به هم q بنامیم، پس از اتصال دو کره بار الکتریکی آن $3q-$ خواهد بود. چون کره‌ها مشابه‌اند؛ پس از اتصال دو کره به هم بار الکتریکی آن‌ها یکسان می‌شود. پس بعد از اتصال، بار الکتریکی هردو کره $3q-$ است. با توجه به قانون پایستگی بار الکتریکی، بار الکتریکی کره‌ی دیگر قبل از اتصال دو کره به هم باید $7q-$ بوده باشد. پس بار الکتریکی این کره در اثر اتصال دو کره به هم از $7q-$ به $3q-$ تغییر کرده است. یعنی بار الکتریکی و در نتیجه چگالی سطحی بار الکتریکی آن $\frac{3}{7}$ برابر شده است.

مثال۱۶. (۱) نشان دهید اگر بار q_0 از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B منتقل شود و در این انتقال کار میدان الکتریکی روی این بار W باشد داریم $\Delta V = V_B - V_A = -\frac{W}{q_0}$. (۲) با استفاده از رابطه‌ی قسمت قبل نشان دهید اگر در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شویم پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. (۳) در جابه‌جایی یک‌بار مثبت و یک بار منفی در جهت میدان الکتریکی چگونگی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را در حالتهای مختلف شرح دهید.

راه حل. (۱) کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است؛ چرا که هنگامی که میدان کار مثبت انجام می‌دهد، انرژی پتانسیل الکتریکی به اندازه‌ی کار انجام شده کاهش می‌یابد و زمانی که میدان کار منفی انجام می‌دهد، به اندازه‌ی کار انجام شده به انرژی پتانسیل الکتریکی اضافه می‌شود. بنابراین :

$$\Delta U = -W \ , \ \Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} \Rightarrow \Delta V = -\frac{W}{q_0}$$

توجه کنید که W در این رابطه کاری است که میدان الکتریکی در جابه‌جایی و انتقال بار انجام می‌دهد و با کاری که برای انتقال بار توسط ما انجام می‌شود متفاوت است.

(۲) اگر یک بار مثبت در جهت میدان جابه‌جا شود، کار انجام شده توسط میدان مثبت است زیرا نیروی میدان در جهت جابه‌جایی است. بنابراین :

$$\left.\begin{matrix} q>0 \\ W>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta V = -\frac{W}{q} < 0$$

اگر یک بار منفی در جهت میدان جابه‌جا شود کار انجام شده توسط میدان منفی است و نتیجه بالا تکرار می‌شود.

$$\left.\begin{matrix} q<0 \\ W<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta V = -\frac{W}{q} < 0$$

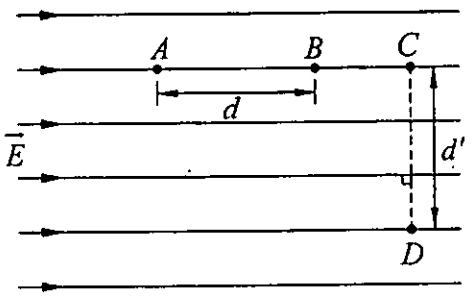
(۳) اگر بار مثبت در جهت میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد زیرا :

$$\Delta V < 0, q > 0 \Rightarrow \Delta U = q\Delta V < 0$$

اگر بار منفی در جهت میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد.

$$\Delta V < 0, \ q < 0 \Rightarrow \Delta U = q\Delta V > 0$$

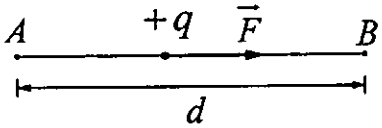
مثال۱۷. میدان یکنواختی به شدت E را در نظر بگیرید. (۱) اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی A و B را که مطابق شکل ۲-۱۸ در امتداد میدان و در فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند به دست آورید.



(شکل ۲-۱۸)

(۲) اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ی C و D را که در امتدادی عمود بر خطوط میدان قرار دارند به دست آورید. (۳) اختلاف پتانسیل هر دو نقطه دلخواه را با توجه به نتایج قسمت‌های ۱ و ۲ محاسبه کنید.

راه حل. (۱) بار مثبت q را از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B منتقل می‌کنیم و کار انجام شده توسط میدان را محاسبه می‌کنیم (شکل ۲-۱۹).

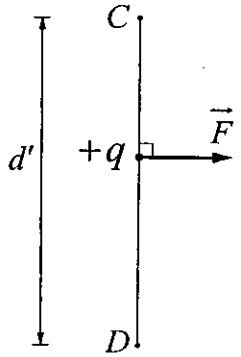


(شکل۲-۱۹)

$$W_{\text{میدان}} = Fd\cos\alpha = (Eq)d\cos 0^\circ = Eqd$$

$$\Delta V = -\frac{W_{\text{میدان}}}{q} \Rightarrow \Delta V = -Ed \Rightarrow V_B - V_A = -Ed \Rightarrow V_B = V_A - Ed$$

(۲) بار مثبت q را از نقطه‌ی C به D منتقل می‌کنیم و کار انجام شده توسط میدان را محاسبه می‌کنیم (شکل ۲-۲۰).



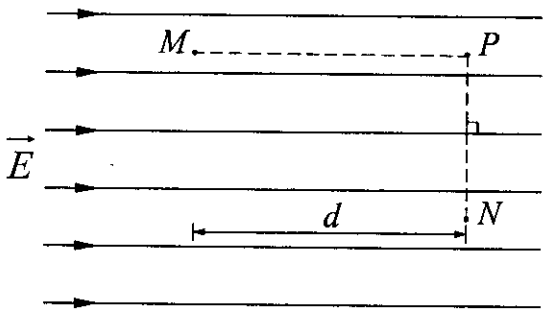
(شکل ۲-۲۰)

$$W_{\text{میدان}} = Fd\cos\alpha = Fd'\cos 90^\circ = 0$$

$$\Delta V = -\frac{W_{\text{میدان}}}{q} \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow V_D = V_C$$

بنابراین نقاط C و D هم پتانسیل هستند.

(۳) دو نقطه‌ی دلخواه M و N را در میدان یکنواختی مطابق شکل ۲-۲۱ در نظر بگیرید که در امتداد میدان از یکدیگر به اندازه‌ی d فاصله دارند. با توجه به نتایج قسمت‌های (۱) و(۲) داریم $V_P = V_N$ و $V_P - V_M = -Ed$؛ در نتیجه :

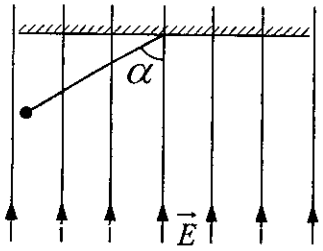


(شکل ۲-۲۱)

$$\Rightarrow V_N - V_M = -Ed \Rightarrow V_N = V_M - Ed$$

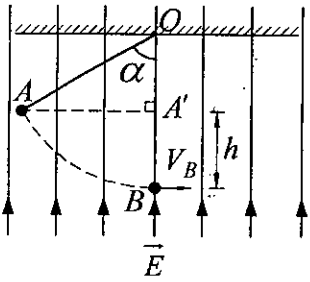
یعنی اختلاف پتانسیل هر دو نقطه‌ی دلخواه در میدان الکتریکی یکنواخت E که در امتداد میدان فاصله‌ی d از یکدیگر دارند به اندازه‌ی Ed است.

مثال ۱۸. در شکل ۲-۲۲ گلوله‌ی کوچکی به جرم $m = 1\ g$ و بار الکتریکی $q = -50\ nC$ از یک نخ با طول $L = 20\ cm$ آویزان است و در یک میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی $E = 2\times 10^5\ N/C$ که راستای آن قائم و جهت آن به سمت بالا است قرار دارد.



(شکل ۲-۲۲)

گلوله از حالتی که نخ با راستای قائم زاویه‌ی $\alpha = 60^\circ$ تشکیل داده است رها می‌شود. وقتی راستای نخ قائم می‌شود (۱) تغییر پتانسیل الکتریکی (۲) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (۳) تغییر انرژی پتانسیل گرانشی (۴) سرعت گلوله چه قدر است؟ ($g \approx 10\ m/s^2$)



(شکل ۲-۲۳)

راه‌حل. (۱) با توجه به شکل ۲-۲۳ داریم :

$$\cos\alpha = \frac{OA'}{OA} \Rightarrow \cos ۶۰^\circ = \frac{OA'}{L} \Rightarrow OA' = \frac{L}{۲}$$

$$h = OB - OA' = L - \frac{L}{۲} = \frac{L}{۲} = ۱۰\,cm = ۰/۱m$$

با توجه به نتایج به دست آمده در مثال ۱۶ داریم $V_A = V_{A'}$ و $V_{A'} = V_B - E \times h$؛ در نتیجه :

$$V_A = V_B - Eh \Rightarrow V_A - V_B = -۲\times ۱۰^{۵} \times ۱۰^{-۱}$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = -۲\times ۱۰^{۴} \text{ ولت} \Rightarrow V_B - V_A = ۲\times ۱۰^{۴} \text{ ولت}$$

$$(۲)\ \Delta U_e = U_{eB} - U_{eA} = qV_B - qV_A = q(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \Delta U_e = -۵۰\times ۱۰^{-۹} \times ۲\times ۱۰^{۴} = -۰/۰۰۱\,J$$

$$(۳)\ \Delta U_g = U_{gB} - U_{gA} = mgh_B - mgh_A = -mg(h_A - h_B)$$

$$\Rightarrow \Delta U_g = -mgh = -۱\times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \times ۰/۱ = -۰/۰۰۱\,J$$

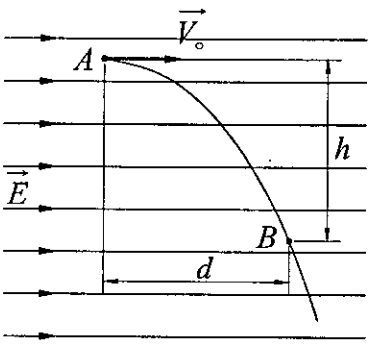
(۴) با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم $E_A = E_B$. در نتیجه :

$$K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow ۰ + (U_{gA} + U_{eA}) = \frac{۱}{۲}mV_B^{۲} + (U_{gB} + U_{eB})$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_B^{۲} + (U_{gB} - U_{gA}) + (U_{eB} - U_{eA}) = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_B^{۲} + \Delta U_g + \Delta U_e = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱\times ۱۰^{-۳} \times V_B^{۲} + (-۰/۰۰۱) + (-۰/۰۰۱) = ۰ \Rightarrow V_B^{۲} = ۴ \Rightarrow V_B = ۲m/s$$

مثال۱۹. در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی به بزرگی $E = ۲۰۰۰\ N/C$ ، گلوله‌ی کوچکی به جرم $m = ۳\,g$ و دارای بار الکتریکی $q = -۳\,\mu C$ مطابق شکل ۲-۲۴ از نقطه‌ی A با سرعت افقی $V_۰ = ۳m/s$ پرتاب می‌شود. فاصله‌ی افقی و اختلاف ارتفاع نقطه‌ی B از مسیر حرکت گلوله، نسبت به نقطه‌ی A یکسان و برابر $d = h = ۱/۲۵\,m$ است. سرعت گلوله در نقطه‌ی B چند متر بر ثانیه است؟ $g \approx ۱۰\,m/s^{۲}$ (شتاب گرانش زمین).



(شکل ۲-۲۴)

راه حل. انرژی پتانسیل گلوله در هر لحظه از حرکت، مجموع انرژی پتانسیل الکتریکی گلوله (U_e) و انرژی پتانسیل گرانشی گلوله (U_g) است. با توجه به نتایج به دست آمده در مثال۱۵ می‌دانیم پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی B از پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی A به اندازه‌ی Ed کمتر است. پس :

$$V_B = V_A - Ed \Rightarrow qV_B = qV_A - qEd \Rightarrow U_{eB} = U_{eA} - qEd \quad (۵-۲)$$

در حرکت از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B ، ارتفاع گلوله به اندازه‌ی h کاهش یافته است. در نتیجه انرژی پتانسیل گرانشی گلوله در این حرکت به اندازه‌ی mgh کاهش می‌یابد. بنابراین :

$$U_{gB} = U_{gA} - mgh \quad (۶-۲)$$

اگر سرعت گلوله در نقطه‌ی B برابر V_x باشد، با توجه به قضیه‌ی پایستگی انرژی مکانیکی داریم :

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B$$

$$\Rightarrow (U_{gA} + U_{eA}) + \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = (U_{gB} + U_{eB}) + \frac{۱}{۲}mV_x^۲$$

اگر از رابطه‌های (۲-۵) و (۲-۶) استفاده کنیم، خواهیم داشت :

$$(U_{gA} + U_{eA}) + \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ = [(U_{gA} - mgh) + (U_{eA} - qEd)] + \frac{۱}{۲}mV_x^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mV_x^۲ = \frac{۱}{۲}mV_۰^۲ + mgh + qEd \Rightarrow V_x^۲ = V_۰^۲ + ۲gh + \frac{۲qEd}{m}$$

$$\Rightarrow V_x^۲ = ۳^۲ + ۲\times۱۰\times۱/۲۵ + \frac{۲\times(-۳\times۱۰^{-۶})\times۲\times۱۰^{۳}\times۱/۲۵}{۳\times۱۰^{-۳}} = ۹ + ۲۵ - ۵ = ۲۹$$

$$\Rightarrow V_x = \sqrt{۲۹}\, m/s \approx ۵/۳۸\, m/s$$

بخش دوم : مسأله‌ها

۱. فرض کنید کسی به شما می‌گوید در قانون کولن، به جای حاصل ضرب بارها (q_1q_2)، باید مجموع جبری آن‌ها $(q_1 + q_2)$ را قرار دهید. چه واقعیت‌های تجربی این گفته را رد می‌کنند؟

۲. اندازه‌ی هریک از دو بار الکتریکی مشابه که به فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متر از هم قرار دارند، چه‌قدر باشد تا نیروی دافعه‌ی بین آن‌ها ۱۰۰۰ نیوتن گردد.

۳. دو بار الکتریکی یکسان $q = +۱۰\ \mu C$ به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متر از هم قرار دارند. اگر نصف یکی را برداریم و به دیگری اضافه کرده و فاصله‌ی آنها را سه برابر کنیم، نیروی متقابل بارها در حالت جدید چند برابر حالت اول است. هریک از نیروها را به دست آورید.

۴. در یک لحظه‌ی مشخص دو ذره با بار الکتریکی مساوی $۳/۲m$ از هم فاصله دارند. شتاب ذره‌ی اول در این لحظه ۷ متر بر مجذور ثانیه و شتاب ذره‌ی دوم ۹ متر بر مجذور ثانیه است. اگر جرم ذره‌ی اول $۶/۳\times۱۰^{-۶}\ kg$ باشد، جرم ذره‌ی دوم و بار ذره‌ها را پیدا کنید. بارها فقط تحت تأثیر نیروی الکتریکی متقابل‌شان شتاب می‌گیرند.

۵. (۱) چه مقدار بار الکتریکی مثبت و مساوی باید بر روی زمین و ماه قرار داد تا جاذبه‌ی گرانشی آنها را خنثی کند؟ جرم زمین m_E و جرم ماه m_M است. (۲) چرا برای حل این مسأله به فاصله‌ی ماه تا زمین نیاز نمی‌باشد؟

۶. دو گلوله‌ی ریز با بارهای $q+$ و $q-$ در فاصله‌ی مشخصی از یک‌دیگر قرار دارند. به گلوله‌ها بار الکتریکی یکسان Q اضافه می‌کنیم. بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها تغییر نمی‌کند. نسبت Q به q چه قدر است؟

۷. مجموع بارهای دو کره‌ی کوچک که بار مثبت دارند، ۵۰ میکروکولن است. اگر وقتی که فاصله‌ی کره‌ها از هم ۳ متر است، هر کره با نیروی ۰/۶ نیوتن کره‌ی دیگر را براند، بار چگونه میان این کره‌ها تقسیم شده است؟

۸. دو کره‌ی کوچک رسانای مشابه که باردار می‌باشند، هنگامی که به فاصله‌ی نیم متر از هم قرار می‌گیرند، یکدیگر را با نیروی ۰/۱۰۸ نیوتن جذب می‌کنند. کره‌ها به وسیله‌ی یک سیم رسانا، به هم وصل می‌شوند. بعد از برداشتن سیم کره‌ها یکدیگر را با نیروی ۰/۰۳۶ نیوتن دفع می‌کنند. بار اولیه‌ی روی کره‌ها چه‌قدر بوده است؟

۹. بار الکتریکی Q به دو قسمت q و $Q-q$ تقسیم می‌شود. رابطه‌ی میان Q و q چگونه باشد تا نیروی دافعه‌ی کولنی میان دو قسمت که به فاصله‌ی معینی از هم قرار دارند، بیشینه باشد؟

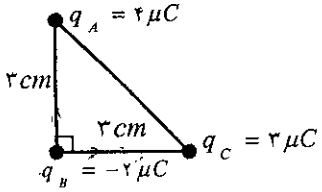
۱۰. دو بار نقطه‌ای $q_1 = -۴\,\mu C$ و $q_2 = +۹\,\mu C$ به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متر از هم قرار دارند. بار دیگری را در کجا قرار دهیم تا برآیند نیروهای وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 صفر شود.

۱۱. در شکل زیر بارهای q_1 و q_2 ثابت نگه داشته شده‌اند. بار q_3 می‌تواند آزادانه حرکت کند. اگر بخواهیم بار q_3 ثابت بماند، رابطه‌ی بین q_1 و q_2 چیست؟

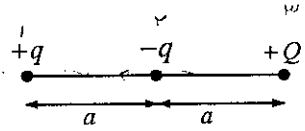
۱۲. دو بار نقطه‌ای $+q$ و $+۴q$ به فاصله‌ی l از هم قرار دارند. بار دیگری در مکانی قرار گرفته است که کل دستگاه در حال تعادل است. محل، اندازه و نوع آن بار را تعیین کنید.

۱۳. در شکل زیر نیروی وارد بر بارهای $+q$ و $-q$ برابر می‌باشد. نسبت $\frac{Q}{q}$ را به دست آورید.

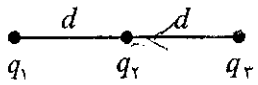
۱۴. در سه رأس مثلث ABC سه بار الکتریکی مطابق شکل زیر قرار گرفته‌اند. برآیند نیروهای وارد بر بار q_B چه‌قدر است؟



(شکل مسأله‌ی ۱۴)



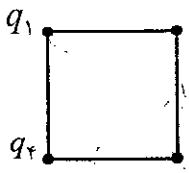
(شکل مسأله‌ی ۱۳)



(شکل مسأله‌ی ۱۱)

۱۵. چهار بار الکتریکی مطابق شکل روبه‌رو در چهار رأس یک مربع واقع شده‌اند. به طوری که $q_2 = q_4 = -۶\,\mu C$ می‌باشد. نوع و اندازه‌ی بار q_1 را تعیین کنید تا بار q_3 در تعادل باشد.

۱۶. چهار بارالکتریکی مطابق شکل روبه‌رو در چهار رأس مربعی واقع شده‌اند. اگر $q_1 = q_2 = -۵\,\mu C$ باشد، نوع و اندازه‌ی بار q_3 را تعیین کنید تا بار q_4 در حال تعادل باشد.



(شکل مسأله‌های ۱۵ و ۱۶)

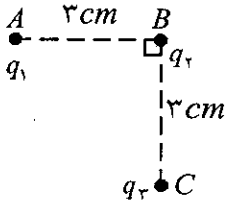
۱۷. در هر یک از دو گوشه‌ی مقابل یک مربع، بار Q قراردارد و در هر یک از دو گوشه‌ی مقابل دیگر نیز بار q قرار گرفته است. (۱) اگر برآیند نیروی الکتریکی وارد بر Q صفر باشد، Q و q با هم چه رابطه‌ای دارند؟ (۲) آیا می‌توان بارها را طوری انتخاب کرد که برآیند نیروی وارد بر هر یک از بارها صفر باشد؟

۱۸. سه بار $q_1 = +10\ \mu C$ ، $q_2 = +5\ \mu C$ و $q_3 = +12\ \mu C$ مطابق شکل زیر در نقاط A ، B و C قرار دارند. نیروی وارد بر بار q_3 را به دست آورید.

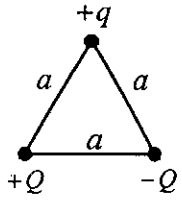
۱۹. سه بار نقطه‌ای $+4\ \mu C$ در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱۰ سانتی‌متر قرار گرفته‌اند. بزرگی و جهت نیروی وارد بر هر یک از این بارها را به دست آورید.

۲۰. سه بار، مطابق شکل زیر، یک مثلث متساوی الاضلاع تشکیل داده‌اند جهت نیروی وارد بر بار $+q$ چگونه است؟

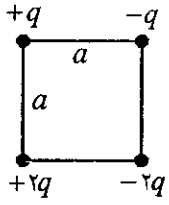
۲۱. در شکل زیر نیروی برآیند وارد بر بار $+2q$ چه‌قدر است؟ $q = 1\times10^{-7}\,C$ و $a = 5\,cm$.



(شکل مسأله‌ی ۱۸)



(شکل مسأله‌ی ۲۰)

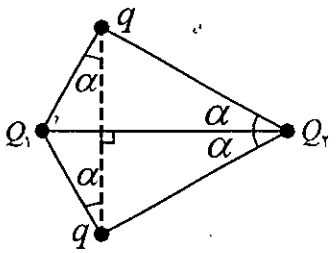


(شکل مسأله‌ی ۲۱)

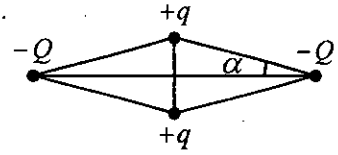
۲۲. در شکل زیر برآیند نیروهای وارد بر بارهای Q_1 و Q_2 صفراست. (۱) در مورد علامت بارهای q ، Q_1 و Q_2 بحث کنید. (۲) اگر $\alpha = 30^\circ$ باشد، نسبت $\frac{Q_1}{Q_2}$ را به دست آورید.

۲۳. در شکل زیر چهار بار الکتریکی در چهار رأس یک لوزی قرار دارند و برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر بار صفر است. (۱) α ، (۲) نسبت Q به q را به دست آورید.

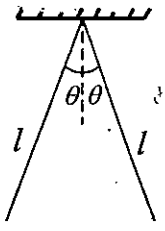
۲۴. دو گلوله‌ی کوچک مشابه به جرم m و بار الکتریکی یکسان مطابق شکل زیر، توسط نخهای ابریشمی به طول l آویزان شده‌اند. اگر زاویه‌ی بین امتداد نخها و راستای قائم در حالت تعادل، θ باشد، اندازه‌ی بار گلوله‌ها را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۲۲)



(شکل مسأله‌ی ۲۳)



(شکل مسأله‌ی ۲۴)

۲۵. سه گلوله‌ی کوچک به جرم m از یک نقطه‌ی مشترک به وسیله‌ی نخهای ابریشمی، که طول هر کدام L است، آویزان شده‌اند. گلوله‌ها بار یکسان q دارند و در رأس‌های یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a قرار گرفته‌اند. نشان دهید $q^2 = \frac{mg}{k} \times \frac{a^3}{\sqrt{9L^2 - 3a^2}}$.

۲۶. سه بار الکتریکی $q_1 = +2\,\mu C$ ، $q_2 = -2\mu C$ و $q_3 = +1\mu C$ به ترتیب در نقاط $A(0\ ,\ 0)$ ، $B(2cm\ ,\ 0)$ و $C(0\ ,\ 2cm)$ در صفحه‌ی مختصات واقع‌اند مقدار و جهت برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 را به دست آورید؟

۲۷. سه بار الکتریکی $q_1 = +10\ \mu C$ ، $q_2 = +5\ \mu C$ و $q_3 = +12\ \mu C$ به ترتیب در نقاط $A(0,3m)$ ، $B(3m,3m)$ و $C(3m,0)$ قرار دارند. جهت و اندازه‌ی نیروی وارد بر q_3 را به دست آورید.

۲۸. بار الکتریکی و مختصات دو ذره‌ی باردار که در صفحه‌ی xoy ثابت شده‌اند، عبارتند از $q_1 = +3\,\mu C$ ، $x_1 = 4\,cm$ ، $y_1 = 3\,cm$ ، $q_2 = -4\,\mu C$ ، $x_2 = -2\,cm$ و $y_2 = -5\,cm$.

(۱) بزرگی و جهت نیروی وارد بر بار q_2 را پیدا کنید. (۲) بار سوم $q_3 = +12 \times 10^{-6}\,C$ را در کجا باید قرار داد تا نیروی کل وارد بر q_2 صفر شود.

۲۹. استدلال کنید که میدان الکتریکی که در هر نقطه به صورت $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ تعریف می‌شود، فقط به مولد میدان الکتریکی و مکان آن نقطه بستگی دارد و به بار آزمون (q_0) بستگی ندارد.

۳۰. خطوط میدان الکتریکی همدیگر را قطع نمی‌کنند. چرا؟

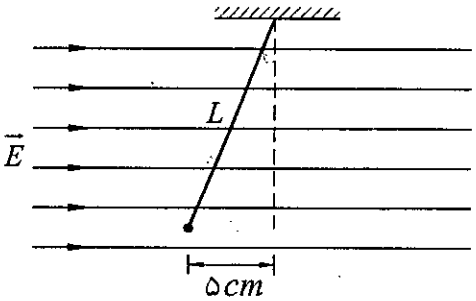
۳۱. دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = +2\mu C$ و $q_2 = -32\ \mu C$ در فاصله‌ی ۳۰ سانتی‌متر از یکدیگر ثابت شده‌اند. (۱) نیرویی را که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، حساب کنید. (۲) میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در مکان بار q_2 را به دست آورید و از این طریق نیرو را محاسبه کنید. (۳) میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در مکان بار q_1 را به دست آورده و از این طریق نیز نیرو را محاسبه کنید. (۴) میدان الکتریکی برآیند را در وسط دو بار به دست آورید.

۳۲. اندازه‌ی میدان الکتریکی در فاصله‌ی d از یک بار نقطه‌ای، ۱۶ نیوتن بر کولن و در فاصله‌ی $d + 20$ سانتی متر از آن ۹ نیوتن بر کولن است. d چند سانتی متر است؟

۳۳. دو بار $+2\,\mu C$ و $-5\,\mu C$ در فاصله‌ی ۶۰ سانتی‌متر از یکدیگر قرار دارند. در نقطه‌ی وسط پاره خطی که دو بار را به هم وصل می‌کند، میدان الکتریکی را به دست آورید و جهت آن را تعیین کنید.

۳۴. چه مقدار بارالکتریکی روی جسمی به جرم ۴ گرم باشد تا وقتی در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی ۶۰۰ نیوتن بر کولن که جهت آن در امتداد قائم و رو به بالا است، قرار می‌گیرد، در جای خود ثابت بماند؟

۳۵. گلوله‌ی گوچک بارداری به جرم ۲۴ گرم را به انتهای نخی به طول $L = ۱۳\ cm$ متصل می‌کنیم. مطابق شکل مقابل انتهای دیگر نخ به نقطه‌ای ثابت وصل شده و جسم در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $E = ۵۰۰\ N/C$ در حال تعادل است. نوع و اندازه‌ی بار الکتریکی جسم را تعیین کنید. شتاب گرانش زمین را $g = ۱۰\ m/s^۲$ فرض کنید.



۳۶. گلوله‌ای به وزن ۰/۳ نیوتن و بار الکتریکی ۵ میکروکولن را به انتهای نخی با وزن ناچیز بسته و آن را در یک میدان الکتریکی یکنواخت و افقی آویزان می‌کنیم. در نتیجه گلوله منحرف شده و راستای نخ با افق زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازد. بزرگی میدان الکتریکی را حساب کنید.

۳۷. برآیند میدان الکتریکی در نقطه‌ای که میان دو بار، روی خط واصل آنها قرار دارد، صفر است. چه نتیجه‌ای در مورد این بارها می‌توانید بگیرید؟

۳۸. دو ذره با بارهای $q_۱ = +۲\ \mu C$ و $q_۲ = -۸\ \mu C$ در فاصله‌ی ۱۲ سانتی‌متر از یکدیگر قرار دارند. در چه نقطه‌ای و در چه فاصله‌ای از بار $q_۱$ میدان الکتریکی برآیند صفر است؟

۳۹. بارهای نقطه‌ای $q_۱ = +۰/۲q$ و $q_۲ = -۵q$ در فاصله‌ی $a = ۵۰\ cm$ از هم قرار دارند. میدان الکتریکی حاصل از دو بار در چه نقطه‌ای صفر است؟

۴۰. (۱) میدان الکتریکی را در نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۶ سانتی‌متر از بار $q_۱ = +۴\ \mu C$ حساب کنید. (۲) بار $q = +۹\ \mu C$ را در چه فاصله‌ای از نقطه‌ی A قرار دهیم تا میدان حاصل از دو بار الکتریکی در نقطه‌ی A صفر شود.

۴۱. دو بار الکتریکی هم نام که اندازه‌ی یکی چهار برابر دیگری است در فاصله‌ی مشخصی از یکدیگر قرار دارند و برآیند میدان الکتریکی در وسط دو بار ۳۰۰ نیوتن بر کولن است. اگر بار بزرگتر را خنثی کنیم اندازه‌ی میدان در نقطه‌ی مذکور چند نیوتن بر کولن است.

۴۲. در شکل زیر بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه‌ی A برابر E است. اگر جای بارهای q_1 و q_2 عوض شود بزرگی میدان در نقطه‌ی A بدون تغییر جهت آن برابر $2E$ می‌شود. علامت دو بار و نسبت اندازه‌ی دو بار را به دست آورید.

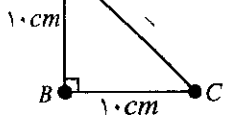
۴۳. در شکل زیر میدان الکتریکی ناشی از بارهای همنام q_1 و q_2 در نقطه‌ی M که روی خط واصل بارها قرار دارد نشان داده شده است. با دلیل توضیح دهید که نقطه‌ای که میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در آن صفر است در کدام طرف نقطه‌ی M قرار دارد؟

۴۴. میدان الکتریکی در وسط دو بار نقطه‌ای q_A و q_B برابر $\vec{E}$ است. اگر q_A خنثی شود، میدان الکتریکی در نقطه‌ی مذکور $-\vec{E}$ می‌شود. نسبت q_A به q_B را به دست آورید.

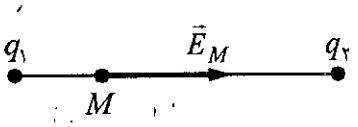
۴۵. دو بار نقطه‌ای $+۲۰\,\mu C$ در دو نقطه‌ی A و B و به فاصله‌ی ۳ سانتی‌متر از هم قرار دارند. میدان الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه‌ای مانند C واقع بر امتداد AB طوری است که مقدار یکی چهار برابر دیگری است. برآیند میدان‌های الکتریکی در نقطه‌ی C چه‌قدر است؟

۴۶. بار $+۱۶\times۱۰^{-۹}\,C$ در مبدأ مختصات، بار نامعلومی در نقطه‌ی $A(۳m,۰)$ و بار $+۱۲\times۱۰^{-۹}\,C$ در نقطه‌ی $B(۶m,۰)$ قرار دارند. هرگاه در نقطه‌ی $C(۸m,۰)$ میدان الکتریکی کل به بزرگی $۲۰/۲۵\ N/C$ و هم جهت با محور x باشد، اندازه‌ی بار نامعلوم چه‌قدر است؟

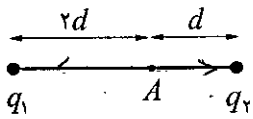
۴۷. در شکل زیر سه بار $+۲\,\mu C$ در سه رأس مثلث قرار دارند. (۱) برآیند نیروهای وارد بر بار موجود در نقطه‌ی B چه‌قدر است؟ (۲) میدان الکتریکی را در وسط وتر مثلث به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۴۷)



(شکل مسأله‌ی ۴۳)

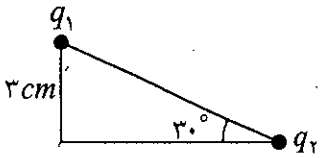


(شکل مسأله‌ی ۴۲)

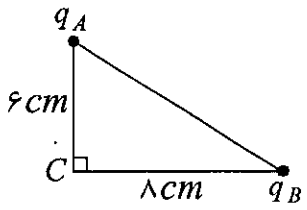
۴۸. دو ذره با بارهای $q_1=+۶\,\mu C$ و $q_2=+۸\,\mu C$ مطابق شکل صفحه‌ی بعد در دو گوشه‌ی مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقینی قرار دارند. (۱) بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه‌ی C چه‌قدر است؟ (۲) نیروی وارد بر بار $q_3=+۵\,\mu C$ در نقطه‌ی C چه‌قدر است؟

۴۹. در شکل صفحه‌ی بعد داریم $q_A=+۳/۶\,\mu C$ و $q_B=+۶/۴\,\mu C$. اندازه‌ی برآیند میدان الکتریکی را در نقطه‌ی C تعیین کنید؟

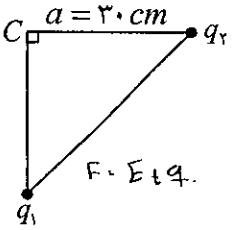
۵۰. دو ذره به بارهای $q_1 = -12\,nC$ و $q_2 = +48\,nC$ مطابق شکل زیر در دو رأس مثلث قائم الزاویه‌ای قرار دارند. بزرگی و جهت میدان الکتریکی را در رأس دیگر مثلث مشخص کنید.



(شکل مسأله‌ی ۵۰)



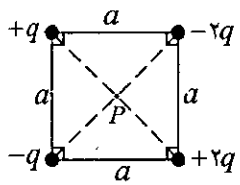
(شکل مسأله‌ی ۴۹)



(شکل مسأله‌ی ۴۸)

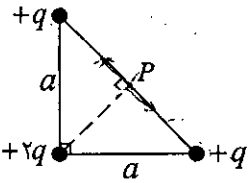
۵۱. در شکل زیر شعاع دایره $30\,cm$ است. میدان الکتریکی را در مرکز دایره به دست آورید.

۵۲. در شکل‌های زیر میدان الکتریکی در نقطه‌ی P چه‌قدر و در چه جهتی است؟

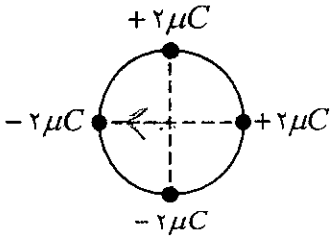


$(a = 5\,cm \text{ و } q = 0/1\,\mu C)$

(شکل۲ مسأله‌ی ۵۲)



(شکل۱ مسأله‌ی ۵۲)

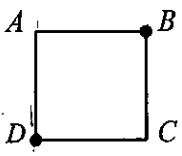


(شکل مسأله‌ی ۵۱)

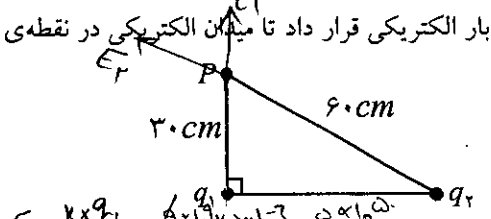
۵۳. در شکل زیر میدان حاصل از بارهای الکتریکی $q_1 = +5\,\mu C$ و $q_2 = +8\,\mu C$ را در نقطه‌ی P به دست آورید.

۵۴. چهار بار $+\sqrt{2}\,\mu C$ بر چهار رأس مستطیلی به ابعاد یک متر در دو متر قرار دارند. هرگاه بار $+2\,\mu C$ را در وسط یکی از طول‌های مستطیل قرار دهیم. (۱) بزرگی میدان الکتریکی در مکان بار $+2\,\mu C$ چه‌قدر است؟ (۲) نیروی وارد بار $+2\,\mu C$ چه‌قدر است؟

۵۵. در مربع شکل زیر اگر $q_B = +6\,\mu C$ و $q_D = +8\,\mu C$ و طول ضلع مربع $3\,cm$ باشد، (۱) برآیند میدان الکتریکی حاصل از این دو بار در نقطه‌ی A چه‌قدر است؟ (۲) آیا در نقطه‌ی C می‌توان یک بار الکتریکی قرار داد تا میدان الکتریکی در نقطه‌ی A برابر صفر شود؟ چرا؟



(شکل مسأله‌ی ۵۵)



(شکل مسأله‌ی ۵۳)

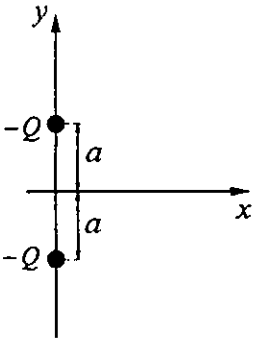
۵۶. سه بار $+۱۰۰\,\mu C$ در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۱۰ سانتی‌متر قرار دارند. (۱) نیروی وارد بر هر یک از بارها را تعیین کنید. (۲) میدان الکتریکی در محل برخورد سه میانه‌ی مثلث را معین کنید. (۳) میدان الکتریکی را در وسط یک ضلع مثلث تعیین نمایید.

۵۷. دو بار الکتریکی $q_B = +۲\,\mu C$ و $q_C = -۲\,\mu C$ در دو رأس B و C مثلث متساوی الاضلاع ABC به طول ضلع $۳۰\,cm$ قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی را در رأس A تعیین کنید.

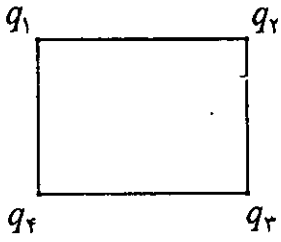
۵۸. با توجه به شکل زیر نشان دهید که اگر راستای میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی $q-$ و $Q+$ در نقطه‌ی A موازی خط واصل دو بار باشد، داریم $\frac{Q}{q} = (\frac{R}{r})^۲$.

۵۹. مطابق شکل زیر چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در رأس‌های یک مستطیل به طول $a = ۰/۴\,m$ و عرض $b = ۰/۳\,m$ قرار گرفته‌اند. (۱) اگر $q_۴ = +۲/۵\,\mu C$ باشد، علامت و اندازه‌ی بارهای $q_۱$ و $q_۳$ را طوری تعیین کنید که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ صفر شود. (۲) برای برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ و برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$ نشان دهید در هیچ حالت هر دو با هم صفر نمی‌شوند.

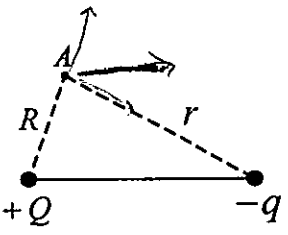
۶۰. در شکل زیر دو بار الکتریکی $Q-$ در فاصله‌ی $۲a$ از یکدیگر قرار دارند، (۱) در نقاط واقع بر خط واصل دو بار الکتریکی (محور y) میدان الکتریکی را تعیین کنید و نمودار تغییرات میدان الکتریکی را بر حسب y به صورت کیفی رسم کنید. (۲) در نقاط واقع بر عمود منصف پاره‌خط واصل دو بار الکتریکی (محور x) میدان الکتریکی را تعیین کنید و نمودار تغییرات میدان الکتریکی را بر حسب x به صورت کیفی رسم کنید.



(شکل مسأله‌ی ۶۰)

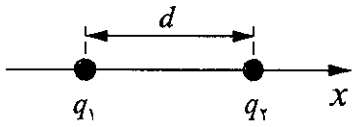


(شکل مسأله‌ی ۵۹)



(شکل مسأله‌ی ۵۸)

۶۱. مطابق شکل زیر بار q_1 در مکان $x_1 = 0$ و بار q_2 در مکان $x_2 = +d$ از محور x قرار دارند. میدان الکتریکی را در نقاط مختلف محور x به صورت تابعی بر حسب x به دست آورید. اگر جهت $\vec{E}$ به طرف راست باشد، E را مثبت و اگر به طرف چپ باشد، آن را منفی در نظر بگیرید. فرض کنید $q_1 = +1\,\mu C$ ، $q_2 = +3\,\mu C$ و $d = 10\,cm$ است.



۶۲. به دو کره‌ی فلزی که شعاع‌های آن‌ها $2\,cm$ و $3\,cm$ است به ترتیب $2\,\mu C$ و $3\,\mu C$ بار می‌دهیم. نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ی کوچکتر به کره‌ی بزرگتر چه‌قدر است؟

۶۳. مقدار مشخصی بار الکتریکی را بین دو کره‌ی رسانا به شعاع‌های r و Nr (N یک عدد طبیعی بزرگتر از یک است.) به نسبت حجم آن‌ها تقسیم می‌کنیم. نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ی بزرگتر به چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ی کوچکتر چه قدر است؟

۶۴. دو قطره‌ی جیوه‌ی کروی شکل مشابه دارای بار الکتریکی یکسانی هستند. اگر این دو قطره به یک‌دیگر بپیوندند و تشکیل یک قطره‌ی کروی شکل بزرگتر بدهند، چگالی سطحی بار الکتریکی قطره‌ی تشکیل شده چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی هر یک از قطره‌های اولیه خواهد بود؟

۶۵. از به هم پیوستن دو قطره‌ی جیوه‌ی کروی شکل که بار الکتریکی هم نام دارند و چگالی سطحی بار الکتریکی آن‌ها برابر است، یک قطره‌ی کروی شکل بزرگتر تشکیل می‌شود. (۱) نشان دهید چگالی سطحی بار الکتریکی قطره‌ی تشکیل شده از چگالی سطحی بار الکتریکی قطره‌های اولیه، بزرگتر است. (۲) نشان دهید نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی قطره‌ی تشکیل شده به چگالی سطحی بار الکتریکی هر یک از قطره‌های اولیه، از عدد $\sqrt[3]{2}$ کمتر است. (۳) اگر شعاع یکی از قطره‌های اولیه دو برابر شعاع قطره‌ی دیگر باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی قطره‌ی تشکیل شده چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی هر یک از قطره‌های اولیه خواهد بود؟

۶۶. دو کره‌ی رسانا با بار الکتریکی مثبت در اختیار داریم که چگالی سطحی بار الکتریکی آن‌ها برابر و شعاع یکی دو برابر شعاع دیگری است. چند درصد از بار الکتریکی کره‌ی بزرگتر به کره‌ی کوچکتر منتقل شود تا بار الکتریکی آن‌ها برابر شود.

۶۷. دو کره‌ی رسانا با بار الکتریکی مثبت در اختیار داریم که چگالی سطحی بار الکتریکی آن‌ها برابر و شعاع یکی چهار برابر شعاع دیگری است. چند درصد از بار الکتریکی کره‌ی بزرگتر به کره‌ی کوچکتر منتقل شود تا نسبت بار الکتریکی کره‌ها برابر نسبت شعاع کره‌ها شود.

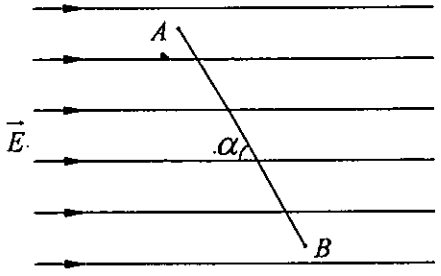
۶۸. در شکل زیر کره‌ی رسانایی روی یک پایه‌ی عایق قرار دارد. میله‌ی شیشه‌ای با بار مثبت را به آن نزدیک می‌کنیم پتانسیل الکتریکی نقاط A، B و C را با هم مقایسه کنید.

۶۹. برای انتقال بار $+۵\,\mu C$ از زمین به یک جسم باردار ۲ ژول کار انجام شده است. پتانسیل الکتریکی جسم باردار را با فرض صفر بودن پتانسیل زمین به دست آورید.

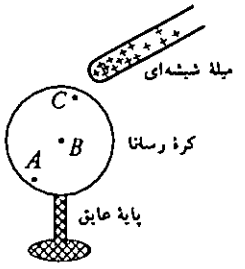
۷۰. بین دو صفحه‌ی رسانا و موازی به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر، اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت برقرار می‌کنیم. معلوم کنید بر بار الکتریکی $-۱\,\mu C$ که بین دو صفحه است، چه نیرویی وارد می‌شود؟

۷۱. دو صفحه‌ی رسانا به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از هم و موازی یکدیگر به طور افقی قرار دارند. اختلاف پتانسیل صفحه‌ی بالایی نسبت به صفحه‌ی پایینی $۳۰\,V$ است. ذره‌ای به جرم $۰/۶\,g$ در فضای بین دو صفحه معلق و به حال سکون است. اندازه‌ی بار این ذره و نوع آن را مشخص کنید.

۷۲. مطابق شکل زیر در یک میدان الکتریکی یکنواخت به شدت $E = ۱/۲\times۱۰^{۶}\ N/C$ ، بار الکتریکی $q = -۴\,\mu C$ را روی خط AB، از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B منتقل می‌کنیم. اگر $AB = ۵۰\ cm$ و $\alpha = ۶۰^{\circ}$ ، در این جابه‌جایی میدان الکتریکی چند ژول کار انجام می‌دهد؟



(شکل مسأله‌ی ۷۲)



(شکل مسأله‌ی ۶۸)

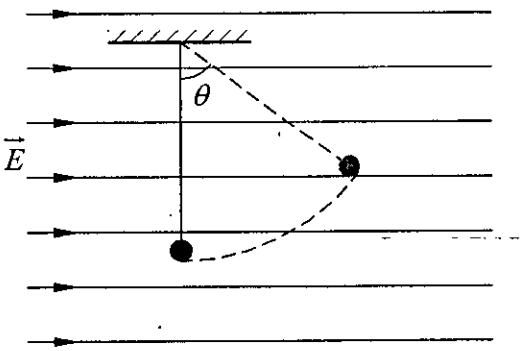
۷۳. در یک میدان الکتریکی یکنواخت با بزرگی $۵\times۱۰^{۳}\ V/m$ بار الکتریکی $-۴\,\mu C$ روی دایره‌ای به شعاع ۲۵ سانتی‌متر که صفحه‌ی آن موازی با امتداد میدان الکتریکی است می‌چرخد. اختلاف بیشینه و کمینه‌ی انرژی پتانسیل الکتریکی بار چه قدر است؟

۷۴. گلوله‌ی کوچکی به جرم یک گرم را که دارای بار الکتریکی $q = -۵\,\mu C$ است، در یک میدان الکتریکی یکنواخت رها می‌کنیم. گلوله با شتاب ثابت $a = ۲\,m/s^{۲}$ ، در راستای قائم به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند. (۱) راستا، سو و بزرگی میدان الکتریکی را تعیین کنید. (۲) در دو ثانیه‌ی اول حرکت گلوله، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی ژول و چگونه (افزایش یا کاهش) تغییر می‌کند؟ (۳) قسمت‌های (۱) و (۲) مسأله را برای حالتی که گلوله پس از رها شدن با شتاب

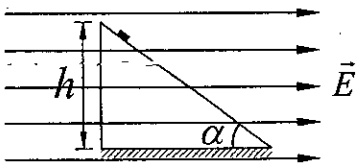
ثابت $a = ۲m/s^۲$ ، در راستای قائم به طرف پایین شروع به حرکت کند، دوباره حل کنید. (۴) قسمت‌های (۱) و (۲) مسأله را برای حالتی که گلوله پس از رها شدن با شتاب ثابت $a' = ۱۲\, m/s^۲$ ، در راستای قائم به طرف پایین شروع به حرکت کند، بار دیگر حل کنید. شتاب گرانش زمین را $g = ۱۰\, m/s^۲$ فرض کنید.

۷۵. در شکل زیر میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی E در راستای افقی و در جهت نشان داده شده ایجاد شده است. جسم کوچکی به جرم m و بار q از بالای سطح شیبدار بدون اصطکاک رها می‌شود و جسم تا پایین سطح شیبدار حرکت می‌کند. (۱) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی جسم چقدر است؟ (۲) جسم با چه سرعتی به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد؟ $E = ۴\times۱۰^۴ N/C$ ، $\alpha = ۳۷^\circ$ ، $h = ۳m$ ، $m = ۲kg$ و $q = -۲۵۰\, \mu C$.

۷۶. مطابق شکل زیر در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی، گلوله‌ای به جرم $m = ۲g$ که دارای بار الکتریکی $q = +۴\, \mu C$ است، توسط نخ سبک به نقطه‌ی ثابتی متصل شده است. اگر گلوله از حالتی که نخ کشیده شده و قائم است، رها شود، بیشینه زاویه‌ی انحراف نخ نسبت به امتداد قائم $\theta = ۵۳^\circ$ خواهد بود. (۱) بزرگی میدان الکتریکی را به دست آورید. (۲) بین لحظه‌ای که گلوله رها می‌شود تا لحظه‌ای که زاویه‌ی نخ نسبت به امتداد قائم بیشینه مقدار شود، در یک لحظه برآیند نیروهای وارد بر گلوله صفر می‌شود. در این لحظه امتداد نخ با راستای قائم چه زاویه‌ای دارد؟ شتاب گرانش زمین را $g = ۱۰\, m/s^۲$ فرض کنید.



(شکل مسأله‌ی ۷۶)



(شکل مسأله‌ی ۷۵)

۷۷. در شکل زیر میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی E در راستای افقی و در جهت نشان داده شده ایجاد شده است. جسم کوچک بار داری به جرم m از نقطه‌ی A روی سطح نیم‌دایره‌ای شکل با شعاع R که بدون اصطکاک است، رها می‌شود. جسم پس از حرکت روی سطح در نقطه‌ی B از این سطح متوقف می‌شود. (۱) با توجه به شکل، علامت بار الکتریکی جسم چیست؟ (۲) تغییر پتانسیل الکتریکی جسم چه قدر است؟ (۳) تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم چه قدر است؟ (۴) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی جسم چه قدر است؟ (۵) اندازه‌ی بار الکتریکی جسم چه قدر است؟ (۶) بیشترین سرعت جسم بین نقاط A و B چه قدر است؟ $g = ۱۰\, m/s^۲$

$E = ۴\times ۱۰^۵\, N/C$ ، $\beta = ۵۳^\circ$ ، $\alpha = ۳۷^\circ$ ، $m = ۷۰\, g$ و $R = ۵۰\, cm$.

۷۸. با توجه به دوقطبی شکل زیر، با ارائه‌ی توضیحات کافی به سؤالات زیر پاسخ دهید.

(۱) جهت میدان الکتریکی دوقطبی در نقطه‌ی E چگونه است؟

(۲) راستا و سوی میدان الکتریکی دوقطبی در نقطه‌ی C چگونه است؟

(۳) بزرگی میدان الکتریکی دوقطبی در نقطه‌ی A بیش‌تر است یا نقطه‌ی B؟ چرا؟

(۴) بزرگی میدان الکتریکی دوقطبی در نقطه‌ی C بیش‌تر است یا نقطه‌ی D؟ چرا؟

(۵) بزرگی میدان الکتریکی دوقطبی در نقطه‌ی E بیش‌تر است یا نقطه‌ی F؟ چرا؟

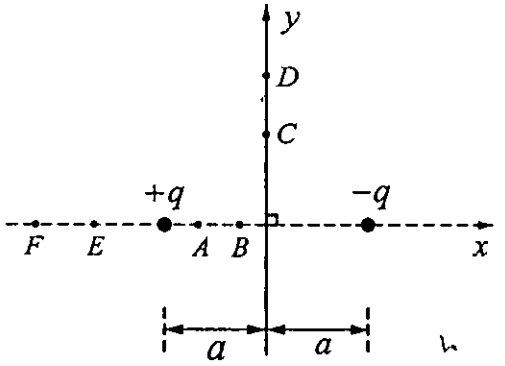
(۶) آیا در نقطه‌ای از فضای اطراف دوقطبی، میدان الکتریکی دوقطبی صفر می‌شود؟ چرا؟

(۷) پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی E بیش‌تر است یا نقطه‌ی F؟ چرا؟

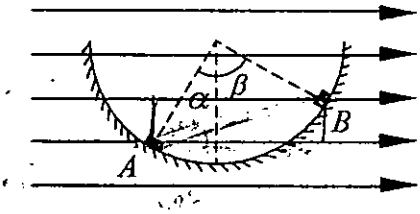
(۸) پتانسیل الکتریکی نقطه‌ی C بیش‌تر است یا نقطه‌ی D؟ چرا؟

(۹) نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی بر روی محور x را به صورت کیفی رسم کنید.

(۱۰) نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی بر روی محور y را به صورت کیفی رسم کنید.



(شکل مسأله‌ی ۷۸)



(شکل مسأله‌ی ۷۷)

۷۹. با توجه به شکل زیر، با ارائه‌ی توضیحات کافی به سؤالات زیر پاسخ دهید.

(۱) جهت (راستا و سو) میدان الکتریکی در نقطه‌ی A چگونه است؟ چرا؟

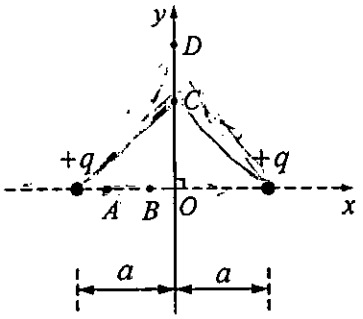
(۲) بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه‌ی A بیش‌تر است یا نقطه‌ی B؟ چرا؟

(۳) پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی C بیش‌تر است یا نقطه‌ی D؟ چرا؟

(۴) اگر $q = ۵\ \mu C$ ، $a = ۳\ cm$ و $OC = ۴\ cm$، جهت و بزرگی میدان را در نقطه‌ی C بیابید.

(۵) نمودار تغییرات پتانسیل الکتریکی بر روی محور x را به صورت کیفی رسم کنید.

(۶) نمودار تغییرات بزرگی میدان الکتریکی بر روی محور y را به صورت کیفی رسم کنید.

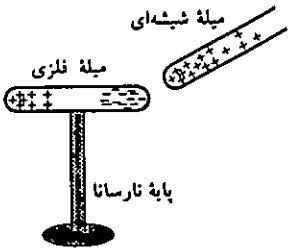


۸۰ چرا آزمایشهای الکتروستاتیک در روزهای مرطوب نتیجه‌ی مطلوب نمی‌دهند؟

۸۱ اگر یک سکه را بین انگشتان خود به سرعت مالش بدهید، به نظر نمی‌رسد که بر اثر مالش باردار بشود. چرا؟

۸۲ اگر به سرعت در محلی که با موکت مفروش شده است، راه بروید غالباً در موقع تماس شما با دستگیره‌ی در، جرقه‌ای زده می‌شود. (۱) علت این امر چیست؟ (۲) چگونه می‌توان از وقوع آن جلوگیری کرد؟

۸۳ اگر یک میله‌ی شیشه‌ای باردار را در نزدیکی انتهای یک میله‌ی فلزی بدون بار، که بر روی پایه‌ی نارسانایی قرار دارد، مطابق شکل زیر، نگه داریم، همان طور که دیده می‌شود الکترون‌ها به یک انتها کشیده می‌شوند. چرا جریان الکترون‌ها متوقف می‌شود؟ توجه کنید که در میله‌ی فلزی، منبع تقریباً پایان ناپذیری از الکترون‌ها وجود دارد.



۸۴ خرده‌های خاکه چوب پنبه‌ی خشک جذب یک میله‌ی باردار می‌شوند و پس از تماس با میله غالباً به شدت از آن دور می‌شوند. علت را توضیح دهید.

۸۵ دو کره‌ی فلزی که بر روی پایه‌های نارسانای قابل حملی سوارند، داریم. (۱) راهی پیدا کنید که آن کره‌ها، دارای بارهای مساوی و با علامت مخالف بشوند. برای این کار می‌توانید از یک میله‌ی شیشه‌ای که با ابریشم مالش داده شده است، استفاده کنید ولی نباید آن را با کره‌ها تماس بدهید. (۲) آیا اندازه‌ی این کره‌ها باید یکسان باشد تا روش شما مؤثر واقع شود؟

۸۶ (۱) در سؤال قبل، راهی پیدا کنید که آن کره‌ها، دارای بارهای مساوی با علامت یکسان بشوند. (۲) آیا در این حالت نیازی به یکسان بودن اندازه‌ی کره‌ها هست؟

۸۷ (۱) یک میله‌ی شیشه‌ای که دارای بار مثبت است، جسم آویخته‌ای را می‌رباید. آیا می‌توان نتیجه گرفت که جسم آویخته دارای بار منفی است؟ (۲) یک میله‌ی شیشه‌ای که بار مثبت دارد، جسم آویخته‌ای را می‌راند. آیا می‌توان نتیجه گرفت که آن جسم دارای بار مثبت است؟

بخش سوم : آزمون پایانی

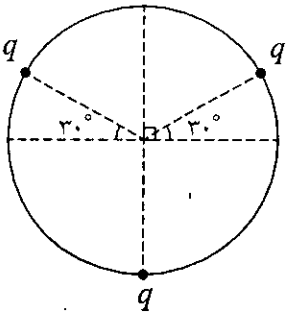
مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه

سؤال یک. توضیح دهید که چرا مقدار بار آزمونی را که برای اندازه‌گیری میدان الکتریکی به کار می‌بریم، باید کوچک انتخاب شود.

سؤال دو. می‌خواهیم میدان الکتریکی یک کره‌ی رسانای با بار مثبت را در نقطه‌ای بسیار نزدیک به آن اندازه بگیریم. برای این کار بار آزمون کوچک q_0 را در نقطه‌ی مورد نظر قرارداده و نیروی F_0 وارد بر آن را اندازه می‌گیریم. میدان الکتریکی E در آن نقطه را (در غیاب بار q_0) با مقدار $\frac{F_0}{q_0}$ به دست آمده مقایسه کنید. در مورد علامت بار q_0 نیز بحث کنید.

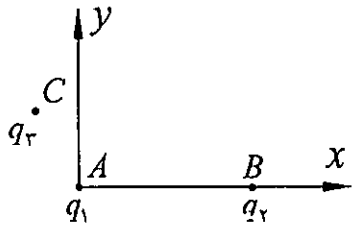
سؤال سه. دو کره‌ی رسانا به شعاع‌های $r_1 = ۱۰\ cm$ و $r_2 = ۲۰\ cm$ دارای بارهای الکتریکی $q_1 = ۲۰\ \mu C$ و $q_2 = ۴۰\ \mu C$ می‌باشد. نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی در کره‌ی کوچک به کره‌ی بزرگ چه قدر است؟

سؤال چهار. سه بار مشابه دارای بار الکتریکی $q = +۵\ \mu C$ مطابق شکل زیر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۲ متر قرار گرفته‌اند. بزرگی میدان الکتریکی را در مرکز این دایره حساب کنید.



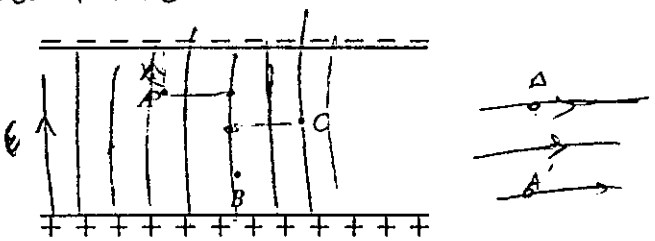
سؤال پنج. دو کره‌ی فلزی کوچک با شعاع‌های مساوی و بارهای الکتریکی همنام q و $۵q$ به فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند و برهم نیروی F_1 وارد می‌کنند. اگر دو کره را باهم تماس داده و مجدداً به همان فاصله‌ی d قرار دهیم نیروی کولنی‌ای که به هم وارد می‌کنند چند برابر حالت قبل می‌شود؟

سؤال ششم. در صفحه‌ی xy مطابق شکل روبه‌رو سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = +1\,\mu C$ ، $q_2 = -4\,\mu C$ و $q_3 = -2\,\mu C$ به ترتیب در نقاط $A(0,0)$ ، $B(40\,cm, 0)$ و $C(-10\,cm, 10\sqrt{3}\,cm)$ قرارداده شده‌اند. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 را رسم کنید، بزرگی و زاویه‌ی آن با محور x را به دست آورید.



سؤال هفتم. گلوله‌ای به وزن ۰/۳ نیوتن و بار الکتریکی ۵ میکروکولن را به انتهای نخ بی‌جرمی بسته و آن را در یک میدان الکتریکی یکنواخت و افقی آویزان می‌کنیم. در نتیجه گلوله منحرف شده و راستای نخ با افق زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازد. شدت میدان الکتریکی را حساب کنید.

سؤال هشتم. در شکل زیر فاصله‌ی بین دو صفحه یک سانتی‌متر و اختلاف پتانسیل بین آن‌ها ۲۰۰ ولت است و میدان الکتریکی یکنواختی بین دو صفحه ایجاد شده است. (۱) پتانسیل الکتریکی نقاط A ، B و C را با هم مقایسه کنید. (۲) شدت میدان الکتریکی بین دو صفحه و پتانسیل الکتریکی را در نقاط A ، B و C به دست آورید. فاصله‌ی نقاط A ، B و C تا صفحه منفی به ترتیب $1/5\,mm$ ، $8/5mm$ و $2mm$ است. صفحه منفی را مبدأ پتانسیل بگیرید.



سؤال نهم. دو کره‌ی رسانا با بار الکتریکی هم نام در اختیار داریم که چگالی سطحی بار الکتریکی آن‌ها برابر و شعاع یکی پنج برابر شعاع دیگری است. چند درصد از بار الکتریکی کره‌ی بزرگتر به کره‌ی کوچکتر منتقل شود تا بار الکتریکی آنها برابر شود.

شماره سؤال	یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه
نمره	۱/۵	۱/۵	۲	۲/۵	۲	۳	۲/۵	۳	۲

فصل سوم

جریان الکتریکی
و مدارهای جریان مستقیم

مقاومت الکتریکی / قانون اهم / مقاومت معادل / تقسیم جریان
تقسیم ولتاژ / مدارهای تک حلقه / قوانین کیرشهف
مدارهای چند حلقه / پل وتستون
توان / آمپرسنج و ولتسنج

مدرسه می‌تواند با اعمال نفوذهای خودکامانه یا با تحمیل بارهای معنوی بیش از حد بر جوانان، تکوین و رشد آزادی درونی را کند یا متوقف سازد. از سوی دیگر، مدارس می‌توانند با تشویق تفکر و اندیشه‌ی مستقل، زمینه‌ی مساعدی برای شکوفایی آزادی درونی به وجود آورند. تنها هنگامی که آزادی برونی و درونی به نحوی پیوسته و آگاهانه رشد یابد، می‌توان امیدوار بود که شکوفایی و کمال معنوی تحقق پذیرد و بدین‌سان، زندگی درونی و برونی آدمی بهبود یابد.

آلبرت اینشتین

بخش اول : مثال‌های نمونه

مثال۱. یک مفتول مسی به شعاع a دارای یک پوشش آلومینیومی به ضخامت b است. مقاومت ویژه‌ی آلومینیم و مس به ترتیب $۲/۷\times۱۰^{-۸}$ و $۱/۷\times۱۰^{-۸}$ اهم‌متر است. رابطه‌ی a و b را پیدا کنید، تا اگر جریان الکتریکی از این سیم عبور کند، جریان الکتریکی عبوری از دو فلز برابر باشد.

راه حل. اختلاف پتانسیل دو سر مفتول مسی و پوشش آلومینیومی آن برابر است. اگر جریان عبوری از دو فلز نیز یکسان باشد، مقاومت فلزها برابر است. برای طول l از این سیم داریم :

$$\left.\begin{array}{l} R_{Cu}=\rho_{Cu}\dfrac{l}{A_{Cu}}\ ,\ R_{Al}=\rho_{Al}\dfrac{l}{A_{Al}} \\ R_{Cu}=R_{Al} \end{array}\right\}\Rightarrow \rho_{Cu}\frac{l}{A_{Cu}}=\rho_{Al}\frac{l}{A_{Al}}\Rightarrow\frac{\rho_{Cu}}{A_{Cu}}=\frac{\rho_{Al}}{A_{Al}}$$

$$\Rightarrow\frac{۱/۷\times۱۰^{-۸}}{\pi a^{۲}}=\frac{۲/۷\times۱۰^{-۸}}{\pi(a+b)^{۲}-\pi a^{۲}}\Rightarrow ۱/۷[(a+b)^{۲}-a^{۲}]=۲/۷a^{۲}$$

$$\Rightarrow ۱۷(a+b)^{۲}=۴۴a^{۲}\Rightarrow b=(\sqrt{\frac{۴۴}{۱۷}}-۱)a$$

مثال۲. مقاومت الکتریکی یک سیم مسی در دمای ۲۰ درجه‌ی سلسیوس نصف مقاومت الکتریکی آن در دمای θ درجه‌ی سلسیوس است. θ چند درجه‌ی سلسیوس است؟ ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی مس در دمای ۲۰ درجه‌ی سلسیوس برابر $\frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۳}$ روی کلوین است.

راه حل.

$$R_\theta=۲R_{۲۰}\Rightarrow R_{۲۰}(۱+\alpha\Delta\theta)=۲R_{۲۰}\Rightarrow\alpha\Delta\theta=۱\Rightarrow\frac{۲}{۳}\times۱۰^{-۳}\Delta\theta=۱$$

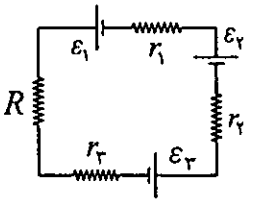
$$\Rightarrow\Delta\theta=۱۵۰^\circ C\Rightarrow\theta-۲۰^\circ C=۱۵۰^\circ C\Rightarrow\theta=۱۷۰^\circ C$$

مثال۳. از یک رسانا در مدت T ، تعداد N الکترون آزاد عبور می‌کند و انرژی الکتریکی U مصرف می‌شود. مقاومت الکتریکی رسانا چه قدر است؟ بار الکتریکی الکترون را e فرض کنید.

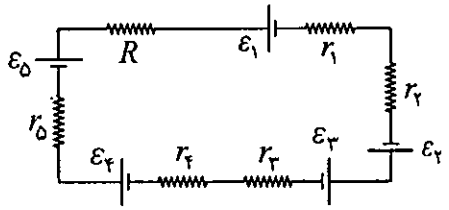
راه حل.

$$P=RI^{۲}\Rightarrow\frac{U}{T}=R(\frac{q}{T})^{۲}\Rightarrow UT=Rq^{۲}\Rightarrow UT=R(Ne)^{۲}\Rightarrow R=\frac{UT}{N^{۲}e^{۲}}$$

مثال۴. در هر یک مدارهای الکتریکی شکل‌های ۳-۱ و ۳-۲ جریان الکتریکی مدار را بیابید.



(شکل ۳-۱) ـ مدار (۱)



(شکل ۳-۲) ـ مدار (۲)

راه حل. مدار (۱) : در این مدار نیروی محرکه‌های هر سه مولد در جهت پادساعتگرد به بارهای الکتریکی مدار انرژی جنبشی می‌دهند. پس جریان الکتریکی مدار در جهت پادساعتگرد ایجاد می‌شود. در مدار (۱) شکل ۳-۱ ، محل اتصال مولد ε_1 به مقاومت R را گره‌ی A می‌نامیم و از گره‌ی A در جهت ساعتگرد از اجزای مدار عبور می‌کنیم و تغییرات پتانسیل را می‌نویسیم. توجه کنید که از مقاومت‌ها در خلاف جهت جریان الکتریکی مدار عبور می‌کنیم که این امر باعث افزایش پتانسیل در هنگام عبور از مقاومت‌ها می‌شود.

$$V_A - \varepsilon_1 + r_1 I - \varepsilon_2 + r_2 I - \varepsilon_3 + r_3 I + RI_3 = V_A$$

$$\Rightarrow r_1 I + r_2 I + r_3 I + RI_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{r_1 + r_2 + r_3 + R}$$

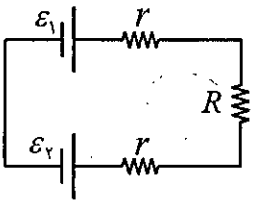
مدار (۲) : در این مدار نیروی محرکه‌های مولدها در جهت‌های متفاوت به بارهای الکتریکی مدار انرژی جنبشی می‌دهند. پس جهت جریان الکتریکی مدار معلوم نیست و به اندازه‌های نیروی محرکه‌ی مولدها بستگی دارد. مولدهای ε_1 و ε_3 در جهت پادساعتگرد و مولدهای ε_2 ، ε_4 و ε_5 در جهت ساعتگرد به بارهای الکتریکی مدار انرژی جنبشی می‌دهند. اگر $\varepsilon_2 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5$ از $\varepsilon_1 + \varepsilon_3$ بیش‌تر باشد، جریان الکتریکی در جهت دل‌خواه مولدهای ε_2 ، ε_4 و ε_5 (جهت ساعتگرد) و اگر $\varepsilon_2 + \varepsilon_4 + \varepsilon_5$ از $\varepsilon_1 + \varepsilon_3$ کم‌تر باشد، جریان الکتریکی در جهت دل‌خواه مولدهای ε_1 و ε_3 (جهت پادساعتگرد) ایجاد می‌شود. فرض می‌کنیم جهت جریان الکتریکی در مدار ساعتگرد است. در مدار (۲) شکل ۳-۲ ، محل اتصال مولد ε_1 به مقاومت R را گره‌ی A می‌نامیم و از گره‌ی A در جهت ساعتگرد از اجزای مدار عبور می‌کنیم و تغییرات پتانسیل را می‌نویسیم. توجه کنید که از مقاومت‌ها در جهت جریان الکتریکی مدار عبور می‌کنیم که این امر باعث کاهش پتانسیل در هنگام عبور از مقاومت‌ها می‌شود.

$$V_A - \varepsilon_1 - r_1 I - r_2 I + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 - r_3 I - r_4 I + \varepsilon_4 - r_5 I + \varepsilon_5 - RI_3 = V_A$$

$$\Rightarrow -r_1 I - r_2 I - r_3 I - r_4 I - r_5 I - RI_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 - \varepsilon_5$$

$$\Rightarrow I=\frac{(\varepsilon_5+\varepsilon_4+\varepsilon_2)-(\varepsilon_3+\varepsilon_1)}{r_1+r_2+r_3+r_4+r_5+R}$$

توجه کنید که اگر جهت جریان الکتریکی برعکس (پادساعتگرد) فرض شود، مقدار جریان قرینه‌ی مقدار فعلی به دست می‌آید. نتیجه می‌گیریم که اگر جهت جریان الکتریکی اشتباه فرض شود، جریان الکتریکی مقداری منفی اما با اندازه‌ی درست به دست می‌آید.



(شکل ۳-۳)

مثال۵. در مدار الکتریکی شکل ۳-۳ اختلاف پتانسیل مقاومت R برابر نیروی محرکه‌ی مولد ε_1 است. چه رابطه‌ای بین اجزای مدار برقرار بوده است؟

راه حل. اختلاف پتانسیل مقاومت R برابر نیروی محرکه‌ی مولد ε_1 است و جریان الکتریکی مقاومت R یا همان جریان الکتریکی مدار برابر $I=\frac{\varepsilon_1}{R}$ است. با توجه به این‌که مولدها در جهت‌های مختلفی می‌خواهند در مدار جریان الکتریکی ایجاد کنند، جهت جریان الکتریکی معلوم نیست و باید دو حالت برای حل مساله فرض شود.

(۱) اگر ε_1 از ε_2 بیش‌تر باشد، جهت جریان الکتریکی در مدار ساعتگرد است و داریم :

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R+2r}=\frac{\varepsilon_1}{R}\Rightarrow R(\varepsilon_1-\varepsilon_2)=(R+2r)\varepsilon_1\Rightarrow 2r\varepsilon_1+R\varepsilon_2=0\Rightarrow$$

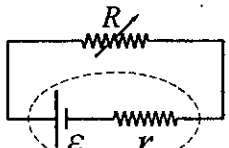
جواب ندارد.

(۲) اگر ε_1 از ε_2 کم‌تر باشد، جهت جریان الکتریکی در مدار پادساعتگرد است و داریم :

$$I=\frac{\varepsilon_2-\varepsilon_1}{R+2r}=\frac{\varepsilon_1}{R}\Rightarrow R(\varepsilon_2-\varepsilon_1)=(R+2r)\varepsilon_1\Rightarrow R\varepsilon_2=2(R+r)\varepsilon_1$$

این مساله تنها در حالتی امکان پذیر است که ε_1 از ε_2 کم‌تر باشد و داریم :

$$R\varepsilon_2=2(R+r)\varepsilon_1$$



(شکل ۳-۴)

مثال۶.* مطابق شکل ۳-۴ مقاومت متغیر R به دو سر یک مولد با نیروی محرکه‌ی ε و مقاومت درونی r متصل شده است. (۱) جریان مدار را به صورت تابعی از مقاومت R به دست آورید و نمودار تغییرات آن را بر حسب مقاومت R رسم کنید.

---

* این مثال را بعد از یادگرفتن مبحث"رسم توابع" (و به صورت خاص رسم توابع هموگرافیک) در درس ریاضی مطالعه کنید.

(۲) اختلاف پتانسیل دو سر مولد را به صورت تابعی از جریان مدار به دست آورید و نمودار تغییرات آن را بر حسب جریان مدار رسم کنید. (۳) اختلاف پتانسیل دو سر مولد را به صورت تابعی از مقاومت R به دست آورید و نمودار تغییرات آن را بر حسب مقاومت R رسم کنید. (۴) توان مفید مولد را به صورت تابعی از جریان مدار به دست آورید و نمودار تغییرات آن را بر حسب جریان مدار رسم کنید. (۵) توان مفید مولد را به صورت تابعی از مقاومت R به دست آورید و نمودار تغییرات آن را بر حسب مقاومت R رسم کنید.

راه حل. (۱) در این مدار الکتریکی داریم $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$. با توجه به این رابطه نمودار جریان مدار بر حسب مقاومت R ، نمودار شکل۳-۵ است که یک منحنی هموگرافیک است. البته با شرایط فیزیکی فقط قسمت $R \geq 0$ معنی دارد.

(۲) اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطه‌ی $V = \varepsilon - Ir = -rI + \varepsilon$ به دست می‌آید. با توجه به این رابطه نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد بر حسب جریان مدار، خط راست و به صورت نمودار شکل ۳-۶ است. البته با شرایط فیزیکی این مسأله، فقط ناحیه‌ی $0 \leq I \leq \frac{\varepsilon}{r}$ معنی دارد (به شکل ۳-۵ توجه کنید).

(۳) اختلاف پتانسیل دو سر مولد بر حسب مقاومت R به این صورت به دست می‌آید.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} V = \varepsilon - r\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{R+r}$$

با توجه به این رابطه نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد بر حسب مقاومت R، نمودار شکل۳-۷ است که یک منحنی هموگرافیک است. البته با شرایط فیزیکی این مسأله، فقط ناحیه‌ی $0 \leq V \leq \varepsilon$ معنی دارد (به شکل ۳-۶ توجه کنید).

(۴) توان مفید مولد از رابطه‌ی $P = \varepsilon I - rI^2 = -rI^2 + \varepsilon I$ به دست می‌آید. با توجه به این رابطه نمودار توان مفید مولد بر حسب جریان آن، سهمی و به صورت نمودار شکل ۳-۸ است. البته با شرایط فیزیکی این مسأله، فقط ناحیه‌ی $0 \leq I \leq \frac{\varepsilon}{r}$ معنی دارد (به شکل۳-۵ توجه کنید).

(۵) توان مفید مولد بر حسب مقاومت R به این صورت به دست می‌آید.

$$\Rightarrow P = I(\varepsilon - rI) \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}} P = \frac{\varepsilon}{R+r}[\varepsilon - \frac{r\varepsilon}{R+r}] \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}$$

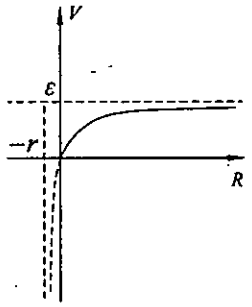
برای رسم دقیق نمودار توان مفید مولد بر حسب مقاومت R ، نقاط بیشینه و عطف این تابع را به دست می‌آوریم.

$$P=\frac{\varepsilon^{2}R}{(R+r)^{2}}\Rightarrow\frac{dP}{dR}=\frac{\varepsilon^{2}(r-R)}{(R+r)^{3}}\Rightarrow\frac{d^{2}P}{dR^{2}}=\frac{2\varepsilon^{2}(R-2r)}{(R+r)^{4}}$$

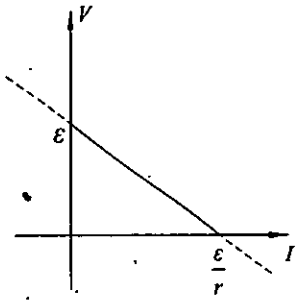
$$\frac{dP}{dR}=0\Rightarrow R=r\ ,\ \frac{d^{2}P}{dR^{2}}=0\Rightarrow R=2r$$

نمودار توان مفید باتری بر حسب مقاومت R، به صورت نمودار شکل ۳-۹ است.

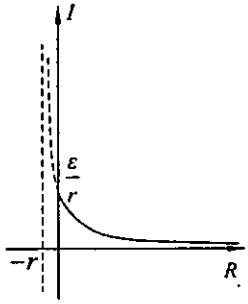
توجه : به ازای عبور جریان الکتریکی $I=\frac{\varepsilon}{2r}$ یا اتصال به مقاومت مصرفی $R=r$ ، توان مفید یک مولد بیش‌ترین مقدار ممکن است و بیش‌ترین مقدار آن برابر $P_{max}=\frac{\varepsilon^{2}}{4r}$ است.



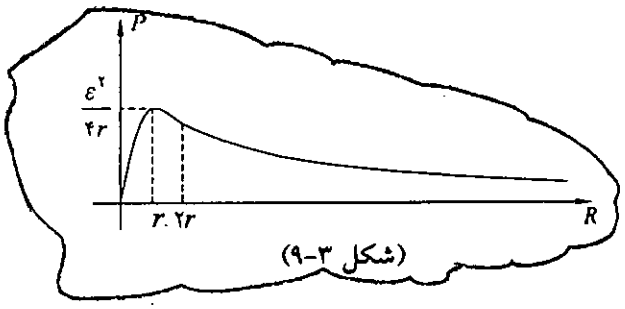
(شکل ۳-۷)



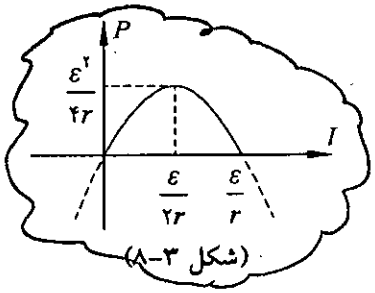
(شکل ۳-۶)



(شکل ۳-۵)

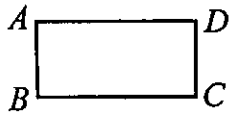


(شکل ۳-۹)

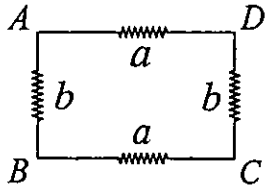


(شکل ۳-۸)

مثال۷. از یک سیم یکنواخت مطابق شکل ۳-۱۰ یک مستطیل ساخته‌ایم. اگر نقاط A و B دو سر مدار انتخاب شوند، مقاومت مدار $R_1=3/2\Omega$ و اگر A و D دو سر مدار انتخاب شوند، مقاومت مدار $R_2=4/2\Omega$ می‌شود. اگر A و C دو سر مدار انتخاب شوند مقاومت مدار چه قدر می‌شود؟



(شکل ۳-۱۰)



(شکل ۳-۱۱)

راه حل. مستطیل را به صورت شبکه‌ی مقاومت‌های شکل ۳-۱۱ در نظر می‌گیریم. اگر دو سر مدار A و B باشد، مقاومت b با مقاومت $(a+b+a)$ موازی می‌شود و اگر A و D دو سر مدار باشند، مقاومت a با $(b+a+b)$ موازی می‌شود. پس :

$$\frac{۱}{R_{AB}}=\frac{۱}{b}+\frac{۱}{۲a+b}\Rightarrow R_{AB}=\frac{b(۲a+b)}{۲(a+b)}=\frac{۲ab+b^{۲}}{۲(a+b)}=R_{۱}=۳/۲\Omega$$

$$\frac{۱}{R_{AD}}=\frac{۱}{a}+\frac{۱}{۲b+a}\Rightarrow R_{AD}=\frac{a(۲b+a)}{۲(a+b)}=\frac{۲ab+a^{۲}}{۲(a+b)}=R_{۲}=۴/۲\Omega$$

$$\Rightarrow R_{AB}-R_{AD}=\frac{۲ab+b^{۲}}{۲(a+b)}-\frac{۲ab+a^{۲}}{۲(a+b)}=\frac{b^{۲}-a^{۲}}{۲(a+b)}=\frac{b-a}{۲}=-۱\Rightarrow b=a-۲$$

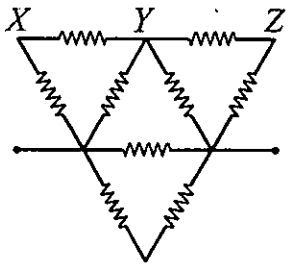
$$\Rightarrow \frac{R_{AD}}{R_{AB}}=\frac{a^{۲}+۲ab}{b^{۲}+۲ab}=\frac{۴/۲}{۳/۲}\Rightarrow ۲۱b^{۲}+۱۰ab-۱۶a^{۲}=۰$$

$$\xrightarrow{b=a-۲} ۲۱(a-۲)^{۲}+۱۰a(a-۲)-۱۶a^{۲}=۰\Rightarrow ۱۵a^{۲}-۱۰۴a+۸۴=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=۶\Omega\Rightarrow b=۴\Omega\\ a=\frac{۱۴}{۱۵}\Omega\Rightarrow b=-\frac{۱۶}{۱۵}\Omega\end{cases}$$ (قابل قبول نیست.)

اگر A و C دو سر مدار باشند دو مقاومت $a+b$ باهم موازی می‌شوند. پس :

$$\frac{۱}{R_{AC}}=\frac{۱}{a+b}+\frac{۱}{a+b}\Rightarrow R_{AC}=\frac{a+b}{۲}=۵\Omega$$

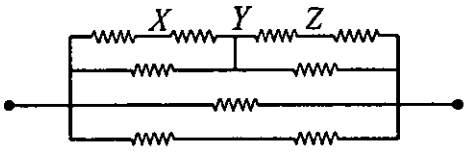


(شکل ۳-۱۲)

مثال ۸ در شکل ۳-۱۲ تمام مقاومت‌ها برابر ۴۵ اهم هستند. (۱) مقاومت معادل بین دو سر مدار را به دست آورید. (۲) اگر نقاط X ، Y و Z به هم وصل شوند مقاومت معادل بین دو سر مدار چه قدر می‌شود؟

راه حل. (۱) مدار فوق را به صورت شکل ۳-۱۳ مرتب کرده و هر مقاومت را R فرض می‌کنیم.

اگر سری بودن دو مقاومت $R_{۱}$ و $R_{۲}$ را به صورت $R_{۱}+R_{۲}$ و موازی بودن دو مقاومت $R_{۱}$ و $R_{۲}$ را به صورت $R_{۱}\,\|\,R_{۲}$ نشان دهیم، می‌توانیم مقاومت معادل مدار را به صورت زیر حساب کنیم.

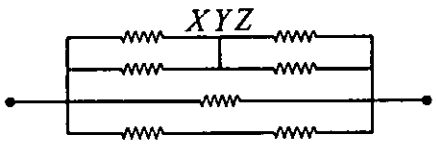


(شکل ۳-۱۳)

$$\left.\begin{array}{l} R_T = ۲R \parallel R \parallel [(۲R \parallel R) + (۲R \parallel R)] \\ ۲R \parallel R = \dfrac{(۲R)R}{۲R + R} = \dfrac{۲}{۳}R \end{array}\right\} \Rightarrow R_T = ۲R \parallel R \parallel [\frac{۲}{۳}R + \frac{۲}{۳}R]$$

$$\Rightarrow R_T = ۲R \parallel R \parallel \frac{۴}{۳}R \Rightarrow \frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{۲R} + \frac{۱}{R} + \frac{۳}{۴R} = \frac{۹}{۴R} \Rightarrow R_T = \frac{۴}{۹}R = ۲۰\Omega$$

(۲) اگر نقاط X ، Y و Z به هم وصل شوند، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌هایی که بین این نقاط قرار دارند صفر می‌شود و از این مقاومت‌ها جریانی عبور نمی‌کند و می‌توانیم این مقاومت‌ها را از مدار حذف کنیم.



(شکل ۳-۱۴)

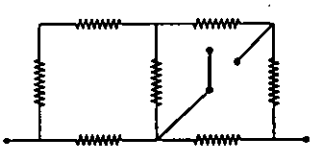
مدار به صورت شکل ۳-۱۴ در می‌آید و مقاومت معادل مدار را به صورت زیر حساب می‌کنیم.

$$R_T = ۲R \parallel R \parallel [(R \parallel R) + (R \parallel R)]$$

$$\Rightarrow R_T = ۲R \parallel R \parallel [\frac{۱}{۲}R + \frac{۱}{۲}R]$$

$$\Rightarrow R_T = ۲R \parallel R \parallel R \Rightarrow \frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{۲R} + \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} = \frac{۵}{۲R} \Rightarrow R_T = \frac{۲}{۵}R = ۱۸\Omega$$

مثال۹. در شکل۳-۱۵ بعد از بستن کلید مقاومت الکتریکی مدار چند برابر می‌شود؟ تمام مقاومت‌ها یکسان هستند.

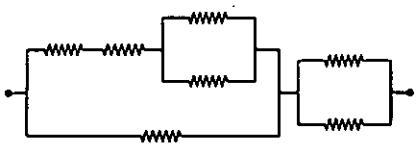


(شکل ۳-۱۵)

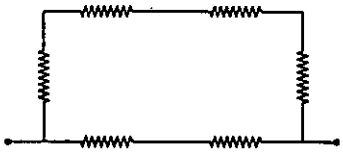
راه‌حل. اگر مقاومت الکتریکی هر مقاومت را R فرض کنیم، قبل از بستن کلید مقاومت‌ها در مدار به صورت متقارن نسبت به ورودی و خروجی قرار دارند و از مقاومت میانی جریانی عبور نمی‌کند (به حل قسمت ۲ مثال۱۲ مراجعه شود) و از مدار حذف و مدار به صورت شکل ۳-۱۶ می‌شود و مقاومت $۲R$ با $۴R$ موازی می‌شود. در نتیجه $R_T = \dfrac{(۲R)(۴R)}{۲R + ۴R} = \dfrac{۴}{۳}R$.

اگر شکل مدار را بعد از بستن کلید مرتب رسم کنیم، مدار به صورت شکل ۳-۱۷ تبدیل می‌شود.

$$\Rightarrow R'_T = \frac{۱۷}{۱۴} R \Rightarrow \frac{R'_T}{R_T} = \frac{۵۱}{۵۶}$$



(شکل ۳-۱۷)



(شکل ۳-۱۶)

مثال ۱۰. «تقسیم جریان». یک جریان ۱۰ آمپری از دو مقاومت ۲۰ و ۶۰ اهم که به صورت موازی به هم بسته شده‌اند عبور می‌کند. جریان عبوری از هر مقاومت را به دست آورید.

راه حل. مقاومت‌ها را $R_۱$ و $R_۲$ و جریان عبوری از هر یک از آن‌ها را به ترتیب $I_۱$ و $I_۲$ در نظر می‌گیریم. همچنین کل جریان عبوری از مقاومت‌ها را I فرض می‌کنیم. می‌دانیم اجزای موازی در مدارهای الکتریکی ولتاژ (اختلاف پتانسیل) یکسان دارند.

$$\left.\begin{matrix} V_۱ = V_۲ \Rightarrow R_۱ I_۱ = R_۲ I_۲ \\ I_۱ + I_۲ = I \end{matrix}\right\} \Rightarrow I_۱ + \frac{R_۱}{R_۲} I_۱ = I \Rightarrow I_۱ (۱ + \frac{R_۱}{R_۲}) = I$$

$$\Rightarrow I_۱ (\frac{R_۲ + R_۱}{R_۲}) = I \Rightarrow I_۱ = \frac{R_۲}{R_۱ + R_۲} I \Rightarrow I_۲ = \frac{R_۱}{R_۲} I_۱ \Rightarrow I_۲ = \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} I$$

$$\text{جریان مقاومت ۲۰ اهمی} = \frac{۶۰}{۲۰ + ۶۰} \times ۱۰ = ۷/۵ A$$

$$\text{جریان مقاومت ۶۰ اهمی} = \frac{۲۰}{۲۰ + ۶۰} \times ۱۰ = ۲/۵ A$$

توجه : در مقاومت‌های موازی جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها بین مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

مثال ۱۱. «تقسیم ولتاژ». یک ولتاژ (اختلاف پتانسیل) ۱۱۰ ولتی، بین دو سر دو مقاومت ۲۴ و ۶۴ اهمی که به صورت سری به هم وصل شده‌اند، ایجاد شده است. ولتاژ (اختلاف پتانسیل) بین دو سر هر مقاومت را به دست آورید.

راه حل. مقاومت‌ها را $R_۱$ و $R_۲$ و ولتاژ بین دو سر آن‌ها را به ترتیب $V_۱$ و $V_۲$ در نظر می‌گیریم. همچنین کل ولتاژ دو سر مقاومت‌ها را V فرض می‌کنیم. می‌دانیم اجزای سری در مدارهای الکتریکی جریان یکسان دارند.

$$\left.\begin{matrix} I_۱ = I_۲ \Rightarrow \frac{V_۱}{R_۱} = \frac{V_۲}{R_۲} \\ V_۱ + V_۲ = V \end{matrix}\right\} \Rightarrow V_۱ + \frac{R_۲}{R_۱} V_۱ = V \Rightarrow V_۱ (۱ + \frac{R_۲}{R_۱}) = V$$

$$\Rightarrow V_1(\frac{R_1+R_2}{R_1}) = V \Rightarrow V_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}V \Rightarrow V_2 = \frac{R_2}{R_1}V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}V$$

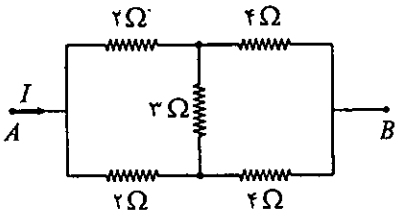
ولتاژ دو سر مقاومت ۲۴ اهمی $= \frac{۲۴}{۲۴+۶۴} \times ۱۱۰ = \frac{۲۴}{۸۸} \times ۱۱۰ = ۳۰V$

ولتاژ دو سر مقاومت ۶۴ اهمی $= \frac{۶۴}{۲۴+۶۴} \times ۱۱۰ = \frac{۶۴}{۸۸} \times ۱۱۰ = ۸۰V$

توجه : در مقاومت‌های سری ولتاژ به نسبت مستقیم مقاومت‌ها بین مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

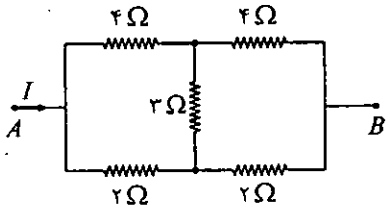
مثال ۱۲. در شکل‌های ۳-۱۸ و ۳-۱۹ قسمتی از یک مدار الکتریکی را می‌بینید که از نقاط A و B به بقیه‌ی مدار وصل هستند. جریان الکتریکی $I = ۶\,A$ از نقطه‌ی A وارد شبکه‌ی مقاومت‌ها می‌شود و از نقطه‌ی B خارج می‌شود. جریان عبوری از هر مقاومت و مقاومت معادل بین نقاط A و B را به دست آورید.

(۱)



(شکل ۳-۱۸)

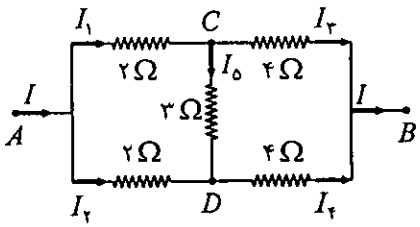
(۲)



(شکل ۳-۱۹)

راه حل. (۱) در مدار (۱) با توجه به شکل ۳-۲۰ و تقارن موجود در مدار نسبت به امتداد AB ، جریان مقاومت‌های ۲ اهم و هم چنین جریان مقاومت‌های ۴ اهم یکسان هستند و داریم :

$$I_1 = I_2 \quad و \quad I_3 = I_4$$



(شکل ۳-۲۰)

با توجه به قانون جریان کیرشهف در گره‌های A و B داریم :

$$I_1 + I_2 = I = ۶\,A \xrightarrow{I_1 = I_2} I_1 = I_2 = \frac{I}{۲} = ۳\,A$$

$$I_3 + I_4 = I = ۶\,A \xrightarrow{I_3 = I_4} I_3 = I_4 = \frac{I}{۲} = ۳\,A$$

با توجه به قانون جریان کیرشهف در گره‌ی C داریم :

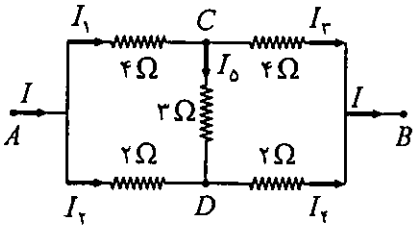
$$I_۱ = I_۳ + I_۵ \Rightarrow \frac{I}{۲} = \frac{I}{۲} + I_۵ \Rightarrow I_۵ = ۰\,A$$

از آن جا که از مقاومت ۳ اهمی جریانی عبور نمی‌کند، با حذف کردن این مقاومت از مدار، هر یک از مقاومت‌های ۲ اهمی با یکی از مقاومت‌های ۴ اهمی سری خواهد شد و مقاومت معادل بین نقاط A و B به این صورت به دست می‌آید.

$$\frac{۱}{R_{AB}} = \frac{۱}{۲+۴} + \frac{۱}{۲+۴} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow R_{AB} = ۳\Omega$$

(۲) در مدار (۲) با توجه به شکل ۳-۲۱ و تقارن موجود در مدار نسبت به امتداد CD ، جریان مقاومت‌های ۲ اهم و هم چنین جریان مقاومت‌های ۴ اهم یکسان هستند و داریم :

$$I_۱ = I_۳ \ \text{و} \ I_۲ = I_۴$$

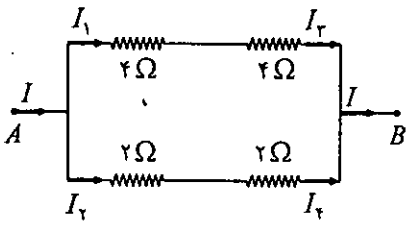


(شکل ۳-۲۱)

حال اگر از قانون جریان کیرشهف برای گره C استفاده کنیم، خواهیم داشت :

$$I_۱ = I_۳ + I_۵ \xrightarrow{I_۱ = I_۳} I_۵ = ۰\,A$$

از آن جا که از مقاومت ۳ اهمی جریانی عبور نمی‌کند، با حذف کردن این مقاومت، مدار به صورت شکل مقابل در می‌آید و دو مقاومت ۴ اهمی و هم چنین دو مقاومت ۲ اهمی با هم سری می‌شوند و مقاومت معادل بین نقاط A و B به این صورت به دست می‌آید.



(شکل ۳-۲۲)

$$\frac{۱}{R_{AB}} = \frac{۱}{۴+۴} + \frac{۱}{۲+۲} = \frac{۳}{۸} \Rightarrow R_{AB} = \frac{۸}{۳}\Omega$$

در شکل ۳-۲۲ جریان $I = ۶\,A$ بین دو مقاومت ۸ و ۴ اهمی تقسیم می‌شود. با توجه به نتیجه‌ی مثال ۱۰ برای تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی، جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ به صورت زیر است.

$$I_۱ = I_۳ = \frac{۴}{۸+۴} \times I = \frac{۱}{۳} I = ۲A \ ، \ I_۲ = I_۴ = \frac{۸}{۸+۴} \times I = \frac{۲}{۳} I = ۴A$$

توضیح : در حل این قسمت می‌توانستیم به دلیل هم پتانسیل بودن نقاط C و D ، آن‌ها را با سیم به هم وصل کنیم و مسأله را حل کنیم.

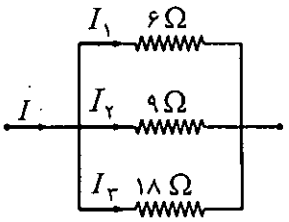
مثال۱۳. (۱) یک جریان الکتریکی ۶ آمپری وارد سه مقاومت موازی با اندازه‌های ۱۸ ، ۹ و ۶ اهم می‌شود. جریان الکتریکی هر مقاومت را حساب کنید. (۲) یک ولتاژ ۱۶ ولتی بین دو سر سه مقاومت سری با اندازه‌های ۱۰ ، ۲۵ و ۴۵ اهم ایجاد می‌شود. ولتاژ هر مقاومت را به دست آورید.

راه حل. (۱) ولتاژ مقاومت‌های موازی برابر است. با توجه به شکل ۳-۲۳ داریم :

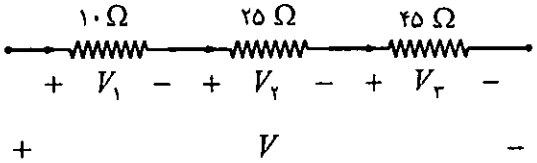
$$\begin{cases} V_۱ = V_۲ = V_۳ \\ I_۱ + I_۲ + I_۳ = I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶I_۱ = ۹I_۲ = ۱۸I_۳ \\ I_۱ + I_۲ + I_۳ = ۶ \end{cases} \Rightarrow I_۱ = ۳A \ , \ I_۲ = ۲A \ , \ I_۳ = ۱A$$

(۲) جریان مقاومت‌های سری برابر است. با توجه به شکل ۳-۲۴ داریم :

$$\begin{cases} I_۱ = I_۲ = I_۳ \\ V_۱ + V_۲ + V_۳ = V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{V_۱}{۱۰} = \dfrac{V_۲}{۲۵} = \dfrac{V_۳}{۴۵} \\ V_۱ + V_۲ + V_۳ = ۱۶ \end{cases} \Rightarrow V_۱ = ۲ \text{ ولت} \ , \ V_۲ = ۵ \text{ ولت} \ , \ V_۳ = ۹ \text{ ولت}$$



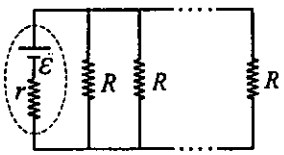
(شکل ۳-۲۳)



(شکل ۳-۲۴)

مثال۱۴. n ($n > ۱$) مقاومت مساوی R را یک بار به طور موازی و یک بار به طور متوالی به یکدیگر می‌بندیم و آن‌ها را به مولدی با نیرو محرکه‌ی ε و مقاومت داخلی r می‌بندیم. (۱) نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها در حالت موازی به توان مصرفی مقاومت‌ها در حالت متوالی چه قدر است؟ (۲) با چه شرطی توان مصرفی مقاومت‌ها در دو حالت یکسان است؟

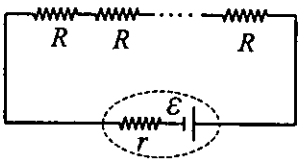
راه حل. (۱) وقتی مقاومت‌ها به صورت موازی به هم وصل شوند (شکل ۳-۲۵)، مقاومت معادل $\dfrac{R}{n}$ می‌شود و داریم :



(شکل ۳-۲۵)

$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{r + \dfrac{R}{n}} = \frac{n\varepsilon}{nr + R} \Rightarrow P_۱ = \frac{R}{n} I_۱^۲ = \frac{nR\varepsilon^۲}{(nr + R)^۲}$$

وقتی مقاومت‌ها به صورت متوالی به هم وصل شوند (شکل ۳-۲۶)، مقاومت معادل nR می‌شود :



(شکل ۳-۲۶)

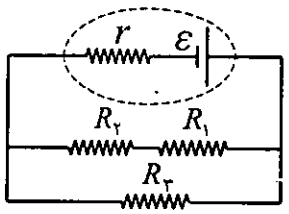
$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{r+nR} \Rightarrow P_۲ = nRI_۲^۲ = \frac{nR\varepsilon^۲}{(r+nR)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = (\frac{r+nR}{nr+R})^۲$$

(۲) باید مقاومت درونی مولد با هر یک از مقاومت‌ها برابر باشد.

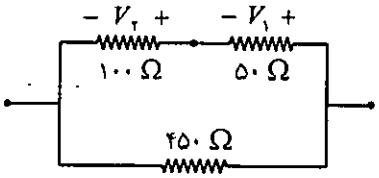
$$P_۱ = P_۲ \Rightarrow r+nR = nr+R \Rightarrow R = r$$

مثال۱۵. در مدار الکتریکی شکل ۳-۲۷ چند درصد توان مفید مولد در مقاومت $R_۱$ مصرف می‌شود؟ $R_۱ = ۵۰\Omega$ ، $R_۲ = ۱۰۰\Omega$ و $R_۳ = ۴۵۰\Omega$.



(شکل ۳-۲۷)

راه حل. با توجه به شکل ۳-۲۸ داریم :



(شکل ۳-۲۸)

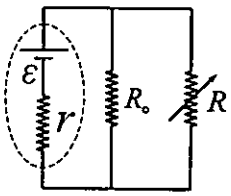
$$\begin{cases} V_۱ + V_۲ = V \\ I = \frac{V_۱}{۵۰} = \frac{V_۲}{۱۰۰} \Rightarrow V_۲ = ۲V_۱ \end{cases} \Rightarrow V_۱ = \frac{V}{۳}$$

برای مقاومت معادل بین دو سر مولد داریم :

$$\frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{R_۳} + \frac{۱}{R_۱ + R_۲} \Rightarrow R_T = \frac{۲۲۵}{۲}\Omega$$

$$\left.\begin{array}{l} R_۱ \text{ توان مقاومت } P_۱ = \frac{V_۱^۲}{R_۱} = \frac{V_۱^۲}{۵۰} \xrightarrow{V_۱ = \frac{V}{۳}} P_۱ = \frac{V^۲}{۴۵۰} \\ \text{توان مفید } P = \frac{V^۲}{R_T} \xrightarrow{R_T = \frac{۲۲۵}{۲}\Omega} P = \frac{۲V^۲}{۲۲۵} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{P_۱}{P} = \frac{(\frac{V^۲}{۴۵۰})}{(\frac{۲V^۲}{۲۲۵})} = \frac{۱}{۴} = ۲۵\%$$

مثال۱۶. در مدار شکل ۳-۲۹ ابتدا مقاومت متغیر R با مقاومت $R_۰$ برابر است. اگر مقاومت متغیر R ، ۳ برابر شود. بازده مولد، $\frac{۴}{۳}$ برابر می‌شود. مقاومت درونی مولد برحسب $R_۰$ چه قدر است؟ بازده مولد نسبت توان مفید مولد به توان تولیدی آن است.



(شکل ۳-۲۹)

راه حل. مقاومت معادل مدار را بدون در نظر گرفتن مقاومت درونی باتری R_T و بازده‌ی مولد را η فرض می‌کنیم.

$$\eta = \frac{P'}{P} = \frac{VI}{\varepsilon I} = \frac{V}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - rI}{\varepsilon} = ۱ - \frac{r}{\varepsilon} I = ۱ - \frac{r}{\varepsilon}\frac{\varepsilon}{R_T + r} = ۱ - \frac{r}{R_T + r} = \frac{R_T}{R_T + r}$$

مقاومت معادل (R_T) را قبل و بعد از تغییر R حساب می‌کنیم.

$$R_T = \frac{R_۰ R_۰}{R_۰ + R_۰} = \frac{۱}{۲} R_۰ \quad ، \quad R'_T = \frac{R_۰(۳R_۰)}{R_۰ + ۳R_۰} = \frac{۳}{۴} R_۰$$

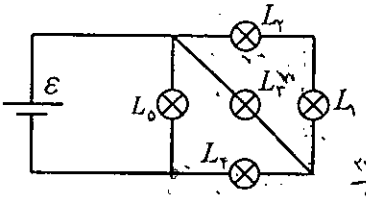
با توجه به رابطه‌ی $\eta = \frac{R_T}{R_T + r}$ بازده‌ی مولد را قبل و بعد از تغییر R حساب می‌کنیم.

$$\eta = \frac{R_T}{R_T + r} = \frac{\frac{۱}{۲} R_۰}{\frac{۱}{۲} R_۰ + r} = \frac{R_۰}{R_۰ + ۲r} \quad و \quad \eta' = \frac{R'_T}{R'_T + r} = \frac{\frac{۳}{۴} R_۰}{\frac{۳}{۴} R_۰ + r} = \frac{۳R_۰}{۳R_۰ + ۴r}$$

$$\eta' = \frac{۴}{۳}\eta \Rightarrow \frac{۳R_۰}{۳R_۰ + ۴r} = \frac{۴}{۳}\frac{R_۰}{R_۰ + ۲r} \Rightarrow ۹R_۰(R_۰ + ۲r) = ۴R_۰(۳R_۰ + ۴r)$$

$$\xrightarrow{R_۰ \neq ۰} ۹R_۰ + ۱۸r = ۱۲R_۰ + ۱۶r \Rightarrow r = \frac{۳}{۲} R_۰$$

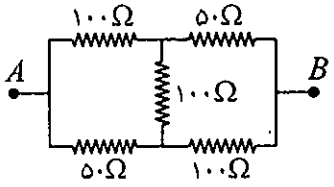
مثال۱۷. در مدار شکل ۳-۳۰ اگر لامپ $L_۱$ بسوزد. روشنایی لامپ‌های دیگر چگونه تغییر می‌کند؟ مقاومت لامپ‌ها یکسان و مقاومت درونی مولد ناچیز است.



(شکل ۳-۳۰)

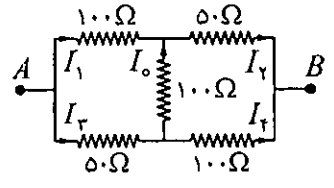
راه حل. لامپ $L_۵$ به طور مستقیم به مولد متصل است و اختلاف پتانسیل آن در هر حال ε است و روشنایی آن تغییر نمی‌کند. پس از سوختن لامپ $L_۱$ جریانی از لامپ $L_۲$ عبور نمی‌کند و این لامپ خاموش می‌شود. اگر مقاومت هر لامپ را r فرض کنیم، قبل از سوختن لامپ $L_۱$ جریان لامپ‌های $L_۳$ و $L_۴$ به ترتیب $I_۳ = \frac{۲\varepsilon}{۵r}$ و $I_۴ = \frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{r}$ بوده است. بعد از سوختن لامپ $L_۱$ جریان لامپ‌های $L_۳$ و $L_۴$ برابر $I_۴ = I_۳ = \frac{۱}{۲}\frac{\varepsilon}{r}$ می‌شود. بنابراین لامپ $L_۳$ روشن‌تر می‌شود و لامپ $L_۴$ کم نورتر می‌شود.

مثال۱۸. در مدار الکتریکی شکل ۳-۳۱ جریان I از گره‌ی A وارد مقاومت‌ها می‌شود و از گره‌ی B از آن خارج می‌شود. (۱) جریان هر مقاومت را بر حسب I به دست آورید. (۲) اگر حداکثر توان قابل تحمل برای مقاومت‌های ۱۰۰ اهم و ۵۰ اهم به ترتیب برابر ۲۵۰۰ و ۸۰۰ وات باشد، حداکثر جریان I چه قدر باشد تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند؟



(شکل ۳-۳۱)

راه حل. (۱) جریان مقاومت‌ها را مطابق جهت‌های نشان داده شده در شکل ۳-۳۲ نام‌گذاری می‌کنیم و قوانین جریان و اختلاف پتانسیل کیرشهف را در گره‌ها و حلقه‌های مدار می‌نویسیم.



(شکل ۳-۳۲)

$$\text{قوانین اختلاف پتانسیل کیرشهف} \Rightarrow \begin{cases} ۵۰I_3 - ۱۰۰I_1 + ۱۰۰I_0 = ۰ \Rightarrow I_3 = ۲I_1 - ۲I_0 \\ ۱۰۰I_4 - ۱۰۰I_0 - ۵۰I_2 = ۰ \Rightarrow I_2 = ۲I_4 - ۲I_0 \end{cases}$$

$$\text{قوانین جریان کیرشهف} \Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_3 = I \xrightarrow{I_3 = ۲I_1 - ۲I_0} ۳I_1 - ۲I_0 = I \\ I_1 + I_0 = I_2 \xrightarrow{I_2 = ۲I_4 - ۲I_0} I_1 = ۲I_4 - ۳I_0 \\ I_3 = I_0 + I_4 \xrightarrow{I_3 = ۲I_1 - ۲I_0} ۲I_1 - ۳I_0 = I_4 \end{cases}$$

$$I_1 = ۲I_4 - ۳I_0 \xrightarrow{I_4 = ۲I_1 - ۳I_0} I_1 = ۴I_1 - ۹I_0 \Rightarrow I_1 = ۳I_0$$

$$۳I_1 - ۲I_0 = I \xrightarrow{I_1 = ۳I_0} ۷I_0 = I \Rightarrow I_0 = \frac{۱}{۷}I \Rightarrow I_1 = \frac{۳}{۷}I$$

$$I_4 = ۲I_1 - ۳I_0 = ۲(\frac{۳}{۷}I) - ۳(\frac{۱}{۷}I) = \frac{۳}{۷}I$$

$$I_3 = ۲I_1 - ۲I_0 = ۲(\frac{۳}{۷}I) - ۲(\frac{۱}{۷}I) = \frac{۴}{۷}I$$

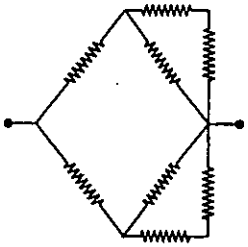
$$I_2 = ۲I_4 - ۲I_0 = ۲(\frac{۳}{۷}I) - ۲(\frac{۱}{۷}I) = \frac{۴}{۷}I$$

(۲) حداکثر توان قابل تحمل مقاومت‌های ۱۰۰ اهم ۲۵۰۰ وات است. پس حداکثر جریان الکتریکی قابل تحمل توسط آن‌ها ۵ آمپر است. همچنین حداکثر توان قابل تحمل مقاومت‌های ۵۰ اهم ۸۰۰

وات است. پس حداکثر جریان الکتریکی قابل تحمل توسط آن‌ها ۴ آمپر است. باید شرط‌های زیر برقرار باشد تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند.

$$\left.\begin{array}{l} I_0 \le 5 \Rightarrow \frac{1}{7} I \le 5 \Rightarrow I \le 35A \\ I_1 = I_4 \le 5 \Rightarrow \frac{3}{7} I \le 5 \Rightarrow I \le \frac{35}{3} A \\ I_2 = I_3 \le 4 \Rightarrow \frac{4}{7} I \le 4 \Rightarrow I \le 7A \end{array}\right\} \Rightarrow I \le 7A$$

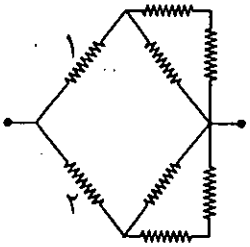
بنابراین حداکثر جریان الکتریکی I باید ۷ آمپر باشد تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند.



(شکل ۳-۳۳)

مثال۱۹. در مدار الکتریکی شکل ۳-۳۳ حداکثر توان قابل تحمل برای هر یک از مقاومت‌های یکسان R ، برابر P_M است. حداکثر توانی را که می‌توان به دو سر مدار اعمال کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌های آن آسیب نبیند را حساب کنید.

راه حل. قسمت بالایی و پایینی مدار یکسان هستند و مدار تقارن دارد. اگر فرض کنیم کل جریان عبوری از مدار I است، این جریان به طور مساوی بین قسمت بالایی و پایینی تقسیم می‌شود. پس جریان مقاومت‌های ۱ و ۲ برابر $\frac{I}{2}$ است و بدیهی است که جریان بقیه‌ی مقاومت‌ها از $\frac{I}{2}$ کمتر است. بنابراین وقتی مدار حداکثر توان الکتریکی ممکن را مصرف می‌کند که مقاومت‌های ۱ و ۲ حداکثر توان الکتریکی قابل تحمل‌شان را مصرف می‌کنند. برای مقاومت‌های ۱ و ۲ داریم :



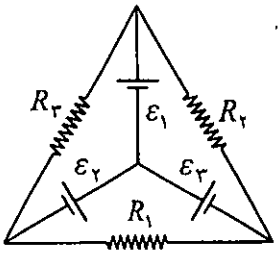
(شکل ۳-۳۴)

$$R(\frac{I}{2})^2 = P_M \Rightarrow I^2 = \frac{4P_M}{R} \Rightarrow I = 2\sqrt{\frac{P_M}{R}}$$

یعنی در حالتی که مدار حداکثر توان الکتریکی ممکن را مصرف می‌کند جریان مدار برابر $2\sqrt{\frac{P_M}{R}}$ است. از طرفی مقاومت معادل مدار $R_T = \frac{5}{6}R$ است و کل توان مدار در این شرایط به صورت زیر محاسبه می‌شود.

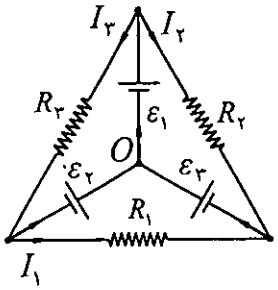
$$P_{\max T} = R_T I^2 = \frac{5}{6} R(\frac{4P_M}{R}) = \frac{10}{3} P_M$$

مثال ۲۰. در مدار الکتریکی شکل ۳-۳۵ جریان الکتریکی و توان هر مولد را به دست آورید. $\varepsilon_1 = 4V$ ، $\varepsilon_2 = 8V$ ، $\varepsilon_3 = 10V$ ، $R_1 = 2\Omega$ ، $R_2 = 7\Omega$ و $R_3 = 12\Omega$.



(شکل ۳-۳۵)

راه حل. جریان در مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 را به ترتیب I_1 ، I_2 و I_3 می‌نامیم. با توجه به شکل ۳-۳۶ داریم :



(شکل ۳-۳۶)

$$V_O - \varepsilon_3 + I_1 R_1 + \varepsilon_2 = V_O \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_2}{R_1} = 1A$$

$$V_O + \varepsilon_1 - I_2 R_2 + \varepsilon_3 = V_O \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{R_2} = 2A$$

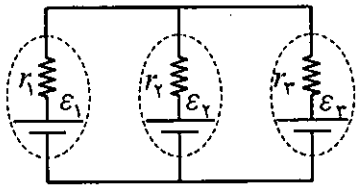
$$V_O + \varepsilon_1 - I_3 R_3 + \varepsilon_2 = V_O \Rightarrow I_3 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{R_3} = 1A$$

با توجه به قانون جریان کیرشهف داریم :

$$I_{\varepsilon 2} = I_3 - I_1 = 0 \Rightarrow P_2 = 0$$

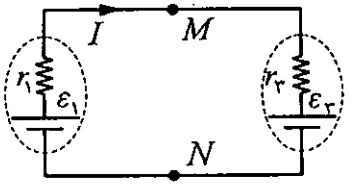
$$I_{\varepsilon 1} = I_2 + I_3 = 3\,A \Rightarrow P_1 = 12\,W \text{ و } I_{\varepsilon 3} = I_1 + I_2 = 3\,A \Rightarrow P_3 = 30\,W$$

مثال ۲۱. در مدار شکل ۳-۳۷ از مولد ε_2 جریانی عبور نمی‌کند. چه رابطه‌ای میان اجزای مدار برقرار است؟



(شکل ۳-۳۷)

راه‌حل. می‌توانیم شاخه‌ای را که مولد ε_2 در آن قرار دارد در نظر نگیریم. آنگاه مطابق شکل ۳-۳۸ داریم :



(شکل ۳-۳۸)

$$V_M - I r_3 - \varepsilon_3 + \varepsilon_1 - I r_1 = V_M$$

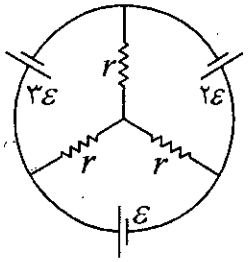
$$\Rightarrow \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = I(r_1 + r_3) \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{r_1 + r_3}$$

$$V_M - V_N = \varepsilon_1 - r_1 I$$

$$\Rightarrow V_M - V_N = \varepsilon_1 - r_1 \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{r_1 + r_3} = \frac{\varepsilon_1 r_3 + \varepsilon_3 r_1}{r_3 + r_1}$$

به دلیل این که از ε_2 جریانی عبور نمی‌کند، $V_M - V_N = \varepsilon_2$ است. بنابراین $\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1 r_3 + \varepsilon_3 r_1}{r_3 + r_1}$.

مثال۲۲. در مدار الکتریکی شکل ۳-۳۹ جریان هر مقاومت را به دست آورید.

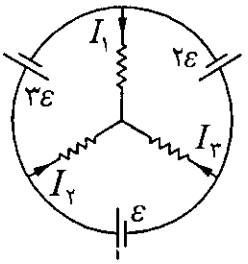


(شکل ۳-۳۹)

راه حل. با توجه به جهت جریان مشخص شده برای مقاومت‌ها در شکل ۳-۴۰ و استفاده از قانون جریان کیرشهف در محل اتصال مقاومت‌ها به هم داریم :

$$I_۱ + I_۲ + I_۳ = ۰ \Rightarrow I_۲ + I_۳ = -I_۱$$

قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف را در دو حلقه‌ی ساده (حلقه‌هایی که شامل حلقه‌ی دیگری نیستند) از حلقه‌های مدار می‌نویسیم :



(شکل ۳-۴۰)

$$\begin{cases} -۳\varepsilon - rI_۱ + rI_۲ = ۰ \Rightarrow I_۲ - I_۱ = \dfrac{۳\varepsilon}{r} \\ +۲\varepsilon - rI_۳ + rI_۱ = ۰ \Rightarrow I_۳ - I_۱ = \dfrac{۲\varepsilon}{r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (I_۲ + I_۳) - ۲I_۱ = \frac{۵\varepsilon}{r} \Rightarrow -۳I_۱ = \frac{۵\varepsilon}{r} \Rightarrow I_۱ = -\frac{۵\varepsilon}{۳r}$$

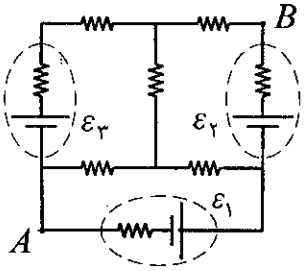
$$\begin{cases} I_۲ - I_۱ = \dfrac{۳\varepsilon}{r} \Rightarrow I_۲ - (-\dfrac{۵\varepsilon}{۳r}) = \dfrac{۳\varepsilon}{r} \Rightarrow I_۲ = \dfrac{۴\varepsilon}{۳r} \\ I_۳ - I_۱ = \dfrac{۲\varepsilon}{r} \Rightarrow I_۳ - (-\dfrac{۵\varepsilon}{۳r}) = \dfrac{۲\varepsilon}{r} \Rightarrow I_۳ = \dfrac{\varepsilon}{۳r} \end{cases}$$

توجه : در این مدار قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف در حلقه‌ای که شامل مولدها است، در هر صورت و با هر جریانی که از مولدها عبور کند، برقرار است و هیچ معادله‌ای به وجود نمی‌آورد. لذا در این شرایط سعی در به دست آوردن جریان مولدها در این مدار بیهوده است.

در این مدار می‌توانید با در نظر گرفتن مقاومت درونی برای مولدها و سپس میل دادن مقاومت درونی مولدها به سمت صفر جریان مولدها را به دست آورید.

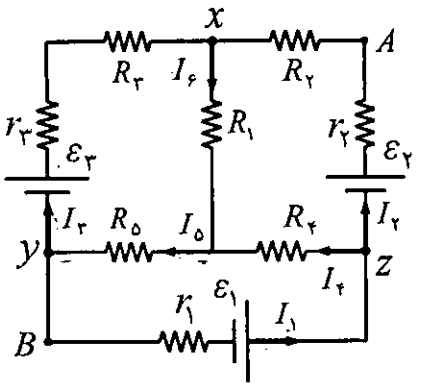
مثال۲۳. در مدار الکتریکی شکل ۳-۴۱ تمام مقاومت‌ها یکسان و برابر ۱۰ اهم و مقاومت درونی مولدها یکسان و برابر ۲ اهم هستند. (۱) جریان الکتریکی تمام شاخه‌های مدار را به دست آورید. (۲) اختلاف پتانسیل الکتریکی نقاط A و B را به دست آورید.

$\varepsilon_۱ = ۱۶۰V$ ، $\varepsilon_۲ = ۲۱۰V$ و $\varepsilon_۳ = ۴۲۰V$.



(شکل ۳-۴۱)

راه حل. (۱) جریان شاخه‌های مدار را مطابق شکل ۳-۴۲ و در جهت‌های نشان داده شده در این شکل نام گذاری می‌کنیم. با توجه به شکل ۳-۴۲ قانون جریان کیرشهف را در گره‌های مدار می‌نویسیم :



(شکل ۳-۴۲)

$$x \text{ گره} : I_۶ = I_۳ + I_۲$$
$$y \text{ گره} : I_۵ = I_۱ + I_۳$$
$$z \text{ گره} : I_۴ = I_۱ - I_۲$$

قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف را در حلقه‌های ساده‌ی مدار (که خود شامل حلقه‌های دیگری نیستند) می‌نویسیم :

$$\begin{cases} -\varepsilon_۲ + r_۲I_۲ + R_۴I_۲ + R_۱I_۶ - R_۴I_۴ = ۰ \\ -\varepsilon_۳ + r_۳I_۳ + R_۳I_۳ + R_۱I_۶ + R_۵I_۵ = ۰ \\ -\varepsilon_۱ + R_۴I_۴ + R_۵I_۵ + r_۱I_۱ = ۰ \end{cases}$$

از شش معادله‌ای که نوشتیم استفاده می‌کنیم تا جریان شاخه‌های مدار را به دست آوریم :

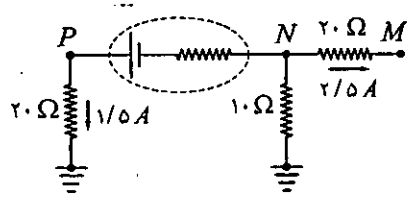
$$\Rightarrow \begin{cases} -\varepsilon_۲ + r_۲I_۲ + R_۴I_۲ + R_۱(I_۳ + I_۲) - R_۴(I_۱ - I_۲) = ۰ \\ -\varepsilon_۳ + r_۳I_۳ + R_۳I_۳ + R_۱(I_۳ + I_۲) + R_۵(I_۱ + I_۳) = ۰ \\ -\varepsilon_۱ + R_۴(I_۱ - I_۲) + R_۵(I_۱ + I_۳) + r_۱I_۱ = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۱۰I_۱ + ۳۲I_۲ + ۱۰I_۳ = ۲۱۰ \\ ۱۰I_۱ + ۱۰I_۲ + ۳۲I_۳ = ۴۲۰ \\ ۲۲I_۱ - ۱۰I_۲ + ۱۰I_۳ = ۱۶۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_۱ = ۵\ A \\ I_۲ = ۵\ A \\ I_۳ = ۱۰\ A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_۴ = ۰ A \\ I_۵ = ۱۵ A \\ I_۶ = ۱۵ A \end{cases}$$

(۲) از نقطه‌ی B با عبور از مقاومت‌های $R_۵$ ، $R_۱$ و $R_۲$ به نقطه‌ی A می‌رویم و اختلاف پتانسیل A و B را به دست می‌آوریم.

$$V_A - V_B = R_۵(I_۳ + I_۱) + R_۱(I_۲ + I_۳) + R_۲I_۲ = ۱۰\times۱۵ + ۱۰\times۱۵ + ۱۰\times۵ = ۳۵۰V$$

مثال ۲۴. در مدار شکل ۳-۴۳ جریان مقاومت‌های ۲۰ اهمی در شکل نشان داده شده است و نیروی محرکه‌ی مولد ۷۵ ولت است. پتانسیل نقطه‌ی M و مقاومت درونی مولد را به دست آورید.



(شکل ۳-۴۳)

راه حل.

$$V_P - ۰ = IR = ۱/۵\times۲۰ \Rightarrow V_P = ۳۰ \text{ ولت}$$

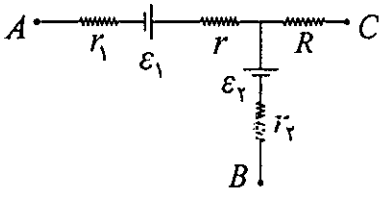
جریان مقاومت ۱۰ اهمی مجموع جریان مقاومتهای ۲۰ اهمی است و جهت آن به سمت N است.

$$۱/۵+۲/۵=۴\,A \Rightarrow ۰-V_N=IR=۴\times۱۰ \Rightarrow V_N=-۴۰V$$

$$V_N-V_M=IR=۲/۵\times۲۰ \Rightarrow V_M=-۹۰V$$

$$V=V_P-V_N=۷۰V \Rightarrow \varepsilon-Ir=۷۰V \Rightarrow ۷۵-۱/۵r=۷۰ \Rightarrow r=\frac{۱۰}{۳}\Omega$$ (ولتاژ مولد)

مثال۲۵. در شکل ۳-۴۴ قسمتی از یک مدار الکتریکی را می‌بینید که از نقاط A ، B و C به ترتیب با پتانسیل‌های ۴۵ ، ۲۰ و ۱۰ ولت، به بقیه‌ی مدار وصل است. (۱) جریان مولدها و جریان مقاومت R را به دست آورید. (۲) این قسمت از مدار با چه توانی انرژی الکتریکی را مصرف یا تولید می‌کند؟ $r=R=۱۰\Omega$ ، $r_۱=r_۲=۱\Omega$ ، $\varepsilon_۲=۹V$ و $\varepsilon_۱=۱۸V$.



(شکل ۳-۴۴)

راه حل. (۱) جریان مولدهای $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ را $I_۱$ و $I_۲$ و جریان مقاومت R را I فرض می‌کنیم.

$$V_A-r_۱I_۱+\varepsilon_۱-rI_۱-RI=V_C \Rightarrow ۱۱I_۱+۱۰I=۵۳ \Rightarrow I_۱=\frac{۵۳-۱۰I}{۱۱}$$

$$V_B-r_۲I_۲+\varepsilon_۲-RI=V_C \Rightarrow I_۲+۱۰I=۱۹ \Rightarrow I_۲=۱۹-۱۰I$$

$$I=I_۱+I_۲ \Rightarrow I=\frac{۵۳-۱۰I}{۱۱}+۱۹-۱۰I \Rightarrow ۱۱I-۱۹=\frac{۵۳-۱۰I}{۱۱}$$

$$\Rightarrow ۱۲۱I-۲۰۹=۵۳-۱۰I \Rightarrow ۱۳۱I=۲۶۲ \Rightarrow I=۲A \Rightarrow I_۱=۳A \Rightarrow I_۲=-۱A$$

(۲) با توجه به این که جریان مولد $\varepsilon_۲$ از قطب مثبت به منفی آن برقرار است، این مولد انرژی الکتریکی را مصرف می‌کند. تمام مقاومت‌های مدار نیز مصرف کننده‌ی انرژی الکتریکی هستند.

$$P_{\varepsilon_۲}=\varepsilon_۲\,|\,I_۲\,|=۹\times۱=۹W \text{ ، } P_{r_۲}=r_۲I_۲^۲=۱\times۱^۲=۱W$$

$$P_{r_۱}=r_۱I_۱^۲=۱\times۳^۲=۹W \text{ ، } P_r=rI_۱^۲=۱۰\times۳^۲=۹۰W \text{ ، } P_R=RI^۲=۱۰\times۲^۲=۴۰W$$

$$\Rightarrow \text{کل توان مصرفی}=P_{\varepsilon_۲}+P_{r_۲}+P_{r_۱}+P_r+P_R=۹+۱+۹+۹۰+۴۰=۱۴۹W$$

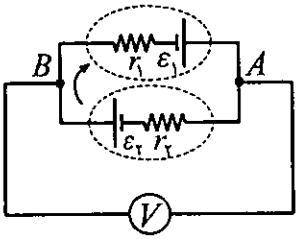
$$\text{کل توان تولیدی}=P_{\varepsilon_۱}=\varepsilon_۱I_۱=۱۸\times۳=۵۴W$$

$$\Rightarrow \text{کل توان مدار}=۱۴۹W-۵۴W=۹۵W$$

این قسمت از مدار انرژی الکتریکی را با توان ۹۵ وات مصرف می‌کند.

مثال۲۶. دو مولد به نیروی محرکه‌های $\varepsilon_1 = 1/5V$ و $\varepsilon_2 = 2V$ از قطب‌های مخالف به یکدیگر وصل شده‌اند. یک ولت متر ایده‌آل، ولتاژ دو سر آن‌ها را ۰/۸ ولت نشان می‌دهد. نسبت مقاومت درونی مولدها را به دست آورید.

راه حل. به شکل ۳-۴۵ توجه کنید. در مدارهای الکتریکی جریان شاخه‌ای از مدار که ولت‌سنج ایده‌آل در آن قرار دارد صفر است. پس جریان مولدها برابر است. پتانسیل نقطه‌ی B نسبت به نقطه‌ی A را V فرض می‌کنیم.



(شکل ۳-۴۵)

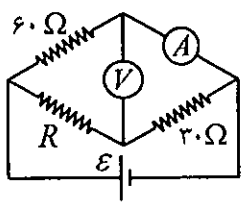
$$V = V_B - V_A = \varepsilon_2 - r_2 I \Rightarrow I r_2 = \varepsilon_2 - V$$

$$V = V_B - V_A = -\varepsilon_1 + r_1 I \Rightarrow I r_1 = \varepsilon_1 + V$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{\varepsilon_2 - V}{\varepsilon_1 + V}$$

چون جهت ولتاژ مشخص نشده است، V می‌تواند ۰/۸+ یا ۰/۸- ولت باشد. بنابراین $\frac{r_2}{r_1} = \frac{28}{7} = 4$ یا $\frac{r_2}{r_1} = \frac{12}{23}$.

مثال۲۷. در شکل ۳-۴۶ ولت‌سنج که ایده‌آل است ولتاژ ۱۵۰ ولت و آمپرسنج که ایده‌آل است جریان ۵ آمپر را نشان می‌دهند. (۱) مقاومت R و نیروی محرکه‌ی مولد را مشخص کنید. (۲) اگر جای ولت‌سنج و آمپرسنج عوض شود، هر کدام چه مقداری را نشان می‌دهند؟

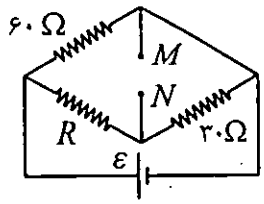


(شکل ۳-۴۶)

راه حل. مقاومت درونی آمپرسنج ایده‌آل بسیار ناچیز است. یعنی آمپرسنج ایده‌آل هر جریانی را از خود عبور می‌دهد بدون این که افت پتانسیلی در مدار ایجاد کند. بنابراین در مدارهای الکتریکی به جای آمپرسنج ایده‌آل می‌توان سیم بدون مقاومت جایگزین کرد.

از طرفی مقاومت درونی ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد است. یعنی ولت‌سنج ایده‌آل بین هر دو نقطه با هر اختلاف پتانسیلی بسته شود، هیچ جریانی از ولت‌سنج عبور نمی‌کند. بنابراین در مدارهای الکتریکی جریان شاخه‌ای از مدار که ولت‌سنج ایده‌آل در آن قرار دارد صفر است و می‌توان آن شاخه را از مدار حذف کرد.

(۱) اگر به جای آمپرسنج ایده‌آل سیم بدون مقاومت قرار دهیم و شاخه‌ی ولت‌سنج ایده‌آل را از مدار حذف کنیم مدار به شکل ۳-۴۷ در می‌آید. جریان مقاومت ۶۰ اهم را که از آمپرسنج هم عبور می‌کند I_A و جریان مقاومت‌های ۳۰ اهم و R را I_R در نظر می‌گیریم.



(شکل ۳-۴۷)

قوانین اختلاف پتانسیل کیرشهف را در حلقه‌ای که شامل مولد و مقاومت ۶۰ اهم است و همچنین در حلقه‌ای که شامل مولد و مقاومت‌های ۶۰ اهم و R است می‌نویسیم.

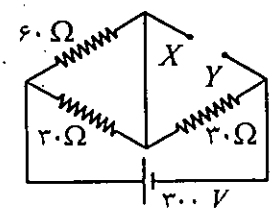
$$\varepsilon - ۶۰I_A = ۰ \Rightarrow \varepsilon = ۶۰I_A \xrightarrow{I_A = ۵A} \varepsilon = ۳۰۰V$$

$$\varepsilon - RI_R - ۳۰I_R = ۰ \xrightarrow{\varepsilon = ۳۰۰V} I_R(۳۰ + R) = ۳۰۰$$

از طرفی ولت‌سنج اختلاف پتانسیل نقاط M و N را نشان می‌دهد که برابر اختلاف پتانسیل مقاومت ۳۰ اهم و برابر $۳۰I_R$ است.

$$\left.\begin{matrix} V_N - V_M = ۳۰I_R = ۱۵۰V \Rightarrow I_R = ۵A \\ I_R(۳۰ + R) = ۳۰۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۵(۳۰ + R) = ۳۰۰ \Rightarrow R = ۳۰\Omega$$

(۲) اگر جای آمپرسنج و ولت‌سنج عوض شود، شاخه‌ای که ولت‌سنج در آن قرار دارد حذف شود و به جای آمپرسنج سیم بدون مقاومت قرار داده شود، مدار به شکل ۳-۴۸ در می‌آید. مقاومت‌های $R = ۳۰\Omega$ و ۶۰ اهم با هم موازی هستند و معادل آن‌ها که برابر ۲۰ اهم است با دیگر مقاومت ۳۰ اهم که بین نقاط X و Y قرار دارد، سری است.



(شکل ۳-۴۸)

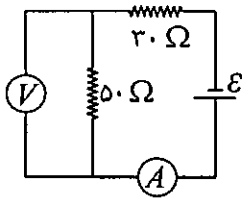
پس مقاومت معادل مدار ۵۰ اهم و جریان مولد که با جریان مقاومت ۳۰ اهم بین نقاط X و Y برابر است برابر ۶ آمپر می‌شود. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل نقاط X و Y را نشان می‌دهد که برابر اختلاف پتانسیل مقاومت ۳۰ اهم و برابر ۱۸۰ ولت است.

اگر جریان مقاومت‌های موازی ۶۰ اهم و ۳۰ اهم را I_A و I در نظر بگیریم :

$$\left.\begin{matrix} I_A + I = ۶A \\ ۶۰I_A = ۳۰I \Rightarrow ۲I_A = I \end{matrix}\right\} \Rightarrow ۳I_A = ۶ \Rightarrow I_A = ۲A$$

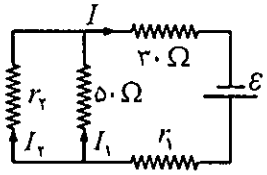
جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد برابر جریان مقاومت ۶۰ اهم و برابر ۲ آمپر است.

مثال۲۸. در مدار الکتریکی شکل ۳-۴۹ نیروی محرکه‌ی مولد ۲۴۰ ولت است و آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل نیستند. آمپرسنج جریان ۳ آمپر و ولت‌سنج ولتاژ ۱۳۵ ولت را نشان می‌دهد. مقاومت درونی ولت‌سنج و آمپرسنج را به دست آورید.



(شکل ۳-۴۹)

راه حل. به جای آمپرسنج و ولت‌سنج مقاومت‌های r_1 و r_2 را در مدار قرار می‌دهیم. با توجه به شکل ۳-۵۰ داریم :



(شکل ۳-۵۰)

$$۱۳۵ = ۵۰ I_1 \Rightarrow I_1 = ۲/۷ A$$

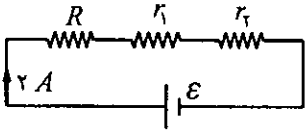
$$I_1 + I_2 = I = ۳A \Rightarrow I_2 = ۰/۳ A$$

$$۱۳۵ = I_2 r_2 \Rightarrow ۰/۳ r_2 = ۱۳۵ \Rightarrow r_2 = ۴۵۰ \Omega$$

$$۲۴۰ = r_1 I + ۵۰ I_1 + ۳۰ I$$

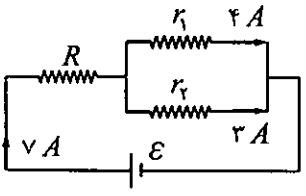
$$\Rightarrow ۲۴۰ = ۳ r_1 + ۱۳۵ + ۹۰ \Rightarrow r_1 = ۵ \Omega$$

مثال۲۹. مولدی با نیروی محرکه‌ی ε و مقاومت درونی ناچیز به مقاومت R وصل است. دو آمپرسنج غیر ایده‌آل به مدار اضافه می‌شود. اگر آمپرسنج‌ها به طور سری به هم بسته شوند و با مقاومت R سری شوند، جریان ۲ آمپر را نشان می‌دهند و اگر آمپرسنج‌ها به طور موازی به هم بسته شوند و با مقاومت R سری شوند، جریان‌های ۳ و ۴ آمپر را نشان می‌دهند. اگر آمپرسنج‌ها در مدار نباشند، جریان الکتریکی مدار چند آمپر می‌شود؟



(شکل ۳-۵۱)

راه حل. آمپرسنج‌ها را به صورت مقاومت‌های r_1 و r_2 در نظر می‌گیریم. قانون اختلاف پتانسیل کیرشهف در حلقه‌ی مدار در شکل ۳-۵۱ و حلقه‌های مدار در شکل ۳-۵۲ را می‌نویسیم.



(شکل ۳-۵۲)

$$\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon - ۲r_1 - ۲r_2 - ۲R = ۰ \\ ۴r_1 - ۳r_2 = ۰ \\ \varepsilon - ۷R - ۳r_2 = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = ۷/۵R \\ r_2 = ۱۰R \\ \varepsilon = ۳۷R \end{cases}$$

وقتی آمپرسنج‌ها در مدار نیستند داریم :

$$\varepsilon = IR \xrightarrow{\varepsilon = ۳۷R} ۳۷R = IR \Rightarrow I = ۳۷ A$$

بخش دوم : مسأله‌ها

۱. دو سیم مسی و آلومینیومی با طول برابر داریم که مقاومت سیم مسی ۲ برابر مقاومت سیم آلومینیومی است. جرم سیم آلومینیومی چند برابر جرم سیم مسی است؟ چگالی مس و آلومینیوم را به ترتیب ۸/۴ و ۳/۵ گرم بر سانتی متر مکعب و مقاومت ویژه‌ی مس و آلومینیوم را به ترتیب $۱/۵\times۱۰^{-۸}$ و $۲/۵\times۱۰^{-۸}$ اهم متر فرض کنید.

۲. مفتولی فلزی به سطح مقطع A و طول L را ذوب کرده و از آن مفتولی به سطح مقطع $\frac{۲}{۳}A$ می‌سازیم. مقاومت الکتریکی مفتول جدید چند برابر مقاومت الکتریکی مفتول اول است؟

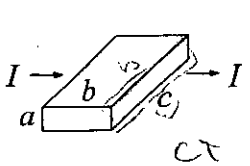
۳. یک سیم در اختیار داریم که طول و سطح مقطع مشخصی دارد. اگر طول سیم n برابر شود به طوری که جرم آن تغییر نکند، مقاومت سیم چند برابر می‌شود؟

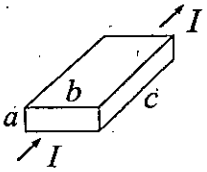
۴. یک سیم در اختیار داریم که طول و سطح مقطع مشخصی دارد. اگر قطر سیم $\frac{۱}{n}$ برابر شود به طوری که جرم آن تغییر نکند، مقاومت سیم چند برابر می‌شود؟

۵. طول یک سیم فلزی همگن ۴۰ سانتی‌متر و قطر آن ۱/۵ میلی‌متر و مقاومت آن ۱۶۰ اهم است. سیم را ذوب کرده و از آن یک سیم همگن به مقاومت ۲/۵ اهم می‌سازیم. طول این سیم چند سانتی‌متر است؟

۶. یک مفتول مسی به شعاع $a=\frac{۱}{۴}mm$ دارای یک پوشش آلومینیومی به ضخامت $b=\frac{۱}{۸}mm$ است. اگر جریان الکتریکی ۷ آمپر از این مفتول عبور کند، (۱) جریان الکتریکی در هر فلز را به دست آورید. (۲) طول سیم چه قدر باشد تا اختلاف پتانسیل دو سر آن ۲۴ ولت شود؟ مقاومت ویژه‌ی مس و آلومینیوم را به ترتیب $۱/۵\times۱۰^{-۸}$ و $۲/۵\times۱۰^{-۸}$ اهم متر فرض کنید.

۷. از یک فلز مشخص، یک مکعب مستطیل با ابعاد a ، b و c داریم. مطابق شکل‌های زیر اگر از مکعب مستطیل یک جریان الکتریکی در راستای یال c عبور کند، مقاومت الکتریکی مکعب مستطیل در برابر آن R و اگر از مکعب مستطیل یک جریان الکتریکی در راستای یال b عبور کند، مقاومت الکتریکی مکعب مستطیل در برابر آن R' است. نسبت R به R' چه قدر است؟



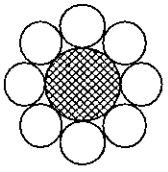


۸. شکل زیر مقطع یک کابل خط انتقال برق را نشان می‌دهد که از یک مفتول مرکزی از جنس فولاد و هشت مفتول آلومینیومی تشکیل شده است. مقاومت الکتریکی چند کیلومتر از این کابل برابر چهار اهم است؟ سطح مقطع مفتول‌های فولادی و آلومینیومی به ترتیب ۰/۵۷ و ۰/۲ سانتی‌متر مربع و مقاومت ویژه‌ی فولاد و آلومینیوم به ترتیب $۹/۵\times۱۰^{-۸}$ و $۲/۵\times۱۰^{-۸}$ اهم متر است.

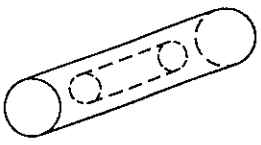
۹. مطابق شکل زیر یک رسانای استوانه‌ای شکل به طول L و شعاع قاعده‌ی r از فلزی با مقاومت ویژه‌ی ρ ساخته شده است. داخل این رسانا استوانه‌ای به طول $\frac{L}{۲}$ و شعاع $\frac{r}{۲}$ که محور آن موازی با محور رسانا است خالی شده است. مقاومت بین دو قاعده‌ی استوانه را حساب کنید.

۱۰. مقاومت یک کابل انتقال برق در زمستان و در دمای ۱۰- درجه‌ی سلسیوس برابر ۱۵ اهم و در تابستان و در دمای ۲۰+ درجه‌ی سلسیوس برابر ۱۸ اهم است. با فرض ثابت بودن ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی کابل (۱) ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی این کابل چه قدر است؟ (۲) مقاومت این کابل در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس چه قدر است؟ انبساط سیم در اثر تغییر دما ناچیز است.

۱۱. یک سیم از جنس نقره در اختیار داریم. اگر دمای سیم ۱۰۰ درجه‌ی سلسیوس افزایش یابد، چند درصد از طول سیم باید کاهش یابد تا مقاومت الکتریکی سیم تغییر نکند؟ ضریب دمایی مقاومت ویژه‌ی نقره برابر ۰/۰۰۶ بر کلوین است. انبساط سیم در اثر تغییر دما ناچیز است.



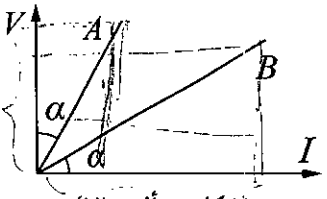
(شکل مسأله‌ی ۸)



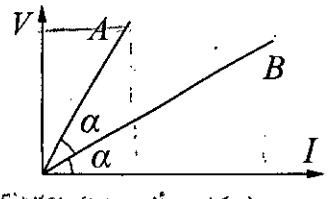
(شکل مسأله‌ی ۹)

۱۲. شکل زیر نمودار تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_A و R_B را بر حسب جریان عبوری از این مقاومت‌ها نشان می‌دهد. چه رابطه‌ای بین R_A و R_B برقرار است؟

۱۳. شکل زیر نمودار تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_A و R_B را بر حسب جریان عبوری از این مقاومت‌ها نشان می‌دهد. ثابت کنید $\frac{R_A}{R_B} = R_A R_B + ۲$.



(شکل مسأله‌ی ۱۲)



(شکل مسأله‌ی ۱۳)

۱۴. وقتی که یک مقاومت به اختلاف پتانسیل V_0 وصل باشد توان مصرفی آن P_0 است. (۱) اگر مقاومت به اختلاف پتانسیل V وصل شود، جریان الکتریکی عبوری از آن چه قدر است؟ (۲) اگر از مقاومت جریان الکتریکی I عبور کند، اختلاف پتانسیل دو سر آن چه قدر است؟

۱۵. توان مصرفی یک لامپ با اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت برابر ۱۰۰ وات است. در هر حالت توان مصرفی لامپ چه قدر است؟ (۱) اگر به اختلاف پتانسیل ۶۰ ولت وصل شود. (۲) اگر از آن جریان الکتریکی ۱/۵ آمپر عبور کند.

۱۶. جریان الکتریکی I از مقاومت الکتریکی R عبور می‌کند. در مدت زمانی که انرژی الکتریکی U در مقاومت مصرف می‌شود چه مقدار بار الکتریکی از مقاومت عبور کرده است؟

۱۷. دو سر یک مولد با مقاومت درونی ۵ اهم به دو سر n مقاومت سری یکسان که مقاومت هر کدام ۱۱ اهم است بسته می‌شود. حداقل n را تعیین کنید تا افت پتانسیل در مقاومت درونی مولد بیش‌تر از یک درصد نیروی محرکه‌ی مولد نباشد؟

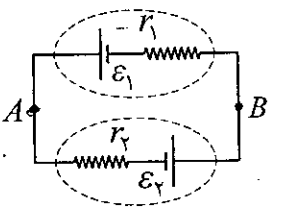
۱۸. اگر دو سر یک مولد به دو سر یک مقاومت ۵/۵ اهمی وصل شود، اختلاف پتانسیل دو سر آن ۲/۷۵ ولت می‌شود و اگر دو سر همین مولد به دو سر یک مقاومت ۴/۵ اهمی وصل شود، اختلاف پتانسیل دو سر آن ۲/۷ ولت می‌شود. نیروی محرکه‌ی مولد و مقاومت درونی آن را به دست آورید.

۱۹. دو مولد ε_1 و ε_2 با مقاومت‌های درونی r_1 و r_2 را، مطابق شکل زیر به هم بسته‌ایم. (۱) اختلاف پتانسیل میان نقطه‌ای A و B را حساب کنید. (۲) توان هر مولد را به دست آورید.

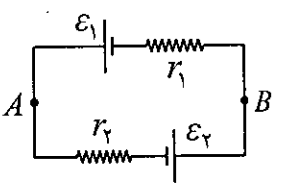
$\varepsilon_1 = ۲۰V$ و $r_1 = ۲\Omega$ ، $\varepsilon_2 = ۱۰V$ ، $r_2 = ۳\Omega$

۲۰. در مدار شکل زیر چه رابطه‌ای بین مقاومت‌ها و نیروی محرکه‌های مولدها برقرار باشد تا پتانسیل نقاط A و B برابر باشد؟

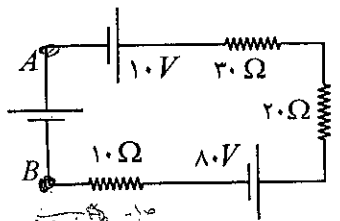
۲۱. در مدار شکل زیر مقاومت درونی مولدها ناچیز است و جریان الکتریکی عبوری از مدار برابر یک آمپر است. نیروی محرکه‌ی مولدی که بین نقاط A و B قرار دارد چه قدر است؟



(شکل مسأله‌ی ۱۹)



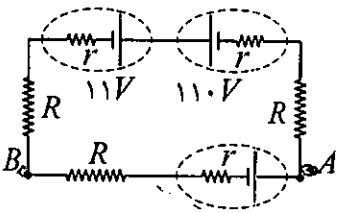
(شکل مسأله‌ی ۲۰)



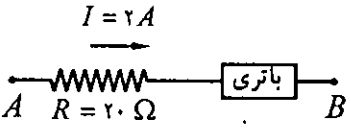
(شکل مسأله‌ی ۲۱)

۲۲. در مدار شکل زیر هر یک از مقاومت‌های R برابر ۱۰ اهم و مقاومت درونی هر مولد برابر یک اهم است. اگر اختلاف پتانسیل نقاط A و B برابر ۱۱ ولت باشد نیروی محرکه‌ی مولدی که میان نقاط A و B قرار دارد چه قدر است؟

۲۳. شکل زیر قسمتی از یک مدار است که با توان ۱۰۰ وات انرژی الکتریکی را مصرف می‌کند. مقاومت درونی مولد ناچیز است. (۱) V_{AB} را به دست آورید. (۲) جهت پایانه‌های مولد و اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی آن را تعیین کنید.



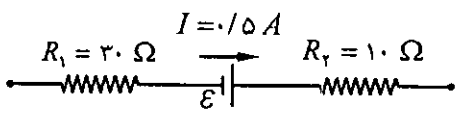
(شکل مسأله‌ی ۲۲)



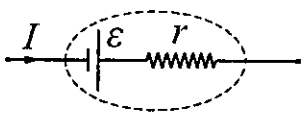
(شکل مسأله‌ی ۲۳)

۲۴. شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. (۱) ε را تعیین کنید تا این قسمت از مدار با توان ۵ وات انرژی الکتریکی مصرف کند. (۲) ε را تعیین کنید که این قسمت از مدار با توان ۵ وات انرژی الکتریکی آزاد کند.

۲۵. از مولد شکل زیر، با نیروی محرکه‌ی ε و مقاومت داخلی r ، جریان I با جهت قراردادی نشان داده شده عبور می‌کند. (۱) اختلاف پتانسیل دو سر مولد را بر حسب ε ، r و I به دست آورید و آن را بر حسب I در نموداری رسم کنید. (۲) آیا ممکن است اختلاف پتانسیل دو سر مولد منفی شود؟ توضیح دهید. (۳) آیا ممکن است اختلاف پتانسیل دو سر مولد، از نیروی محرکه‌ی آن بیش‌تر شود؟ توضیح دهید.

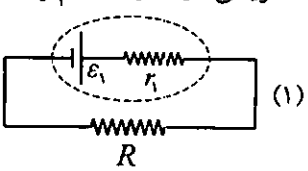


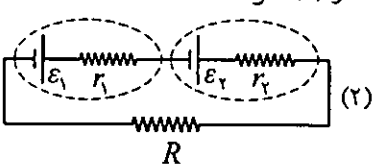
(شکل مسأله‌ی ۲۴)



(شکل مسأله‌ی ۲۵)

۲۶. مطابق شکل زیر در مدار (۱)، مولد ε_1 مقاومت R را تغذیه می‌کند و در مدار (۲)، مولد ε_1 و مولد ε_2 به طور متوالی به هم بسته شده‌اند و این کار را انجام می‌دهند. آیا ممکن است جریان الکتریکی در مدار (۲) کم‌تر از جریان الکتریکی در مدار (۱) شود؟

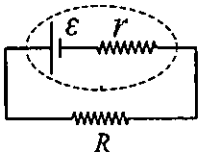




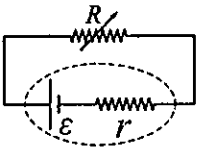
۲۷. از مولدی با نیروی محرکه‌ی ε یک بار جریان الکتریکی I_1 و بار دیگر جریان الکتریکی I_2 عبور می‌کند و توان مفید مولد در دو حالت برابر می‌شود. مقاومت درونی مولد را به دست آورید.

۲۸. مولدی را یک بار به مقاومت R_1 و بار دیگر به مقاومت R_2 وصل می‌کنیم. در هر دو حالت در مقاومت‌ها به یک اندازه گرما تولید می‌شود. مقاومت درونی مولد چه‌قدر است؟

۲۹. فرض کنید مطابق شکل زیر مولدی با نیروی محرکه‌ی ε و مقاومت درونی r به مصرف کننده‌ی R وصل است. (۱) در چه صورت توان مولد بیش‌ترین مقدار ممکن است؟ (۲) مقدار توان بیشینه‌ی مولد چه‌قدر است؟ (۳) نمودار تغییرات توان مولد بر حسب جریان آن را رسم کنید. (۴) نمودار تغییرات توان مولد بر حسب مقاومت R را رسم کنید.



۳۰. در مدار شکل زیر با افزایش و یا کاهش جزئی مقاومت R ، توان مصرفی مولد چگونه تغییر می‌کند؟ هرچه بتی امکان ندارد

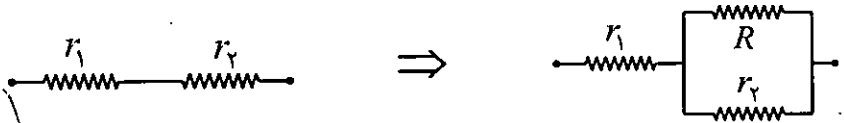


۳۱. مقاومتی را پیدا کنید که اگر با مقاومتی به اندازه‌ی چهار برابر خودش موازی بسته شود و حاصل آن‌ها با مقاومتی یک پنجم برابر خودش سری بشود، مقاومت مجموعه ۱۰Ω شود.

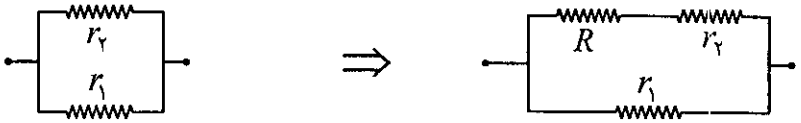
۳۲. اگر یک مقاومت با مقاومتی که مقاومت آن به اندازه‌ی r از خودش کم‌تر است سری بسته شود، مقاومتی که به اندازه‌ی r از خودش بیش‌تر است ایجاد میکند. اندازه‌ی این مقاومت را به دست آورید.

۳۳. اگر یک مقاومت با مقاومتی که مقاومت آن به اندازه‌ی r از خودش بیش‌تر است موازی بسته شود، مقاومتی که به اندازه‌ی r از خودش کم‌تر است ایجاد میکند. اندازه‌ی این مقاومت را به دست آورید.

۳۴. مقاومت‌های r_1 ، r_2 به صورت سری به هم بسته شده‌اند. اگر مطابق شکل زیر مقاومت R به صورت موازی به مقاومت r_2 بسته شود، مقاومت معادل مدار چگونه تغییر می‌کند؟



۳۵. مقاومت‌های r_1 ، r_2 به صورت موازی به هم بسته شده‌اند. اگر مطابق شکل زیر مقاومت R به صورت سری به مقاومت r_2 بسته شود، مقاومت معادل مدار چگونه تغییر می‌کند؟

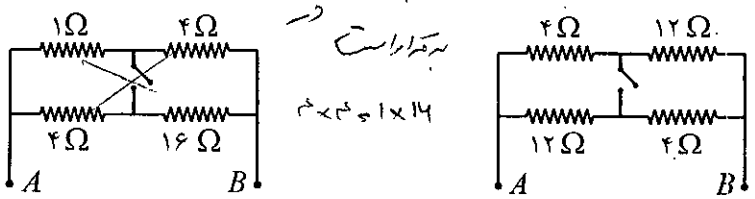


۳۶. مقاومت‌های r_1 ، r_2 و R مطابق شکل‌های زیر به هم بسته شده‌اند. (۱) مقاومت معادل دو سر مدار را در هر حالت حساب کنید. (۲) با افزایش مقاومت R ، مقاومت معادل دو سر مدار چگونه تغییر می‌کند؟

مدار (۲) مدار (۱)

۳۷. در مدارهای شکل زیر وقتی کلید بسته شود، مقاومت معادل بین A و B چند برابر می‌شود؟

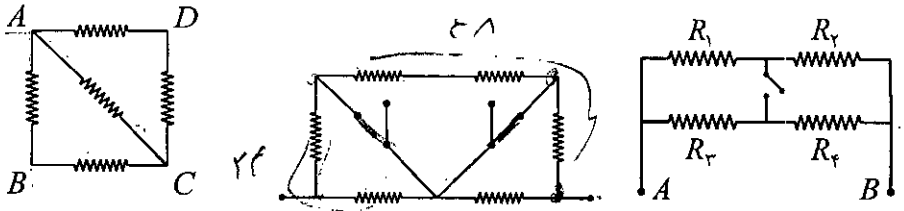
(۱) (۲)



۳۸. در مدار شکل زیر چه رابطه‌ای بین مقاومت‌های R_1 و R_2 و R_3 و R_4 برقرار باشد، تا پس از بستن کلید، مقاومت معادل بین A و B تغییر نکند؟

۳۹. در مدار الکتریکی شکل زیر بعد از بستن (۱) یکی از کلیدها (۲) هر دو کلید، مقاومت الکتریکی مدار چند برابر می‌شود؟ تمام مقاومت‌ها برابر ۱۲ اهم هستند.

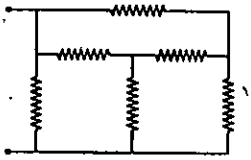
۴۰. در شکل زیر، تمام مقاومت‌ها برابر r هستند. مقاومت معادل در هر حالت چه قدر است؟ (۱) A و C دو سر مدار باشد. (۲) A و B دو سر مدار باشد. (۳) B و D دو سر مدار باشد.



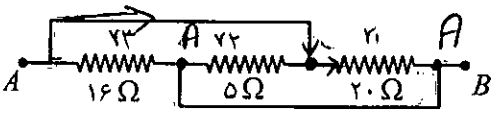
(شکل مسأله‌ی ۳۸) (شکل مسأله‌ی ۳۹) (شکل مسأله‌ی ۴۰)

۴۱. در شکل زیر، تمام مقاومت‌ها برابر r هستند. مقاومت معادل دو سر مدار چه قدر است؟

۴۲. در شکل زیر مقاومت معادل میان نقاط A و B را پیدا کنید.



(شکل مسأله‌ی ۴۱)

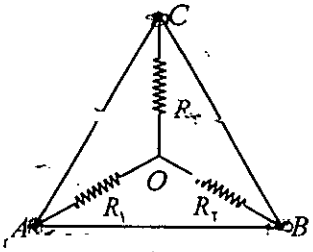


(شکل مسأله‌ی ۴۲)

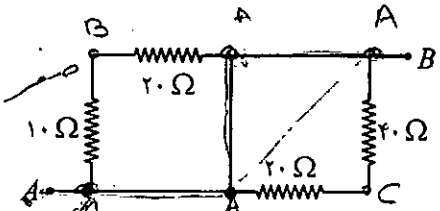
۴۳. در شکل زیر بعد مقاومت معادل میان نقطه O و نقطه‌ی A چه‌قدر می‌باشد؟

$R_1 = 15\Omega$ ، $R_2 = 10\Omega$ ، $R_3 = 4\Omega$

۴۴. در شکل زیر مقاومت معادل میان دو نقطه A و B را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۴۳)

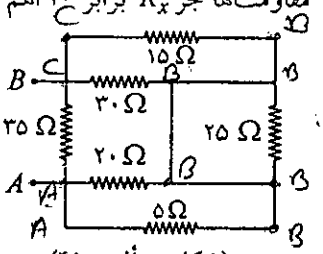


(شکل مسأله‌ی ۴۴)

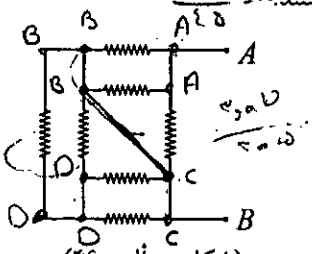
۴۵. در شکل زیر مقاومت معادل میان A و B را حساب کنید.

۴۶. در شکل زیر مقاومت میان A و B را قبل از بستن کلید و بعد از بستن آن محاسبه کنید. تمام مقاومت‌ها ۱۰ اهم هستند.

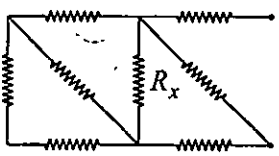
۴۷. در شکل زیر مقاومت R_x را تعیین کنید تا مقاومت معادل دو سر مدار ۱۵ اهم بشود. تمام مقاومت‌ها جز R_x برابر ۱۰ اهم هستند.



(شکل مسأله‌ی ۴۵)

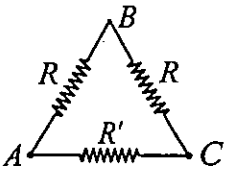


(شکل مسأله‌ی ۴۶)



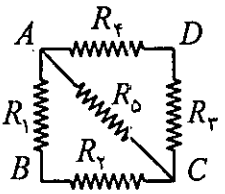
(شکل مسأله‌ی ۴۷)

۴۸. در شکل زیر مقاومت معادل بین نقطه‌های A و B برابر $R_{AB} = 30\Omega$ و مقاومت معادل بین نقطه‌های A و C برابر $R_{AC} = 10\Omega$ است. مقاومت‌های R و R' را مشخص کنید.

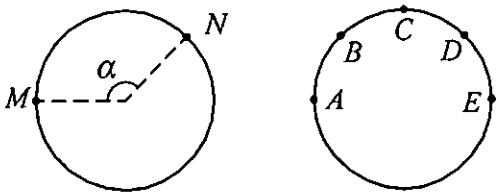


۴۹. مقاومت‌های R_1 ، R_2 ، R_3 ، R_4 و R_5 مطابق شکل زیر به هم بسته شده‌اند. می‌دانیم اندازه مقاومت معادل بین دو سر AB ، AC و BC به ترتیب برابر $R_{AB} = 30\,\Omega$ ، $R_{AC} = 30\,\Omega$ و $R_{BC} = 40\,\Omega$ است. مقاومت‌های R_1 و R_2 را به دست آورید.

۵۰. مطابق شکل زیر از سیمی به مقاومت r حلقه‌ای دایره‌ای شکل ساخته‌ایم. (۱) مقاومت معادل میان نقطه‌ی A با نقطه‌های B ، C ، D و E را بیابید $(\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DE} = \frac{\pi}{4})$. (۲) مقاومت معادل میان دو نقطه‌ی دلخواه M و N از حلقه را به دست آورید $(\overset{\frown}{MN} = \alpha)$.

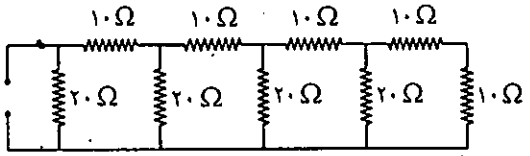


(شکل مسأله‌ی ۴۹)

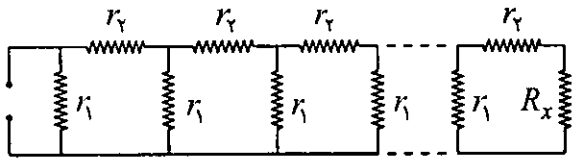


(شکل مسأله‌ی ۵۰)

۵۱. در مدار شکل زیر مقاومت معادل دو سر مدار را به دست آورید.

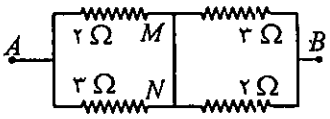


۵۲. به مدار زیر توجه کنید. مقاومت R_x را بر حسب r_1 و r_2 به دست آورید تا مقاومت معادل دو سر مدار به تعداد شبکه‌های یکسان ساخته شده از مقاومت‌های r_1 و r_2 بستگی نداشته باشد.

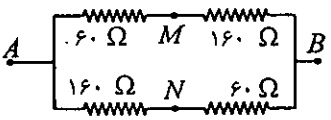


۵۳. شکل زیر قسمتی از یک مدار است که جریان الکتریکی ۱۰ آمپر از گره‌ی A وارد آن می‌شود و از گره‌ی B از آن خارج می‌شود. از سیم MN چه جریانی و در چه جهتی عبور می‌کند؟

۵۴. شکل زیر قسمتی از یک مدار است که در آن اختلاف پتانسیل بین دو گره‌ی A و B برابر ۱۱۰ ولت است. اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی M و N چند ولت است؟



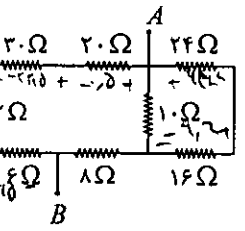
(شکل مسأله‌ی ۵۳)



(شکل مسأله‌ی ۵۴)

۵۵. در شکل زیر جریان الکتریکی ۹ آمپر از نقطه‌ی A وارد شبکه مقاومت‌ها می‌شود و از نقطه‌ی B از مدار خارج می‌شود. اندازه‌ی جریان الکتریکی تمام مقاومت‌ها را حساب کنید.

۵۶. در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است اختلاف پتانسیل میان نقاط A و B برابر ۴۸ ولت است. اختلاف پتانسیل دو سر هر مقاومت را حساب کنید.

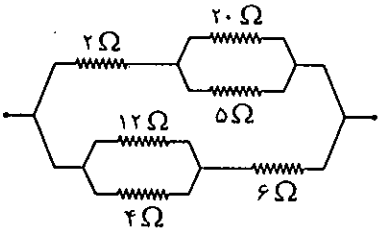


(شکل مسأله‌ی ۵۵)

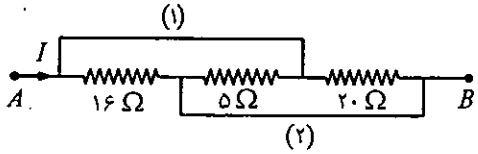
(شکل مسأله‌ی ۵۶)

۵۷. شکل زیر قسمتی از مدار را نشان می‌دهد. اگر از مقاومت ۵ اهمی جریان الکتریکی ۲/۴ آمپر عبور کند، از مقاومت ۴ اهمی چه جریانی عبور می‌کند؟

۵۸. در شکل زیر $I = ۲/۵A$ است. جریان در سیم‌های بدون مقاومت (۱) و (۲) را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۵۷)



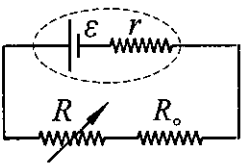
(شکل مسأله‌ی ۵۸)

۵۹. **«تقسیم جریان»**. فرض کنید مقاومت‌های R_1، R_2، ...، R_n موازی هستند و جریان کل مقاومت‌ها I است. (۱) رابطه‌ی جریان دو مقاومت دلخواه را بر حسب مقاومت‌های آن‌ها بنویسید. (۲) جریان هر مقاومت را بر حسب جریان کل I به دست آورید.

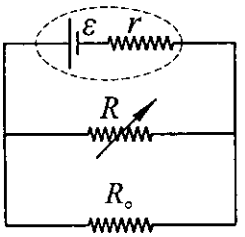
۶۰. **«تقسیم ولتاژ»**. فرض کنید مقاومت‌های R_1، R_2، ...، R_n به طور سری هستند و ولتاژ (اختلاف پتانسیل) دو سر آن‌ها V است. (۱) رابطه‌ی ولتاژ دو مقاومت دلخواه را بر حسب مقاومت‌های آن‌ها بنویسید. (۲) ولتاژ هر مقاومت را بر حسب ولتاژ کل V به دست آورید.

۶۱. در مدار شکل زیر اگر مقاومت متغیر R افزایش یابد، (۱) جریان مولد (۲) اختلاف پتانسیل دو سر مولد (۳) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ثابت R_0 (۴) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت متغیر R ، چگونه تغییر می‌کند؟ چرا؟

۶۲. در مدار شکل زیر اگر مقاومت متغیر R افزایش یابد، (۱) جریان مولد (۲) اختلاف پتانسیل دو سر مولد (۳) جریان مقاومت ثابت R_0 (۴) جریان مقاومت متغیر R ، چگونه تغییر می‌کند؟ چرا؟



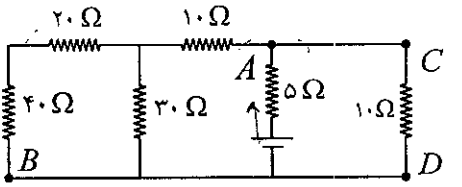
(شکل مسأله‌ی ۶۱)



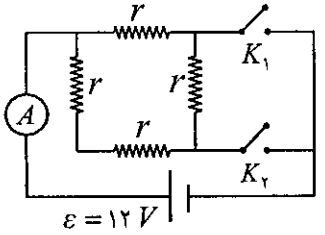
(شکل مسأله‌ی ۶۲)

۶۳. در مدار الکتریکی شکل زیر نیروی محرکه مولد ۲۵ ولت است و مقاومت درونی ندارد. (۱) جریان مقاومت ۵ اهمی را حساب کنید. (۲) اختلاف پتانسیل میان نقاط A و B و نقاط C و D را به‌دست آورید.

۶۴. در مدار الکتریکی شکل زیر مقاومت‌های درونی مولد و آمپرسنج ناچیز هستند. وقتی کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز باشد، آمپرسنج جریان ۴ آمپر را نشان می‌دهد. (۱) مقاومت r را محاسبه کنید. (۲) اگر کلید K_2 بسته باشد و کلید K_1 باز باشد، آمپرسنج چه جریانی را نشان می‌دهد؟ (۳) اگر کلیدهای K_1 و K_2 هر دو بسته باشند، آمپرسنج چه جریانی را نشان می‌دهد؟

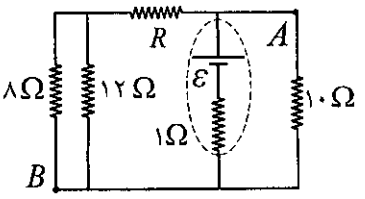


(شکل مسأله‌ی ۶۳)



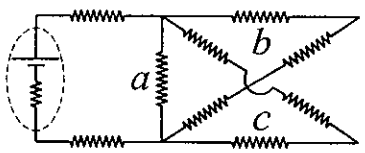
(شکل مسأله‌ی ۶۴)

۶۵. در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو جریان الکتریکی مقاومت ۱۲ اهم برابر یک آمپر و اختلاف پتانسیل نقاط A و B برابر ۲۵ ولت است. نیروی محرکه‌ی مولد و مقاومت R را به دست آورید.

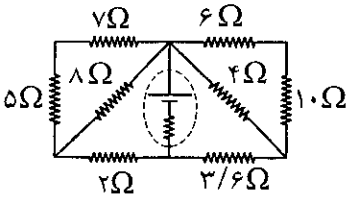


۶۶. در مدار الکتریکی شکل زیر تمام مقاومت‌ها ۱۰ اهم هستند. همچنین نیروی محرکه‌ی مولد و مقاومت درونی آن به ترتیب برابر ۱۵۰ ولت و ۴ اهم است. (۱) جریان الکتریکی مولد (۲) اختلاف پتانسیل دو سر مولد (۳) جریان الکتریکی مقاومت‌های a ، b و c را به دست آورید.

۶۷. در مدار الکتریکی شکل زیر اگر توان الکتریکی مقاومت ۱۰ اهم برابر ۱۰ وات باشد، (۱) اختلاف پتانسیل دو سر مولد (۲) توان مصرف انرژی در مقاومت ۵ اهم چه قدر است؟



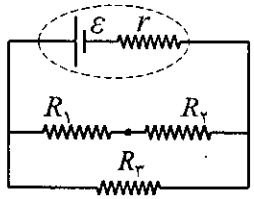
(شکل مسأله‌ی ۶۶)



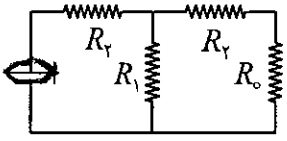
(شکل مسأله‌ی ۶۷)

۶۸. در مدار الکتریکی شکل زیر اگر جای مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۳$ را عوض کنیم جریان در مولد تغییر نمی‌کند. مقاومت $R_۱$ را به دست آورید $(R_۲ \neq R_۳)$.

۶۹. در مدار الکتریکی شکل زیر توان مصرفی در مدار برابر زمانی است که مقاومت $R_۰$ به تنهایی به مولد وصل شود و اختلاف پتانسیل مقاومت $R_۰$ نسبت به حالتی که به تنهایی به مولد متصل است، $\frac{۱}{\alpha}$ برابر است $(\alpha > ۱)$. $R_۱$ و $R_۲$ را بر حسب $R_۰$ تعیین کنید.



(شکل مسأله‌ی ۶۸)



(شکل مسأله‌ی ۶۹)

۷۰. سه مقاومت ۵ ، ۱۰ و ۲۵ اهمی را یک بار به صورت سری و بار دیگر به صورت موازی، به مولدی با اختلاف پتانسیل ثابت وصل می‌کنیم. نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها در حالت دوم به توان مصرفی مقاومت‌ها در حالت اول را به دست آورید.

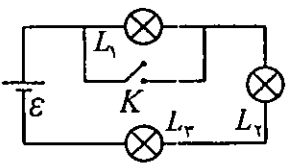
۷۱. پنج عدد لامپ در اختیار داریم که توان مصرفی هر یک از آن‌ها در صورتی که به ولتاژ ۲۲۰ وصل شود، برابر ۱۰۰ وات است. (۱) مقاومت هر لامپ را حساب کنید. (۲) اگر این لامپ‌ها به طور سری به ولتاژ ۲۲۰ ولت متصل شوند، توان مصرفی هر لامپ و توان مصرفی کل لامپ‌ها را حساب کنید.

۷۲. دو لامپ A و B در اختیار داریم که اگر جداگانه به ولتاژ V وصل شوند، روشنایی A از روشنایی B بیش‌تر است. اگر لامپ‌ها به طور سری به ولتاژ V وصل شوند، (۱) روشنایی کدام لامپ از دیگری بیش‌تر است؟ چرا؟ (۲) تغییر روشنایی کدام لامپ بیش‌تر است؟

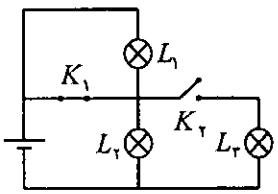
۷۳. در مدار الکتریکی شکل زیر پس از بستن کلید k روشنایی لامپ‌های L_1 ، L_2 و L_3 چگونه تغییر می‌کند؟

۷۴. در مدار الکتریکی شکل زیر لامپ‌ها مشابه‌اند و مولد مقاومت درونی ندارد. بررسی کنید که در هر یک از حالت‌های زیر روشنایی لامپ‌ها چگونه تغییر می‌کند. (۱) کلید K_2 بسته شود. (۲) کلید K_1 باز شود. (۳) کلید K_1 باز شود و سپس کلید K_2 بسته شود.

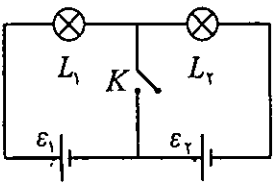
۷۵. در مدار الکتریکی شکل زیر نیروی محرکه‌ی مولدها ε_1 و ε_2 و مقاومت درونی آن‌ها ناچیز است. پس از بستن کلید، لامپ L_1 با مقاومت r_1 روشن‌تر و لامپ L_2 با مقاومت r_2 کم‌نورتر می‌شود. چه رابطه‌ای بین اجزای مدار برقرار بوده است؟



(شکل مسأله‌ی ۷۳)



(شکل مسأله‌ی ۷۴)

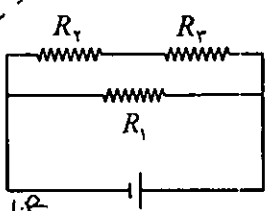


(شکل مسأله‌ی ۷۵)

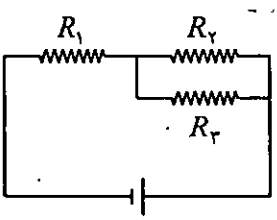
۷۶. دو لامپ یکسان را یک بار به طور سری و بار دیگر به طور موازی به مولدی وصل می‌کنیم. نور لامپ‌ها در هر دو حالت یکسان می‌شود. مقاومت درونی مولد را بر حسب مقاومت لامپ‌ها محاسبه کنید.

۷۷. در هر یک از مدارهای الکتریکی زیر، نسبت توان الکتریکی مصرفی مقاومت R_1 به توان الکتریکی مصرفی مقاومت R_2 را به دست آورید.

(۱)

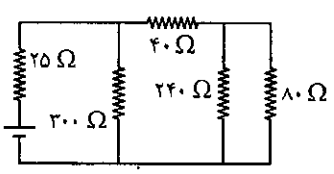


(۲)

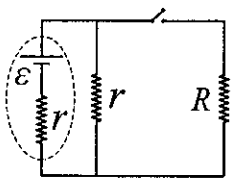


۷۸. در مدارهای الکتریکی شکل زیر توان مولد پس از بستن کلید چگونه تغییر می‌کند؟

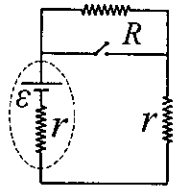
۷۹. در مدار الکتریکی شکل زیر (۱) توان الکتریکی مصرفی در کدام مقاومت از بقیه‌ی مقاومت‌ها بیش‌تر است؟ (۲) اگر نیروی محرکه‌ی مولد ۱۶۰ ولت باشد، توان مصرفی هر مقاومت را بیابید.



(شکل مسألهٔ ۷۹)



(شکل۲ مسألهٔ ۷۸)



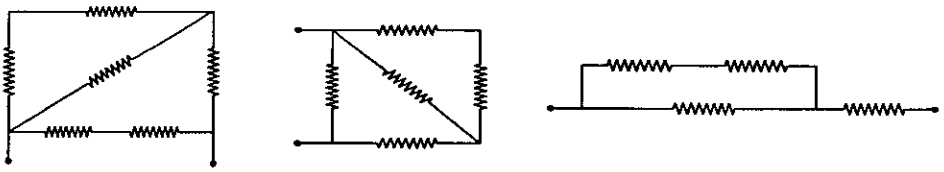
(شکل۱ مسألهٔ ۷۸)

۸۰. دو مقاومت ۵ و ۲۰ اهم در اختیار داریم که حداکثر توان قابل تحمل برای آن‌ها به ترتیب ۲۰ و ۴۵ وات است. اگر این مقاومت‌ها به طور سری بسته شوند حداکثر توان قابل تحمل برای مجموعه آن‌ها تا هیچ‌کدام آسیب نبینند، چند وات است؟

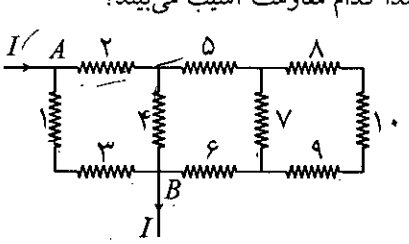
۸۱. دو مقاومت ۵ و ۲۰ اهم در اختیار داریم که حداکثر توان قابل تحمل برای آن‌ها به ترتیب ۲۰ و ۴۵ وات است. اگر این مقاومت‌ها به طور موازی بسته شوند، حداکثر توان قابل تحمل برای مجموعه‌ی آن‌ها تا هیچ‌کدام آسیب نبینند، چند وات است؟

۸۲. در مدارهای الکتریکی شکل زیر حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌های یکسان، برابر ۹۰ وات است. در هر مورد، حداکثر توان الکتریکی را که می‌توان به دو سر مدار اعمال کرد تا هیچ یک از مقاومت‌های آن آسیب نبینند، حساب کنید.

(۳) (۲) (۱)



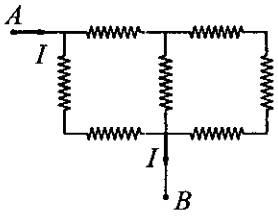
۸۳. در شکل زیر حداکثر توان قابل تحمل مقاومت‌ها یکسان و اندازه‌ی مقاومت‌ها نیز برابر است. جریان I، از نقطه‌ی A وارد شبکه‌ی مقاومت‌ها می‌شود و از نقطه‌ی B خارج می‌شود. تعیین کنید با افزایش تدریجی جریان I ابتدا کدام مقاومت آسیب می‌بیند؟



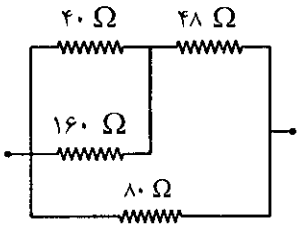
۸۴ در مدار الکتریکی شکل زیر اندازه‌ی مقاومت‌ها یکسان و برابر R است. جریان I از نقطه‌ی A وارد شبکه‌ی مقاومت‌ها می‌شود و از نقطه‌ی B خارج می‌شود. (۱) جریان هر یک از مقاومت‌ها را بر حسب I به دست آورید. (۲) مقاومت معادل میان نقاط A و B را بر حسب R تعیین کنید. (۳) اگر بیشینه توان قابل تحمل مقاومت‌ها یکسان و برابر ۶۴ وات باشد، بیشینه‌ی توانی که می‌توان به دو سر A و B اعمال کرد به طوری که هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند چه قدر است؟

۸۵ چهار مقاومت ۴۰ ، ۴۸ ، ۸۰ و ۱۶۰ اهم که بیشینه توان قابل تحمل آن‌ها به ترتیب ۱۶۰ ، ۳۲۰ ، ۶۰۰ و ۱۰۰ وات است، مطابق مدار شکل زیر بسته شده‌اند. حداکثر توان اعمال شده به دو سر مدار چه‌قدر باشد تا هیچ مقاومتی آسیب نبیند؟

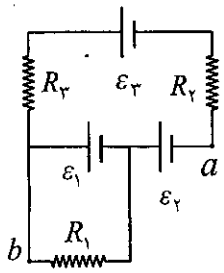
۸۶ در مدار الکتریکی شکل زیر، جریان هر مقاومت و اختلاف پتانسیل بین نقاط a و b را به دست آورید. $R_1=100\Omega$ ، $R_2=50\Omega$ ، $R_3=150\Omega$ ، $\varepsilon_1=5V$ ، $\varepsilon_2=4V$ و $\varepsilon_3=6v$.



(شکل مسألهٔ ۸۴)



(شکل مسألهٔ ۸۵)

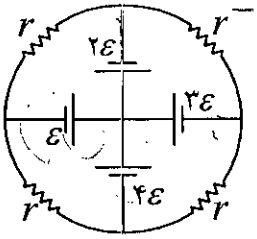


(شکل مسألهٔ ۸۶)

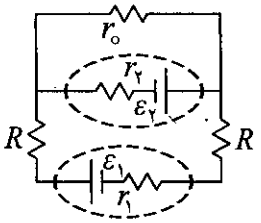
۸۷ در مدار الکتریکی شکل زیر جریان الکتریکی مقاومت‌ها و مولدها را به دست آورید.

۸۸ در مدار الکتریکی شکل زیر جریان الکتریکی عبوری از هر مولد و جریان عبوری از مقاومت r_0 را به دست آورید. $r_0=5\Omega$ ، $R=10\Omega$ ، $r_1=r_2=1\Omega$ ، $\varepsilon_2=95V$ و $\varepsilon_1=30V$

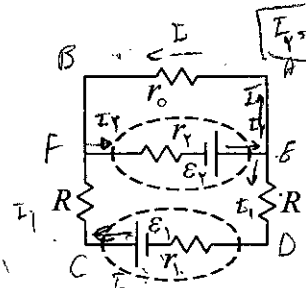
۸۹ در مدار الکتریکی شکل زیر چه شرطی بین اجزای مدار برقرار باشد، تا از مقاومت r_0 جریان الکتریکی عبور نکند؟



(شکل مسألهٔ ۸۷)



(شکل مسألهٔ ۸۸)



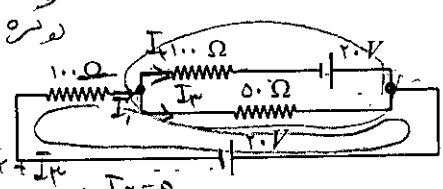
(شکل مسألهٔ ۸۹)

$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$

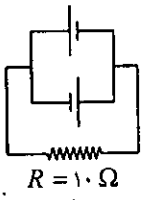
۹۰. در مدار الکتریکی شکل زیر چه شرطی بین اجزای مدار برقرار باشد، تا از مقاومت R جریان الکتریکی عبور نکند؟

۹۱. در شکل زیر مقاومت درونی مولدها ۱ اهم و ۲ اهم می‌باشد و نیروی محرکه‌ی آن‌ها یکسان است. اگر از مقاومت R جریان یک آمپر عبور کند، نیروی محرکه‌ی مولدها را به دست آورید.

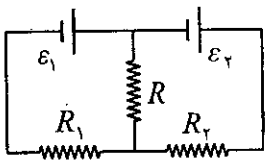
۹۲. در مدار الکتریکی شکل زیر (۱) جریان الکتریکی عبوری از هر مقاومت (۲) مجموع توان الکتریکی مولدها (۳) مجموع توان الکتریکی مقاومت‌ها را به دست آورید.



(شکل مسألهٔ ۹۲)



(شکل مسألهٔ ۹۱)

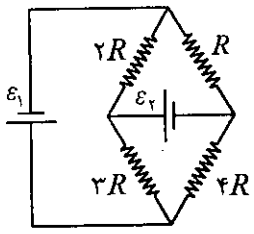


(شکل مسألهٔ ۹۰)

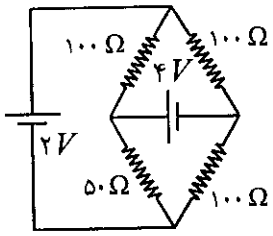
۹۳. در مدار شکل زیر توان مصرفی مقاومت R و مقاومت ۵۰ اهم برابر است. (۱) مقاومت R را به دست آورید. (۲) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را بر حسب ε به دست آورید. (۳) چند درصد از انرژی الکتریکی مصرف شده در مدار در مقاومت R مصرف می‌شود؟

۹۴. در مدار شکل زیر جریانی که از مقاومت ۵۰ اهمی می‌گذرد، چند میلی‌آمپر است؟

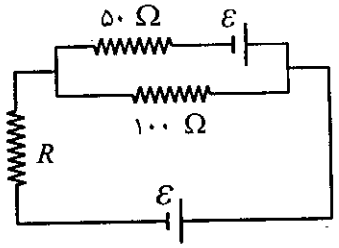
۹۵. در شکل زیر چه رابطه‌ای میان نیروی محرکه‌ی مولدها، وجود داشته باشد تا از مولد ε_1 جریانی عبور نکند؟



(شکل مسألهٔ ۹۵)

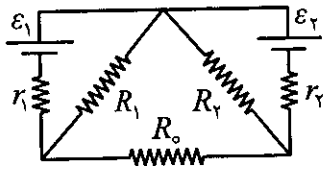


(شکل مسألهٔ ۹۴)

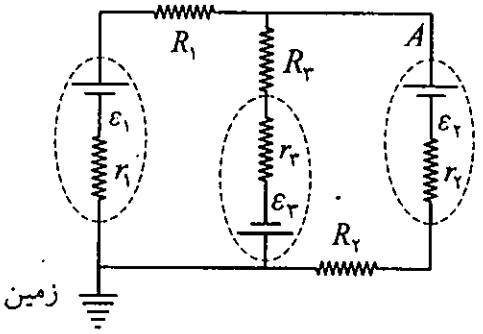


(شکل مسألهٔ ۹۳)

۹۶. در مدار شکل زیر از مقاومت R_0 جریان الکتریکی عبور نمی‌کند. چه رابطه‌ای میان اجزای مدار برقرار است؟



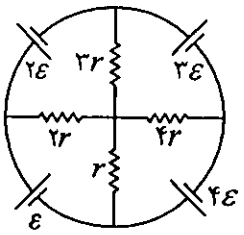
۹۷. در مدار الکتریکی شکل زیر (۱) جریان الکتریکی هر شاخه‌ی مدار (۲) پتانسیل نقطه‌ی A با فرض این که زمین مبداء پتانسیل است (۳) توان مفید مولد ε_1 (۴) بازده مولد ε_2 (نسبت توان مفید به توان کل مولد) را به دست آورید. $\varepsilon_3 = 8V$ ، $\varepsilon_2 = 4V$ ، $\varepsilon_1 = 6V$ ، $r_3 = 1\Omega$ ، $r_1 = r_2 = 0/5\Omega$ ، $R_3 = 4\Omega$ ، $R_2 = 1/5\Omega$ و $R_1 = 3/5\Omega$.



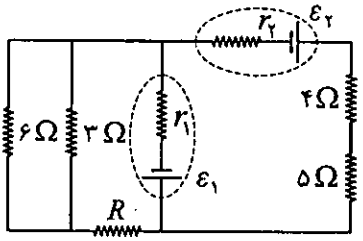
۹۸. در مدار الکتریکی شکل زیر (۱) نشان دهید حداقل یکی از مولدها مصرف کننده‌ی انرژی الکتریکی است. (۲) مولدی که مصرف کننده‌ی انرژی الکتریکی می‌شود چه شرطی باید داشته باشد؟ (۳) آیا ممکن است دو مولد مصرف کننده‌ی انرژی الکتریکی شوند؟

۹۹. در مدار الکتریکی شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ اهم برابر ۲/۵ ولت و جریان الکتریکی مقاومت ۳ اهم برابر ۲ آمپر است و داریم $r_1 = 2\Omega$ ، $r_2 = 1\Omega$ و $\varepsilon_1 = 24V$. مقاومت R و نیروی محرکه‌ی ε_2 را به دست آورید.

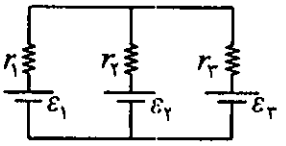
۱۰۰. در مدار الکتریکی شکل زیر جریان الکتریکی هر مقاومت را به دست آورید. $\varepsilon = 10V$ و $r = 10\Omega$.



(شکل مسألهٔ ۱۰۰)



(شکل مسألهٔ ۹۹)



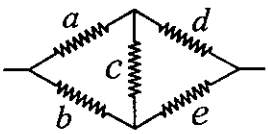
(شکل مسألهٔ ۹۸)

۱۰۱. دو مولد با نیروی محرکه‌های ε_1 و ε_2 و مقاومت‌های درونی r_1 و r_2 به طور موازی، از جهت قطب موافق به هم بسته شده‌اند. ثابت کنید مجموعه، به صورت یک مولد با نیروی محرکه‌ی ε_0 و مقاومت درونی r_0 عمل می‌کند، که داریم $r_0 = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ ، $\varepsilon_0 = (\frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2}) r_0$.

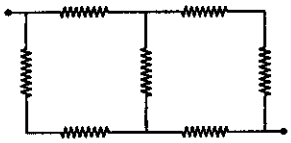
۱۰۲. در مدار الکتریکی شکل زیر مقاومت‌های a ، b و c برابر یک اهم و مقاومت‌های d و e به ترتیب برابر ۳ و ۱۳ اهم هستند. دو سر مدار را به یک مولد با اختلاف پتانسیل ثابت ۱۵ ولت وصل می‌کنیم. (۱) جریان الکتریکی عبوری از هر مقاومت و جریان الکتریکی عبوری از مولد را به دست آورید. (۲) نسبت اختلاف پتانسیل دو سر مولد به جریان الکتریکی عبوری از مولد را حساب کنید. (۳) مقاومت معادل بین دو سر مقاومت‌ها چه قدر است؟

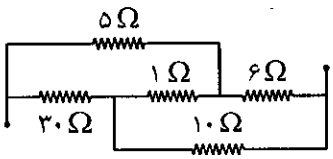
۱۰۳. در شکل مدار الکتریکی شکل زیر، تمام مقاومت‌ها برابر r هستند. دو سر مدار را به یک مولد با اختلاف پتانسیل ثابت V وصل می‌کنیم. (۱) I ، جریان الکتریکی عبوری از مولد را بر حسب r و V به دست آورید. (۲) نسبت V به I را بر حسب r به دست آورید. (۳) مقاومت معادل مقاومت‌ها چه قدر است؟

۱۰۴. در شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی مشاهده می‌شود. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۵ اهم، برابر ۲۰ ولت باشد، جریان الکتریکی مقاومت یک اهم چند آمپر است؟



(شکل مسألهٔ ۱۰۲)

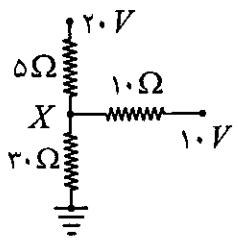

(شکل مسألهٔ ۱۰۳)



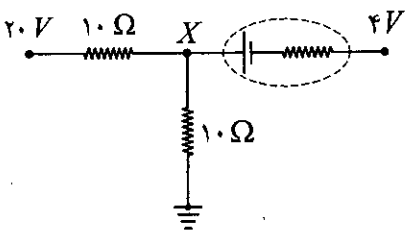
(شکل مسألهٔ ۱۰۴)

۱۰۵. شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است که از سه نقطه با پتانسیل الکتریکی ثابت به بقیه‌ی مدار الکتریکی وصل است. پتانسیل نقطه‌ی X و جریان مقاومت‌ها را بیابید.

۱۰۶. شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است که از سه نقطه با پتانسیل الکتریکی ثابت به بقیه‌ی مدار الکتریکی وصل است. هم چنین جریان‌های الکتریکی مقاومت‌های ۱۰ اهم یکسان است. جریان الکتریکی شاخه‌ها، نیروی محرکه باتری و پتانسیل نقطه‌ی X را به دست آورید.



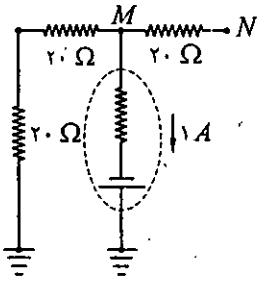
(شکل مسألهٔ ۱۰۵)



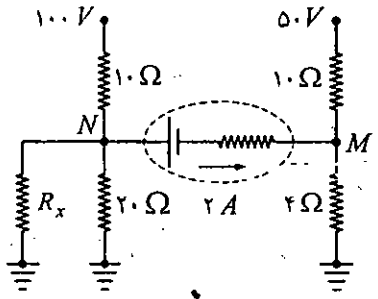
(شکل مسألهٔ ۱۰۶)

۱۰۷. شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است که از سه نقطه با پتانسیل الکتریکی ثابت به بقیه‌ی مدار الکتریکی وصل است. نیروی محرکه باتری ۳۲ ولت و مقاومت درونی آن ۲ اهم است و از آن در جهت نشان داده شده جریان الکتریکی یک آمپر عبور می‌کند. پتانسیل الکتریکی نقاط M و N را به دست آورید.

۱۰۸. شکل زیر قسمتی از یک مدار الکتریکی است که از پنج نقطه با پتانسیل الکتریکی ثابت به بقیه‌ی مدار الکتریکی وصل است. نیروی محرکه باتری ۲۴ ولت و مقاومت درونی آن ۳ اهم است و از آن جریان الکتریکی برابر ۲ آمپر در جهت نشان داده شده عبور می‌کند. پتانسیل الکتریکی نقاط M و N و مقاومت R_x را به دست آورید.



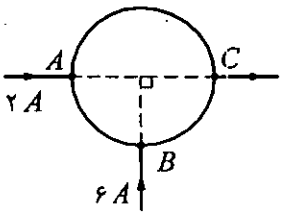
(شکل مسألهٔ ۱۰۷)



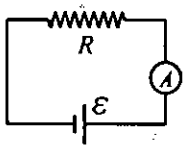
(شکل مسألهٔ ۱۰۸)

۱۰۹. در شکل زیر از نقاط A و B جریان‌های ۲ آمپر و ۶ آمپر وارد حلقه‌ی فلزی یکنواختی می‌شوند و از نقطه‌ی C خارج می‌شوند. جهت و اندازه‌ی جریان قسمت‌های AB و BC و AC از این حلقه رسانا را به دست آورید.

۱۱۰. (۱) توضیح دهید چرا مقاومت یک آمپرسنج باید خیلی کوچک باشد. (۲) برای اندازه‌گیری جریان در مدار شکل زیر، آمپرسنج A با مقاومت درونی r قرار داده شده است. (الف) آمپرسنج جریان مدار را با چه اختلافی نسبت به مقدار آن در زمانی که هنوز در مدار قرار نگرفته است نشان می‌دهد؟ (ب) خطای نسبی را حساب کنید.



(شکل مسألهٔ ۱۰۹)

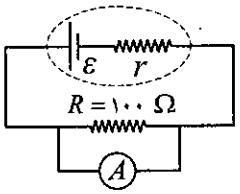


(شکل مسألهٔ ۱۱۰)

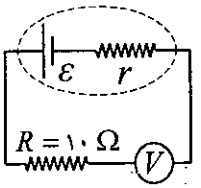
۱۱۱. (۱) توضیح دهید چرا مقاومت درونی یک ولت‌سنج باید خیلی بزرگ باشد. (۲) برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل در مدار مقابل، ولت‌سنج V با مقامت درونی r استفاده شده است. (الف) ولت‌سنج اختلاف پتانسیل را با چه مقدار اختلاف نسبت به زمانی که هنوز در مدار قرار نگرفته است، نشان می‌دهد؟ (ب) خطای نسبی را محاسبه کنید.

۱۱۲. در مدار الکتریکی شکل زیر ولت‌سنج ایده‌آلی اشتباها به طور سری با مقاومت R در مدار بسته شده است. ولت‌سنج چه اختلاف پتانسیلی را نشان می‌دهد؟ $r = ۲\Omega$ و $\varepsilon = ۳۰V$.

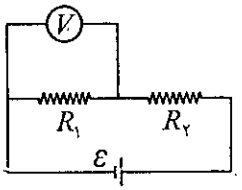
۱۱۳. در مدار الکتریکی شکل زیر آمپرسنج ایده‌آلی اشتباها به طور موازی با مقاومت R در مدار بسته شده است. آمپرسنج چه جریانی را نشان می‌دهد؟ $r = ۴\Omega$ و $\varepsilon = ۶۰V$.



(شکل مسألهٔ ۱۱۳)



(شکل مسألهٔ ۱۱۲)



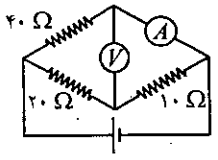
(شکل مسألهٔ ۱۱۱)

۱۱۴. در شکل زیر آمپرسنج ایده‌آل نیست و مقاومت درونی مولد ناچیز است. و آمپرسنج جریان I را نشان می‌دهد. اگر مقاومت متغیر ۵ برابر شود، آمپرسنج جریان $۰/۲۵I$ را نشان می‌دهد. اگر مقاومت متغیر صفر شود، جریان چند برابر I خواهد شد؟

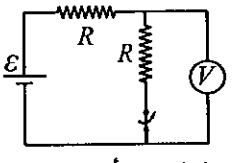
۱۱۵. در شکل زیر ولت‌سنج ایده‌آل نیست و مقاومت درونی مولد ناچیز است و ولت‌سنج عدد V را نشان می‌دهد. اگر مقاومت متغیر یک سوم برابر شود، ولت‌سنج عدد $۲V$ را نشان می‌دهد. اگر مقاومت متغیر صفر شود، ولت‌سنج چه عددی را نشان خواهد داد؟

۱۱۶. در شکل زیر ولت‌سنج ایده‌آل نیست. وقتی کلید را باز می‌کنیم اختلاف پتانسیلی که ولت‌سنج نشان می‌دهد $V_۰$ است. قبل از بازکردن کلید ولت‌سنج چه عددی را نشان می‌داده است؟

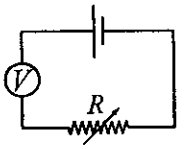
۱۱۷. در شکل زیر ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل نیستند. نیروی محرکه‌ی مولد ۱۹۰ ولت و مقاومت درونی آن ناچیز است. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل ۵۰ ولت و آمپرسنج جریان ۵ آمپر را نمایش می‌دهند. مقاومت درونی ولت‌سنج و آمپرسنج را به دست آورید.



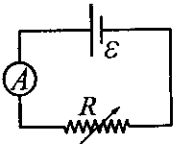
(شکل مسألهٔ ۱۱۷)



(شکل مسألهٔ ۱۱۶)



(شکل مسألهٔ ۱۱۵)

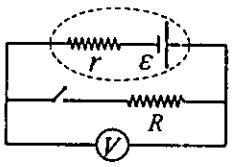


(شکل مسألهٔ ۱۱۴)

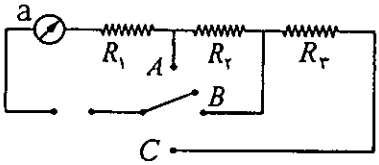
۱۱۸. در مدار شکل زیر، در اثر باز و بسته شدن کلید تغییر محسوسی در مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد به وجود نمی‌آید. در مورد اجزای این مدار چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

۱۱۹. یک ولت‌سنج داریم که مقاومت درونی آن برابر پنج کیلو اهم است و با عبور جریان دو میلی‌آمپر از آن حداکثر انحراف در عقربه‌ی آن ایجاد می‌شود. (۱) اگر این ولت‌سنج به دو نقطه از یک مدار الکتریکی وصل شود، حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی این نقاط چه قدر باید باشد تا بتوان آن را توسط ولت‌سنج اندازه‌گیری کرد؟ (۲) می‌خواهیم با سری کردن این ولت‌سنج با یک مقاومت، ولت‌سنج دیگری بسازیم که حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی قابل اندازه‌گیری توسط آن برابر ۵۰ ولت باشد. یعنی اگر دو سر ولت‌سنج حاصل را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ۵۰ ولت وصل کنیم، حداکثر انحراف در عقربه‌ی ولت‌سنج ایجاد شود. مقاومتی که برای این کار باید با ولت‌سنج سری شود چند اهم است؟

۱۲۰. مقاومت الکتریکی یک عقربه‌ی حساس (عقربه‌ای که با عبور جریان الکتریکی از آن منحرف می‌شود) برابر ۵۰ اهم است و با عبور جریان الکتریکی یک میلی‌آمپر از آن بیش‌ترین انحراف در آن ایجاد می‌شود. با به هم بستن این عقربه‌ی حساس و مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 به صورت مدار شکل زیر یک ولت‌سنج پله‌ای ساخته‌ایم که با قرار دادن کلید آن در حالت‌های A ، B و C حداکثر ولتاژ قابل اندازه‌گیری توسط آن به ترتیب برابر ۱ ، ۱۰ و ۵۰ ولت می‌شود. مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 را به دست آورید.



(شکل مسألهٔ ۱۱۸)

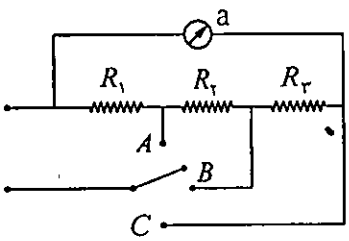


(شکل مسألهٔ ۱۲۰)

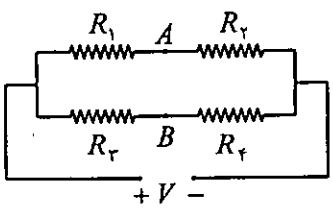
۱۲۱. یک آمپرسنج داریم که مقاومت درونی آن برابر ۳۰ اهم است و با ایجاد اختلاف پتانسیل ۰/۱۵ ولت بین دو سر آن حداکثر انحراف در عقربه‌ی آن ایجاد می‌شود. (۱) اگر این آمپرسنج به طور سری در شاخه‌ای از یک مدار الکتریکی وصل شود، حداکثر جریان الکتریکی این شاخه چه قدر باید باشد تا بتوان آن را توسط آمپرسنج اندازه‌گیری کرد؟ (۲) می‌خواهیم با موازی کردن این آمپرسنج با یک مقاومت، آمپرسنج دیگری بسازیم که حداکثر جریان قابل اندازه‌گیری توسط آن برابر ۲۰ میلی‌آمپر باشد. یعنی اگر از این آمپرسنج جریان الکتریکی ۲۰ میلی‌آمپر عبور دهیم، حداکثر انحراف در عقربه‌ی آمپرسنج ایجاد شود. مقاومتی که برای این کار باید با آمپرسنج موازی شود چند اهم است؟

۱۲۲. مقاومت الکتریکی یک عقربه‌ی حساس (عقربه‌ای که با عبور جریان الکتریکی از آن منحرف می‌شود) برابر ۹ اهم است و با عبور جریان الکتریکی ده میلی‌آمپر از آن بیش‌ترین انحراف در آن ایجاد می‌شود. با به هم بستن این عقربه‌ی حساس و مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 به صورت مدار شکل زیر یک آمپرسنج پله‌ای ساخته‌ایم که با قرار دادن کلید آن در حالت‌های A ، B و C حداکثر جریان قابل اندازه‌گیری توسط آن به ترتیب برابر ۱۰ ، ۱ و ۰/۱ آمپر می‌شود. مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 را به دست آورید.

۱۲۳. **«پل وتستون»**. مدار الکتریکی شکل زیر را که به ولتاژ ثابت V وصل است در نظر بگیرید. (۱) ثابت کنید اگر $R_1R_4 = R_2R_3$ باشد، اختلاف پتانسیل نقاط A و B صفر می‌شود (پتانسیل نقاط A و B برابر می‌شود). (۲) با وجود شرط $R_1R_4 = R_2R_3$، اگر نقاط A و B اتصال کوتاه شوند (توسط یک سیم بدون مقاومت به یکدیگر وصل شوند) و یا میان آن‌ها مقاومت دلخواه R بسته شود، چه اتفاقی در مدار می‌افتد؟



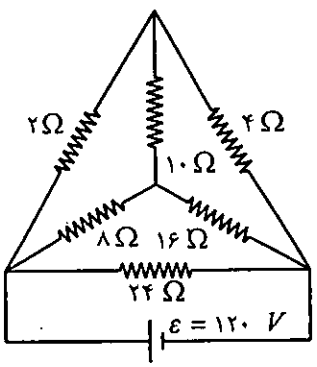
(شکل مسألهٔ ۱۲۲)



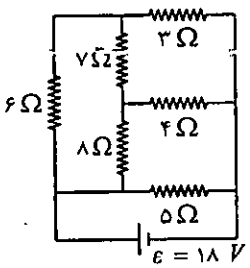
(شکل مسألهٔ ۱۲۳)

۱۲۴. در مدار الکتریکی شکل زیر (۱) مقاومت معادل بین دو سر مولد را به دست آورید. (۲) جریان الکتریکی مولد و جریان الکتریکی هر مقاومت را محاسبه کنید.

۱۲۵. در مدار الکتریکی شکل زیر جریان الکتریکی هر کدام از مقاومت‌ها را به دست آورید.

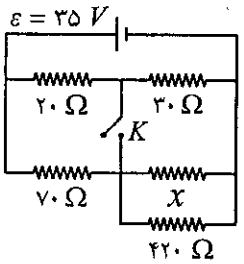


(شکل مسألهٔ ۱۲۴)

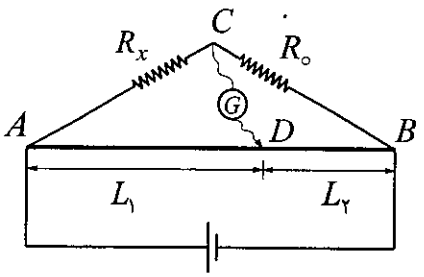


(شکل مسألهٔ ۱۲۵)

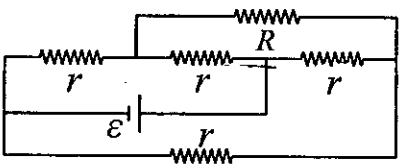
۱۲۶. در مدار الکتریکی شکل زیر، پس از بستن کلید K جریان الکتریکی مدار تغییر نمی‌کند. مقاومت x را بیابید.



۱۲۷. شکل زیر یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد که برای محاسبه مقاومت مجهول R_x ساخته شده است. R_0 مقاومتی معلوم می‌باشد و G گالوانومتری است که به وسیله نقطه تماس لغزنده D به رسانای همگن AB، با مقاومت الکتریکی بالا وصل شده است. (۱) نقطه لغزنده D را روی رسانای AB حرکت می‌دهیم تا به حالتی برسیم که از گالوانومتر جریان الکتریکی عبور نکند. نشان دهید مقاومت مجهول از رابطه‌ی $R_x = R_0 \frac{L_1}{L_2}$ به دست می‌آید. (۲) اگر نقطه لغزنده D را روی سیم AB از محلی که در آن گالوانومتر جریان صفر را نشان می‌دهد به سمت A یا B حرکت دهیم، جهت جریان در گالوانومتر چگونه خواهد بود؟



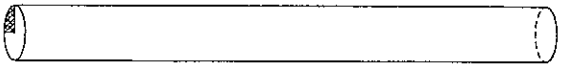
۱۲۸. در مدار شکل زیر جریانی را که از هر مقاومت عبور می‌کند، محاسبه کنید.



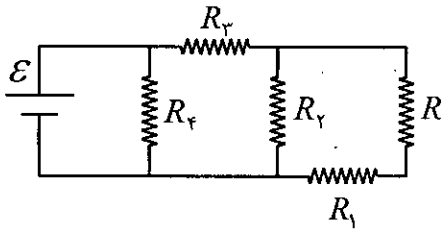
بخش سوم : آزمون پایانی

مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه

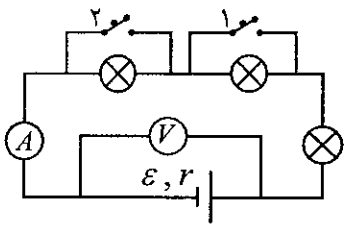
سؤال یک. در شکل زیر مفتولی استوانه‌ای شکل را می‌بینید که مقطع آن دایره‌ای شکل است و ربع این دایره از فلز A و مابقی آن از فلز B ساخته شده است. یک سوم جریانی که از این مفتول عبور می‌کند، از فلز A و مابقی آن از فلز B عبور می‌کند. نسبت مقاومت ویژه‌ی فلزات A و B را به دست آورید.



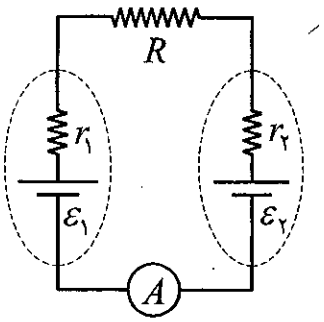
سؤال دو. در شکل روبه‌رو تمام مقاومت‌ها به جز مقاومت R برابر ۱۰ اهم، نیروی محرکه‌ی مولد ۱۳ ولت، مقاومت درونی مولد ناچیز و جریان مولد برابر ۲ آمپر است. مقاومت R را به دست آورید.



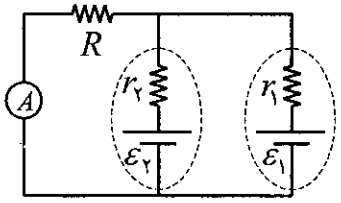
سؤال سه. در شکل زیر لامپ‌های استفاده شده در مدار یکسان هستند و ولت‌متر و آمپرمتر ایده‌آل هستند. اگر کلیدهای ۱ و ۲ به ترتیب بسته شوند اعدادی که ولت‌متر و آمپرمتر نشان می‌دهند و روشنایی لامپ‌ها چگونه تغییر می‌کنند.



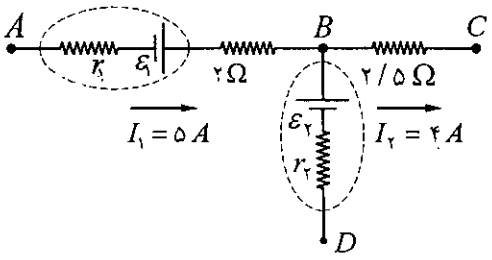
سؤال چهار. در مدار شکل روبه‌رو آمپرسنج ایده‌آل است و جریان ۰/۵ آمپر را نشان می‌دهد. نیرو محرکه‌ی ε_2 و اختلاف پتانسیل دو سر هر مولد را به دست آورید. $\varepsilon_1 = 10\,V$ ، $r_1 = r_2 = 0/5\,\Omega$ و $R = 15\,\Omega$.



سؤال پنج. در شکل زیر، آمپرسنج جریان ۱/۲ آمپر را نشان می‌دهد. مقاومت درونی آمپرسنج و ولتاژ مولدها را به دست آورید. $R = ۱۵\,\Omega$ ، $r_۲ = ۲\Omega$ ، $r_۱ = ۱\Omega$ و $\varepsilon_۱ = \varepsilon_۲ = ۲۰\,V$.

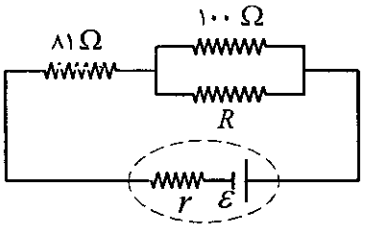


سؤال شش. در شکل زیر، قسمتی از یک مدار را می‌بینید. اگر پتانسیل نقطه‌ی A، برابر ۶ ولت باشد پتانسیل نقاط B، C و D را به دست آورید. $\varepsilon_۱ = ۱۲\,V$ ، $r_۱ = ۰/۴\Omega$ ، $\varepsilon_۲ = ۵V$ و $r_۲ = ۱\Omega$.



سؤال هفت. مولدی با نیروی محرکه‌ی $\varepsilon = ۱۲\,V$ و مقاومت درونی $r = ۲\Omega$ به مقاومت R متصل است در صورتی که توان مصرفی مقاومت R برابر ۱۶ وات شود مقاومت R را به دست آورید. بازده مولد (نسبت توان مصرفی به توان تولیدی مولد) چه قدر است؟

سؤال هشت. در شکل زیر توان مصرفی در مقاومت‌های ۱۰۰ و ۸۱ اهمی یکسان است. مقاومت R را تعیین کنید.



شماره سؤال	یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت
نمره	۳	۲	۲	۲	۳	۲	۳	۳

فصل چهارم

خازن

و مدارهای جریان مستقیم دارای خازن

ظرفیت خازن / عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن تخت / خازن معادل
بار، اختلاف پتانسیل و انرژی ذخیره شده در خازن
مدارهای جریان مستقیم دارای خازن

تجربه‌ی ما تاکنون این عقیده را توجیه کرده است که طبیعت عبارت است از تحقق ساده‌ترین اندیشه‌های قابل تصور ریاضی. من اعتقاد راسخ پیدا کرده‌ام که به وسیله‌ی ساخت‌های صرفاً ریاضی می‌توان به مفاهیم و رابطه‌های قانون مانند آن‌ها، که کلید فهم پدیده‌های طبیعی را فراهم می‌آورند، پی برد. آزمایش، ممکن است مفهوم‌های مناسب ریاضی را به ذهن خطور دهد، اما بی‌شک نمی‌توان مفاهیم را از آزمایش استنتاج کرد. البته آزمایش تنها محک سودمندی فیزیکی هر ساختمان ریاضی است، ولی اصل آفریننده، در ریاضیات جای دارد. من هم همچنان که قدما فکر می‌کردند معتقدم که اندیشه‌ی محض می‌تواند به واقعیت دست یابد.

آلبرت اینشتین
سخنرانی در دانشگاه آکسفورد، ۱۹۳۳

بخش اول : مثال‌های نمونه

مثال۱. در یک خازن تخت، فاصله‌ی دو صفحه، یک میلی‌متر و مساحت هر صفحه، ۳۰۰ سانتی‌مترمربع است و در فضای بین صفحات هوا وجود دارد. خازن را به اختلاف پتانسیل ۱۰۰ ولت وصل می‌کنیم. (۱) ظرفیت خازن را بیابید. (۲) بار ذخیره شده در خازن چند نانوکولن است؟ (۳) انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن چند میکروژول است؟ (۴) میدان الکتریکی در فضای بین صفحات خازن، چند نیوتن بر کولن است؟ $(\varepsilon_0 \approx ۸/۹\times۱۰^{-۱۲}\, C^۲/N.m^۲)$

راه حل. میدان الکتریکی بین صفحات یک خازن تقریباً یکنواخت است.

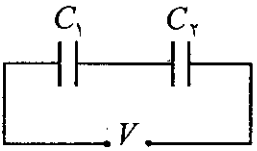
$$(۱)\ C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C = ۱\times ۸/۹\times ۱۰^{-۱۲} \times \frac{۳۰۰\times ۱۰^{-۴}}{۱\times ۱۰^{-۳}} = ۲۶۷\ pF$$

$$(۲)\ q = CV \Rightarrow q = (۲۶۷\times ۱۰^{-۱۲})\times ۱۰۰ = ۲۶۷\times ۱۰^{-۱۰} = ۲۶/۷\ nC$$

$$(۳)\ U = \frac{۱}{۲}qV = \frac{۱}{۲}(۲۶/۷\times ۱۰^{-۹})(۱۰۰) = ۱/۳۳۵\ \mu J$$

$$(۴)\ E = \frac{V}{d} = \frac{۱۰۰}{۱\times ۱۰^{-۳}} = ۱۰^۵\ \frac{N}{C} \text{ یا } ۱۰^۵\ \frac{V}{m}$$

مثال۲. تقسیم ولتاژ در دو خازن سری. دو خازن $C_۱$ و $C_۲$ را به طور سری به ولتاژ V وصل می‌کنیم. اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از خازن‌ها را به دست آورید.



(شکل ۴-۱)

راه حل. می‌دانیم در خازن‌های سری بار الکتریکی هر یک از خازن‌ها با بار خازن معادل آن‌ها برابر است. و از طرفی، برای خازن‌های سری ظرفیت معادل به صورت زیر به دست می‌آید :

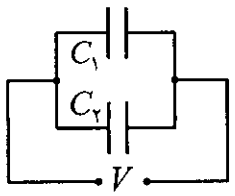
$$\frac{۱}{C} = \frac{۱}{C_۱} + \frac{۱}{C_۲} \Rightarrow C = \frac{C_۱C_۲}{C_۱ + C_۲}$$

اگر کل بار الکتریکی ذخیره شده در خازن‌ها را q بنامیم، خواهیم داشت :

$$q_۱ = q_۲ = q = CV = \frac{C_۱C_۲}{C_۱ + C_۲}V \Rightarrow \begin{cases} C_۱V_۱ = \dfrac{C_۱C_۲}{C_۱ + C_۲}V \Rightarrow V_۱ = \dfrac{C_۲}{C_۱ + C_۲}V \\ C_۲V_۲ = \dfrac{C_۱C_۲}{C_۱ + C_۲}V \Rightarrow V_۲ = \dfrac{C_۱}{C_۱ + C_۲}V \end{cases}$$

توجه کنید که با توجه به نتایج به دست آمده، در خازن‌های سری ولتاژ خازنی بیش‌تر است که ظرفیت آن کمتر باشد.

مثال۳. تقسیم بار در دو خازن موازی. بار ذخیره شده روی دو خازن با ظرفیت‌های C_1 و C_2 که به طور موازی بسته شده‌اند q می‌باشد. بار هریک از آن‌ها چه کسری از q می‌باشد؟



(شکل ۴-۲)

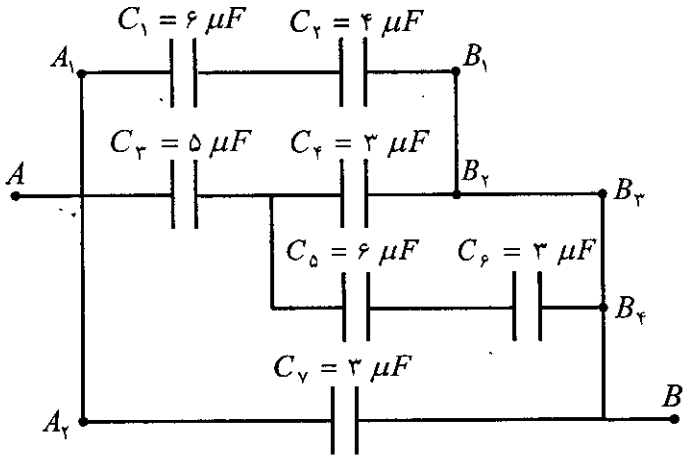
راه‌حل. می‌دانیم در خازن‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو خازن با هم برابر و ظرفیت معادل آن‌ها با مجموع ظرفیت آن‌ها برابر است. پس برای مجموعه‌ی دو خازن داریم :

$$q = (C_1 + C_2)V \Rightarrow V = \frac{q}{C_1 + C_2}$$

$$q_1 = C_1 V = \frac{C_1}{C_1 + C_2} q \;،\; q_2 = C_2 V = \frac{C_2}{C_1 + C_2} q$$

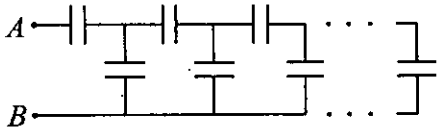
توجه کنید که با توجه به نتایج به دست آمده، در خازن‌های موازی بار خازنی بیش‌تر است که ظرفیت آن بیش‌تر باشد.

مثال۴. (۱) ظرفیت معادل بین نقاط A و B را برای قسمتی از مدار که در شکل ۴-۳ نشان داده شده است به دست آورید.



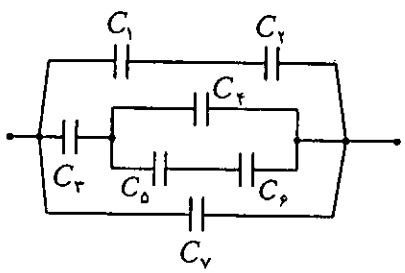
(شکل ۴-۳)

(۲) در قسمتی از یک مدار که در شکل ۴-۴ نشان داده شده است، ظرفیت همه‌ی خازن‌ها یکسان و برابر C است. ظرفیت معادل بین نقاط A و B را به دست آورید.



(شکل ۴-۴)

راه حل. (۱) از آن جا که همه‌ی نقاط B_1 ، B_2 ، B_3 و B_4 با سیم به هم متصل‌اند، بنابراین با هم، هم پتانسیل و نقاط A_1 و A_2 نیز هم پتانسیل‌اند. پس مدار را می‌توان به صورت شکل ۴-۵ نیز نمایش داد.



(شکل ۴-۵)

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2/4\ \mu F$$

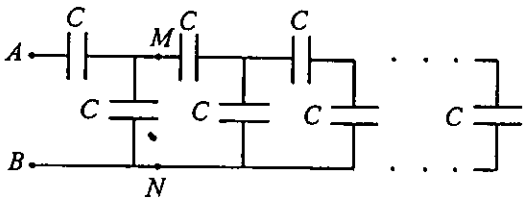
$$C_{5,6} = \frac{C_5 C_6}{C_5 + C_6} = 2\ \mu F$$

$$C_{5,6,4} = C_4 + C_{5,6} = 3 + 2 = 5\ \mu F$$

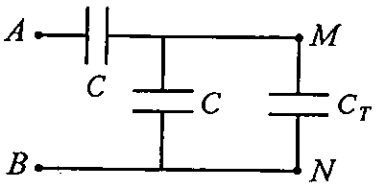
$$C_{3,4,5,6} = \frac{C_3 C_{4,5,6}}{C_3 + C_{4,5,6}} = 2/5\ \mu F$$

$$C_T = C_{1,2} + C_{3,4,5,6} + C_7 = 2/4 + 2/5 + 3 = 7/9\ \mu F$$

(۲) چون تعداد خازن‌ها بی‌نهایت (نامحدود) است، اگر ظرفیت معادل بین نقاط A و B را C_T بنامیم. ظرفیت معادل بین نقاط M و N برای خازن‌های سمت راست این نقاط در شکل ۴-۶ نیز همان C_T خواهد شد. یعنی مطابق شکل ۴-۷ خازن C_T و C باهم موازی و حاصل آن‌ها با C سری است و معادل آن‌ها مجدداً C_T می‌شود.



(شکل ۴-۶)



(شکل ۴-۷)

بنابراین :

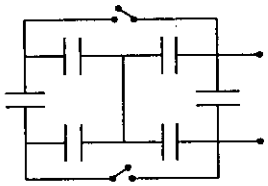
$$C_T = \frac{(C_T + C)C}{(C_T + C) + C}$$

$$\Rightarrow C_T = \frac{CC_T + C^2}{C_T + 2C} \Rightarrow C_T^2 + 2CC_T = CC_T + C^2 \Rightarrow C_T^2 + CC_T - C^2 = 0$$

$$\Rightarrow C_T = \frac{1}{2}(-C \pm \sqrt{C^2 + 4C^2})$$

با توجه به این که ظرفیت خازن نمی‌تواند منفی باشد، فقط یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم به دست آمده قابل قبول است. در نتیجه $C_T = \frac{-C + C\sqrt{5}}{2} = \frac{C}{2}(\sqrt{5} - 1)$.

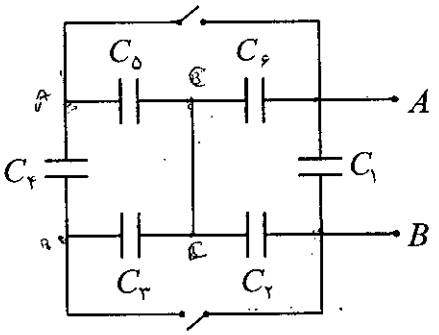
مثال۵. در مدار شکل ۴-۸ ظرفیت تمام خازن‌ها ۲۰ میکروفاراد است. (۱) پس از بستن هر دو کلید ظرفیت معادل خازن‌ها چند برابر می‌شود؟



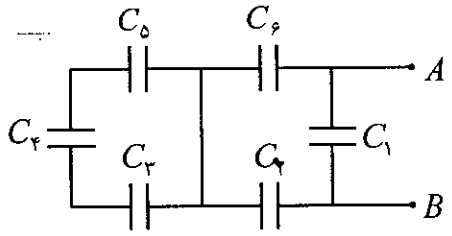
(شکل ۴-۸)

اگر دو سر مدار به یک مولد با اختلاف پتانسیل ۵۰ ولت وصل شود، پس از بستن هر دو کلید (۲) چه مقدار بار الکتریکی از مولد به مدار منتقل می‌شود؟ (۳) انرژی پتانسیل الکتریکی خازن‌ها چه قدر افزایش می‌یابد؟

راه حل. (۱) قبل از بستن کلیدها شاخه مربوط به کلیدها از مدار خارج است و ظرفیت معادل با توجه به شکل‌های ۴-۹ و ۴-۱۰ محاسبه می‌شود.

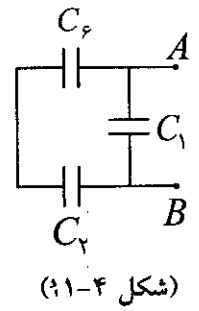


(شکل ۴-۹)



(شکل ۴-۱۰)

خازن‌های $C_۳$ ، $C_۴$ و $C_۵$ سری‌اند که توسط یک سیم دو سر آن‌ها اتصال کوتاه شده‌است بنابراین از مدار حذف می‌شوند و دو خازن $C_۲$ و $C_۶$ با هم سری و حاصل آن‌ها با $C_۱$ موازی است (مطابق شکل ۴-۱۱). بنابراین :

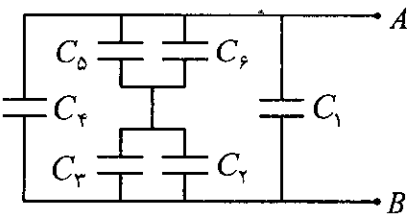


(شکل ۴-۱۱)

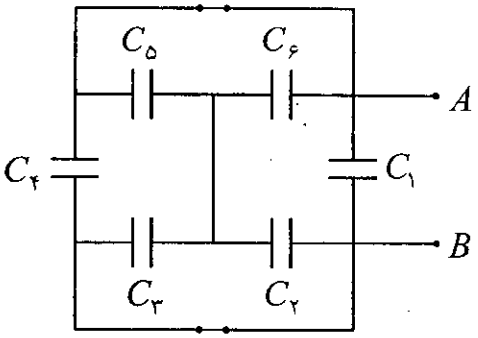
$$C_{T۱} = \frac{C_۲C_۶}{C_۲ + C_۶} + C_۱ = \frac{C \times C}{C + C} + C = \frac{۳C}{۲} = ۳۰\ \mu F$$

بعد از بستن کلیدها مدار مطابق شکل ۴-۱۲ می‌شود. با توجه به شکل ۴-۱۳ ، $C_۵$ و $C_۶$ موازی و $C_۲$ و $C_۳$ نیز موازی‌اند و معادل هر یک از آن‌ها $۲C$ است و حاصل آن‌ها با هم سری‌اند. که معادل آن‌ها $C' = \frac{C_{۵۶}C_{۲۳}}{C_{۵۶} + C_{۲۳}} = \frac{۲C \times ۲C}{۲C + ۲C} = C$ می‌شود که با $C_۱$ و $C_۴$ موازی‌اند. یعنی خازن معادل کل $C_{T۲} = C_۱ + C' + C_۴ = ۳C = ۶۰\ \mu F$ می‌شود.

با توجه به راه‌حل ارائه شده، ظرفیت معادل خازن‌ها قبل از بستن کلیدها ۳۰ میکروفاراد و پس از بستن کلیدها ۶۰ میکروفاراد است؛ یعنی با بستن کلیدها ظرفیت معادل دو برابر می‌شود.



(شکل ۴-۱۳)



(شکل ۴-۱۲)

(۲) اگر کل بار ذخیره شده در خازن‌ها قبل از بستن کلیدها را $q_{T۱}$ و کل بار ذخیره شده در خازن‌ها بعد از بستن کلیدها را $q_{T۲}$ بنامیم، خواهیم داشت :

$$q_{T۲} = C_{T۲}V_{AB} = ۶۰ \times ۵۰ = ۳۰۰۰ \ \mu C$$

$$q_{T۱} = C_{T۱}V_{AB} = ۳۰ \times ۵۰ = ۱۵۰۰ \ \mu C$$

بنابراین مقدار باری که بعد از بستن کلیدها از مولد به مدار جاری می‌شود، $q_{T۲} - q_{T۱} = ۱۵۰۰ \ \mu C$ است.

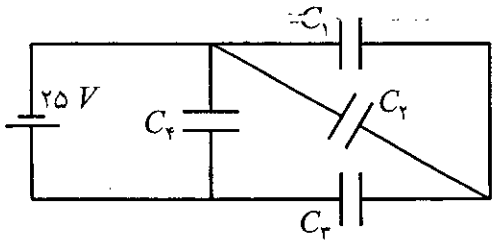
(۳) اگر انرژی ذخیره شده در خازن‌ها قبل از بستن کلیدها را $U_{T۱}$ و انرژی ذخیره شده در خازن‌ها بعد از بستن کلیدها را $U_{T۲}$ بنامیم، داریم :

$$U_{T۱} = \frac{۱}{۲}C_{T۱}V_{AB}^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times ۵۰^{۲} = ۳۷۵۰۰ \ \mu J$$

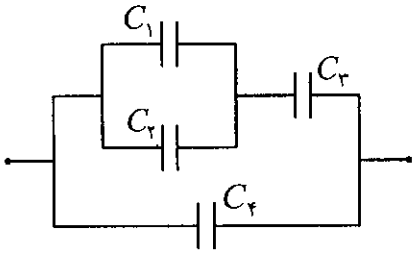
$$U_{T۲} = \frac{۱}{۲}C_{T۲}V_{AB}^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۶۰ \times ۵۰^{۲} = ۷۵۰۰۰ \ \mu J$$

$$\Delta U = U_{T۲} - U_{T۱} = ۳۷۵۰۰ \ \mu J$$

مثال۶. در مدار شکل ۴-۱۴ بار و انرژی ذخیره شده در هر یک از خازن‌ها را به‌دست آورید. $C_۱ = ۶ \mu F$ ، $C_۲ = ۴ \mu F$ ، $C_۳ = ۴۰ \mu F$ و $C_۴ = ۱۰ \mu F$.



(شکل ۴-۱۴)



(شکل ۴-۱۵)

راه‌حل. همان طور که مشاهده می‌شود با توجه به شکل ساده مدار (شکل ۴-۱۵) واضح است که خازن‌های C_1 و C_2 با هم موازی‌اند و معادل آن‌ها را $C_{1,2} = C_1 + C_2$ می‌نامیم که با خازن C_3 سری است و معادل آن‌ها را $C_{1,2,3} = \frac{C_3 C_{1,2}}{C_3 + C_{1,2}} = 8\,\mu F$ می‌نامیم و حاصل این مجموعه نیز با C_4 موازی است بنابراین :

$$q_4 = C_4 V_4 = 10 \times 25 = 250\ \mu C\ ,\ U_4 = \frac{1}{2} C_4 V_4^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 25^2 = 3125\ \mu J$$

خازن C_4 با معادل خازن‌های C_1 و C_2 و C_3 موازی است.

$$V_4 = V_{1,2,3}\ ,\ q_{1,2,3} = C_{1,2,3} \times V_{1,2,3} \Rightarrow q_{1,2,3} = 8 \times 25 = 200\ \mu C$$

$$q_3 = q_{1,2,3}\ ,\ V_3 = \frac{q_3}{C_3} \Rightarrow V_3 = \frac{200}{40} = 5V \Rightarrow V_1 = V_2 = 20V$$

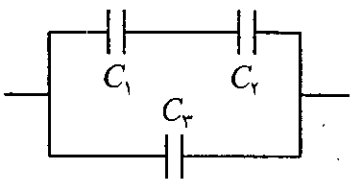
$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 20^2 = 1200\ \mu J\ ,\ U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 20^2 = 800\ \mu J$$

$$U_3 = \frac{1}{2} C_3 V_3^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 5^2 = 500\ \mu J$$

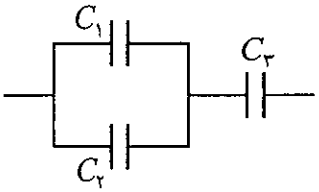
مثال۷. دو خازن را یک بار موازی و بار دیگر سری می‌بندیم. اگر ظرفیت یکی از آن‌ها را افزایش (کاهش) دهیم. ظرفیت معادل آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

راه‌حل. در حالتی که دو خازن موازی‌اند، چون ظرفیت معادل برابر مجموع ظرفیت خازن‌ها است، با افزایش ظرفیت یکی از خازن‌ها، ظرفیت معادل افزایش و با کاهش ظرفیت یکی از خازن‌ها، ظرفیت معادل کاهش می‌یابد. برای دو خازن سری با ظرفیت‌های C_1 و C_2 ظرفیت معادل (C_T) از رابطه‌ی $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ پیروی می‌کند. حال اگر ظرفیت یکی از خازن‌ها (مثلاً C_1) افزایش یابد، $\frac{1}{C_1}$ و در نتیجه $\frac{1}{C_T}$ کاهش می‌یابد؛ یعنی C_T افزایش می‌یابد و اگر ظرفیت یکی از خازن‌ها (مثلاً C_1) کاهش یابد، $\frac{1}{C_1}$ و در نتیجه $\frac{1}{C_T}$ افزایش می‌یابد؛ یعنی C_T کاهش می‌یابد.

حال در مدارهای نشان داده شده در شکل‌های ۴-۱۶ و ۴-۱۷ چگونگی تغییرات ظرفیت معادل مدار را با تغییر هر یک از خازن‌ها بررسی کنید.



(شکل ۴-۱۶) ، مدار (۱)



(شکل ۴-۱۷) ، مدار (۲)

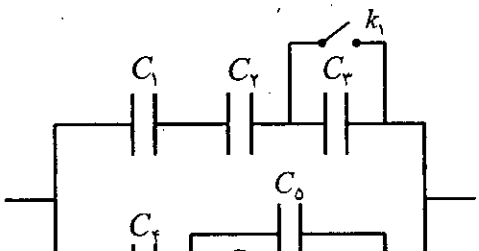
نتیجه. در هر مدار خازنی همواره ظرفیت معادل با افزایش ظرفیت یکی از خازن‌های مؤثر در ظرفیت معادل، افزایش و با کاهش ظرفیت یکی از آن‌ها کاهش می‌یابد.

مثال۸ به چند خازن موازی یا سری یک خازن دیگر اضافه یا کم می‌شود. ظرفیت معادل چگونه تغییر می‌کند.

راه‌حل. از آنجایی که ظرفیت خازن‌های موازی مجموع ظرفیت خازن‌ها است، با اضافه کردن یک خازن دیگر ظرفیت معادل نیز افزایش و با برداشتن یک خازن، ظرفیت معادل آن کاهش می‌یابد.

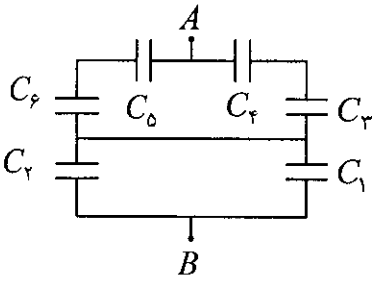
از آنجایی که عکس ظرفیت معادل چند خازن سری با مجموع عکس خازن‌ها برابر است، با اضافه کردن یک خازن به عکس ظرفیت معادل مقداری مثبت افزوده شده و افزایش می‌یابد. در نتیجه ظرفیت معادل کاهش می‌یابد و اگر یک خازن از مجموعه برداشته شود، عکس ظرفیت معادل کاهش و ظرفیت معادل افزایش می‌یابد.

حال بررسی کنید (۱) در مدار شکل ۴-۱۸ فقط با بستن کلید k_1 ظرفیت معادل مدار چگونه تغییر می‌کند؟ (۲) ظرفیت معادل فقط با بستن کلید k_2 چگونه تغییر می‌کند؟



(شکل ۴-۱۸)

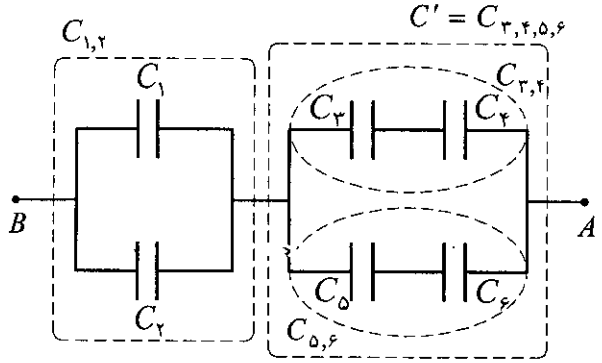
مثال۹. در مدار شکل ۴-۱۹ اگر انرژی ذخیره شده در خازن $C_1 = ۲\,\mu F$ ، $U_1 = ۰/۴\,mJ$ باشد، ظرفیت معادل، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه(V_{AB}) و بار کل ذخیره شده در مدار را به‌دست آورید. $C_2 = C_3 = ۳\,\mu F$ و $C_4 = C_5 = C_6 = ۶\,\mu F$.



(شکل ۴-۱۹)

راه‌حل. با توجه به اتصال کوتاه موجود در مدار، شکل ساده شده مدار فوق به‌صورت مقابل می‌باشد. با توجه به مقادیر داده شده داریم :

$$C_{1,2} = C_1 + C_2 = ۵\,\mu F$$



(شکل ۴-۲۰)

$$\begin{cases} C_{5,6} = \dfrac{C_5 C_6}{C_5 + C_6} = \dfrac{۶\times۶}{۶+۶} = ۳\,\mu F \\ C_{3,4} = \dfrac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} = \dfrac{۳\times۶}{۳+۶} = ۲\,\mu F \end{cases} \Rightarrow C' = C_{3,4,5,6} = C_{3,4} + C_{5,6} = ۵\,\mu F$$

$$\Rightarrow C_T = \frac{C' C_{1,2}}{C' + C_{1,2}} = ۲/۵\,\mu F$$

$$U_1 = \frac{۱}{۲} C_1 V_1^{۲} \Rightarrow ۰/۴\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{-۶}\times V_1^{۲} \Rightarrow V_1 = ۲۰\,V$$

$$V_{1,2} = V_1 = V_2 = ۲۰\,V$$

$$q_T = q_{1,2} = C_{1,2} V_{1,2} = ۵\times۲۰ = ۱۰۰\,\mu C$$

$$q_T = C_T V_{AB} \Rightarrow ۱۰۰\,\mu C = ۲/۵\,\mu F \times V_{AB} \Rightarrow V_{AB} = ۴۰\,V$$

مثال۱۰. خازن تختی که دی الکتریک آن هواست را با متصل کردن صفحاتش به یک مولد پر کرده‌ایم. پس از پر شدن، فاصله‌ی صفحات آن را دو برابر می‌کنیم. معلوم کنید ظرفیت، بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل، انرژی ذخیره شده در خازن و شدت میدان الکتریکی بین صفحات

خازن در هر یک از دو حالت زیر چگونه تغییر می‌کند. (۱) وقتی که خازن از مولد پر کننده جدا شده است، صفحات آن را دور می‌کنیم. (۲) وقتی که خازن به منبع پر کننده وصل است، صفحات آن را دور می‌کنیم.

راه حل. (۱) در این حالت چون خازن از منبع جدا شده است پس بار روی صفحات خازن تغییر نمی‌کند. یعنی $q_1 = q_2$ هم چنین با دو برابر شدن فاصله‌ی صفحات خازن ظرفیت آن نصف می‌شود؛ چرا که :

$$C = k\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2}$$

چون بار تغییر نکرده است، ولی ظرفیت نصف شده، برای اختلاف پتانسیل و انرژی داریم :

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

$\Rightarrow V_2 = 2V_1 \Rightarrow$ اختلاف پتانسیل صفحات خازن دو برابر شده است.

$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{q_2^2}{q_1^2} \times \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \Rightarrow U_2 = 2U_1 \Rightarrow$$ انرژی دو برابر شده است.

البته برای انرژی می‌توانستیم از رابطه‌های زیر نیز استفاده کنیم.

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2^2}{V_1^2} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2 \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

$$U = \frac{1}{2}qV \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{q_2}{q_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 2 \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow E_2 = E_1 \Rightarrow$$ شدت میدان الکتریکی تغییر نمی‌کند.

(۲) وقتی خازن به منبع وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر نمی‌کند. یعنی $V_2 = V_1$. همان طور که بیان شد، با دو برابر کردن فاصله‌ی صفحات خازن، ظرفیت نصف می‌شود. پس :

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \Rightarrow q_2 = \frac{1}{2}q_1 \Rightarrow$$ بار نصف می‌شود.

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2^2}{V_1^2} \Rightarrow U_2 = \frac{1}{2}U_1 \Rightarrow$$ انرژی نصف می‌شود.

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow E_2 = \frac{E_1}{2} \Rightarrow$$ میدان الکتریکی نصف شده است.

مثال۱۱. خازن مسطحی که دارای دی الکتریک است، با اختلاف پتانسیل معینی پر شده است. در این حالت انرژی ذخیره شده در آن ۲۰ میکروژول می‌باشد. پس از جدا کردن خازن از منبع، دی الکتریک آن را خارج می‌کنیم. برای خارج ساختن دی الکتریک باید ۷۰ میکروژول انرژی مصرف کنیم (برای مقابله با نیروی جاذبه‌ای که میدان الکتریکی بین صفحات خازن در هنگام درآوردن دی الکتریک به آن اعمال می‌کنند.). ضریب دی الکتریک را به دست آورید.

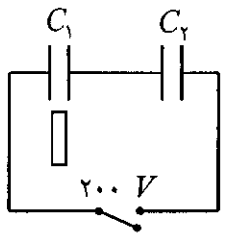
راه حل. اگر پس از پر شدن، خازن را از منبع جدا کنیم. بار الکتریکی آن تغییر نخواهد کرد. پس بهتر است که انرژی خازن را به صورت $U=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ بنویسیم. بر اثر خارج کردن دی الکتریک ظرفیت خازن کاهش می‌یابد ($\frac{1}{k}$ برابر می‌شود که k ثابت دی الکتریک است) و طبق رابطه‌ی بیان شده برای انرژی می‌توان نتیجه گرفت که انرژی آن افزایش می‌یابد (k برابر می‌شود) با این حساب کار لازم برای بیرون کشیدن دی الکتریک از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$W=U_2-U_1 \Rightarrow W=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C_2}-\frac{1}{2}\frac{q^2}{C_1}=\frac{q^2}{2C_1}\left(\frac{C_1}{C_2}-1\right)$$

$\frac{q}{2C_1}$، همان انرژی اولیه‌ی خازن می‌باشد.

$$\Rightarrow W=\frac{q^2}{2C_1}(k-1) \Rightarrow 7\times10^{-5}=2\times10^{-5}(k-1) \Rightarrow k-1=3/5 \Rightarrow k=4/5$$

مثال۱۲. دو خازن C_1 و C_2، مطابق شکل ۴-۲۱ به اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت متصل می‌باشند و اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_1، ۵۰ ولت می‌باشد. اگر بین صفحات خازن C_1 عایقی با ثابت دی الکتریک ۳ قرار دهیم، اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن چه قدر می‌شود؟



(شکل ۴-۲۱)

راه حل. قبل از ورود دی الکتریک داریم :

$$V=V_1+V_2 \Rightarrow V-V_1=200-50=150\ V$$

$$q_1=q_2 \Rightarrow C_1V_1=C_2V_2 \Rightarrow 50C_1=150C_2 \Rightarrow C_1=3C_2$$

پس از ورود دی الکتریک ظرفیت خازن C_1، $k=3$ برابر می‌شود. یعنی $C_1'=3C_1$ و نیز در حالت جدید بار دو خازن مجدداً باهم برابرند :

$$q_1' = q_2' \Rightarrow C_1V_1' = C_2V_2' \Rightarrow \frac{V_2'}{V_1'} = \frac{C_1'}{C_2} \Rightarrow \frac{V_2'}{V_1'} = \frac{3C_1}{\frac{1}{3}C_1} = 9$$

$$V = V_1' + V_2' \Rightarrow \begin{cases} V_1' + V_2' = 200 \\ V_2' = 9V_1' \end{cases} \Rightarrow 10V_1' = 200 \Rightarrow V_1' = 20 \text{ ولت} \ , \ V_2' = 180 \text{ ولت}$$

مثال۱۳. خازن C_1 را با ولتاژ V_1 و خازن C_2 را با ولتاژ V_2 پر کرده و پس از پر شدن، آن‌ها را از منبع جدا کرده، و به یکدیگر متصل می‌کنیم. بار هریک از دو خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را پس از اتصال در دو حالت زیر به دست آورید. (۱) صفحه‌های مثبت به هم و صفحه‌های منفی نیز به هم متصل شوند. (۲) صفحه‌ی مثبت خازن C_1 به صفحه‌ی منفی خازن C_2 وصل شود و صفحه‌ی منفی خازن C_1 به صفحه‌ی مثبت خازن C_2 متصل شود.

راه حل. (۱) فرض می‌کنیم بار ذخیره شده روی خازن C_1 برابر q_1 و بار ذخیره شده روی خازن C_2 برابر q_2 باشد و بعد از اتصال آن‌ها، بار هریک به ترتیب q_1' و q_2' شود. چون صفحه‌های همنام را به هم متصل کرده‌ایم طبق قانون بقای بار الکتریکی داریم :

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$$

از طرف دیگر اگر فرض کنیم پس از اتصال اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها V می‌شود، داریم :

$$q_1' = C_1V \ , \ q_2' = C_2V \Rightarrow q_1' + q_2' = C_1V + C_2V = (C_1 + C_2)V$$

$$\xrightarrow{q_1+q_2=q_1'+q_2'} q_1 + q_2 = (C_1 + C_2) \Rightarrow V = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2}$$

بنابراین :

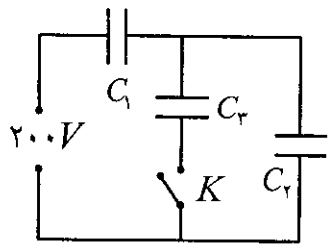
$$q_1' = C_1V = C_1(\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2})$$

$$q_2' = C_2V = C_2(\frac{C_1V_1 + C_2V_2}{C_1 + C_2})$$

(۲) در این حالت با فرض $q_1 > q_2$ طبق قانون بقای بار داریم :

$$q_1 - q_2 = q_1' + q_2' = C_1V + C_2V = (C_1 + C_2)V$$

$$\Rightarrow V = \frac{q_1 - q_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow V = \frac{C_1V_1 - C_2V_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow \begin{cases} q_1' = C_1(\frac{C_1V_1 - C_2V_2}{C_1 + C_2}) \\ q_2' = C_2(\frac{C_1V_1 - C_2V_2}{C_1 + C_2}) \end{cases}$$



(شکل ۴-۲۲)

مثال۱۴. در شکل ۴-۲۲ بار الکتریکی هر خازن و انرژی مجموع خازن‌ها را در دو حالت به دست آورید. (۱) کلید K باز است. (۲) کلید K بسته است. $C_1 = ۲۰\ \mu F$ ، $C_2 = ۲۰\ \mu F$ و $C_3 = ۳۰\ \mu F$.

راه حل. (۱) در این حالت خازن C_3 از مدار خارج است و فقط دو خازن C_1 و C_2 در مدار واقع‌اند.

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{۲۰ \times ۲۰}{۲۰ + ۲۰} = ۱۰\ \mu F \Rightarrow q = CV = ۱۰ \times ۲۰۰ = ۲۰۰۰\ \mu C$$

چون دو خازن C_1 و C_2 سری‌اند بار ذخیره شده در هر خازن برابر بار خازن معادل می‌باشد.

$$q = q_1 = q_2 = ۲۰۰۰\ \mu C$$

$$U = \frac{۱}{۲} CV^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۲۰۰^۲ = ۲ \times ۱۰^۵\ \mu J = ۰/۲ J$$

(۲) در این حالت C_3 با C_2 موازی است و مجموعه با C_1 سری‌اند.

$$C_{2,3} = C_2 + C_3 = ۲۰ + ۳۰ = ۵۰\ \mu F$$

$$C_T = \frac{C_1 C_{2,3}}{C_1 + C_{2,3}} = \frac{۲۰ \times ۵۰}{۲۰ + ۵۰} = \frac{۱۰۰}{۷}\ \mu F \Rightarrow q = C_T V = \frac{۱۰۰}{۷} \times ۲۰۰ = \frac{۲۰۰۰۰}{۷}\ \mu C$$

مقدار بار ذخیره شده در خازن C_1 برابر بار الکتریکی ذخیره شده در خازن معادل است. پس :

$$q = q_1 = q_{2,3} = \frac{۲۰۰۰۰}{۷}\ \mu C \quad ، \quad V_{2,3} = \frac{q_{2,3}}{C_{2,3}} = \frac{\frac{۲۰۰۰۰}{۷}}{۵۰} = \frac{۴۰۰}{۷}\ V$$

چون دو خازن C_1 و C_2 موازی‌اند پس ولتاژ دو سر آن‌ها با ولتاژ V_2 و V_3 برابر است، پس :

$$q_2 = C_2 V_2 \Rightarrow q_2 = C_2 V_{2,3} \Rightarrow q_2 = ۲۰ \times \frac{۴۰۰}{۷} = \frac{۸۰۰۰}{۷}\ \mu C$$

$$q_3 = C_3 V_3 \Rightarrow q_3 = C_3 V_{2,3} \Rightarrow q_3 = ۳۰ \times \frac{۴۰۰}{۷} = \frac{۱۲۰۰۰}{۷}\ \mu C$$

$$U = \frac{۱}{۲} CV^۲ \Rightarrow U = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱۰۰}{۷} \times ۱۰^{-۶} \times (۲۰۰)^۲ = \frac{۲}{۷} J$$

مثال۱۵. خازنی با ظرفیت $C_1 = ۳\ \mu F$ را با باتری ۱۲ ولتی پر می‌کنیم. سپس خازن را از باتری جدا کرده و آن را به یک خازن خالی $C_2 = ۵\ \mu F$ وصل می‌کنیم. (۱) قبل از اتصال دو خازن

به هم، انرژی کل ذخیره شده در دو خازن چه قدر است؟ (۲) انرژی کل پس از اتصال دو خازن به هم چه قدر می‌شود. (۳) آیا پاسخ قسمت‌های ۱ و ۲ یکسان است؟ توضیح دهید.

راه حل. (۱) قبل از اتصال، انرژی $C_۲$ صفر است و فقط در $C_۱$ انرژی ذخیره شده است. پس :

$$U = U_۱ + U_۲ = U_۱ + ۰ = U_۱ \Rightarrow U = \frac{۱}{۲} C_۱ V^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۲^۲ = ۲۱۶ \ \mu J$$

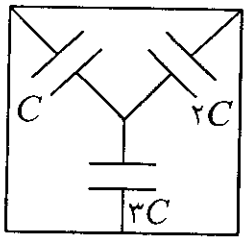
(۲) بعد از اتصال بار موجود روی خازن $C_۱$ بین دو خازن، تقسیم می‌شود به طوری که اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان شود. به عبارت دیگر می‌توان گفت همان بار، روی خازن معادل دو خازن $C_۱$ و $C_۲$ قرار دارد که در این جا دو خازن باهم موازی‌اند. یعنی ظرفیت معادل آن‌ها $C_T = C_۱ + C_۲ = ۸ \ \mu F$ می‌شود. پس داریم :

$q_۱ = C_۱ V_۱ \Rightarrow q_۱ = ۱۲ \times ۳ = ۳۶ \ \mu C$ (بار خازن $C_۱$ قبل از اتصال دو خازن)

$$V = \frac{۱}{۲} \frac{q^۲}{C_i} = \frac{۱}{۲} \left(\frac{(۳۶ \times ۱۰^{-۶})^۲}{۸ \times ۱۰^{-۶}} \right) = ۸۱ \ \mu J$$

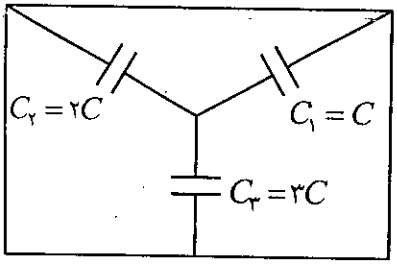
(۳) پاسخ‌ها متفاوت‌اند چرا که مقداری از انرژی موجود در خازن $C_۱$ در اثر حرکت بارها و ایجاد جریان در سیم‌ها تلف شده است. توجه کنید که سیم‌ها به صورت یک مقاومت الکتریکی، با توان $RI^۲$ انرژی الکتریکی را تلف می‌کنند؟ هم چنین توجه کنید که اگر سیم‌ها را بدون مقاومت فرض کنیم هرگز حالت سکون بارها ایجاد نمی‌شود و بار خازن‌ها ثابت نمی‌شود.

مثال۱۶. یک خازن با ظرفیت $۳C$ با اختلاف پتانسیل $۲V$ باردار می‌شود و سپس به دو خازن خالی دیگر با ظرفیت‌های C و $۲C$ به صورت شکل ۴-۲۳ بسته می‌شود. (۱) بار و اختلاف پتانسیل نهایی هر خازن را حساب کنید. (۲) انرژی ذخیره شده در خازن‌ها چند برابر می‌شود؟



(شکل ۴-۲۳)

راه حل. بار اولیه خازن $C_۳$، $q_۰ = ۶CV$ است. بعد اتصال خازن‌ها به یکدیگر، بار هر یک از خازن‌ها را $q_۱$ ، $q_۲$ و $q_۳$ می‌نامیم. بنا بر قانون بقای بار داریم $q_۱ + q_۲ + q_۳ = ۶CV$. از طرفی با توجه به شکل ۴-۲۴ همه خازن‌ها با هم موازی‌اند، لذا داریم :



(شکل ۴-۲۴)

$$\frac{q_1}{C_1}=\frac{q_2}{C_2}=\frac{q_3}{C_3}\Rightarrow\frac{q_1}{C}=\frac{q_2}{2C}=\frac{q_3}{3C}\Rightarrow\begin{cases}q_2=2q_1\\ q_3=3q_1\end{cases}$$

$$q_1+q_2+q_3=6CV\Rightarrow q_1+2q_1+3q_1=6CV\Rightarrow q_1=CV$$

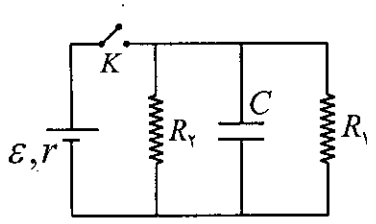
$$V_1=\frac{q_1}{C_1}=\frac{CV}{C}=V$$

پس اختلاف پتانسیل همه خازن‌ها با هم برابر و برابر V می‌شود. ابتدا انرژی ذخیره شده در خازن $3C$، برابر $U_0=\frac{1}{2}C_3V_0^2=\frac{1}{2}(3C)(2V)^2=6CV^2$ بوده است و دو خازن دیگر خالی هستند، اما بعد از اتصال ظرفیت معادل آن‌ها $C_1+C_2+C_3=6C$ و ولتاژ دو سر آن‌ها V است. پس داریم:

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}(6C)V^2=3CV^2$$

بنابراین انرژی ذخیره شده در آن‌ها نصف شده است.

مثال۱۷. در مدار شکل ۴-۲۵ داریم $R_1=4\Omega$، $R_2=12\Omega$، $C=4\mu F$، $\varepsilon=12V$ و $r=1\Omega$. **(۱) جریان مدار در لحظه‌ی وصل کلید** K **چند آمپر است؟ (۲) پس از پر شدن خازن بار و انرژی در خازن و افت پتانسیل دو سر مولد را به دست آورید.**



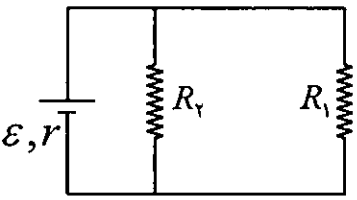
(شکل ۴-۲۵)

راه حل. (۱) در مدارهای ترکیبی خازن و مقاومت، شاخه‌ی خازن به محض وصل کلید، نقش اتصال کوتاه را دارد یعنی در لحظه‌ی وصل، مقاومت‌های R_1 و R_2 از مدار حذف می‌شوند و داریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{0+1}=12\,A$$

(۲) پس از پر شدن خازن‌ها، جریان شاخه‌هایی که در آن‌ها خازن وجود دارد، صفر می‌شود (در واقع این شاخه‌ها نقش مدار باز را دارند) یعنی می‌توان شاخه‌هایی که دارای خازن هستند از مدار حذف کرده و پس از محاسبه‌ی جریان، اختلاف پتانسیل دو سر خازن مورد نظر را تعیین کرد. که در این جا پتانسیل دو سر خازن با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان است. پس با توجه به شکل ۴-۲۶ پس داریم:

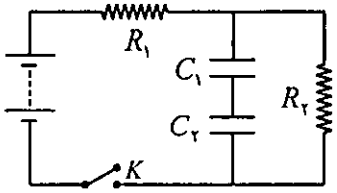
$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{4\times12}{4+12}=3\Omega\ ,\ I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{12}{3+1}=3\,A$$



(شکل ۴-۲۶)

$$V_1 = V_2 = V_C = IR = 3 \times 3 = 9V$$
$$q = CV = 4 \times 9 = 36\ \mu C$$
$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 9^2 = 162\ \mu J$$

ولت $Ir = 3 \times 1 = 3$: افت پتانسیل باتری



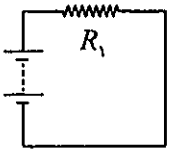
(شکل ۴-۲۷)

مثال ۱۸. دو خازن $C_1 = 3\ \mu F$ و $C_2 = 6\ \mu F$ و دو مقاومت $R_1 = 4\ \Omega$ و $R_2 = 1/6\ \Omega$ مطابق شکل ۴-۲۷ به یک باتری که شامل چهار پیل که نیروی محرکه‌ی هر پیل ۳ ولت و مقاومت درونی هریک ۰/۱ اهم است، می‌بندیم.

(۱) اختلاف پتانسیل دو سر باتری و جریان مدار در لحظه‌ی وصل کلید K را به دست آورید.

(۲) بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن‌ها پس از پر شدن خازن‌ها محاسبه کنید.

راه حل. (۱) در لحظه‌ی وصل کلید شاخه‌های شامل خازن نقش اتصال کوتاه را دارند پس مقاومت R_2 از مدار حذف شده و مدار فقط شامل مقاومت R_1 می‌باشد (شکل ۴-۲۸). پس :

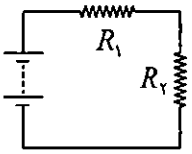


(شکل ۴-۲۸)

$$I = \frac{nE}{R + nr} = \frac{4 \times 3}{4 + 4 \times 0/1} = \frac{30}{11}A$$

$$V_{\text{مولد}} = V_{R_1} = IR_1 = \frac{30}{11} \times 4 = \frac{120}{11}\ \text{ولت}$$

(۲) پس از پرشدن خازن، شاخه‌های شامل خازن نقش مدار باز را دارند یعنی در این حالت هر دو مقاومت در مدار وجود دارند و باهم سری می‌باشند و اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه‌ی خازن‌ها با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 یکسان است (شکل ۴-۲۹). پس در این مدار داریم :



(شکل ۴-۲۹)

$$R = R_1 + R_2\ ,\ I = \frac{nE}{R + nr} = \frac{4 \times 3}{5/6 + 4 \times 0/1} = 2A$$

$$V_C = V_2 = IR_2 = 1/6 \times 2 = 3/2V\ ,\ C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2\ \mu F$$

$$q = CV_C = 2 \times 3/2 = 6/4\ \mu C$$

و بار هریک از خازن‌ها با بار معادل آن‌ها یکسان است یعنی :

$$q_1 = q_2 = q = 6/4\ \mu C\ ,\ U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (3/2)^2 = 10/24\ \mu J$$

بخش دوم : مسأله‌ها

۱. مفهوم «ظرفیت خازن»، چیست؟ به عنوان مثال این که می‌گوییم ظرفیت خازنی ۵ میکروفاراد است، چه معنی دارد؟

۲. اگر نمودار تغییرات اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی خازن را نسبت به بار آن در مدت پر شدن رسم کنید، شیب این نمودار نشان دهنده‌ی چیست؟

۳. اختلاف پتانسیل میان دو صفحه‌ی یک خازن که دارای بار $۹/۶nC$ است، ۱۲۰ ولت است. ظرفیت خازن را حساب کنید.

۴. بار یک خازن برابر $۲۵\,mC$ و ظرفیت آن، $۲۰\,\mu F$ است. اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی خازن را حساب کنید.

۵. دو صفحه‌ی مربعی شکل به ضلع $۱۶\,cm$ در فاصله‌ی $\frac{۲}{۳}$ میلی‌متری از یکدیگر قرار دارند. فضای بین این دو صفحه از پارافین با ثابت دی الکتریک ۲/۵ پر شده است. ظرفیت خازن حاصل را بیابید.

۶. صفحه‌های خازن مسطحی، مستطیلی است به ابعاد $۱۰\,cm$ در $۱۰\,m$ و ضخامت عایق آن $۰/۱mm$ و ثابت دی الکتریک آن برابر پنج است. ظرفیت این خازن را حساب کنید.

۷. فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی یک خازن با ظرفیت یک میکروفاراد که عایق بین صفحه‌های آن هوا است، یک میلی‌متر می‌باشد، مساحت صفحه‌های خازن چه‌قدر است؟

۸. در یک خازن مسطح، مساحت هر صفحه‌ی آن ۲۰۰ سانتی‌مترمربع و فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی آن ۰/۴ سانتی‌متر و عایق آن هوا می‌باشد. (۱) ظرفیت آن را حساب کنید. (۲) اگر خازن را به اختلاف پتانسیل ۵۰۰ ولت وصل کنیم، بار ذخیره شده روی آن چه‌قدر است؟

۹. دو صفحه‌ی خازن مسطحی به شکل مربع و به ضلع ۱۰ سانتی‌متر به فاصله‌ی ۲ میلی‌متر از یکدیگر قرار گرفته‌اند. اگر عایق بین دو صفحه، شیشه با ثابت دی الکتریک ۶ باشد، (۱) ظرفیت خازن را بیابید. (۲) اگر ولتاژ دو سر خازن را به ۱۰۰۰ ولت برسانیم، بار ذخیره شده روی خازن را حساب کنید. (۳) چگالی سطحی بار هر صفحه‌ی خازن چه‌قدر است؟

۱۰. خازن مسطحی با دی الکتریک هوا که دارای صفحاتی با مساحت $۴۰\,cm^۲$ و به فاصله‌ی $۰/۲mm$ است، با اختلاف پتانسیل ۲۰۰ ولت پر می‌شود. (۱) ظرفیت خازن، (۲) بار خازن، (۳) انرژی ذخیره شده در خازن و (۴) چگالی حجمی انرژی میان صفحه‌های خازن را به دست آورید.

۱۱. اختلاف پتانسیل دو صفحه‌ی یک خازن را از ۲۸ ولت به ۴۰ ولت افزایش می‌دهیم، اگر با این کار ۱۶ میکروکولن بار بر بار ذخیره شده در خازن افزوده شود، ظرفیت خازن را حساب کنید.

۱۲. سه خازن به ظرفیت‌های $C_1 = ۳\,\mu F$ ، $C_2 = ۹\,\mu F$ و $C_3 = ۱۸\,\mu F$ به طور سری به هم وصل هستند. (۱) ظرفیت معادل آن‌ها را حساب کنید. (۲) اگر اختلاف پتانسیل در دو سر آن‌ها ۵۰ ولت باشد، بار خازن C_2 را حساب کنید.

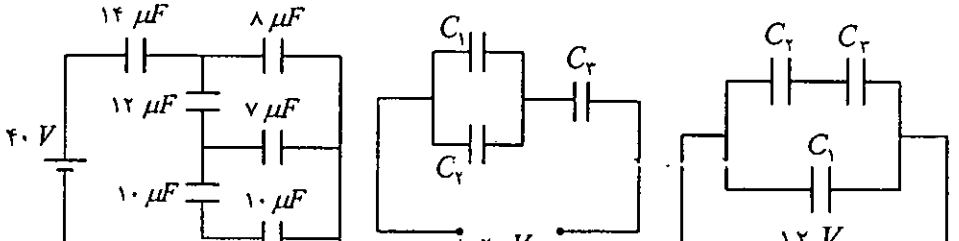
۱۳. **تقسیم ولتاژ در خازن‌های سری.** N خازن با ظرفیت‌های C_1 ، C_2 ، C_3 ، . . . و C_N به طور سری بسته شده‌اند. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه آن‌ها V باشد، اختلاف پتانسیل دو سر خازن i ام را به دست آورید.

۱۴. **تقسیم بار در خازن‌های موازی.** N خازن با ظرفیت‌های C_1 ، C_2 ، C_3 ، . . . و C_N به طور موازی بسته شده‌اند. اگر بار کل خازن‌ها Q باشد، بار خازن i ام را به دست آورید.

۱۵. مطابق شکل زیر سه خازن به اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت متصل شده‌اند. (۱) ظرفیت معادل مدار را به دست آورید. (۲) بار هر خازن چه‌قدر است؟ (۳) انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها را محاسبه کنید. $C_1 = ۸\,\mu F$ ، $C_2 = ۲۰\,\mu F$ و $C_3 = ۳۰\,\mu F$.

۱۶. در مدار شکل زیر ظرفیت معادل سه خازن $۳۷/۵\,\mu F$ است. (۱) ظرفیت خازن C_3 را به دست آورید. (۲) بار ذخیره شده در هر خازن را محاسبه کنید. (۳) انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها را به دست آورید. $C_1 = ۳۰\,\mu F$ و $C_2 = ۷۰\,\mu F$.

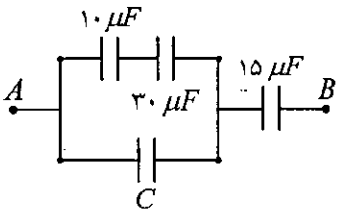
۱۷. در مدار شکل زیر (۱) ظرفیت معادل، (۲) بار ذخیره شده در خازن ۷ میکروفارادی، (۳) بار کل ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها را به‌دست آورید.



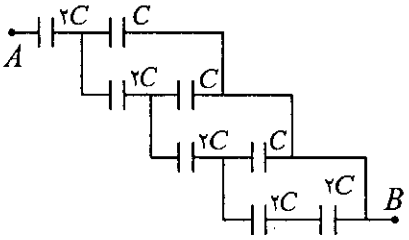
(شکل مسأله‌ی۱۵) (شکل مسأله‌ی۱۶) (شکل مسأله‌ی۱۷)

۱۸. اگر دو سر مجموعه خازن‌های زیر به اختلاف پتانسیل V وصل شود، بار ذخیره شده در خازن‌های با ظرفیت C را به دست آورید.

۱۹. در قسمتی از یک مدار که در شکل زیر رسم شده است، ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی A و B، با ظرفیت خازن C برابر است. ظرفیت خازن C چند میکروفاراد است؟



(شکل مسأله‌ی۱۹)

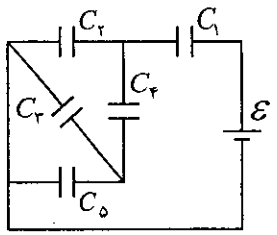


(شکل مسأله‌ی۱۸)

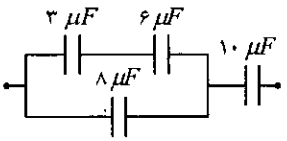
۲۰. در مدار شکل زیر داریم $C_1 = 12\ \mu F$ ، $C_2 = C_4 = 4\ \mu F$ ، $C_3 = C_5 = 2\ \mu F$. اگر خازن C_1 با خازنی با ظرفیت ۶ میکروفاراد تعویض شود، (۱) ظرفیت معادل مدار چند برابر می‌شود؟ (۲) بار خازن‌های C_2 و C_4 چند برابر می‌شود؟

۲۱. در شکل زیر اگر بار ذخیره شده در خازن ۳ میکروفارادی برابر $30\ \mu C$ باشد، (۱) بار خازن $8\ \mu F$ چه‌قدر است؟ (۲) کل انرژی ذخیره شده در خازن‌ها را به دست آورید.

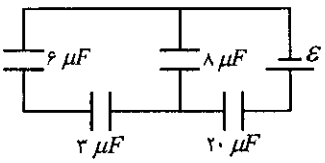
۲۲. در مدار شکل زیر بار ذخیره شده در خازن ۶ میکروفارادی، $60\ \mu C$ است. نیروی محرکه مولد و انرژی ذخیره شده در خازن ۲۰ میکروفارادی را به‌دست آورید.



(شکل مسأله‌ی۲۰)

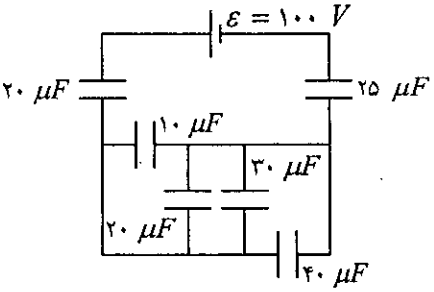


(شکل مسأله‌ی۲۱)

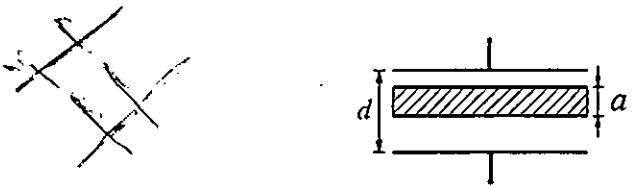


(شکل مسأله‌ی۲۲)

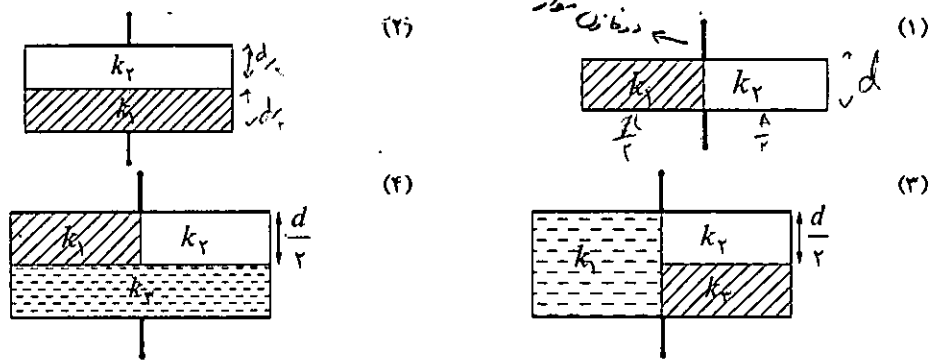
۲۳. در مدار شکل روبه‌رو چند درصد انرژی ذخیره شده در خازن‌ها در خازن ۱۰ میکروفارادی ذخیره شده است؟ جواب مسأله به اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی مولد بستگی دارد؟



۲۴. شکل زیر خازن تختی را نشان می‌دهد که فاصله‌ی بین صفحه‌های آن برابر d است و قطعه فلزی به ضخامت a ($a < d$) میان صفحه‌های آن قرار دارد. مساحت صفحه‌های خازن برابر A است. (۱) ظرفیت خازن را حساب کنید. (۲) اگر خیلی کوچک باشد ($a \to 0$)، ظرفیت خازن چه‌قدر می‌شود؟ (۳) آیا بودن یا نبودن صفحه‌ی فلزی در حالت (۲) در ظرفیت خازن اثری دارد؟



۲۵. فضای میان صفحه‌های خازن‌های تخت در شکل‌های زیر با دی الکتریک‌هایی پر شده است. در هر حالت ظرفیت خازن را به دست آورید. فاصله‌ی میان صفحه‌های خازن‌ها d و مساحت صفحه‌های آن‌ها A است.



۲۶. دی الکتریک خازن تختی که مساحت هر صفحه‌ی آن $5000\ cm^2$ و ضخامت آن ۶ میلی‌متر است، از سه لایه‌ی موازی تشکیل شده است. کاغذ به ضخامت $1/5\ mm$ و ثابت دی‌الکتریک ۲، شیشه به ضخامت $2\ mm$ و ثابت دی‌الکتریک ۶ و چینی به ضخامت $2/5\ mm$ و ثابت دی‌الکتریک ۵. (۱) ظرفیت خازن را محاسبه کنید. (۲) اگر اختلاف پتانسیل ۲/۵ کیلوولت به دو سر خازن بسته شود، دو سر هر عایق چه اختلاف پتانسیلی اعمال می‌شود؟ (۳) بار و انرژی خازن را حساب کنید.

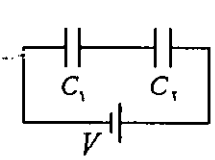
۲۷. سه خازن یکسان با ظرفیت ۶ میکروفاراد که فضای بین صفحه‌های آن‌ها با دی‌الکتریک یکسانی با ثابت دی‌الکتریک k پر شده است به صورت سری به اختلاف پتانسیل ثابت ۱۰ ولت وصل شده‌اند. اگر دی الکتریک بین صفحه‌های یکی از خازن‌ها برداشته شود، انرژی ذخیره شده در آن خازن تغییر نمی‌کند. k چند است؟

۲۸. دو خازن یکسان که فضای بین صفحه‌های آن‌ها خالی است به هم موازی بسته شده‌اند. اگر فضای بین صفحه‌های یکی از خازن‌ها با دی‌الکتریکی با ثابت k پر شود، ظرفیت معادل خازن‌ها دو برابر می‌شود. k چند است؟

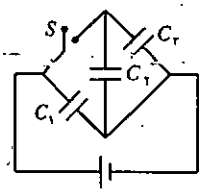
۲۹. در مدار شکل زیر داریم $C_1 = C_2 = C$. اگر عایقی با ثابت دی الکتریک k ، وارد خازن C_1 کنیم، ظرفیت معادل مدار، بار هر خازن و اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن را (۱) قبل از وارد کردن عایق و (۲) پس از وارد کردن عایق به دست آورید.

۳۰. در شکل زیر وقتی (۱) کلید S باز باشد، (۲) کلید S بسته باشد، بار و انرژی را که در هر یک از خازن‌ها ذخیره می‌شود، بر حسب ظرفیت خازن‌ها و نیروی محرکه‌ی مولد (ε) به دست آورید.

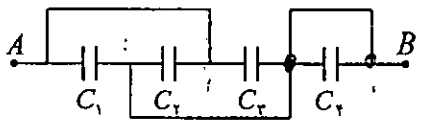
۳۱. در شکل زیر بار ذخیره شده روی هر خازن را حساب کنید. $V_{AB} = ۱۲\,V$ ، $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = ۲\,\mu F$.



(شکل مسأله‌ی۲۹)



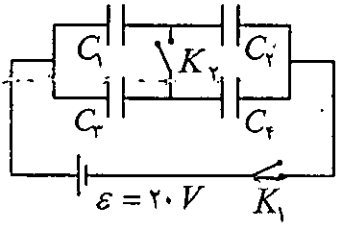
(شکل مسأله‌ی۳۰)



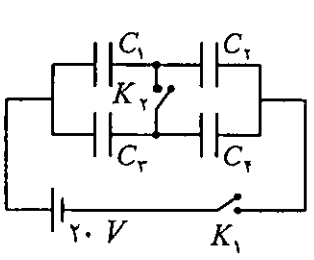
(شکل مسأله‌ی۳۱)

۳۲. در مدار شکل زیر بار و انرژی ذخیره شده در هر خازن را در هر مرحله به دست آورید. (۱) کلید K_1 بسته می‌شود. (۲) کلید K_2 نیز بسته می‌شود. $C_1 = ۱\,\mu F$ ، $C_2 = ۴\,\mu F$ ، $C_3 = ۴\,\mu F$ و $C_4 = ۱\,\mu F$.

۳۳. در مدار شکل زیر در هر مرحله، بار هر خازن و بار مجموعه‌ی خازن‌ها را حساب کنید (۱) کلید K_1 بسته می‌شود. (۲) کلید K_2 نیز بسته می‌شود. $C_1 = ۲\,\mu F$ ، $C_2 = ۸\,\mu F$ ، $C_3 = ۳\,\mu F$ ، $C_4 = ۱۲\,\mu F$.



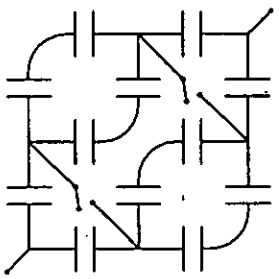
(شکل مسأله‌ی۳۲)



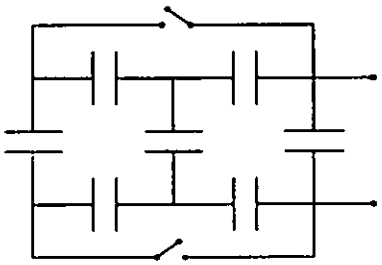
(شکل مسأله‌ی۳۳)

۳۴. خازن معادل بین دو سر مدار شکل زیر را قبل و پس از بستن کلیدها به دست آورید. ظرفیت تمام خازن‌ها C است.

۳۵. (۱) در مدار شکل روبه‌رو پس از بستن هر دو کلید ظرفیت معادل خازن‌ها چند برابر می‌شود؟ (۲) اگر دو سر مدار به یک مولد با اختلاف پتانسیل ۲۰ ولت وصل شود و ظرفیت تمام خازن‌ها یکسان و برابر ۱۱۰ نانوفاراد باشد، پس از بستن هر دو کلید (الف) چه مقدار بار الکتریکی از مولد به مدار منتقل می‌شود؟ (ب) چه مقدار انرژی الکتریکی توسط مولد آزاد می‌شود؟ (ج) انرژی پتانسیل الکتریکی خازن‌ها چه قدر افزایش می‌یابد؟ (د) چه مقدار انرژی الکتریکی در مدار تلف می‌شود؟



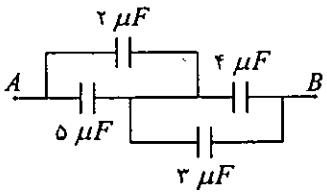
(شکل مسأله‌ی۳۴)



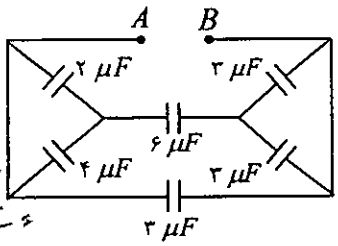
(شکل مسأله‌ی۳۵)

۳۶. هر یک از شکل‌های زیر قسمتی از یک مدار است. ظرفیت معادل بین نقطه‌های A و B و در صورت وجود ظرفیت معادل بین نقطه‌های A و C را به دست آورید.

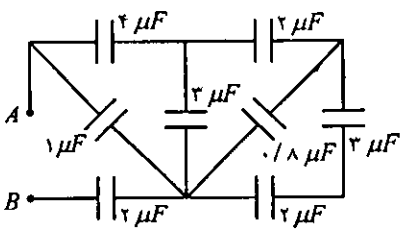
(۱)



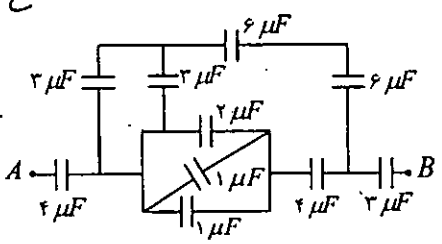
(۲)



(۳)

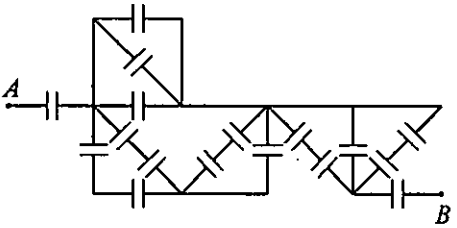


(۴)

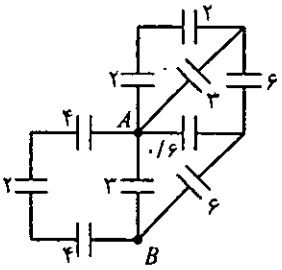


(۵) ظرفیت خازن‌ها بر حسب میکروفاراد است.

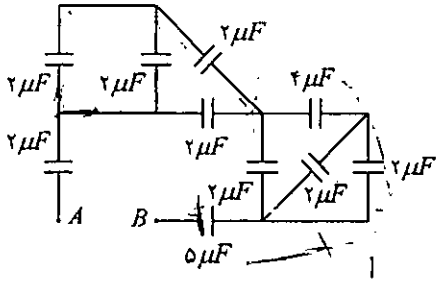
(۶) ظرفیت هر خازن $۲\mu F$ است.



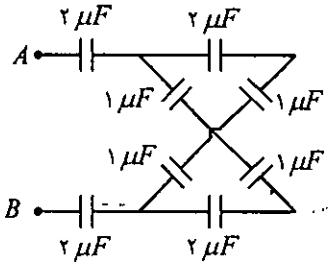
(۷)



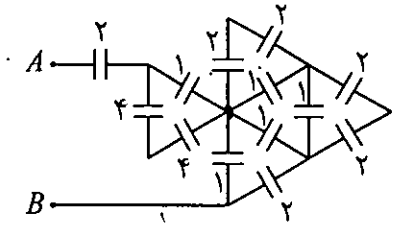
(۸)



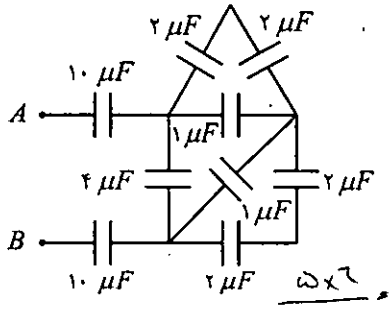
(۹)



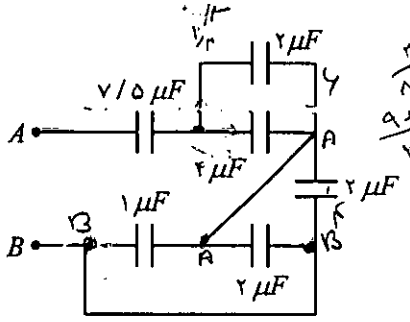
(۱۰) ظرفیت خازن‌ها برحسب میکروفاراد است.

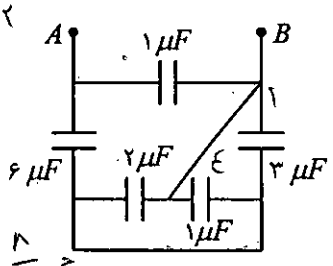


(۱۱)

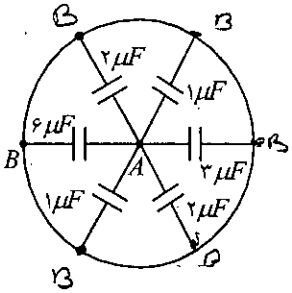


(۱۲)

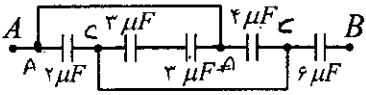




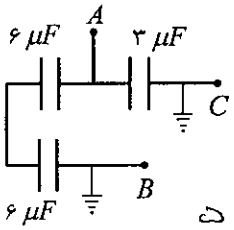
(۱۳)



(۱۴)

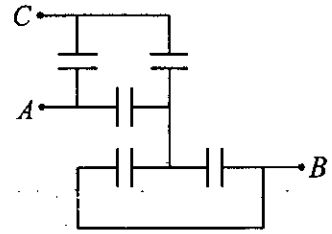


(۱۵)

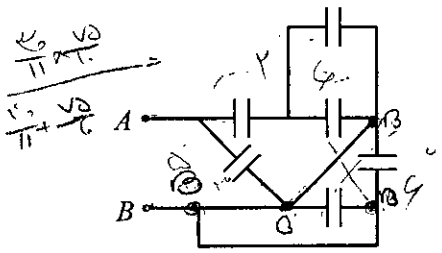


(۱۶) ظرفیت هر خازن $۷\ \mu F$ است.

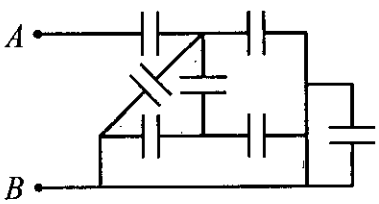
(۱۷) ظرفیت هر خازن $۳\ \mu F$ است.

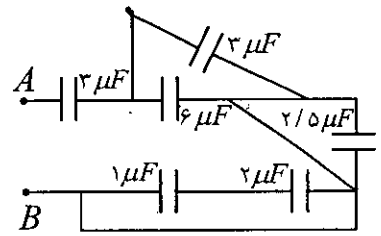


(۱۸)

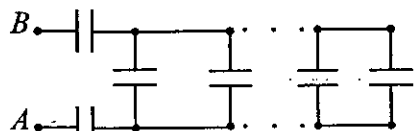


(۱۹) ظرفیت هر خازن $۱۱\ \mu F$ است.

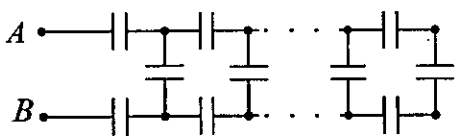




۳۷. در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است، ظرفیت هر خازن را C و تعداد خازن‌های موازی را n فرض کنید. (۱) ظرفیت معادل بین نقاط A و B را بیابید. (۲) در حالتی که تعداد خازن‌ها نامحدود باشد $(n \to \infty)$، ظرفیت معادل بین نقاط A و B چه قدر می‌شود؟



۳۸. در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است، ظرفیت هر خازن C و تعداد خازن‌ها نامحدود است. ظرفیت معادل بین نقاط A و B را به دست آورید.



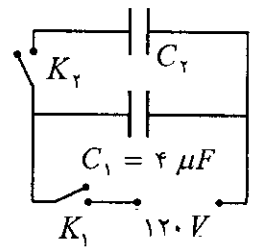
۳۹. خازنی با ظرفیت ۱۰۰ پیکوفاراد را با اختلاف پتانسیل ۵۰ ولت باردار می‌کنیم. سپس خازن را از باتری باردار کننده، جدا می‌کنیم و آن را به خازن دیگری که خالی بوده است می‌بندیم. اختلاف پتانسیل دو سر خازن به ۳۵ ولت افت می‌کند. ظرفیت خازن دوم را بیابید.

۴۰. در مدار شکل زیر ابتدا کلید K_1 را بسته و کلید K_2 را باز نگاه می‌داریم تا خازن C_1 پر شود. سپس کلید K_1 را قطع و کلید K_2 را وصل می‌کنیم. پس از برقراری تعادل، اختلاف پتانسیل مشترک دو سر خازن‌ها ۸۰ ولت می‌شود. (۱) ظرفیت خازن C_2 و (۲) بار ذخیره شده در هر خازن را حساب کنید.

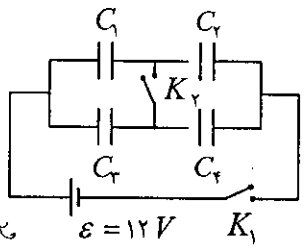
۴۱. دو خازن $12\,\mu F$ و $6\,\mu F$ را به طور سری به ولتاژ ۱۰ ولت می‌بندیم. سپس آن‌ها را از مولد جدا کرده و (۱) صفحات هم علامت ، (۲) صفحات غیر هم علامت را به هم می‌بندیم. اختلاف پتانسیل نهایی دو سر خازن‌ها را در هر حالت حساب کنید.

۴۲. در شکل زیر ظرفیت خازن‌ها $C_1 = 1\,\mu F$ ، $C_2 = 2\,\mu F$ ، $C_3 = 2\,\mu F$ و $C_4 = 6\,\mu F$ است. بار ذخیره شده در هر خازن را در هر مرحله بیابید. (۱) کلید K_1 بسته می‌شود. (۲) کلید K_1 باز و کلید K_2 بسته می‌شود.

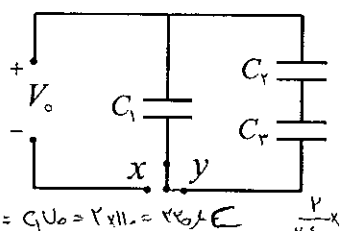
۴۳. در مدار شکل زیر که می‌دانیم $C_1 = 2\,\mu F$ ، $C_2 = 4\,\mu F$ ، $C_3 = 6\,\mu F$ و $V_0 = 110\,V$. ابتدا کلید را در وضعیت x قرار می‌دهیم تا خازن C_1 پر شود. سپس آن را در وضعیت y قرار می‌دهیم. در این حالت بار نهایی ذخیره شده در هر خازن و انرژی مجموعه‌ی خازن‌ها را پیدا کنید.



(شکل مسأله‌ی۴۰)



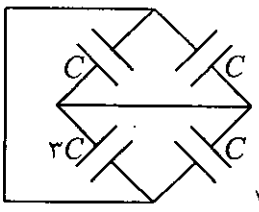
(شکل مسأله‌ی۴۲)



(شکل مسأله‌ی۴۳)

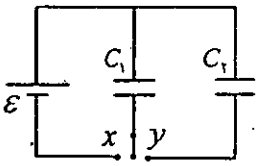
۴۴. مسأله‌ی۴۳ را به صورت پارامتری حل کنید و جواب را بر حسب C_1 ، C_2 ، C_3 و V_0 بیابید.

۴۵. یک خازن با ظرفیت $3C$ با اختلاف پتانسیل $2V$ بار دار می‌شود و سپس به سه خازن خالی دیگر با ظرفیت‌های C به صورت شکل روبه‌رو بسته می‌شود. بار و اختلاف پتانسیل نهایی هر خازن را بر حسب C و V حساب کنید.

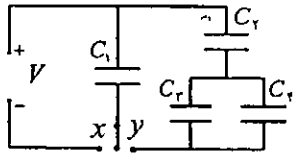


۴۶. در مدار شکل زیر کلید ابتدا در وضعیت x است و پس از مدت زمان کافی به وضعیت y برده می‌شود. (۱) بار و انرژی ذخیره شده در هر خازن را وقتی کلید در وضعیت x است، به دست آورید. (۲) بار و انرژی ذخیره شده در هر خازن را پس از این که کلید به وضعیت y برده می‌شود، به دست آورید. (۳) انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها را در دو حالت مقایسه کنید.
$C_۱ = ۱۰\ \mu F$ ، $C_۲ = C_۳ = C_۴ = ۳۰\ \mu F$ و ولت $V = ۱۰$.

۴۷. مداری مطابق شکل زیر بسته‌ایم. ابتدا کلید در موقعیت x قرار داشته است و سپس در موقعیت y قرار می‌گیرد. کلید به حالت x برگشته و مجدداً به حالت y برمی‌گردد و این کار را مرتباً تکرار می‌کنیم. بار نهایی روی خازن $C_۲$ را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی۴۷)



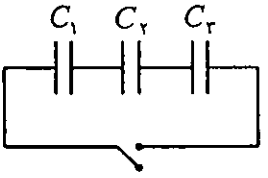
(شکل مسأله‌ی۴۶)

۴۸. سه خازن با ظرفیت‌های $C_۱ = ۲\ \mu F$ ، $C_۲ = ۴\ \mu F$ و $C_۳ = ۶\ \mu F$ را با اختلاف پتانسیل ۱۱ ولت شارژ می‌کنیم. سپس آن‌ها را مطابق شکل به طور سری به یکدیگر می‌بندیم، به طوری که قطب مثبت هر خازن به قطب منفی خازن بعدی متصل است. (۱) پس از وصل شدن کلید، بار و اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن را بیابید. (۲) انرژی ذخیره شده در خازن‌ها را قبل و بعد از بسته شدن کلید بیابید و با یکدیگر مقایسه کنید.

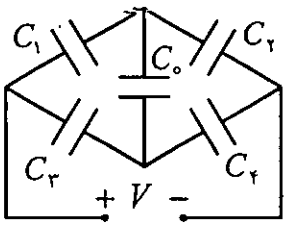
◆◆◆

۴۹. **پل وتستون.** در شکل زیر چه رابطه‌ای بین $C_۱$ ، $C_۲$ ، $C_۳$ و $C_۴$ برقرار باشد تا هیچ باری روی خازن $C_۰$ ذخیره نشود.

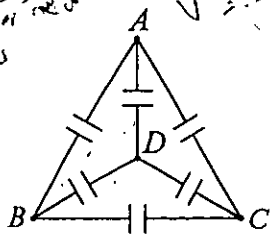
۵۰. در شکل زیر ظرفیت معادل بین نقطه‌های A و D و هم چنین B و C را به دست آورید. ظرفیت همه‌ی خازن‌ها C است.



(شکل مسأله‌ی۴۸)



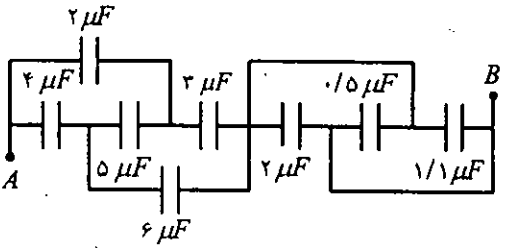
(شکل مسأله‌ی۴۹)

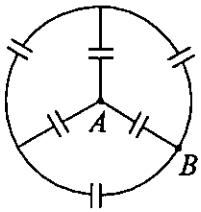


(شکل مسأله‌ی۵۰)

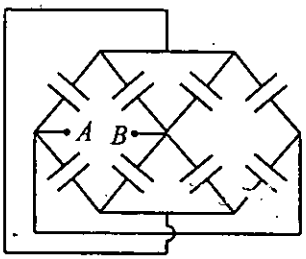
۵۱. هر یک از شکل‌های زیر قسمتی از یک مدار است. ظرفیت معادل بین نقاط A و B را بیابید.

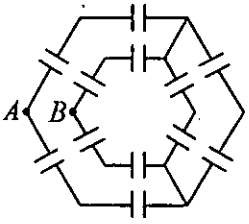
(۱) (۲) ظرفیت همه‌ی خازن‌ها $۳\mu F$ است.



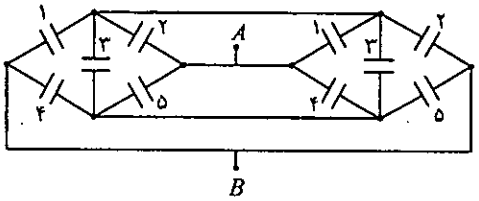


(۳) ظرفیت همه‌ی خازن‌ها $۲\mu F$ است. (۴) ظرفیت هر خازن $۴\mu F$ است.





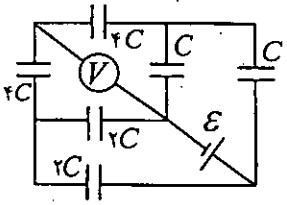
(۵) ظرفیت خازن‌ها برحسب میکروفاراد است.



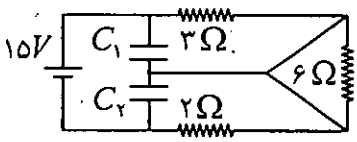
۵۲. در مدار شکل زیر (۱) ولت متر چه ولتاژی را نشان می‌دهد؟ (۲) بار ذخیره شده روی هر خازن را نیز بیابید. جواب‌ها را بر حسب اطلاعات مسأله (C و ε) به دست آورید.

◆◆◆

۵۳. در مدار الکتریکی شکل زیر ظرفیت الکتریکی خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ به ترتیب برابر ۱۰ و ۱۵ میکروفاراد است. (۱) جریان الکتریکی هر مقاومت (۲) بار الکتریکی ذخیره شده روی هر خازن (۳) انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده روی هر خازن را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی۵۲)

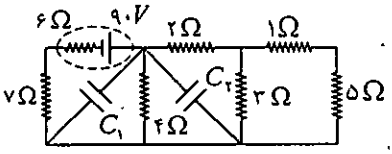


(شکل مسأله‌ی۵۳)

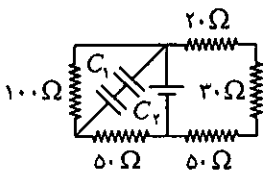
۵۴. در مدار الکتریکی شکل زیر ظرفیت الکتریکی خازن‌های C_1 و C_2 به ترتیب برابر ۵ و ۱۰ میکروفاراد است. (۱) جریان الکتریکی هر مقاومت (۲) بار الکتریکی ذخیره شده روی هر خازن را به دست آورید.

۵۵. در مدار الکتریکی شکل زیر مولد از هشت پیل متوالی که نیروی محرکه‌ی هر کدام ε و مقاومت درونی هر کدام ۰/۵ اهم است، تشکیل شده است و ظرفیت الکتریکی خازن‌های C_1 و C_2 به ترتیب برابر ۲ و ۳ میکروفاراد است. می‌دانیم انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن C_1 برابر ۵۷۶۰۰ میکرو ژول است. ε چه قدر است؟

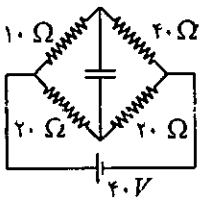
۵۶. در مدار الکتریکی شکل زیر ظرفیت الکتریکی خازن ۵ میکروفاراد است. اختلاف پتانسیل دو سر خازن و بار الکتریکی ذخیره شده در آن را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی۵۴)



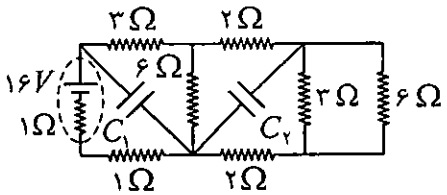
(شکل مسأله‌ی۵۵)



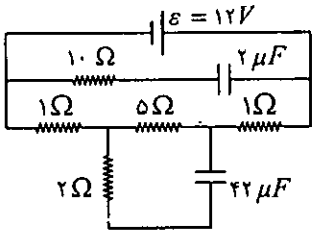
(شکل مسأله‌ی۵۶)

۵۷. در مدار الکتریکی شکل زیر ظرفیت الکتریکی خازن‌های C_1 و C_2 به ترتیب برابر ۵ و ۱۰ میکروفاراد است. بار الکتریکی و انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن‌ها را به دست آورید.

۵۸. در مدار الکتریکی شکل زیر نسبت بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۴۲ میکروفاراد به بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۲ میکروفاراد چه قدر است؟



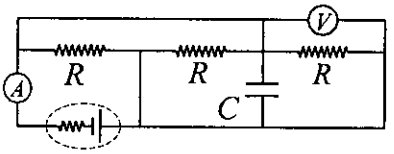
(شکل مسأله‌ی۵۷)



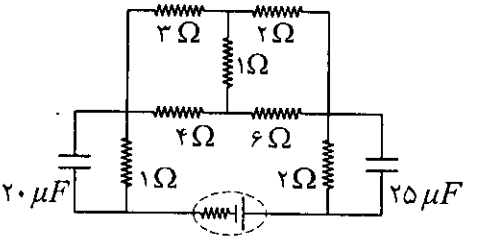
(شکل مسأله‌ی۵۸)

۵۹. در مدار الکتریکی شکل صفحه‌ی بعد نیروی محرکه و مقاومت درونی مولد به ترتیب برابر ۲۰ ولت و ۲ اهم هستند. (۱) نسبت بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۲۵ میکروفاراد به بار الکتریکی ذخیره شده در خازن ۲۰ میکروفاراد چه قدر است؟ (۲) نسبت انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن ۲۵ میکروفاراد به انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن ۲۰ میکروفاراد چه‌قدر است؟

۶۰. در مدار الکتریکی شکل زیر آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل هستند. ظرفیت الکتریکی خازن ۲۰ میکروفاراد و اندازه‌ی هر مقاومت ۱۲ اهم است. همچنین مقاومت درونی مولد و نیروی محرکه‌ی آن به ترتیب برابر یک اهم و ۱۰ ولت هستند.(۱) آمپرسنج و ولت‌سنج چه مقدارهایی را نشان می‌دهند؟ (۲) بار الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازن را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی۶۰)

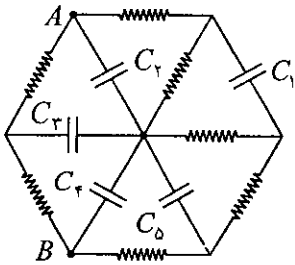


(شکل مسأله‌ی۵۹)

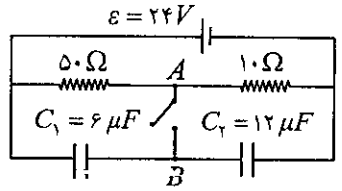
۶۱. در مدار الکتریکی شکل زیر نقاط A و B به پتانسیل‌های ۱۸ ولت و صفر ولت وصل هستند و کلید باز است (۱) اختلاف پتانسیل دو سر کلید چه قدر است؟ (۲) اگر کلید بسته شود، پتانسیل الکتریکی دو سر کلید چند ولت می‌شود و بار الکتریکی هر خازن چه قدر تغییر می‌کند؟

۶۲. در مدار الکتریکی شکل زیر کلید از ابتدا باز بوده است. اگر کلید را ببندیم چه مقدار بار الکتریکی از کلید عبور می‌کند و جهت جریان الکتریکی در کلید به کدام طرف است؟

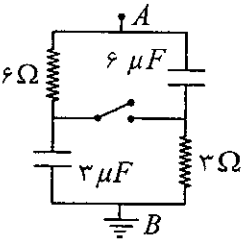
۶۳. در مدار الکتریکی شکل زیر ظرفیت الکتریکی خازن‌ها یکسان و برابر ۲ میکروفاراد و اندازه‌ی مقاومت‌ها نیز یکسان و برابر ۲۰۰ اهم است و نقاط A و B به اختلاف پتانسیل ۲۲۰ ولت وصل است. بار الکتریکی ذخیره شده روی هر خازن چه قدر است؟



(شکل مسأله‌ی۶۳)

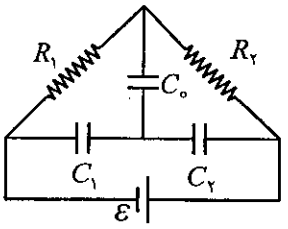


(شکل مسأله‌ی۶۲)

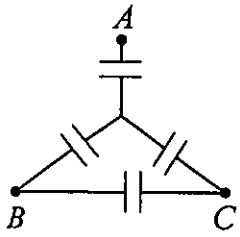


(شکل مسأله‌ی۶۱)

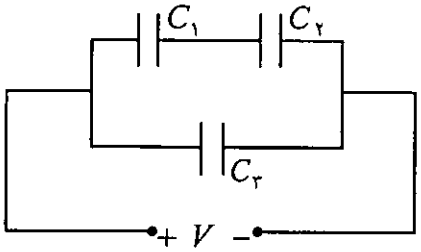
۶۴. در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو چه شرطی بین اجزای مدار برقرار باشد، تا بار الکتریکی روی خازن C_0 ذخیره نشود؟



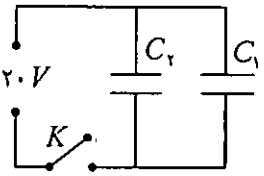
بخش سوم : آزمون پایانی
مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه



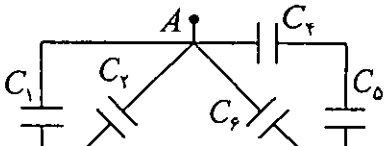
سؤال یک. در شکل مقابل اگر A و B دو سر مدار باشند، ظرفیت معادل C' و اگر B و C دو سر مدار باشند، ظرفیت معادل C'' است. نسبت $\frac{C''}{C'}$ را محاسبه کنید. ظرفیت همه‌ی خازن‌ها C است.



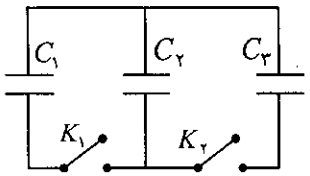
سؤال دو. در شکل مقابل ظرفیت معادل $۱۰\ \mu F$ است. (۱) مقدار $C_۱$ را به دست آورید. (۲) بار ذخیره شده در هر خازن و انرژی مجموعه‌ی خازن‌ها را به دست آورید. ولت $V = ۱۰۰$ ، $C_۲ = ۵\ \mu F$ و $C_۳ = ۷/۵\ \mu F$.



سؤال سه. دو خازن $C_۱ = ۶\ \mu F$ و $C_۲ = ۲\ \mu F$ را مطابق شکل مقابل توسط کلید K به اختلاف پتانسیل ۲۰ ولت وصل می‌کنیم. کلید K را می‌بندیم تا دو خازن پر شوند و پس از پر شدن خازن‌ها کلید را باز می‌کنیم. سپس دی‌الکتریکی را با ثابت $K = ۶$ وارد خازن $C_۲$ می‌نماییم. بار هر یک از خازن‌ها و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را پس از وارد کردن دی‌الکتریک به دست آورید.



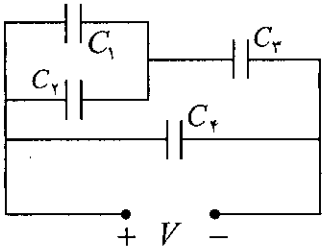
سؤال چهار. در مدار شکل روبه‌رو داریم $C_۲ = C_۴ = ۳\ \mu F$ ، $C_۱ = ۱\ \mu F$ ، $C_۳ = C_۵ = ۶\ \mu F$ و $C_۶ = C_۷ = ۴\ \mu F$. انرژی ذخیره شده در خازن $C_۱$ برابر ۱۸۰۰ میکروژول است. اختلاف پتانسیل نقاط A و B و بار خازن $C_۵$ را به دست آورید.



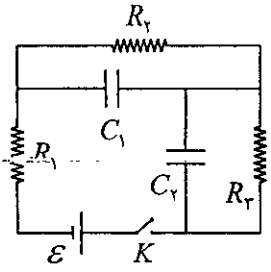
سؤال پنج. در مدار شکل مقابل خازن‌ها همه یکسان‌اند و خازن C_1 بار q دارد و بقیه‌ی خازن‌ها خالی هستند. ابتدا کلید K_1 را می‌بندیم تا دو خازن به تعادل برسند پس از آن کلید K_1 را باز می‌کنیم و کلید K_2 را می‌بندیم. بار هر یک از آن‌ها در نهایت چه قدر می‌شود.

سؤال شش. خازنی به ظرفیت $C_1 = 5/5\,\mu F$ را با یک باتری ۲۵ ولتی پر می‌کنیم. سپس آن را از باتری جدا کرده، دو صفحه‌ی آن را به دو صفحه‌ی خازن خالی، به ظرفیت C_2 وصل می‌کنیم. اگر اختلاف پتانسیل دو صفحه، در این وضعیت به ۱۰ ولت برسد. ظرفیت C_2 چه قدر است؟

سؤال هفت. هشت ژول انرژی لازم است تا $3\,mC$ بار الکتریکی را از یک صفحه‌ی خازنی به ظرفیت $6\,\mu F$، به صفحه‌ی دیگر آن منتقل کنیم. قبل از منتقل کردن این مقدار بار الکتریکی بار روی هر صفحه‌ی خازن چه قدر بوده است؟



سؤال هشت. در مدار شکل مقابل، (۱) نسبت انرژی ذخیره شده در خازن C_4 به انرژی ذخیره شده در کل خازن‌ها را به دست آورید. (۲) بار ذخیره شده در خازن C_1 چند میکرو کولن است؟ $C_1 = 16\,\mu F$ ، $C_2 = 20\,\mu F$ ، $C_3 = 24\,\mu F$ ، $C_4 = 5/6\,\mu F$ و ولت $V = 20$.



سؤال نه. خازن $C_1 = 2\,\mu F$ و $C_2 = 4\,\mu F$ را به همراه سه مقاومت $R_1 = 2\Omega$، $R_2 = 4\Omega$ و $R_3 = 3\Omega$ مطابق شکل مقابل به هم وصل می‌کنیم و مجموعه را به مولدی با نیروی محرکه‌ی الکتریکی $\varepsilon = 18\,V$ و مقاومت درونی ناچیز متصل می‌کنیم. (۱) جریان مدار در لحظه‌ی وصل کلید K و (۲) مقدار بار ذخیره شده بر روی هریک از خازن‌ها را پس از برقراری شرایط پایدار به دست آورید.

شماره سؤال	یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه
نمره	۲	۲	۲	۳	۲	۲	۲	۲	۳

فصل پنجم

مغناطیس

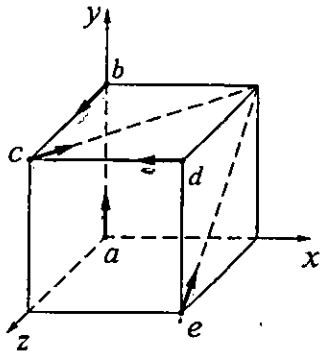
و القای الکترومغناطیسی

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره‌ی باردار متحرک و جریان الکتریکی
میدان مغناطیسی سیم راست، حلقه، پیچه و سیملوله‌ی حامل جریان الکتریکی
شار مغناطیسی / قانون القای الکترومغناطیسی فارادی / قانون لنز
خودالقایی / مولد جریان متناوب

مفاهیم فیزیک، آفریده‌های آزاد ذهن بشر هستند، اما منحصراً به وسیله‌ی جهان خارج تعیین نمی‌شوند، گرچه به ظاهر چنین می‌نماید. تلاش ما برای درک واقعیت شبیه به کوشش کسی است که می‌خواهد از ساز و کار یک ساعت سر در بیاورد. این شخص رویه‌ی ساعت و عقربه‌های متحرک را می‌بیند و حتی صدای تیک تاک را هم می‌شنود، اما هیچ راهی برای باز کردن ساعت ندارد. اگر خیلی باهوش باشد، ممکن است تصویری از این ساز و کار پیش خود مجسم کند، اما هرگز مطمئن نخواهد شد که این یگانه تصویری است که می‌تواند مشاهدات او را توضیح دهد. هرگز نخواهد توانست که این تصویر را با ساز و کار واقعی مقایسه کند و حتی نخواهد توانست امکان چنین مقایسه‌ای را هم تصور کند.

آلبرت اینشتین
از کتاب «تکامل فیزیک»

بخش اول : مثال‌های نمونه
مغناطیس



(شکل ۵-۱)

مثال۱. هر یک از حرف‌های مشخص شده در گوشه‌های مکعب شکل ۵-۱، نشان دهنده‌ی بار الکتریکی مثبت q است که با سرعت V در جهت مشخص شده، حرکت می‌کند. در فضای مکعب، میدان مغناطیسی یکنواخت B در جهت مثبت محور x وجود دارد. اندازه و جهت نیرویی را که بر هر یک از بارها وارد می‌شود، تعیین کنید.

راه حل. مطابق شکل، بردارهای سرعت ذره‌های a ، b ، c ، d و e با $\vec{B}$ - بردار میدان مغناطیسی که در جهت مثبت محور x می‌باشد - به ترتیب زاویه‌های ۹۰° ، ۹۰°، ۴۵°، ۱۸۰° و ۹۰° می‌سازند. بنابراین :

$F_a = qVB\sin 90^\circ = qVB$ ، $\overrightarrow{F_a}$ در جهت منفی محور z است

$F_b = qVB\sin 90^\circ = qVB$ ، $\overrightarrow{F_b}$ در جهت مثبت محور y است

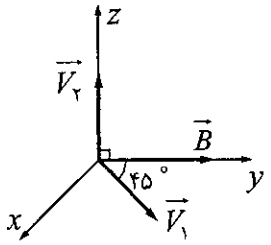
$F_c = qVB\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}qVB$ ، $\overrightarrow{F_c}$ در جهت منفی محور y است

$F_d = qVB\sin 180^\circ = 0$ ، $F_e = qVB\sin 90^\circ = qVB$

$\overrightarrow{F_e}$ در راستای نیم‌ساز محور y و محور z می‌باشد و در جهت منفی آن‌ها قرار دارد.

مثال۲. یک ذره، دارای بار $q = 5\times10^{-9}C$ است و در فضایی که میدان مغناطیسی یکنواخت قرار دارد حرکت می‌کند. نیروی وارد بر ذره، در دو حالت چنین است : (۱) اگر ذره با سرعت V_1 در صفحه‌ی xy و با زاویه‌ی ۴۵° نسبت به محور x حرکت کند، نیروی F_1 در جهت مثبت محور z بر آن وارد می‌شود. (۲) اگر ذره، با سرعت $V_2 = 2\times10^4\ m/s$ در جهت مثبت محور z حرکت کند، نیروی $F_2 = 4\times10^{-5}N$ در جهت منفی محور x بر آن وارد می‌شود. اندازه و جهت میدان مغناطیسی را به دست آورید.

راه حل. می‌دانیم که نیروی مغناطیسی، بر امتداد میدان مغناطیسی عمود می‌باشد.



(شکل ۵-۲)

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1 \perp \vec{B} \\ \vec{F}_1 \parallel Oz\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{B} \perp Oz \text{ (محور } z\text{)}$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_2 \perp \vec{B} \\ \vec{F}_2 \parallel Ox\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{B} \perp Ox \text{ (محور } x\text{)}$$

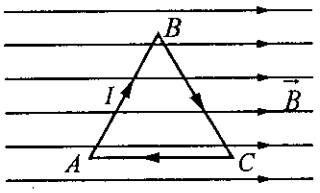
$$\Rightarrow \vec{B} \perp xOz \text{ صفحه}$$

بنابراین میدان مغناطیسی در امتداد محور y می‌باشد و مطابق شکل ۵-۲ با $\vec{V}_1$، سرعت ذره در حالت اول زاویه‌ی 45° و با $\vec{V}_2$ سرعت ذره در حالت دوم زاویه‌ی 90° می‌سازد. بنابراین :

$$F_1 = qV_1B\sin 45^\circ$$

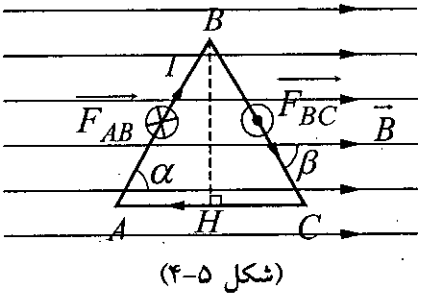
$$F_2 = qV_2B\sin 90^\circ \Rightarrow 4\times10^{-5} = 5\times10^{-9}\times2\times10^{4}\times B \Rightarrow B = 0/4T$$

مثال۳. در حلقه‌ی مثلث شکل ۵-۳ جریان I برقرار است. اگر بزرگی میدان، B و طول هر ضلع، a باشد، (۱) نیروی وارد بر هر ضلع و نیروی وارد بر کل مثلث چه قدر است؟ (۲) اگر حلقه‌ی مثلث شکل، بخواهد دوران کند، حول چه محوری و در چه جهتی می‌چرخد؟



(شکل ۵-۳)

راه حل. (۱) ابتدا نیروی وارد بر هر قطعه را به دست می‌آوریم.



(شکل ۵-۴)

$$F_{AB} = Il_{AB}B\sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow F_{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}IaB$$

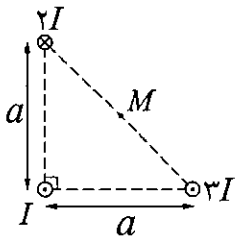
$$F_{BC} = Il_{BC}\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}IaB$$

$$F_{CA} = Il_{CA}B\sin\pi = 0$$

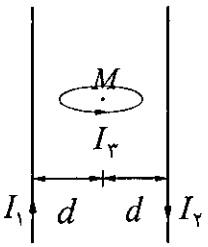
طبق قانون دست راست، نیروی F_{BC} برون‌سو و نیروی F_{AC} درون‌سو می‌باشد. بنابراین کل نیروی وارد بر حلقه، صفر است.

(۲) حلقه حول ارتفاع BH دوران می‌کند. به طوری که اگر از بالای رأس B به مجموعه نگاه کنیم جهت دوران ساعتگرد خواهد بود.

مثال۴. در هر یک از شکل‌های ۵-۵ و ۵-۶ جهت و اندازه‌ی میدان مغناطیسی حاصل از جریان‌ها را در نقطه‌ی M به دست آورید. سیم‌های راست بسیار بلنداند. شعاع حلقه r و صفحه‌ی حلقه افقی است و $I_1 = I_2 = I_3 = I$.

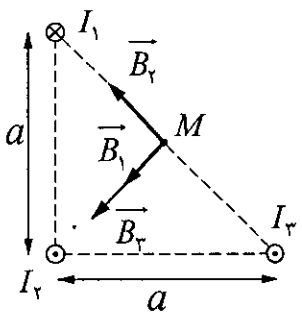


(شکل ۵-۵)



(شکل ۵-۶)

راه حل. (۱) چون میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است، پس فاصله‌ی هر سه سیم تا نقطه‌ی M یکسان و برابر $d = \frac{a}{\sqrt{2}}$ است. با توجه به شکل ۵-۷ داریم :



(شکل ۵-۷)

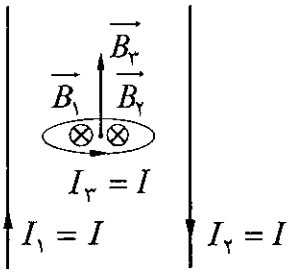
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 \times 2I}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d_2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi d_3} = \frac{\mu_0 \times 3I}{2\pi d} = \frac{3\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$B_T = \sqrt{(B_1 + B_3)^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\sqrt{26} = \frac{\mu_0 I}{\pi a}\sqrt{13}$$

(۲) با توجه به شکل ۵-۸ داریم :

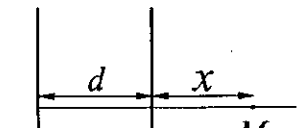


(شکل ۵-۸)

$$\left.\begin{aligned} B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \\ B_3 = \frac{\mu_0 I}{2r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow B = \sqrt{(B_1 + B_2)^2 + B_3^2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d r}\sqrt{4r^2 + \pi^2 d^2}$$

مثال۵. در شکل ۵-۹ فاصله‌ی x را چنان تعیین کنید که میدان مغناطیسی حاصل از دو جریان در نقطه‌ی M برابر صفر باشد $(I_1 > I_2)$.

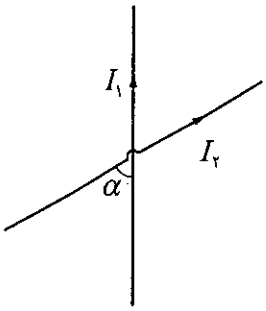


(شکل ۵-۹)

راه حل. در نقطه‌ی M، $\vec{B_1}$ درون‌سو و $\vec{B_2}$ برون‌سو می‌باشد. لذا داریم $B_T = B_1 - B_2 = 0$ در نتیجه :

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+x)} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x} \Rightarrow \frac{I_1}{d+x} = \frac{I_2}{x} \Rightarrow x = \frac{I_2 d}{I_1 - I_2}$$

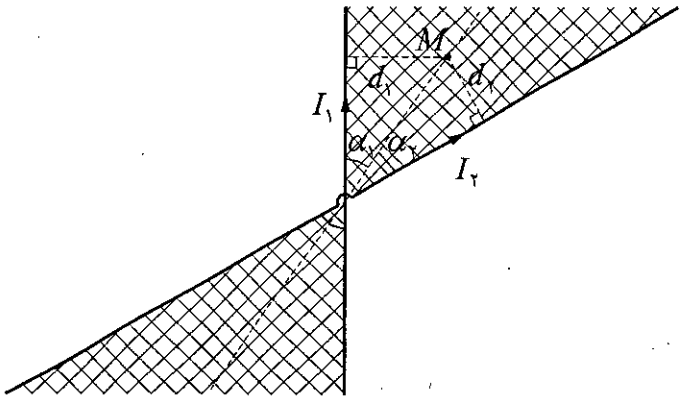
اگر $I_1 < I_2$ باشد، نقطه‌ای که میدان در آن صفر است، در طرف دیگر جریان‌ها قرار دارد و اگر $I_1 = I_2$ باشد، چنین نقطه‌ای وجود ندارد.



(شکل ۵-۱۰)

مثال۶. در شکل ۵-۱۰ سیم‌های مستقیم و بلند در یک صفحه قرار دارند . با یکدیگر زاویه‌ی α می‌سازند و حامل جریان‌های I_1 و I_2 در جهت‌های نشان داده شده می‌باشند. نقاطی را در صفحه مشخص کنید که برآیند میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها در آن‌ها صفر باشد.

راه حل. با توجه به شکل ۵-۱۱ در محدوده‌های مشخص شده، چنین نقاطی پیدا می‌شوند. چرا که در این محدوده‌ها میدان‌های مغناطیسی حاصل از سیم‌ها غیر هم جهت می‌باشند و می‌توانند یکدیگر را خنثی کنند. فرض کنید در نقطه‌ی M، برآیند میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها صفر است. در این صورت :



(شکل ۵-۱۱)

$$B_T = 0 \Rightarrow B_1 = B_2$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{d_1} = \frac{I_2}{d_2}$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{I_2}{I_1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{I_2}{I_1}$$

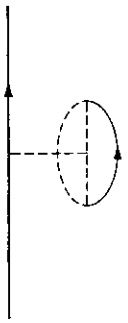
مکان هندسی این نقطه، خطی است که در صفحه‌ی سیم‌ها قرار دارد و از محل تقاطع سیم‌ها عبور می‌کند و با سیم‌ها زاویه‌های α_1 و α_2 می‌سازد و $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1} = \frac{I_2}{I_1}$.

مثال۷. دو پیچه با تعداد دورهای m و n به شعاع R روی هم پیچیده شده‌اند، جریان پیچه‌ها چگونه باشند تا میدان مغناطیسی در مرکز آن‌ها صفر شود؟

راه حل. باید جهت جریان آن‌ها متفاوت باشد و اندازه‌ی میدان ناشی از آن‌ها برابر باشد.

$$B_n = B_m \Rightarrow \frac{\mu_\circ n I_n}{۲R} = \frac{\mu_\circ m I_m}{۲R} \Rightarrow \frac{I_m}{I_n} = \frac{n}{m}$$

مثال۸. در شکل ۵-۱۲ حلقه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع R حامل جریان I است. سیمی مستقیم و بلند در فاصله‌ی R از سطح و مرکز حلقه و به موازات سطح آن قرار دارد و آن نیز حامل جریان I است. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه چه قدر می‌باشد؟



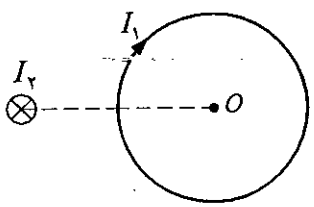
(شکل ۵-۱۲)

راه حل. $B_۱$ میدان ناشی از حلقه و $B_۲$ میدان‌های ناشی از سیم مستقیم و در هر حالت ممکن برای جهت جریان‌های آن‌ها بر هم عمود می‌باشند.

$$B_۱ = \frac{\mu_\circ I}{۲R}\ ,\ B_۲ = \frac{\mu_\circ I}{۲\pi R}\ ,\ B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲} \Rightarrow B_T = \frac{\mu_\circ I}{۲\pi R}\sqrt{\pi^۲ + ۱}$$

مثال۹. سیم راست و طویلی به فاصله‌ی d از مرکز حلقه‌ای دایره‌ای شکل به شعاع r ($r < d$) و عمود بر صفحه‌ی حلقه واقع است. اگر شدت جریان حلقه $I_۱$ و شدت جریان سیم راست $I_۲$ باشد، (۱) در حالت $d = ۲۰\,cm$ ، $r = ۱۰\,cm$ ، $I_۱ = ۲\,A$ و $I_۲ = ۴\,A$ بزرگی میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه به دست آورید. (۲) چه شرطی برقرار باشد تا میدان برآیند با صفحه‌ی حلقه زاویه‌ی ۴۵ درجه بسازد؟

راه حل. (۱) با توجه به شکل ۵-۱۳ اگر در مرکز حلقه میدان مغناطیسی حاصل از حلقه را $\overrightarrow{B_۱}$ و میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست را $\overrightarrow{B_۲}$ و میدان مغناطیسی کل را $\overrightarrow{B_T}$ بنامیم، خواهیم داشت :



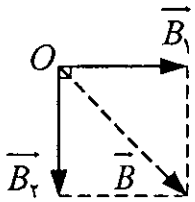
(شکل ۵-۱۳)

$$B_۱ = \frac{\mu_\circ}{۲} \times \frac{I_۱}{r} = \frac{\mu_\circ}{۲} \times \frac{۲}{\circ/۱} = ۱\circ\,\mu_\circ \quad \text{(درونسو)}$$

$$B_۲ = \frac{\mu_\circ}{۲\pi} \times \frac{I_۲}{d} = \frac{\mu_\circ}{۲\pi} \times \frac{۴}{\circ/۲} = \frac{۱\circ}{\pi}\mu_\circ$$

$$B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲} = ۱\circ\,\mu_\circ\sqrt{۱^۲ + (\frac{۱}{\pi})^۲}$$

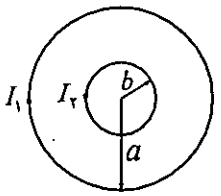
$$\Rightarrow B_T = ۴\sqrt{۱+\pi^۲} \times ۱\circ^{-۶} T$$



(شکل ۵-۱۴)

(۲) با توجه به شکل ۵-۱۴ که در صفحه‌ای عمود بر حلقه و موازی سیم راست رسم شده است، چون بردارهای $\overrightarrow{B_1}$ و $\overrightarrow{B_2}$ بر هم عمودند، برای برقراری شرط فوق باید اندازه‌ی آن‌ها برابر باشند.

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{\mu_0}{2} \times \frac{I_1}{r} = \frac{\mu_0}{2\pi} \times \frac{I_2}{d} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \pi \frac{d}{r}$$



(شکل ۵-۱۵)

مثال ۱۰: در شکل ۵-۱۵ حلقه‌ها هم مرکز و هم صفحه می‌باشند $a = 10\ cm$ ، $b = 5\ cm$ و $I_1 = 2\ A$. **اگر** I_2 **- جریان حلقه‌ی کوچک‌تر - صفر شود، اندازه‌ی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها دو برابر می‌شود. جریان** I_2 **چه قدر است؟**

راه حل. ابتدا میدان را در زمانی که جریان I_2 قطع می‌شود، محاسبه می‌کنیم. در این حالت میدان مغناطیسی برابر میدان ناشی از I_1 می‌باشد.

$$B' = B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2(10^{-1})} = 4\pi \times 10^{-6}\ T$$

جهت B' درون‌سو است. اندازه‌ی میدان مغناطیسی در زمان وجود جریان I_2، نصف اندازه‌ی میدان مغناطیسی بعد از قطع جریان است.

$$B = \frac{1}{2} B' = 2\pi \times 10^{-6}\ T$$

میدان B برآیند میدان‌های B_1 و B_2 ناشی از جریان های I_1 و I_2 می‌باشد. میدان‌های B_1 و B_2 به ترتیب درون‌سو و برون‌سو هستند. جهت برآیند آن‌ها یعنی B مشخص نیست. بنابراین مسأله دو جواب دارد. زیرا ممکن است B_1 از B_2 بیشتر باشد و یا برعکس.

حالت اول.

$$B_1 - B_2 = B \Rightarrow 4\pi \times 10^{-6} - B_2 = 2\pi \times 10^{-6} \Rightarrow B_2 = 2\pi \times 10^{-6}\ T$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 I_2}{2b} = 2\pi \times 10^{-6} \Rightarrow 4\pi \times 10^{-6} I_2 = 2\pi \times 10^{-6} \Rightarrow I_2 = 0/5\ A$$

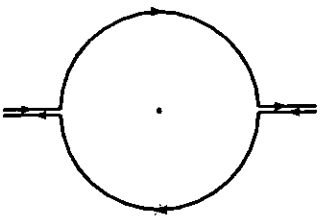
حالت دوم.

$$B_2 - B_1 = B \Rightarrow B_2 - 4\pi \times 10^{-6} = 2\pi \times 10^{-6} \Rightarrow B_2 = 6\pi \times 10^{-6}\ T$$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 I_2}{2b} = 6\pi \times 10^{-6} \Rightarrow 4\pi \times 10^{-6} I_2 = 6\pi \times 10^{-6} \Rightarrow I_2 = 1/5\ A$$

مثال۱۱. (۱) سیمی به شکل نیم‌دایره‌ای به شعاع R، حامل جریان I است. میدان مغناطیسی در مرکز نیم‌دایره چه قدر است؟ (۲) سیمی به شکل کمانی دایره‌ای شکل با زاویه‌ی α و شعاع R ، حامل جریان I است. میدان مغناطیسی در مرکز آن چه قدر است؟

راه حل. (۱) فرض می‌کنیم میدان مغناطیسی ناشی از جریان نیم‌دایره‌ای شکل در مرکز آن، B_x است. مطابق شکل ۵-۱۶ دو جریان نیم‌دایره‌ای شکل در کنار هم یک حلقه‌ی جریان دایره‌ای شکل ایجاد می‌کنند که مجموع میدان مغناطیسی آن‌ها در مرکزشان، برابر میدان مغناطیسی در مرکز یک حلقه‌ی جریان دایره‌ای شکل، می‌شود. بنابراین :



(شکل ۵-۱۶)

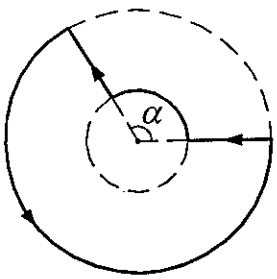
$$B_x + B_x = \frac{\mu_\circ I}{۲R} \Rightarrow B_x = \frac{\mu_\circ I}{۴R}$$

(۲) یک حلقه‌ی جریان دایره‌ای شکل به شعاع R را به N قسمت یکسان، که N بسیار بزرگ می‌باشد، تقسیم می‌کنیم و میدان مغناطیسی ناشی از هر قسمت را $B_\circ$ می‌نامیم. میدان مغناطیسی در مرکز جریان دایره‌ای شکل برابر مجموع میدان‌های مغناطیسی هر قسمت می‌باشد. بنابراین

$$NB_\circ = \frac{\mu_\circ I}{۲R} \Rightarrow B_\circ = \frac{۱}{N} \times \frac{\mu_\circ I}{۲R}$$

نسبت طول یک کمان به زاویه‌ی α، به محیط دایره، برابر $\frac{\alpha}{۲\pi}$ است. بنابراین یک جریان به شکل کمانی با زاویه‌ی α شامل تعداد $N' = \frac{\alpha}{۲\pi} N$ از قسمت‌های به دست آمده می‌باشد که میدان ناشی از هر کدام در مرکز برابر $B_\circ$ است. بنابراین میدان ناشی از جریان به شکل کمانی با زاویه‌ی α و شعاع R به صورت زیر به دست می‌آید.

$$B_\alpha = N'B_\circ = (\frac{\alpha}{۲\pi} N) \times (\frac{۱}{N} \times \frac{\mu_\circ I}{۲R}) = \frac{\alpha}{۲\pi} \times \frac{\mu_\circ I}{۲R}$$



(شکل ۵-۱۷)

مثال۱۲. در شکل ۵-۱۷ بزرگی میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی O (مرکز مشترک دایره‌ها) به دست آورید. شعاع حلقه‌ها $R = ۴۰\ cm$ و $r = ۱۰\ cm$ و $\alpha = ۱۲۰^\circ$ است.

راه حل. میدان مغناطیسی کل در نقطه‌ی O حاصل از دو میدان ایجاد شده توسط دو کمان از دایره‌ها می‌باشد که یکی یک سوم

میدان حاصل از دایره‌ی کوچک‌تر و دیگری دو سوم میدان حاصل از دایره‌ی بزرگ‌تر است و جهت هر دو آن‌ها با استفاده از قانون دست راست هم‌جهت و برونسو است. لازم به ذکر است که میدان حاصل از دو تکه سیم راست که امتداد آن‌ها از نقطه‌ی O می‌گذرد، صفر است. پس :

$$B_۱ = \frac{۱}{۳}(\frac{\mu_۰}{۲}\times\frac{I}{r}) = \frac{\mu_۰}{۶}\times\frac{۶}{۰/۱} = ۱۰\,\mu_۰ \quad \text{(برونسو)}$$

$$B_۲ = \frac{۲}{۳}(\frac{\mu_۰}{۲}\times\frac{I}{R}) = \frac{۲\mu_۰}{۶}\times\frac{۶}{۰/۴} = ۵\,\mu_۰ \quad \text{(برونسو)}$$

$$B_T = B_۱ + B_۲ = ۱۵\,\mu_۰ = ۶\pi\times۱۰^{-۶}\,T \quad \text{(برونسو)}$$

مثال۱۳. سیمی را که مقاومت واحد طول آن $r_۰$ است، به صورت سیم لوله‌ای به شعاع R و طول L پیچیده می‌شود و به ولتاژ V متصل می‌شود. بزرگی میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله را به دست آورید.

راه حل. طول سیم را l فرض می‌کنیم.

$$\text{طول سیم} = \text{تعداد دور} \times \text{طول یک دور} \Rightarrow l = N(۲\pi R) \Rightarrow N = \frac{l}{۲\pi R}$$

$$\text{مقاومت سیم} = \text{مقاومت واحد طول} \times \text{طول سیم} = r_۰ l \Rightarrow I = \frac{V}{r_۰ l}$$

$$B = \mu_۰\frac{N}{L}I = \mu_۰\frac{l}{۲\pi RL}\times\frac{V}{r_۰ l} = \frac{\mu_۰ V}{۲\pi RLr_۰}$$

مثال۱۴. پیچه‌ی مسطحی از سیمی به طول l و تعداد دور N تشکیل شده است که حامل جریان I می‌باشد. می‌خواهیم سیم را به صورت سیم لوله‌ای به طول L در آوریم به نحوی که میدان مغناطیسی درون آن با میدان مغناطیسی در مرکز پیچه‌ی مسطح برابر شود. تعداد دورهای آن را تعیین کنید.

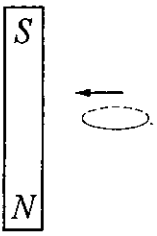
راه حل. اگر شعاع پیچه را R بنامیم، داریم :

$$\text{طول سیم} = \text{تعداد دور} \times \text{طول یک دور} \Rightarrow l = N(۲\pi R) \Rightarrow R = \frac{l}{۲\pi N}$$

$$B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_۰ NI}{۲R} = \frac{\mu_۰ NI}{۲(\frac{l}{۲\pi N})} = \frac{\pi\mu_۰ N^۲ I}{l}$$

$$B_{\text{سیم لوله}} = B_{\text{پیچه}} \Rightarrow \mu_۰\frac{N'}{L}I = \frac{\pi\mu_۰ N^۲ I}{l} \Rightarrow N' = \frac{\pi L N^۲}{l}$$

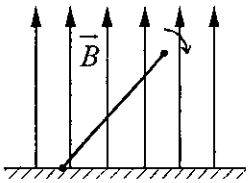
القای الکترومغناطیسی



مثال۱۵. حلقه‌ای رسانا، که محور آن با امتداد یک آهن‌ربای میله‌ای، موازی است مطابق شکل ۵-۱۸ به آهن‌ربا نزدیک می‌شود. جهت جریان القایی در حلقه هنگامی که از بالا به آن نگاه می‌کنیم، چه گونه است؟

(شکل ۵-۱۸)

راه حل. میدان در سطح حلقه به سمت بالا است و با نزدیک شدن حلقه به آهن‌ربا بزرگی آن در نقاط مختلف افزایش می‌یابد. پس شار حلقه که به سمت بالا عبور می‌کند، افزایش می‌یابد. بنابراین جریان القایی در حلقه هنگامی که از بالا به آن نگاه می‌کنیم ساعتگرد است تا شار القایی درون‌سو باشد و با افزایش شار مخالفت کند.



(شکل ۵-۱۹)

مثال۱۶. یک حلقه‌ی رسانای مربع شکل به ضلع $a = ۱۰\ cm$، با تکیه بر یکی از اضلاعش در حالت قائم روی یک سطح افقی قرار دارد. میدان مغناطیسی یکنواختی در راستای قائم به سمت بالا به بزرگی ۱۰ تسلا برقرار است. حلقه رها می‌شود و طی دوران، در مدت یک ثانیه روی زمین می‌افتد (شکل ۵-۱۹). اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در حلقه چه قدر است؟

راه حل. اگر شار مغناطیسی عبوری از حلقه را وقتی حلقه قائم است (در لحظه‌ی شروع افتادن حلقه) $\varphi_۱$ و وقتی حلقه افقی می‌شود (در لحظه‌ی پایان افتادن حلقه) $\varphi_۲$ بنامیم، خواهیم داشت :

$$\varphi_۱ = BA\cos ۹۰ = ۰ Wb \quad ، \quad \varphi_۲ = BA\cos ۰ = ۱۰ \times (۱۰۰ \times ۱۰^{-۴}) = ۰/۱ Wb$$

$$\Delta\varphi = \varphi_۲ - \varphi_۱ = ۰/۱ Wb \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}| = |-\frac{۰/۱}{۱}| = ۰/۱ V$$

مثال۱۷. یک حلقه رسانا به مساحت یک متر مربع حول محور افقی که در امتداد شرق به غرب قرار دارد می‌چرخد. میدان مغناطیسی زمین یکنواخت و افقی و با بزرگی $۰/۳ G$ می‌باشد. فرض کنید حلقه در ابتدا در صفحه‌ای قائم می‌باشد. اگر بخواهیم در نیم دور چرخش حلقه، نیروی محرکه‌ی القایی متوسطی به اندازه‌ی یک ولت در حلقه ایجاد شود زمان این کار چند ثانیه باید باشد؟

راه حل. اگر شار عبوری از حلقه را در ابتدا و انتهای نیم دور چرخش حلقه به ترتیب $\varphi_۱$ و $\varphi_۲$ بنامیم، خواهیم داشت :

$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 &= +BA = +3\times10^{-5}\times1 = 3\times10^{-5}Wb\\ \varphi_2 &= -BA = -3\times10^{-5}\times1 = -3\times10^{-5}Wb\end{aligned}\right\}\Rightarrow \Delta\varphi = -6\times10^{-5}Wb$$

$$|\bar{\varepsilon}| = |-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}| \Rightarrow 1 = \frac{6\times10^{-5}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 6\times10^{-5}s = 60\ \mu s$$

مثال۱۸. از سیم‌لوله‌ای که در هر سانتی‌متر آن ۲۰۰ دور سیم قرار دارد، جریان متغیری می‌گذرد. یک پیچه دارای ۱۰۰ دور سیم که قطر هر حلقه‌ی آن ۲ سانتی‌متر است درون آن قرار دارد. به طوری که محور پیچه منطبق بر محور سیم‌لوله است. از سیم‌لوله جریانی می‌گذرد که معادله‌ی آن بر حسب زمان در SI به صورت $I = t^2 + 3t$ می‌باشد. اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القا شده در پیچه را بر حسب زمان محاسبه کنید.

راه حل. میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله به صورت زیر می‌باشد :

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \times \frac{200}{10^{-2}}(t^2 + 3t) = 8\pi\times10^{-3}(t^2 + 3t)$$

$$\text{مساحت پیچه} = \pi r^2 = 4\pi\times10^{-4}\,m^2$$

شار عبوری از سطح پیچه برابر است با :

$$\varphi = AB\cos\alpha = AB = (4\pi\times10^{-4})\times(8\pi\times10^{-3}(t^2 + 3t))$$

$$\Rightarrow \varphi = 32\pi^2\times10^{-7}(t^2 + 3t)$$

$$|\varepsilon| = 100\,|-\frac{d\varphi}{dt}| = 32\pi^2\times10^{-5}(2t + 3)$$

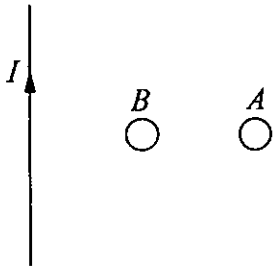
مثال۱۹. سیمی به طول L را به صورت پیچه‌ای دایره‌ای شکل با تعداد دورهای N در می‌آوریم. این پیچه در میدان مغناطیسی یکنواختی که عمود بر سطح پیچه می‌باشد قرار دارد. میدان مغناطیسی با چه آهنگی نسبت به زمان تغییر کند تا نیروی محرکه‌ی القایی در پیچه، برابر ε شود؟

راه حل. $\text{طول سیم} = \text{تعداد دور} \times \text{طول یک دور} \Rightarrow L = N(2\pi R) \Rightarrow R = \frac{L}{2\pi N}$

$$A = \pi R^2 = \pi(\frac{L}{2\pi N})^2 = \frac{L^2}{4\pi N^2} \Rightarrow \varphi = B.A = \frac{BL^2}{4\pi N^2} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{L^2}{4\pi N^2}\Delta B$$

$$\varepsilon = N|-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}| = N\frac{L^2}{4\pi N^2}\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{L^2}{4\pi N}\frac{\Delta B}{\Delta t} \Rightarrow \text{(آهنگ تغییر میدان)}\ \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{4\pi N\varepsilon}{L^2}$$

مثال۲۰. در شکل ۵-۲۰ حلقه‌ی رسانای دایره‌ای شکلی به شعاع r از محل A در فاصله‌ی a از سیم مستقیم و بلند حامل جریان I به محل B در فاصله‌ی b از سیم مورد نظر منتقل می‌شود. r بسیار کوچک‌تر از a و b می‌باشد. (۱) جهت جریان القایی را در حلقه تعیین کنید. (۲) اگر اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در حلقه، برابر $\bar{\varepsilon}$ بوده باشد، سرعت متوسط حلقه در این جابه‌جایی تقریباً چه قدر است؟



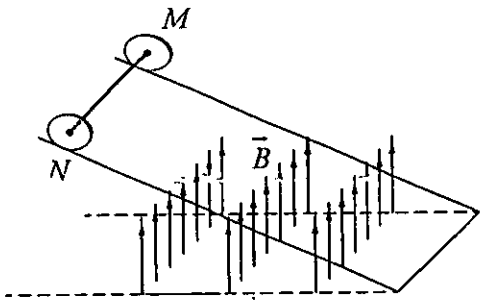
(شکل ۵-۲۰)

راه حل. (۱) میدان در سطح حلقه درون‌سو است و افزایش می‌یابد. بنابراین شار ناشی از جریان القایی برون‌سو می باشد و جهت جریان القایی پادساعتگرد است. (۲) شعاع حلقه بسیار کمتر از فاصله‌ی آن از سیم است. بنابراین می توان میدان را در سطح حلقه ثابت فرض کرد.

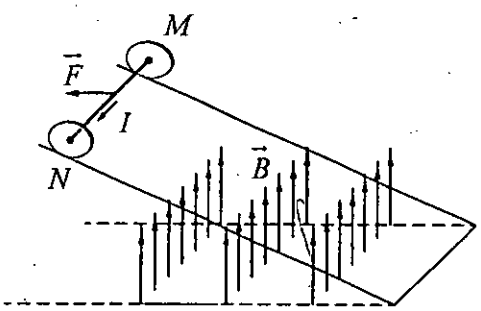
$$\left.\begin{aligned}\varphi_1 = B_1 A = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}(\pi r^2) = \frac{\mu_0 I r^2}{2a}\\ \varphi_2 = B_2 A = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}(\pi r^2) = \frac{\mu_0 I r^2}{2b}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\mu_0 I r^2 (a-b)}{2ab}$$

$$|\bar{\varepsilon}| = \left|-\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right| \Rightarrow \bar{\varepsilon} = \frac{\mu_0 I r^2 (a-b)}{2ab\Delta t} \Rightarrow \frac{2ab\bar{\varepsilon}}{\mu_0 I r^2} = \frac{a-b}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{V} = \frac{2ab\bar{\varepsilon}}{\mu_0 I r^2}$$

مثال۲۱. در شکل ۵-۲۱ چرخ‌ها با محور و ریل‌ها تماس کامل الکتریکی دارند و ریل‌ها در پایین توسط یک سیم رسانا به هم متصل شده‌اند. دستگاه در میدان مغناطیسی یکنواخت B ـ که قائم و رو به بالاست ـ قرار دارد. چرخ‌ها از بالای سطح شیبدار، بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. (۱) جهت جریان القایی را در محور چرخ‌ها مشخص کنید. (۲) توضیح دهید که چرا چرخ‌ها به سرعت ثابتی خواهند رسید.



(شکل ۵-۲۱)

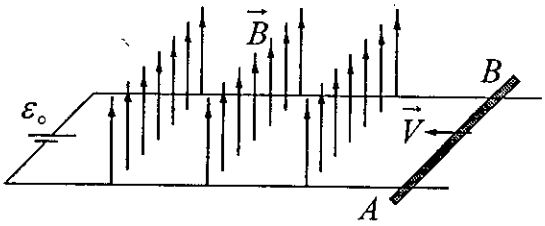


(شکل ۵-۲۲)

راه حل. (۱) وقتی چرخ‌ها به سمت پایین حرکت می‌کنند سطح حلقه کوچک می‌شود و شار عبور کننده از آن که به سمت بالا می‌باشد کاهش می‌یابد. بنابراین طبق قانون لنز جریان القایی باید به نحوی باشد که شار ناشی از آن به سمت بالا باشد. پس جریان در محور چرخ‌ها از M به N می‌باشد.

(۲) به محور چرخ‌ها که حامل جریان القایی است، نیروی مغناطیسی F (مطابق شکل ۵-۲۲) در خلاف جهت حرکت چرخ‌ها وارد می‌شود که اندازه‌ی آن متناسب با شدت جریان القایی می‌باشد. شدت جریان القایی نیز متناسب با شدت تغییر شار است که شدت تغییر شار متناسب با سرعت چرخ‌ها می‌باشد. بنابراین با افزایش سرعت چرخ‌ها به دلیل شتابی که مؤلفه‌ی وزن در راستای سطح شیبدار به آن‌ها می‌دهد، جریان القایی افزایش می‌یابد و نیروی مغناطیسی F بزرگ می‌شود. این کار تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که نیروی F به مقداری برسد که برآیند نیروهای وارد بر چرخ‌ها صفر شود. در این وضعیت سرعت چرخ‌ها تغییر نمی‌کند و چرخ‌ها با سرعت ثابت حرکت خواهند کرد و جریان القایی ثابت می‌شود.

مثال۲۲. در شکل ۵-۲۳ دو سیم رسانا با مقاومت ناچیز که به مولدی با نیروی محرکه‌ی ε_0 متصل هستند در فاصله‌ی d از یکدیگر قرار دارند. میدان مغناطیسی در فضا، یکنواخت و به بزرگی B و عمود بر صفحه‌ی سیم‌ها می‌باشد. میله‌ی سبک AB به مقاومت r روی سیم‌ها قرار دارد و بدون اصطکاک در امتداد سیم‌ها حرکت می‌کند به نحوی که سیم‌ها به منزله‌ی یک ریل برای میله‌ی AB می‌باشند. در لحظه‌ای که سرعت میله به اندازه‌ی V در جهت نشان داده شده می‌باشد (۱) جهت و اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در مدار را به دست آورید. (۲) جهت و اندازه‌ی جریان عبوری از میله‌ی AB را به دست آورید. (۳) جهت و اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر میله‌ی AB را تعیین کنید. (۴) در چه صورت سرعت میله ثابت خواهد ماند؟



(شکل ۵-۲۳)

راه حل. (۱) شار عبور کننده از مدار که به سمت بالا می‌باشد کاهش می‌یابد. بنابراین، جریان القایی در مدار، هنگامی که از بالا به آن نگاه می‌کنیم، پادساعتگرد می‌باشد تا شار ناشی از آن برون‌سو باشد و با کاهش شار مخالفت کند. بنابراین نیروی محرکه‌ی القایی مغناطیسی در خلاف جهت نیروی محرکه‌ی مولد است.

$$\Delta A = d\Delta x \Rightarrow \Delta\varphi = B\Delta A = Bd\Delta x \Rightarrow \varepsilon = \frac{Bd\Delta x}{\Delta t} = BdV$$

(۲)

$$I = \frac{V_{BA}}{r} = \frac{|\varepsilon_\circ - \varepsilon|}{r} = \frac{|\varepsilon_\circ - BdV|}{r}$$

اگر $\varepsilon < \varepsilon_\circ$ باشد جهت جریان در میله‌ی AB از B به A می‌باشد و اگر $\varepsilon > \varepsilon_\circ$ باشد، جهت جریان در میله‌ی AB از A به B است.

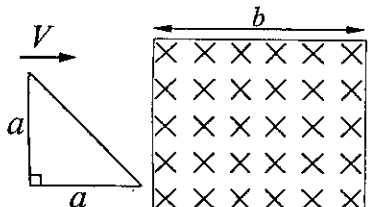
(۳)

$$F = IlB = \frac{Bd\,|\varepsilon_\circ - BdV|}{r}$$

اگر $\varepsilon < \varepsilon_\circ$، نیرو هم‌جهت با V و اگر $\varepsilon > \varepsilon_\circ$، نیرو در خلاف جهت V می‌باشد.

(۴) اگر $\varepsilon = \varepsilon_\circ$ باشد جریان عبوری از میله صفر می‌شود و نیرویی از طرف میدان مغناطیسی به آن وارد نمی‌شود. بنابراین سرعت میله ثابت می‌ماند.

مثال۲۳. قابی به شکل مثلث قائم الزاویه، که دو ضلع زاویه‌ی قائمه آن برابر a می‌باشد، با سرعت ثابت V، از میدان مغناطیسی B، می‌گذرد. میدان B در یک ناحیه با سطح مقطع مربع شکل به ضلع b $(b > a)$ به طور یکنواخت موجود است و خطوط میدان بر سطح قاب و بر جهت حرکت آن عمود است (شکل ۵-۲۴).



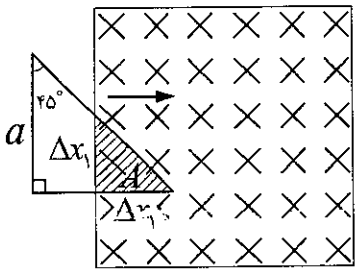
(شکل ۵-۲۴)

(۱) نیروی محرکه‌ی القایی در قاب را به صورت تابعی از زمان برای هر مرحله از حرکت تا لحظه‌ای که تمام قاب از میدان خارج می‌شود به دست آورید. مبدأ زمان را لحظه‌ای انتخاب کنید که اولین نقطه‌ی قاب به میدان می‌رسد. (۲) نمودار نیروی محرکه‌ی القایی را بر حسب زمان رسم کنید. مختصات نقاط ویژه را روی آن مشخص کنید.

راه حل. (۱) حرکت قاب را در سه بازه‌ی زمانی می‌توان مورد مطالعه قرار دارد.

(الف) در حین ورود قاب به میدان (از لحظه‌ی $t_0 = 0$ تا $t_1 = \frac{a}{V}$) (شکل ۵-۲۵) :

بعد از Δt_1 ثانیه، قاب به اندازه‌ی $\Delta x_1 = V\Delta t_1$ وارد میدان شده است. لذا برای شار عبوری از سطح قاب داریم :



(شکل ۵-۲۵)

$$\varphi = AB\cos\alpha = \frac{1}{2}(\Delta x_1^2)B \;,\; (\alpha = 0^\circ)$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{1}{2}V^2B(\Delta t_1)^2 = \frac{1}{2}V^2Bt^2$$

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt} = -V^2Bt \;,\; (0 < t < \frac{a}{V})$$

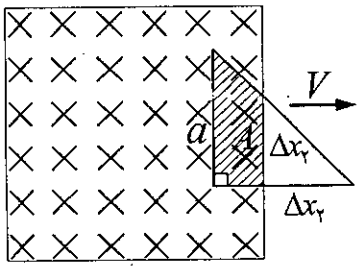
(ب) مدتی که تمام قاب داخل میدان مغناطیسی می‌باشد (از لحظه‌ی $t_1 = \frac{a}{V}$ تا $t_2 = \frac{b}{V}$) :

در مدتی که قاب داخل میدان است، از آن جایی که تغییر شاری در قاب وجود ندارد، شار مقدار ثابت و نیروی محرکه‌ی القایی صفر است.

$$\varphi = AB\cos\alpha = AB = \frac{a^2}{2}B \Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = 0$$

(پ) در حین خروج قاب از میدان (از لحظه‌ی $t = t_2$ تا $t_3 = \frac{a+b}{V}$) (شکل ۵-۲۶):

فرض می‌کنیم در این حالت بعد از گذشت Δt_2 ثانیه به اندازه‌ی $\Delta x_2 = V\Delta t_2$ از میدان خارج شود پس برای شار عبوری داریم :



(شکل ۵-۲۶)

$$\varphi = AB\cos\alpha = AB = (\frac{a^2}{2} - \frac{\Delta x_2^2}{2})B$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{a^2B}{2} - \frac{B\Delta x_2^2}{2} = \frac{a^2B}{2} - \frac{BV^2\Delta t_2^2}{2}$$

$$\xrightarrow{\Delta t_2 = t - \frac{b}{V}} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{2}(a^2 B - BV^2(t - \frac{b}{V})^2)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = +BV^2(t - \frac{b}{V})$$

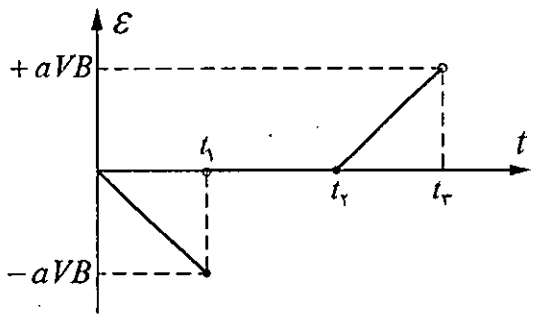
(۲) در قسمت (الف) حداکثر اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی وقتی ایجاد می‌شود که $t = t_1 = \frac{a}{V}$ باشد.

$$\varepsilon(t_1) = -BV^2 t_1 = -BV^2(\frac{a}{V}) = -BVa$$

در قسمت (پ) حداکثر اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی وقتی به وجود می‌آید که $t = t_3 = \frac{a+b}{V}$ باشد.

$$\varepsilon(t_3) = BV^2(t_3 - \frac{b}{V}) = +BVa$$

بنابراین، نمودار نیروی محرکه (ε) بر حسب زمان (t) به صورت شکل ۵-۲۷ می‌شود.



(شکل ۵-۲۷)

مثال۲۴. فرض کنید خود القایی یک حلقه دایره‌ای شکل به شعاع R برابر L است. خود القایی یک پیچه‌ی مسطح به شعاع R که شامل N دور سیم می‌باشد، چه قدر است؟

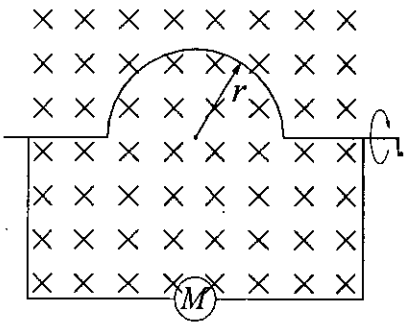
راه حل. میدان مغناطیسی در سطح پیچه‌ی شامل N دور، N برابر میدان مغناطیسی در سطح یک حلقه می‌باشد.

$$B' = NB \Rightarrow \varphi' = B'A = (NB)A = N\varphi$$

$$\varepsilon' = -N\frac{d\varphi'}{dt} = -N\frac{d(N\varphi)}{dt} = -N^2\frac{d\varphi}{dt} = N^2\varepsilon \Rightarrow L'\frac{dI}{dt} = N^2 L\frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow L' = N^2 L$$

مثال۲۵. مطابق شکل، سیمی به شکل نیم‌دایره را n دور در ثانیه در میدان مغناطیسی یکنواخت B دوران می‌دهیم. اگر مقاومت آمپرسنج را R_M بنامیم، جریان القایی را در مدار به دست آورید.



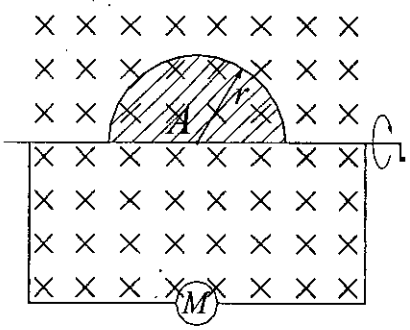
(شکل ۵-۲۸)

راه حل. با گذشت زمان فقط α تغییر می‌کند. لذا با توجه به شکل ۵-۲۹ داریم :

$$\varphi = AB\cos(\alpha(t)) \ , \ \alpha(t) = \omega t$$

$$\Rightarrow \quad \varphi = AB\cos(\omega t) = \frac{\pi r^2}{2} B\cos(\omega t)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\pi r^2 B\omega}{2}\sin(\omega t)$$



(شکل ۵-۲۹)

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\pi r^2 B\omega}{2R_M}\sin(\omega t)$$

سیم در هر ثانیه n دور می‌چرخد. یعنی زمان هر دور چرخش، $\frac{1}{n}$ ثانیه می‌باشد.

$$T = \frac{1}{n} \ , \ \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \Rightarrow I = \frac{\pi r^2 B 2\pi n}{2R_M}\sin(2\pi n t)$$

بخش دوم : مسأله‌ها

مغناطیس

۱. آیا بزرگی $\vec{B}$ در نقاطی که بر روی یک خط میدان مغناطیسی معین واقع‌اند، ثابت است؟

۲. سرعت الکترون‌های موجود در باریکه‌ی لامپ تصویر یک تلویزیون برابر ۸×۱۰^{۵} متر بر ثانیه است. اگر این باریکه‌ی الکترون در راستای عمود بر میدان مغناطیسی زمین که حدود $۰/۳G$ است، در حال حرکت باشد، بر هر الکترون چه نیرویی وارد می‌شود؟

۳. یک بار الکتریکی ۴ میکروکولنی با چه سرعتی در یک میدان مغناطیسی به بزرگی ۲ تسلا و با زاویه‌ی ۴۵ درجه نسبت به میدان حرکت کند تا نیروی وارد بر آن یک نیوتن شود؟

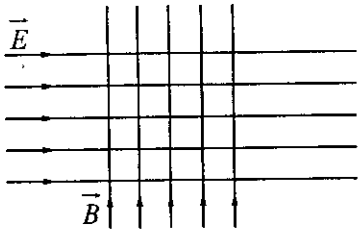
۴. ذره‌ای با بار $-۵\mu C$ با سرعت ۲×۱۰^{۴} متر بر ثانیه در امتداد قائم از پایین به بالا عمود بر یک میدان مغناطیسی افقی به بزرگی $۰/۴T$ که جهت آن در امتداد افق به سمت جنوب است، حرکت می‌کند. اندازه و جهت نیروی وارد بر ذره را پیدا کنید.

۵. الکترونی با سرعت ۵×۱۰^{۶} متر بر ثانیه در امتداد افق و در جهت شمال شرقی و با زاویه‌ی ۶۰ درجه نسبت به شرق وارد میدان مغناطیسی یکنواخت افقی به بزرگی $۲۵۰۰T$ می‌شود که جهت خطوط میدان در امتداد افق از شرق به غرب می‌باشد. (۱) بزرگی و جهت نیروی وارد بر آن را حساب کنید؟ (۲) اگر به جای الکترون، پروتونی با همین سرعت وارد میدان شود، چه نیرویی بر آن وارد خواهد شد؟ (۳) یک میدان الکتریکی در چه جهت و به چه اندازه‌ای وجود داشته باشد تا الکترون از مسیر خود منحرف نشود؟

۶. فرض کنید که یک دسته الکترون در راستای افقی به طرف شما حرکت می‌کند و ضمن عبور از یک میدان مغناطیسی یا میدان الکتریکی به طرف راست شما منحرف می‌شود. (۱) اگر این میدان یک میدان الکتریکی باشد، جهت آن به کدام سو است؟ (۲) اگر میدان مغناطیسی باشد، چطور؟

۷. ذره ای به جرم ۰/۳ گرم دارای بار $+۳\times۱۰^{-۸}C$ با سرعت $۱/۵\times۱۰^{۵}$ متر بر ثانیه در راستای افق و به طرف شرق در حرکت است. (۱) کمترین اندازه‌ی میدان مغناطیسی چه‌قدر و در کدام جهت باشد تا مسیر حرکت ذره به همان صورت اولیه در جهت مشرق بماند و منحرف نشود؟ (۲) اگر میدان مغناطیسی در امتداد افق و در جهت شمال غربی و تحت زاویه‌ی ۶۰ درجه نسبت به امتداد شمال وجود داشته باشد، اندازه‌ی آن برای عدم انحراف ذره در این میدان چه‌قدر باید باشد؟

۸. در یک ناحیه از فضا مطابق شکل مقابل میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ در راستای عمود بر هم وجود دارند. ذره‌ی باردار $+q$ با وزن ناچیز با چه سرعتی و در چه امتدادی وارد میدان شود تا بدون انحراف از این ناحیه خارج شود؟



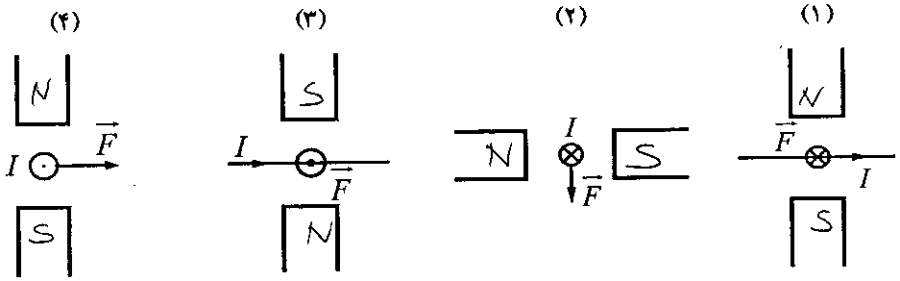
۹. (۱) از سه بردار $\vec{B}$ ، $\vec{V}$ و $\vec{F}$ در رابطه‌ی $F = qVB\sin\theta$ کدام دو بردار همیشه بر هم عمودند و کدام دو بردار هر زاویه‌ای می‌توانند داشته باشند؟ (۲) چرا میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را در جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک تعریف نمی‌کنیم؟

۱۰. (۱) اگر الکترونی هنگام عبور از ناحیه‌ی معینی از فضا منحرف نشود، آیا می‌توان گفت که در آن ناحیه میدان مغناطیسی وجود ندارد؟ (۲) اگر الکترون متحرکی هنگام عبور از ناحیه‌ی معینی از فضا به یک طرف منحرف شود، آیا می‌توان گفت که در آن ناحیه میدان مغناطیسی وجود دارد؟

۱۱. آیا میدان مغناطیسی مستقل از زمان، سرعت ذره‌ی باردار را تغییر می‌دهد؟ چرا؟

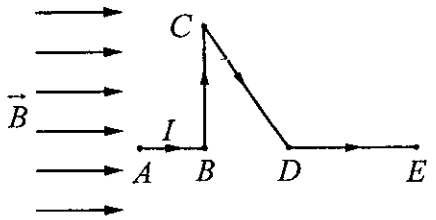
۱۲. باریکه‌ای از بارهای مثبت در حال حرکت به طرفی منحرف می‌شوند. آیا این انحراف می‌تواند ناشی از وجود (۱) میدان الکتریکی (۲) میدان مغناطیسی باشد؟ (۳) اگر این انحراف ناشی از وجود یکی از میدان‌ها باشد، چطور می‌توانید بگویید که کدام یک بوده است؟

۱۳. در شکل‌های زیر با توجه به جهت نیروی الکترومغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان، قطبهای S و N را در آهنرباها مشخص کنید.



۱۴. سیم مستقیمی به طول ۲۵ سانتی‌متر در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی ۰/۲ تسلا قرار دارد. حداقل چه شدت جریانی باید از سیم بگذرد تا نیروی وارد بر آن برابر $0/5\,N$ شود؟

۱۵. فرض کنید امتداد خطوط میدان مغناطیسی زمین که بزرگی آن حدود $0/3\,G$ است، افقی باشد. از سیم مستقیمی به جرم ۳۰ گرم و به طول ۲ متر حداقل چه جریانی عبور کند و در چه امتدادی قرار بگیرد تا نیروی مغناطیسی وارد بر آن، سیم را در حالت معلق نگاه دارد؟

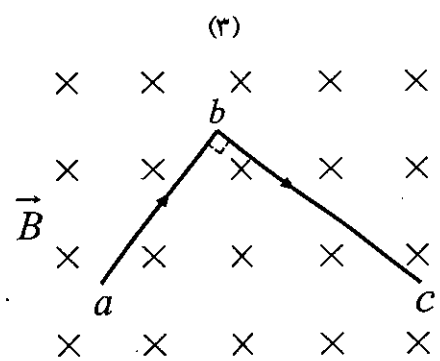


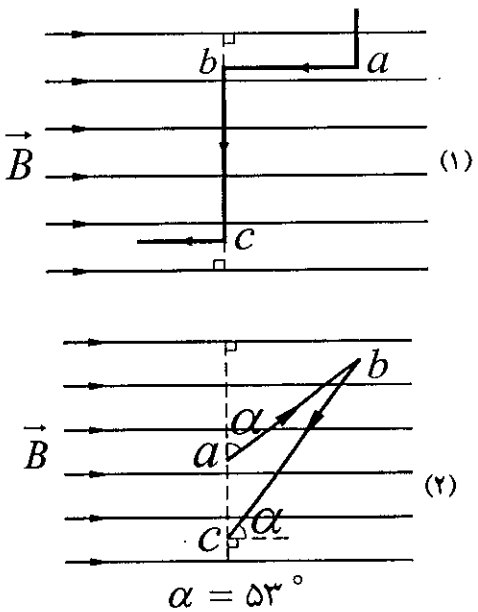
۱۶. در شکل روبه‌رو بزرگی میدان مغناطیسی $۰/۱۵\,T$ و شدت جریان سیم $ABCDE$ برابر ۸ آمپر است. (۱) اندازه و جهت نیروی وارد بر هر قسمت سیم را به دست آورید. (۲) برآیند نیروهای وارد بر سیم $ABCDE$ چه‌قدر است؟ $AB = ۲۰\,cm$ ، $BC = ۳۰\,cm$ ، $CD = ۲۰\sqrt{۳}\,cm$ و $DE = ۴۰\,cm$.

۱۷. یک حلقه‌ی جریان ۵ آمپری به شکل مربعی به ضلع $۱۰\,cm$، در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۴T$ قرار دارد به طوری که امتداد خطوط میدان با سطح حلقه موازی می‌باشد و با هر ضلع مربع این حلقه، زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد. نیروی وارد بر هر ضلع مربع و کل نیروی وارد بر حلقه را حساب کنید.

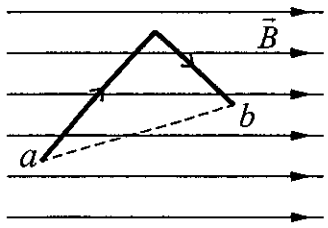
۱۸. یک سیم مستقیم حامل جریان I به طول L در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی B قراردارد و با امتداد خطوط میدان زاویه‌ی α می‌سازد. سیم حامل جریان در صفحه‌ای که خطوط میدان و سیم حامل جریان در آن قرار دارد به اندازه‌ی ۹۰ درجه دوران می‌کند. اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند برابر می‌شود؟

۱۹. در هر یک از شکل‌های زیر نیروی مغناطیسی وارد بر سیم abc را به دست آورید. $ab = ۱۵\,cm$ ، $bc = ۲۰\,cm$ ، $B = ۰/۲T$ و $I = ۴\,A$.

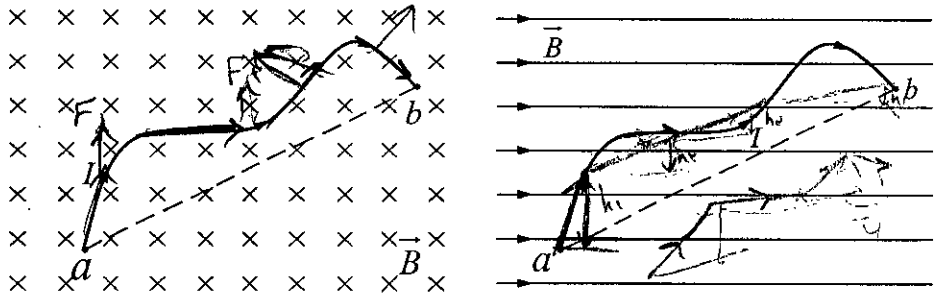




۲۰. در شکل مقابل جریان I توسط دو سیم مستقیم، از نقطه‌ی a به نقطه‌ی b برقرار است و میدان مغناطیسی یکنواختی منطبق بر صفحه‌ی سیم‌ها وجود دارد. نشان دهید برآیند نیروهای وارد بر این سیم‌ها با نیروی وارد بر یک سیم مستقیم حامل جریان I که از a به b وصل می‌شود، مساوی است.



۲۱. شکل‌های زیر سیمی به شکل دلخواه را نشان می‌دهند که حامل جریان I از نقطه‌ی a به نقطه‌ی b هستند. در شکل سمت راست سیم در صفحه‌ای منطبق بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ و در شکل سمت چپ در صفحه‌ای عمود بر میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد. نشان دهید نیروی وارد بر این سیم، با نیروی وارد بر یک سیم مستقیم حامل جریان I که از نقطه‌ی a به نقطه‌ی b وصل می‌شود، مساوی است.



۲۲. از رابطه‌ی نیروی وارد بر بار الکتریکی در میدان مغناطیسی، نیروی وارد بر یک سیم راست حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی را محاسبه نمایید.

۲۳. یک سیم مسی راست که حامل جریان I است، بر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ عمود است. می‌دانیم که $\vec{B}$ یک نیروی جانبی بر الکترون‌های آزاد وارد می‌کند. آیا این نیرو بر الکترون‌های مقید نیز وارد می‌شود؟ روی هم رفته این الکترون‌ها هم ساکن نیستند. در این مورد بحث کنید.

۲۴. یک رسانا، حتی اگر حامل جریان باشد، دارای بار خالص صفر است. پس چرا میدان مغناطیسی بر آن نیرو وارد می‌کند؟

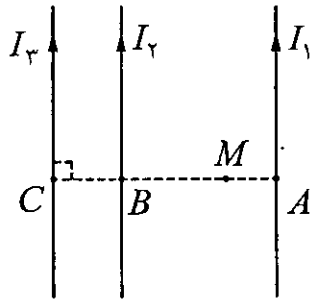
۲۵. از سیم مستقیم بلندی جریان ۱۰ آمپر می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی در فاصله‌ی (۱) ۱۰ سانتی‌متر و (۲) یک سانتی‌متر از سیم، چند تسلا است؟

۲۶. از سیم راست بلندی که حامل جریان A ۱۰ می‌باشد، cm ۱۰ دور می‌شویم و میدان مغناطیسی، T 10^{-6} کاهش می‌یابد. فاصله‌ی اولیه از سیم حامل جریان چند سانتی‌متر بوده است؟

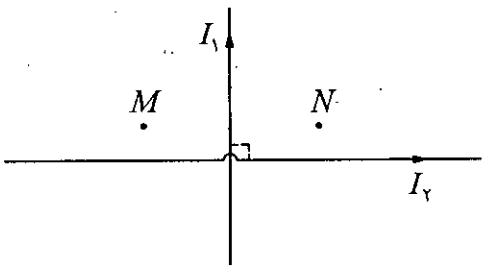
۲۷. از دو سیم راست و موازی بلند به فاصله‌ی $۸۰\,cm$ از یکدیگر، جریان‌هایی برابر ۲ آمپر و در خلاف جهت هم عبور می‌کند. (۱) برآیند میدان مغناطیسی در وسط فاصله‌ی دو سیم را حساب کنید. (۲) در این نقطه، به یک بار الکتریکی یک میکروکولنی که با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به موازات دو سیم در حرکت است، چند نیوتن نیرو وارد می‌شود؟

۲۸. در الکترونیک غالباً سیم‌هایی را که حامل جریان‌های مساوی و مخالفند، دور همدیگر می‌پیچند تا اثر مغناطیسی آن‌ها را در نقاط دور دست کاهش دهند. چرا این کار مؤثر است؟

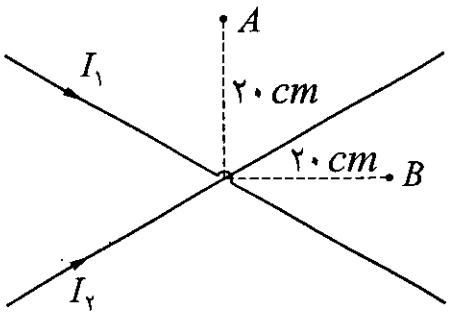
۲۹. مطابق شکل روبه‌رو از سه سیم راست موازی خیلی بلند جریان‌های $I_۱ = ۴A$، $I_۲ = ۲A$ و $I_۳ = ۲/۵\,A$ در جهت‌های نشان داده شده می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی M حساب کنید. $MB = ۳\,cm$، $BC = ۲cm$ و $AM = ۱/۵\,cm$.



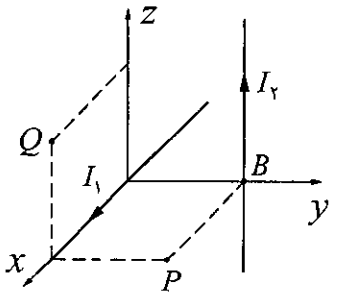
۳۰. در شکل روبه‌رو دو سیم بسیار طویل حامل جریان‌های $I_۲ = ۶\,A$ و $I_۱ = ۱۰\,A$، در یک صفحه قرار دارند. اندازه و جهت میدان مغناطیسی در نقاط M و N را که در فاصله‌های یکسان $۵\,cm$ و $۲cm$ از جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ قرار دارند، حساب کنید.



۳۱. در شکل روبه‌رو از دو سیم راست و بلند که با هم زاویه‌ی ۶۰ درجه می‌سازند و در یک صفحه قرار دارند، جریان‌هایی به شدت ۵ و ۴ آمپر می‌گذرد. اندازه‌ی میدان مغناطیسی را در نقاط A و B که روی نیم‌سازهای زاویه‌های بین دو سیم و به فاصله‌ی $۲۰\,cm$ از محل تقاطع دو سیم قرار دارند، به دست آورید.

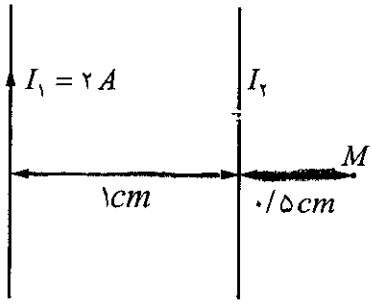


۳۲. مطابق شکل روبه‌رو دو سیم حامل جریان‌های $I_1 = 3A$ و $I_2 = 4A$ داریم که یکی منطبق بر محور xها و دیگری موازی با محور zها است و از نقطه‌ی $B(0, a, 0)$ عبور می‌کند. اندازه‌ی میدان مغناطیسی را در نقاط $P(a, a, 0)$ و $Q(a, 0, a)$ به دست آورید. $a = 10\,cm$.



۳۳. دو سیم راست و موازی به فاصله‌ی $5\,cm$ از هم قرار دارند. از اولی جریانی به شدت $4\,A$ و از دومی جریان $6\,A$ می‌گذرد. اگر (۱) جریان‌ها هم جهت باشند، (۲) جریان‌ها غیر هم جهت باشند، نقطه‌ی M را پیدا کنید که میدان مغناطیسی حاصل از جریان دو سیم برابر صفر شود.

۳۴. (۱) در شکل روبه‌رو اندازه‌ی و جهت شدت جریان I_2 را طوری پیدا کنید که میدان مغناطیسی در نقطه‌ی M صفر شود. (۲) اندازه و جهت نیرویی را که از طرف سیم حامل جریان I_2 بر $10\,cm$ از سیم حامل جریان I_1 وارد می‌شود، بیابید.



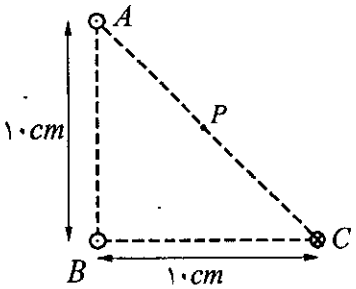
۳۵. از دو سیم راست و بلند و موازی که با فاصله‌ی $20\,cm$ از هم قرار دارند، جریان‌های $3A$ و $1A$ می‌گذرد. برآیند میدان مغناطیسی در نقطه‌ی M بین دو سیم، صفر است. (۱) جهت جریان‌ها در سیم‌ها چگونه است و فاصله‌ی نقطه‌ی M را از دو سیم تعیین کنید. (۲) میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی N در صفحه‌ی سیم‌ها و خارج از فاصله‌ی دو سیم و در فاصله‌ی $10\,cm$ از سیم $1A$ به دست آورید.

۳۶. دو سیم راست و موازی به فاصله‌ی $5\,cm$ از یکدیگر قرار دارند و طول آن‌ها زیاد است. از هر سیم جریانی به شدت $20\,A$ در جهت‌های مختلف عبور می‌کنند. (۱) بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان هر سیم، در محل قرار گرفتن سیم دوم چه‌قدر است؟ (۲) نیروی وارد بر واحد طول هر یک از دو سیم را حساب کنید. (۳) این نیرو جاذبه است یا دافعه؟

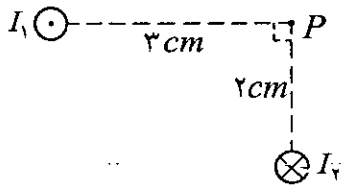
۳۷. در شکل صفحه‌ی بعد نقطه‌ی P به فاصله‌ی $3\,cm$ از سیم I_1 و $2\,cm$ از سیم I_2 می‌باشد، دو سیم با یکدیگر موازی می‌باشند و جریان‌های $I_1 = 6A$ و $I_2 = 3A$ مطابق شکل از آن‌ها می‌گذرد. (۱) اندازه و جهت میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی P به دست آورید و روی شکل نشان دهید. (۲) اگر سیم دیگری با جریان $I_3 = 5A$ به طور موازی با دو سیم دیگر از نقطه‌ی P

بگذرد و جریان آن هم جهت با I_1 باشد، جهت و اندازه‌ی نیروی مؤثر بر طول $۲۰\,cm$ از سیم سوم را روی یک شکل دیگر مشخص نمایید.

۳۸. مطابق شکل زیر سه سیم بسیار بلند، به موازات هم قرار گرفته‌اند. شدت جریان عبوری هر سیم A ۲۵ و جهت جریان‌ها مطابق شکل است. (۱) نیروی وارد بر $۳۰\,cm$ از سیم B چه‌قدر است؟ (۲) برآیند میدان‌های مغناطیسی را در نقطه‌ی P که وسط سیم‌های A و C قرار دارد، به دست آورید.



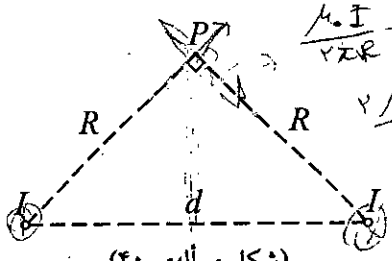
(شکل مسأله‌ی ۳۸)



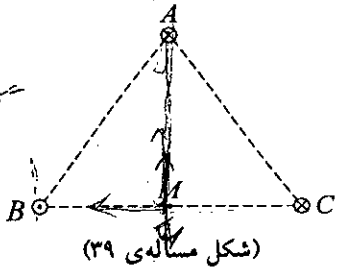
(شکل مسأله‌ی ۳۷)

۳۹. مطابق شکل زیر مقطع سه سیم راست موازی بر رأس‌های یک مثلث متساوی الساقین قرار دارد و از سیم‌ها جریان‌های $I_A = ۱۲\,A$ ، $I_B = ۹\,A$ و $I_C = ۳\,A$ می‌گذرد و داریم $BC = ۶\,cm$ و $AB = AC = ۵\,cm$. (۱) بزرگی و جهت میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی M، وسط BC، به دست آورید. (۲) اگر سیمی به موازات این سیم‌ها در نقطه‌ی M قرار گیرد و از آن جریان $۱۰\,A$، هم جهت با جریان سیم C بگذرد، به $۵۰\,cm$ از این سیم چند نیوتن نیرو و در چه جهتی وارد می‌شود؟

۴۰. از دو سیم راست و بلند به فاصله‌ی d، جریان I می‌گذرد. شکل زیر مقطعی را نشان می‌دهد که در آن سیم‌ها عمود بر صفحه می‌باشند و نقطه‌ی P روی عمود منصف خط d قرار دارد. بزرگی و جهت میدان مغناطیسی در نقطه‌ی P، را در دو حالت تعیین کنید. (۱) جریان هر دو سیم درون‌سو است. (۲) جریان سیم سمت چپ برون‌سو و جریان سیم سمت راست درون‌سو است.



(شکل مسأله‌ی ۴۰)

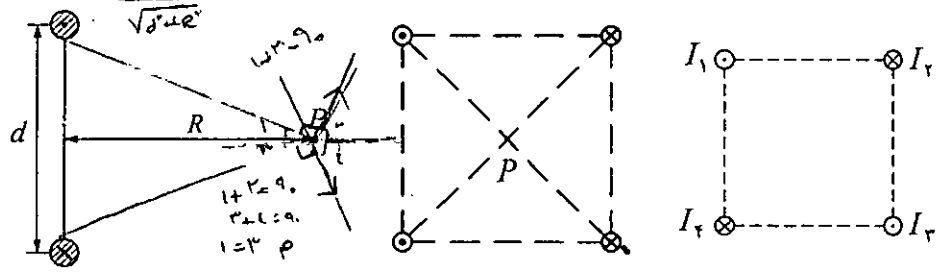


(شکل مسأله‌ی ۳۹)

۴۱. از چهار سیم بلند و موازی که مقطع آن‌ها رؤوس مربعی به ضلع a را تشکیل می‌دهند، جریان I در جهتی که روی شکل زیر نشان داده شده است، می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز مربع چه‌قدر است؟

۴۲. چهار سیم مستقیم و بلند با هم موازی‌اند و مقطع آن‌ها مربعی به ضلع $۲۰\,cm$ را تشکیل می‌دهد. در هر سیم جریان $۲۰\,A$ در جهت نشان داده شده در شکل زیر برقرار است. (۱) بزرگی و جهت میدان مغناطیسی در مرکز مربع (نقطه‌ی P) چه‌قدر و چگونه است؟ (۲) بزرگی و جهت نیروی وارد بر یکای طول سیم پایینی سمت چپ بر حسب نیوتن بر متر چه‌قدر و چگونه است؟

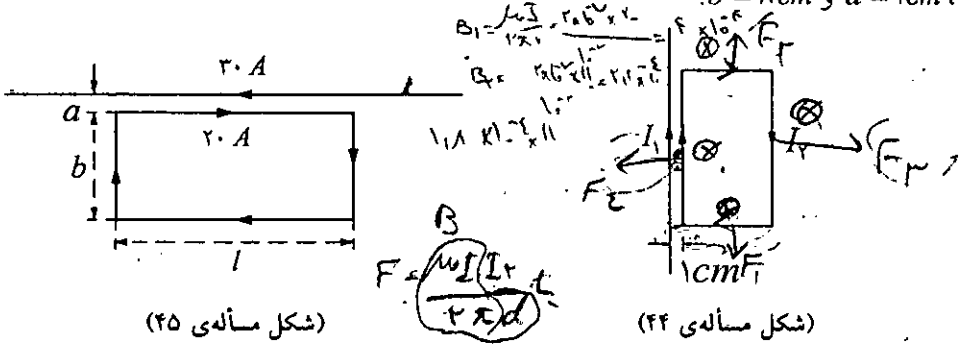
۴۳. از دو سیم دراز به فاصله‌ی d، مطابق شکل زیر جریان مساوی و غیر هم‌جهت I می‌گذرد. جهت و اندازه‌ی میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی P مشخص کنید.



(شکل مسأله‌ی ۴۱) (شکل مسأله‌ی ۴۲) (شکل مسأله‌ی ۴۳)

۴۴. در شکل زیر از سیم راست و بلند جریان $۲۰\,A$ می‌گذرد. مقابل آن، در فاصله‌ی $۱cm$، قاب مستطیل شکل، به ابعاد $۱۰\,cm$ و $۲۰\,cm$ قرار دارد و از قاب جریان $۱۱\,A$ می‌گذرد. جهت و بزرگی برآیند نیروهای وارد بر قاب مستطیل شکل را در میدان سیم راست و بلند تعیین نمایید.

۴۵. شکل زیر سیم درازی را نشان می‌دهد که حامل جریان $۳۰\,A$ است. جریان حلقه‌ی مستطیل شکل $۲۰\,A$ است. جهت و اندازه‌ی نیروی برآیند وارد بر حلقه را حساب کنید. $l = ۳۰\,cm$، $a = ۱cm$ و $b = ۸cm$.

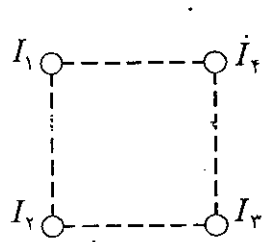


(شکل مسأله‌ی ۴۵) (شکل مسأله‌ی ۴۴)

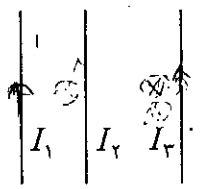
۴۶. نیرویی که بر واحد طول هر سیم در شکل زیر وارد می‌شود را تعیین کنید. هر سه سیم راست، بسیار بلند و موازی‌اند. $I_A = ۳۰\ A$ ، $I_B = ۱۰\ A$ و $I_C = ۱۵\ A$.

۴۷. در شکل زیر سه سیم بلند و مستقیم که در یک صفحه به موازات هم قرار گرفته‌اند، حامل جریان‌های $I_۱$ ، $I_۲$ و $I_۳$ می‌باشد. (۱) نشان دهید، اگر برآیند نیروهای مغناطیسی وارد بر دو سیم، از طرف سیم‌های دیگر صفر شود، برآیند نیروهای وارد بر سیم سوم نیز صفر می‌شود. (۲) جهت جریان سیم‌ها، نسبت به یکدیگر چگونه است؟

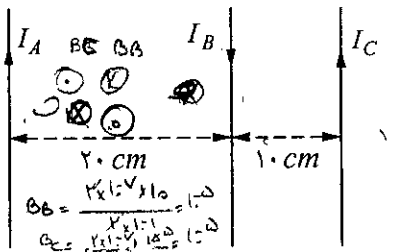
۴۸. چهار سیم مستقیم و بلند با هم موازی‌اند و مطابق شکل زیر مقطع آن‌ها مربعی را تشکیل می‌دهد. جهت و اندازه‌ی جریان‌های $I_۱$ ، $I_۲$ و $I_۳$ چگونه باشد تا به جریان $I_۴$، نیرویی از طرف سه سیم دیگر وارد نشود؟



(شکل مسأله‌ی ۴۸)

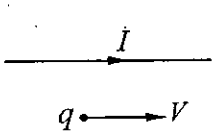


(شکل مسأله‌ی ۴۷)



(شکل مسأله‌ی ۴۶)

۴۹. در شکل مقابل، بار مثبت q، در راستایی موازی با سیم بلند و مستقیم حامل جریان I و در فاصله‌ی d از آن با سرعت V حرکت می‌کند. اندازه و جهت نیرویی را که بار به سیم حامل جریان وارد می‌کند، به دست آورید.



۵۰. سیمی به طول $۲۵/۱۲\ m$ را به صورت سیم پیچ مسطحی به شعاع $۴\ cm$ در آورده‌ایم. از این سیم پیچ، جریانی به شدت $۴A$ عبور می‌دهیم. بزرگی میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه بیابید. $\pi \approx ۳/۱۴$.

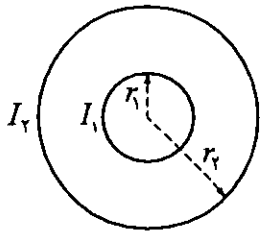
۵۱. سیمی به طول ۱۰۰ متر، حامل جریانی برابر ۱۰ آمپر است. می‌خواهیم از این سیم، پیچه‌ای بسازیم به نحوی که میدان مغناطیسی در مرکز پیچه $۰/۲۵\ T$ شود. شعاع این پیچه باید چند سانتی‌متر باشد؟

۵۲. از هریک از دو سیم دایره‌ای شکل و هم مرکز که در یک صفحه قرار دارند و شعاع‌های آن‌ها $۵\ cm$ و $۲۰\ cm$ است، جریان $۲\ A$، در جهت خلاف هم عبور می‌کنند. جهت و بزرگی برآیند میدان مغناطیسی را در مرکز دایره‌ها به دست آورید.

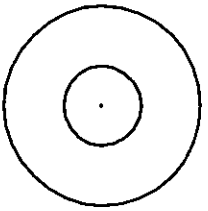
۵۳. در شکل زیر دو حلقه‌ی جریان، دایره‌ای شکل، هم مرکز و هم صفحه‌اند. شعاع حلقه‌ها r_1 و r_2 و جریان آن‌ها I_1 و I_2 است. چه رابطه‌ای میان جهت و اندازه‌ی جریان حلقه‌ها وجود داشته باشد تا میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها (۱) صفر شود. (۲) درون‌سو بشود. (۳) برون‌سو شود.

۵۴. در شکل زیر حلقه‌ها هم مرکز، هم صفحه و دایره‌ای شکل هستند. شعاع حلقه‌ها ۱۰ و ۲۰ سانتی‌متر و جریان در حلقه‌ی کوچک‌تر ساعتگرد و ۲ آمپر است. جریان در حلقه‌ی دیگر چه‌قدر و در چه جهتی باشد تا بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها (۱) π ، (۲) 6π میکروتسلا شود؟

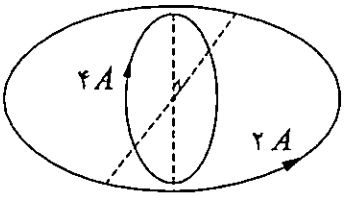
۵۵. دو پیچه‌ی هم مرکز، که هر یک ۱۰۰ دور به شعاع‌های ۲ و ۴ سانتی‌متر دارند، به ترتیب دارای جریان‌های ۴ و ۲ آمپر هستند و مطابق شکل زیر یکی در صفحه‌ای افقی و دیگری در صفحه‌ای قائم قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز پیچه چه‌قدر است؟ ($\pi \approx 3$)



(شکل مسأله‌ی ۵۳)

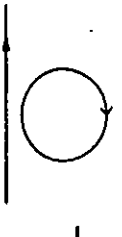


(شکل مسأله‌ی ۵۴)

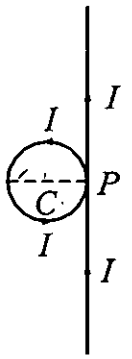


(شکل مسأله‌ی ۵۵)

۵۶. در مدار شکل مقابل، از یک حلقه دایره‌ای شکل به شعاع $20\ cm$ جریانی به شدت $2\ A$ می‌گذرد. سیم راستی در فاصله‌ی $40\ cm$ از مرکز حلقه‌ی و در صفحه‌ی آن قرار گرفته و جریانی به شدت $16\ A$ از آن می‌گذرد. برآیند میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه به دست آورید.



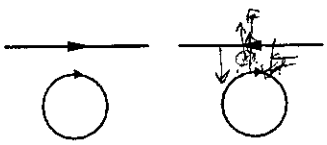
۵۷. یک سیم دراز روپوش‌دار، در نقطه‌ی P به صورت شکل روبه‌رو در آمده است. شعاع قسمت دایره‌ای R است. (۱) بزرگی و جهت میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی C - مرکز قسمت دایره‌ای - تعیین کنید. (۲) قسمت دایره‌ای سیم حول قطر عمود بر قسمت مستقیم چرخانده می‌شود، به طوری که محور حلقه، موازی با جریان قسمت مستقیم سیم قرار می‌گیرد (حول امتداد PC به اندازه‌ی ۹۰ درجه). در این حالت نیز بزرگی میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی C تعیین کنید.



۵۸. دو سیم راست و بلند، در راستای عمود بر هم از نزدیک هم می‌گذرند. اگر سیم‌ها بتوانند آزادانه حرکت کنند، توضیح دهید هنگامی که جریان در آن‌ها برقرار می‌شود، چه اتفاقی می‌افتد.

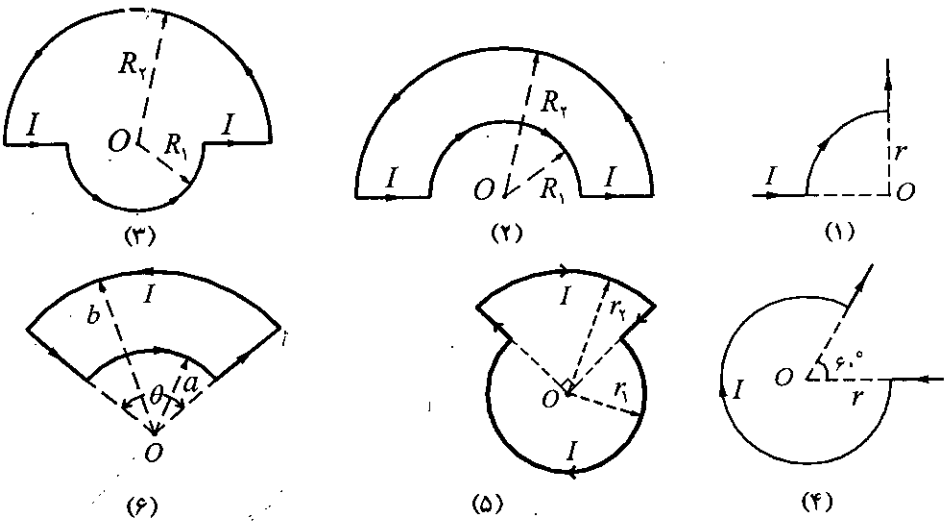
۵۹. یک حلقه‌ی جریان دایره‌ای شکل در میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد به طوری که خطوط میدان بر سطح حلقه منطبق‌اند. نیروی مغناطیسی وارد بر حلقه موجب چگونه حرکتی برای حلقه می‌شود؟

۶۰. در شکل‌های روبه‌رو یک سیم حامل جریان مستقیم و یک حلقه‌ی جریان دایره‌ای شکل در یک صفحه در مجاورت هم قرار دارند. جهت نیروی متقابل آن‌ها را با توجه به جهت جریان آن‌ها در هر حالت مشخص کنید.

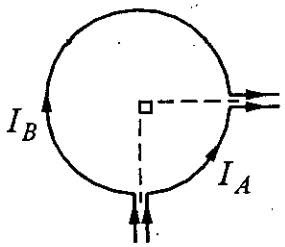


۶۱. دو حلقه‌ی جریان دایره‌ای شکل در یک صفحه در مجاورت یکدیگر قرار دارند. اگر (۱) جریان حلقه‌ها ساعتگرد باشد. (۲) جریان یک حلقه ساعتگرد و جریان حلقه‌ی دیگر پادساعتگرد باشد، جهت نیروی متقابل آن‌ها را مشخص کنید.

۶۲. در شکل‌های زیر بزرگی میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی O به دست آورید.



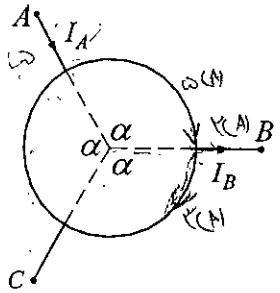
۶۳. در شکل روبه‌رو برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی در دو سیم A و B - که روی هم دایره‌ای به شعاع r تشکیل می‌دهند - را در مرکز دایره پیدا کنید.



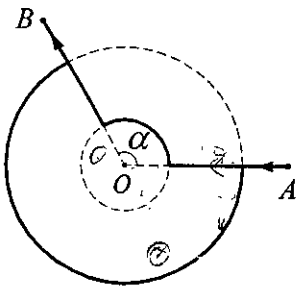
۶۴. مطابق شکل، جریان I از نقطه‌ی A، وارد حلقه‌ی رسانای همگن دایره‌ای شکل می‌شود و از نقطه‌ی B از حلقه خارج می‌شود. میدان مغناطیسی در مرکز حلقه را به دست آورید.

۶۵. در شکل زیر شعاع‌های دو کمان دایره‌ای شکل هم مرکز ۱۰ و ۲۵ سانتی‌متر، $\alpha = ۱۲۰^\circ$ و مقاومت واحد طول سیم‌ها یکسان است. اگر جریان $I = ۵\,A$ از نقطه‌ی A وارد و از نقطه‌ی B خارج شود، بزرگی میدان مغناطیسی را در نقطه‌ی O (مرکز مشترک دو حلقه) بیابید. $\pi \approx ۳$.

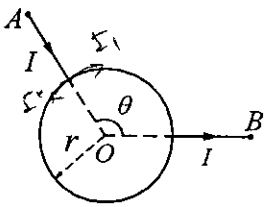
۶۶. مطابق شکل جریان ۵ آمپر از طریق شاخه‌ی A وارد حلقه‌ی یکنواختی به شعاع ۲۰ سانتی‌متر شده، جریان ۲ آمپر از طریق شاخه‌ی B از حلقه خارج می‌شود. بزرگی میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۶۶)



(شکل مسأله‌ی ۶۵)



(شکل مسأله‌ی ۶۴)

۶۷. از یک سیم‌لوله به طول $۷۵\,cm$ هرگاه جریانی به شدت $۴\,A$ بگذرد، درون آن میدان مغناطیسی به بزرگی $۲\pi \times ۱۰^{-۲}\,T$ تولید می‌شود. این سیم‌لوله دارای چند حلقه است؟

۶۸. سیمی به طول ۱۲ متر را به شکل سیم‌لوله‌ای که قطر هر حلقه‌ی آن ۲ سانتی‌متر است، در می‌آوریم. طول سیم‌لوله $۱۰\,cm$ است و از آن جریانی به شدت $۵A$ می‌گذرد. (۱) بزرگی میدان مغناطیسی در داخل سیم‌لوله چند تسلا است؟ (۲) اگر الکترونی با سرعت $۲۰\,m/s$ از یک طرف سیم‌لوله در امتداد محور سیم‌لوله وارد آن شود، چه نیرویی در این میدان به الکترون وارد می‌شود؟

۶۹. سیمی به طول ۴۷/۱ متر را به صورت سیم‌لوله‌ای به شعاع $۷/۵\,cm$ در می‌آوریم به گونه‌ای که هیچ فاصله‌ی خالی بین حلقه‌های سیم‌لوله باقی نماند. اگر قطر سیم یک میلی‌متر باشد، چه شدت جریانی می‌تواند درون آن میدان یکنواخت به بزرگی $۶/۲۸ \times ۱۰^{-۳}\,T$ پدید آورد؟ $\pi \approx ۳/۱۴$.

القای الکترومغناطیسی

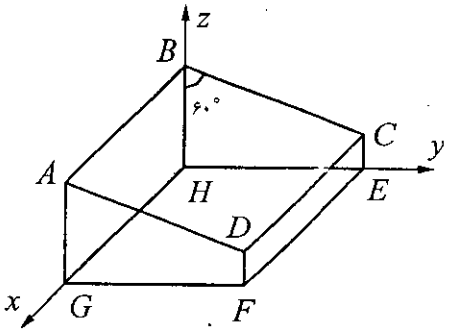
۷۰. سیمی به طول $۴۰\,cm$ را به صورت قاب مربع شکل درآورده در میدان مغناطیسی به بزرگی $۰/۴\,T$ قرار می‌دهیم. اگر (۱) میدان بر سطح قاب عمود باشد، (۲) میدان با سطح قاب زاویه‌ی ۵۳ درجه بسازد، شاری را که از قاب می‌گذرد حساب کنید.

۷۱. قابی به مساحت $۱۰۰\ cm^۲$ در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۰/۴T$ طوری قرار دارد که سطح آن با خطوط میدان زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازد. قاب را می‌چرخانیم به طوری که زاویه‌ی سطح آن با خطوط میدان برابر ۶۰ درجه شود. تغییر شار مغناطیسی را که از قاب می‌گذرد، بیابید.

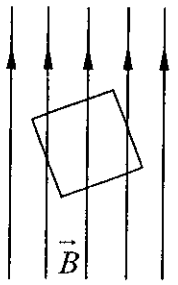
۷۲. در شکل زیر میدان مغناطیسی هم جهت محور y و بزرگی آن $۰/۲T$ است. شار مغناطیسی که از هر وجه می‌گذرد را بیابید. وجه‌های $ABHG$ و $DCEF$ موازی صفحه‌ی xz و وجه‌های $ADFG$ و $BCEH$ موازی صفحه‌ی yz هستند و وجه $EFGH$ بر صفحه‌ی xy منطبق است، $AB = ۱۰\ cm$ ، $CE = ۴\ cm$ ، $AG = ۹\ cm$ و $AD = ۱۰\ cm$.

۷۳. در شکل زیر کل شار مغناطیسی گذرنده از مکعب واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت را بیابید.

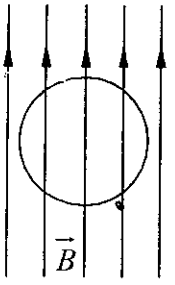
۷۴. در شکل زیر کل شار مغناطیسی گذرنده از کره ی واقع در میدان مغناطیسی یکنواخت را بیابید.



(شکل مسأله‌ی ۷۲)



(شکل مسأله‌ی ۷۳)



(شکل مسأله‌ی ۷۴)

۷۵. پیچه‌ای مسطح شامل ۵۰ حلقه است. در مدت $۰/۲s$ شار مغناطیسی که از آن می‌گذرد چه‌قدر تغییر کند تا نیروی محرکه‌ی القایی متوسط حاصل از آن یک ولت شود؟

۷۶. معادله‌ی تغییرات شار مغناطیسی بر حسب زمان برای یک حلقه‌ی رسانا در دستگاه SI به صورت $\varphi = ۱۰t^۲ + ۳t + ۴$ است. (۱) اندازه‌ی نیروی محرکه القایی ناشی از این تغییرات شار را در لحظه‌ی $t = ۲s$ محاسبه نمایید. (۲) اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط از $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۲s$ چند ولت است؟

۷۷. پیچه‌ای به قطر $۲cm$ که دارای ۱۰۰ حلقه است، در میدان مغناطیسی به بزرگی $\frac{۰/۰۲}{\pi}T$ قرار دارد. اگر سطح پیچه با خطوط میدان زاویه‌ی ۳۷ درجه بسازد، (۱) شاری که از حلقه می‌گذرد چه‌قدر است؟ (۲) اگر در مدت $۰/۰۲\ s$ پیچه در وضعیتی قرار گیرد که زاویه‌ی فوق به صفر درجه برسد، نیروی محرکه‌ی متوسط القا شده در دو سر پیچه را حساب کنید.

۷۸. حلقه‌ای به مقاومت الکتریکی $۶\times۱۰^{-۲}\Omega$ که مساحت آن $۱/۵\times۱۰^{-۲}m^۲$ است، به طور افقی روی میزی قرار دارد. در مدت $۰/۰۷۵\ s$ میدانی مغناطیسی عمود بر سطح میز به بزرگی $۰/۳$ تسلا ایجاد می‌کنیم. در این مدت شدت جریان متوسط القا شده در حلقه را محاسبه کنید.

۷۹. پیچه‌ای با تعداد دور ۱۵۰ و به مساحت $۲۰۰\ cm^۲$ عمود بر میدان مغناطیسی قرار دارد. هرگاه مقاومت پیچه $۰/۳\Omega$ باشد و میدان مغناطیسی با آهنگ $۰/۰۰۳\ T/s$ تغییر کند، مقدار شدت جریان حاصل در پیچه چه‌قدر می‌باشد؟

۸۰. پیچه‌ای که ۲۰۰ حلقه دارد و شعاع حلقه‌های آن $۳\ cm$ است، به طور افقی قرار دارد. به طور ناگهانی میدان مغناطیسی قائمی به بزرگی $۰/۱۵\ T$ ایجاد می‌کنیم. اگر نیروی محرکه‌ی متوسط القا شده در دو سر سیم پیچ ۸۰ ولت شود، چه مدت زمانی طول کشیده تا بزرگی میدان از صفر به $۰/۱۵\ T$ برسد؟

۸۱. قابی مستطیل شکل به طول $۲۵\ cm$ و عرض $۲۰\ cm$ در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۸\times۱۰^{-۴}T$ عمود بر خطوط میدان قرار دارد. اگر قاب شامل ۲۵۰ دور سیم باشد و قاب در مدت $۰/۰۱s$ حول محورش ۹۰ درجه دوران کند، نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در قاب چه‌قدر است؟

۸۲. اگر قاب مستطیلی شکلی به ابعاد $۲۰\times۱۰\ cm^۲$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $۰/۴T$، عمود بر خطوط میدان قرار داشته باشد و آن را به طور یکنواخت بچرخانیم تا در مدت $۰/۰۲s$ به اندازه‌ی ۱۸۰ درجه بچرخد، نیروی محرکه‌ی القایی متوسط تولید شده چه‌قدر است؟

۸۳. پیچه‌ای با ۱۰۰ حلقه ومساحت $۵cm^۲$ در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۰/۲T$ طوری واقع شده که خطوط میدان با سطح پیچه زاویه‌ی ۳۷ درجه می‌سازند. در مدت $۰/۰۱s$ سیم پیچ را چرخانده و به وضعی در می‌آوریم که خطوط میدان با سطح پیچه زاویه‌ی ۵۳ درجه می‌سازند. بزرگی نیروی محرکه‌ی متوسط القا شده در دو سر سیم پیچ را در این مدت حساب کنید.

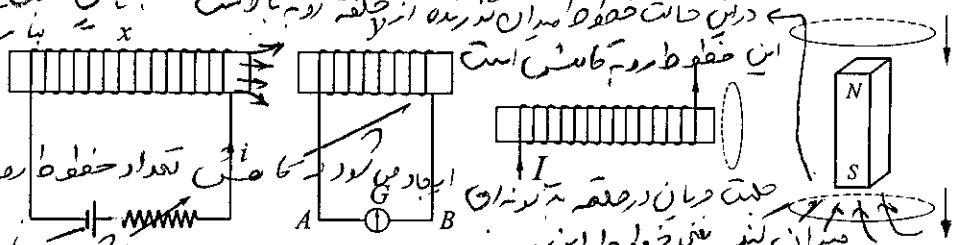
۸۴. پیچه‌ای به شعاع R شامل n دور که مقاومت هر دور آن r می‌باشد موجود است و سطح این پیچه عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. بزرگی میدان با چه آهنگی تغییر کند تا جریان القایی در پیچه برابر I شود؟

۸۵. دو سیملوله‌ی هم محور P و Q دارای مقطع یکسان A و طول L می‌باشند و تعداد دورهای آن‌ها به ترتیب m و n می‌باشد. اگر جریان سیملوله‌ی P در مدت T به اندازه‌ی I تغییر کند، (۱) تغییر شار مغناطیسی عبور کننده از مقطع سیم‌لوله‌ها چه‌قدر است؟ (۲) نیروی محرکه‌ی القایی در سیملوله‌ی دیگر چه‌قدر است؟

۸۶. مطابق شکل زیر حلقه‌ای دایره‌ای شکل، در راستای قائم سقوط می‌کند به طوری که هنگام سقوط، آهنربایی از درون آن عبور می‌کند. جهت جریان القایی در حلقه را هنگام نزدیک شدن به آهنربا و دور شدن از آن، وقتی از بالا به حلقه نگاه می‌کنیم، تعیین کنید.

۸۷. در شکل زیر در اثر افزایش و یا کاهش جریان I ، جهت جریان القایی در حلقه در قسمتی که به ما نزدیکتر است، چگونه است؟

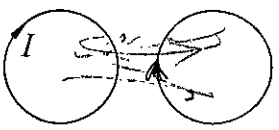
۸۸. در مدار شکل زیر جهت جریان القایی را در سیم AB در دو حالت زیر تعیین کنید. (۱) y به سمت x حرکت می‌کند. (۲) مقاومت متغیر مدار x افزایش می‌یابد.



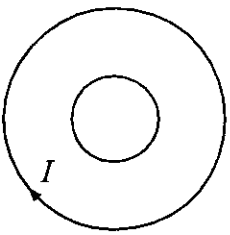
(شکل مسأله‌ی ۸۶) (شکل مسأله‌ی ۸۷) (شکل مسأله‌ی ۸۸)

۸۹. در شکل زیر دو حلقه‌ی دایره‌ای شکل رسانا در مجاورت یکدیگر قرار دارند و از یکی از آن‌ها جریان I در جهت نشان داده شده در شکل عبور می‌کند. بر اثر افزایش و یا کاهش جریان I، جهت جریان القایی در حلقه‌ی دیگر چگونه است؟

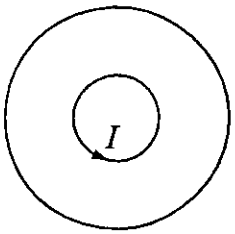
۹۰. در هر یک از شکل‌های زیر در یکی از دو حلقه‌ی رسانای هم مرکز جریان I در جهت نشان داده شده عبور می‌کند. با افزایش جریان I جهت جریان القایی در حلقه‌ی دیگر را به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۸۹)

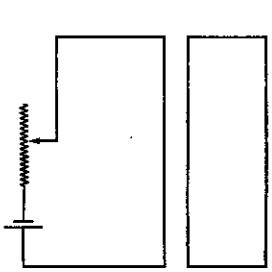


(شکل ۱ مسأله‌ی ۹۰)



(شکل ۲ مسأله‌ی ۹۰)

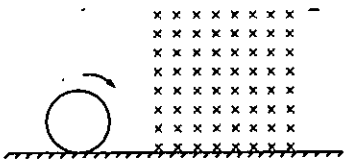
۹۱. در شکل مقابل، اگر مقاومت متغیر R در مدار سمت چپ افزایش یابد، جهت جریان القایی در مدار سمت راست چگونه خواهد بود؟



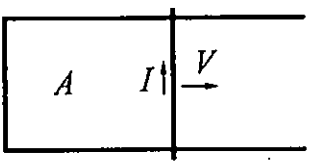
۹۲. در شکل زیر حلقه‌ای دایره‌ای شکل، روی سطح افقی می‌غلطد و وارد ناحیه‌ای که در آن مطابق شکل، یک میدان مغناطیسی درون‌سو برقرار است، می‌شود. در هنگام ورود حلقه به میدان مغناطیسی و خروج آن از میدان مغناطیسی، (۱) جهت جریان القایی ایجاد شده در حلقه، (۲) نیروی وارد از طرف میدان مغناطیسی به حلقه و (۳) چگونگی تغییر سرعت حلقه را تعیین کنید.

۹۳. در شکل زیر میدان مغناطیسی یکنواختی عمود بر صفحه وجود دارد. اگر جهت حرکت سیم متحرک به سمت راست باشد و بخواهیم در آن جریانی مطابق شکل القا شود، (۱) جهت میدان مغناطیسی چگونه باشد؟ (۲) در این صورت جهت نیروی وارد بر سیم متحرک به کدام سو است؟

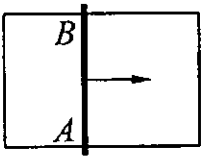
۹۴. در شکل زیر میله‌ی رسانای AB روی قاب مستطیل شکل رسانایی حرکت داده می‌شود. میدان مغناطیسی عمود بر صفحه‌ی قاب و درون‌سو است. (۱) با توجه به جهت حرکت میله، جهت جهت جریان القایی در میله‌ی AB و قسمتهای مختلف قاب را تعیین کنید. (۲) اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القا شده در دو طرف قاب را با یکدیگر مقایسه کنید.



(شکل مسأله‌ی ۹۲)

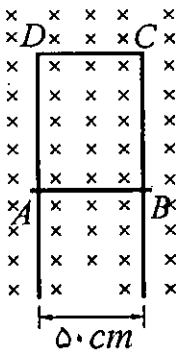


(شکل مسأله‌ی ۹۳)

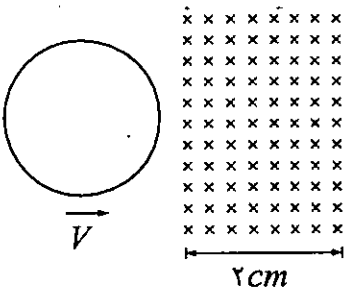


(شکل مسأله‌ی ۹۴)

۹۵. در شکل مقابل مقاومت الکتریکی سیم متحرک AB برابر $0/4\Omega$ و از مقاومت بقیه‌ی سیم‌ها صرف نظر است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی $0/2T$ باشد، در لحظه‌ای که سرعت سیم AB برابر $8m/s$ است، (۱) اندازه‌ی جریان القایی در سیم AB چه‌قدر است؟ (۲) چه نیرویی از طرف میدان به این سیم اثر می‌نماید؟



۹۶. در شکل مقابل حلقه‌ی رسانای دایره‌ای شکلی به شعاع یک سانتی‌متر با سرعت ثابت یک سانتی‌متر بر ثانیه به میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سویی به بزرگی ۱۰ تسلا نزدیک می‌شود. رابطه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه را بر حسب زمان به دست آورید. لحظه‌ی ورود حلقه به میدان را صفر فرض کنید.

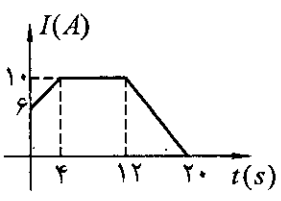


۹۷. نمودار تغییرات میدان مغناطیسی موجود در صفحه‌ی یک حلقه‌ی رسانا - که عمود بر سطح حلقه و بزرگی آن همه جا یکسان است - بر حسب زمان مطابق شکل زیر می‌باشد. در کدام یک از لحظات مشخص شده (۱) نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه صفر است؟ (۲) جهت جریان القایی در حلقه تغییر می‌کند؟ (۳) اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی بیشینه است؟

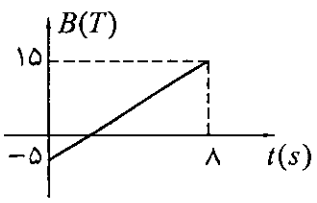
۹۸. میدان مغناطیسی $B(t)$ که طبق نمودار شکل زیر می‌باشد، تحت زاویه‌ی ۵۳ درجه نسبت به سطح حلقه‌ای به مساحت ۲۰ سانتی‌مترمربع ایجاد می‌شود. اگر مقاومت حلقه ۰/۰۵ اهم باشد، در مدت زمان ۸ ثانیه چند ژول انرژی در حلقه تلف خواهد شد؟

۹۹. اندازه‌ی جریان عبوری از یک حلقه‌ی رسانا در مدت ۰/۱ ثانیه از $4A$ به $2A$ می‌رسد. اگر ولتاژ القایی در حلقه ۰/۴۲ ولت باشد، اندازه‌ی ضریب خودالقایی حلقه در هر یک از دو حالت چه‌قدر است؟ (۱) اگر جهت جریان در حلقه تغییر کند. (۲) اگر جهت جریان در حلقه تغییر نکند.

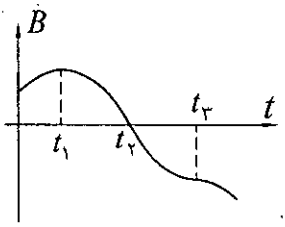
۱۰۰. شکل زیر نمودار جریان عبوری از یک آلقاگر با خودالقایی یک هانری را نشان می‌دهد. اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القا شده در القاگر را در بازه‌های زمان مختلف به دست آورید.



(شکل مسأله‌ی ۱۰۰)

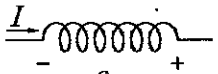


(شکل مسأله‌ی ۹۸)

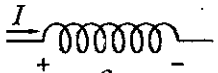


(شکل مسأله‌ی ۹۷)

۱۰۱. در شکل‌های مقابل جهت ولتاژ القاء شده به دلیل تغییرات جریان I را در سیم‌لوله‌ی با مقاومت الکتریکی ناچیز مشاهده می‌کنید. در هر قسمت، چگونگی تغییرات جریان I را مشخص کنید.



(شکل۱)



(شکل۲)

۱۰۲. در یک مدار با خودالقایی $50\,H$ جریان، ۲ آمپر تغییر می‌کند. شار عبور کننده از مدار چند وبر تغییر کرده است؟

۱۰۳. از سیم‌لوله‌ای به ضریب خودالقایی $0/5\,H$ ، جریان متغیری عبور می‌کند که رابطه‌ی آن با زمان در دستگاه SI به صورت $I = 0/4t^2 - 7/2t + 1/2$ است. (۱) نیروی محرکه‌ی القاء شده در مدار را بر حسب زمان به دست آورید. (۲) در چه لحظه‌ای جهت نیروی محرکه‌ی القایی در مدار تغییر می‌کند؟

۱۰۴. سیمی به طول l_0 را حول پوسته‌ی استوانه‌ای شکل عایقی به طول l، به طور منظم می‌پیچیم. ضریب خودالقایی سیم‌لوله چه‌قدر است؟

۱۰۵. سیم‌لوله‌ای به شعاع R و طول l با ضریب خودالقایی L موجود است. اگر سیم‌لوله باز شود و با شعاع R' و طول l' بسته شود، ضریب خودالقایی آن چه‌قدر می‌شود؟

۱۰۶. انرژی ذخیره شده در سیم پیچی با ضریب خودالقایی L و جریان I چند برابر انرژی ذخیره شده در سیم پیچی با ضریب خودالقایی $۰/۵L$ و جریان $۲/۵I$ می‌باشد؟

۱۰۷. فرض کنید تعداد دورهای سیم‌لوله‌ای که به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است، n برابر شود. انرژی ذخیره شده در آن چند برابر می‌شود؟ سیم‌های سیم‌لوله مقاومت الکتریکی دارند.

۱۰۸. انرژی ذخیره شده در سیم‌لوله‌ای را که طول آن l و مقاومت واحد طول مفتول رسانای آن، R_0 است و به اختلاف پتانسیل V متصل است، به دست آورید.

۱۰۹. فرض کنید شار عبور کننده از یک حلقه‌ی رسانا که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌چرخد بر حسب زمان در دستگاه SI به صورت $\varphi(t) = ۰/۴\cos(۸t)$ باشد. (۱) در چه لحظاتی خطوط میدان مغناطیسی بر سطح حلقه عمود هستند؟ (۲) در چه لحظاتی نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه صفر می‌شود؟ (۳) در لحظاتی که اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه بیشینه است، حلقه و خطوط میدان نسبت به یکدیگر چه وضعیتی دارند؟

۱۱۰. فرض کنید شار عبور کننده از یک حلقه‌ی رسانا بر حسب زمان در دستگاه SI به صورت $\varphi(t) = ۱/۲\cos(۱۰۰\pi t)$ باشد. (۱) نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه را بر حسب زمان به دست آورید. (۲) اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی متوسط بین دو لحظه‌ی متوالی را که نیروی محرکه‌ی القایی در آن‌ها صفر باشد، به دست آورید.

۱۱۱. شدت جریان القایی در یک پیچه‌ی مسطح با ۱۰۰ دور حلقه و مساحت $۱۰۰\ cm^۲$ و مقاومت ۶۲۸ اهم که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت می‌چرخد بر حسب زمان در دستگاه SI به صورت $۲\sin(۴۰\pi t)$ می‌باشد. اندازه‌ی میدان مغناطیسی در فضا چند تسلا است؟ $\pi \approx ۳/۱۴$.

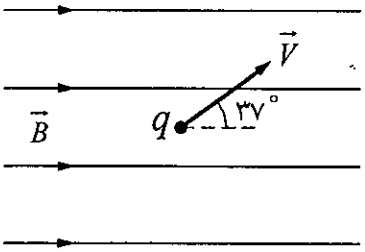
۱۱۲. حلقه‌ای در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به شدت $۵T$ در هر دقیقه ۳۰۰ دور می‌چرخد. اگر بیشینه نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه ۰/۵ ولت باشد، (۱) مساحت حلقه چه‌قدر است؟ (۲) رابطه‌ی نیرو محرکه‌ی القایی در حلقه با زمان چگونه است؟

۱۱۳. وقتی که جریان القایی در یک پیچه صفر است شار عبوری از آن $۰/۰۵\ Wb$ می‌باشد. همچنین در فاصله‌ی زمانی هر ۰/۰۵ ثانیه اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در پیچه بیشینه می‌شود. اگر تعداد دورهای پیچه ۵۰ باشد رابطه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی بر حسب زمان چگونه است؟

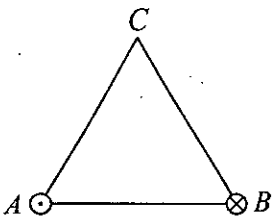
بخش سوم : آزمون پایانی

مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه

سؤال یک. در شکل زیر بار $q = -۲\times۱۰^{-۸}\,C$ در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $B = ۵T$ با سرعتی برابر $\frac{۱}{۳۰}$ سرعت نور، در جهت نشان داده شدهٔ حرکت می‌کند. (۱) اندازه و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن را به دست آورید. (۲) جهت حرکت بار چند درجه تغییر کند تا اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر آن تغییر نکند؟ سرعت نور $۳\times۱۰^{۸}\,m/s$ است.



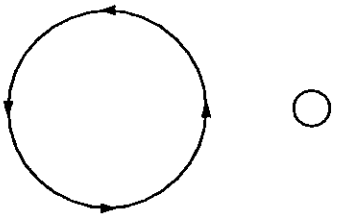
سؤال دو. در شکل روبه‌رو مقطع دو سیم موازی و بسیار بلند A و B با جریان‌های $I_۱ = I_۲ = ۱۰\,A$ نشان داده شده است. اگر $AB = BC = AC = ۱m$ باشد، بزرگی میدان مغناطیسی در نقطه‌ی C را به دست آورید.



سؤال سه. از یک سیم‌پیچ مسطح به شعاع $۶/۲۸\,cm$ جریانی برابر $۵A$ می‌گذرد. در صورتی که شدت میدان مغناطیسی در مرکز حلقه $۰/۰۱T$ باشد، تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ را به دست آورید.

سؤال چهار. سیمی مستقیم به طول $۲cm$ حامل جریان ۵ آمپر درون سیم‌لوله‌ای قرار دارد، به نحوی که با محور سیملوله زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد و اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر آن $\sqrt{۲}$ نیوتن است. (۱) اندازه‌ی میدان مغناطیسی درون سیملوله چقدر است؟ (۲) اگر جریان سیملوله ۰/۵ آمپر باشد، تعداد دورهای سیملوله در واحد طول چه قدر است؟

سؤال پنج. در شکل زیر حلقه‌ها در یک صفحه قرار دارند و از حلقه‌ی بزرگتر جریان ثابت I در جهت پادساعتگرد عبور می‌کند. در هر یک از حالت‌های زیر جهت جریان القایی را در حلقه کوچکتر تعیین کنید. (۱) حلقه کوچکتر به حلقه‌ی بزرگتر نزدیک شود. (۲) حلقه کوچکتر از حلقه‌ی بزرگتر دور شود.



سؤال شش. حلقه‌ی فلزی و مسدود به مقاومت $R = ۱۰\,\Omega$ در میدان مغناطیسی قرار دارد و شار مغناطیسی حلقه بر حسب زمان در SI به صورت $\varphi = ۶t^۲ + ۷t + ۱$ می‌باشد. (۱) نیروی محرکه‌ی القایی متوسط را در سه ثانیه‌ی اول به دست آورید و شدت جریان متوسط را در این مدت تعیین کنید. (۲) نیروی محرکه‌ی القایی و شدت جریان در لحظه‌ی $t = ۳\,s$ چقدر است؟

سؤال هفت. یک پیچه با مساحت $A = ۰/۰۱\,m^۲$ شامل N دور سیم می‌باشد که مقاومت هر دور آن $r = ۰/۰۲\,\Omega$ است. دو سر این پیچه به مقاومت $R = ۱۰\,\Omega$ وصل می‌باشد. اگر آهنگ تغییر میدان مغناطیسی که عمود بر سطح حلقه است ۰/۲۱ تسلا بر ثانیه باشد، جریان ایجاد شده در مقاومت R برابر $I = ۰/۱\,A$ می‌شود. N را تعیین کنید.

سؤال هشت. جریان در مداری با ضریب خود القایی $۲۴۰\,mH$ برابر $۰/۶\,A$ می‌باشد. در مدت $۰/۱\,s$ جریان در مدار به چه مقداری برسد، تا نیروی محرکه‌ای به اندازه‌ی ۰/۶ ولت در مدار القا شود.

سؤال نه. معادله‌ی شار عبوری از یک حلقه به مقاومت $۱/۵\,\Omega$ در دستگاه SI به صورت $\varphi = ۰/۱\cos(۱۸t)$ می‌باشد. در چه لحظه‌ای برای اولین بار جریان القایی در این حلقه $۰/۶\,A$ می‌شود؟

شماره سؤال	یک	دو	سه	چهار	پنج	شش	هفت	هشت	نه
نمره	۲	۲/۵	۲	۲/۵	۲	۲/۵	۲/۵	۲	۲

جواب‌های آخر و راهنمایی‌ها

فصل اول : ترمودینامیک

۱. دمایی را بیابید که در آن فشار گاز درون کپسول ۳۰ آتمسفر می‌شود. (جواب : تقریباً $44/5^{\circ}C$)

۲. مشابه مثال۱ عمل کنید. (جواب : $\frac{1}{21}$)

۳. از ایده‌های مطرح شده در قسمت (۱) مثال۲ استفاده کنید. (جواب : ۳۶ درصد)

۴. تعداد مول هوای درون تایر را در دو حالت به دست آورید و از آن جا تعداد مول هوای خارج شده را بیابید. (جواب : تقریباً $1/21\times10^{17}$)

۵. از ایده‌های مطرح شده در مثال۲ استفاده کنید. (جواب : ۲۵ گرم بر متر مکعب)

۶. **راهنمایی قسمت (۱).** برای هر دو حالت، معادله‌ی حالت گاز کامل را بنویسید تا نسبت تعداد مول هوای درون بادکنک در دو حالت به دست آید. **راهنمایی قسمت (۲).** ابتدا نسبت تعداد مول هوای دمیده شده به درون بادکنک به تعداد مول هوای درون بادکنک در حالت اول را به دست آورید و سپس از معادله‌ی حالت گاز کامل برای هوای دمیده شده به درون بادکنک استفاده کنید.
(جواب : (۱) ۲۵ درصد ، (۲) $1/155\,lit$)

۷. توجه کنید که نسبت فشار گاز به حجم گاز در شرایط ایجاد شده ثابت است و از معادله‌ی حالت گاز کامل استفاده کنید. (جواب : (۱) ۱۶ برابر ، (۲) $\sqrt{2}$ برابر)

۸. از معادله‌ی حالت گاز کامل و ثابت بودن VT استفاده کنید. (جواب : (۱) ۳۶ درصد ، (۲) ۵۰ درصد ، افزایش می‌یابد.)

۹. از معادله‌ی حالت گاز کامل، تعداد مول هوای وارد شده به حباب لامپ را به دست آورید و از آن جا تعداد ذرات هوایی را که وارد حباب لامپ می‌شوند، محاسبه کنید. (جواب : (۱) تقریباً ۷۶ میلیون سال. (۲) به علت بسیار کوچک بودن ذرات هوا، فرض وارد شدن یک میلیون ذره در هر ثانیه بسیار کمتر از مقدار واقعی آن است. توجه کنید که زمان واقعی این پدیده را می‌توان حدود چند ثانیه در نظر گرفت. حال با توجه به این مطلب، می‌توانید تعداد واقعی ذرات هوایی که در هر ثانیه وارد لامپ می‌شوند را به دست آورید.)

۱۰. تعداد مول‌های موجود در مخلوط ($n = n_{O_2} + n_{H_2}$) را از معادله‌ی حالت گاز کامل به دست آورید و توجه کنید که تعداد مول هر یک از گازها برابر است با نسبت جرم گاز به جرم مولی گاز.
(جواب : (۱) نصف ، (۲) $\frac{1}{17}$)

۱۱. با توجه به متن مسأله، فشار و دمای گازهای هیدروژن (H_2) و اکسیژن (O_2) برابر است. با استفاده از معادله‌ی حالت گاز کامل، نسبت حجم دو گاز را به دست آورید. (جواب : $\frac{3}{4}$)

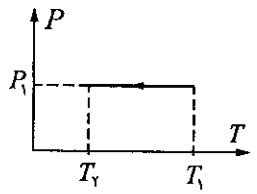
۱۲. **راهنمایی ۱.** با استفاده از قانون اول نیوتن و تعریف فشار، از در حال تعادل بودن پیستون نتیجه بگیرید که فشار دو گاز یکسان است. **راهنمایی ۲.** از یکسان بودن جرم گازها استفاده کنید و نسبت تعداد مول گازها را بیابید. **راهنمایی ۳.** از معادله‌ی حالت گاز کامل، نسبت حجم دو گاز را با دست آورید. (جواب : $5cm$)

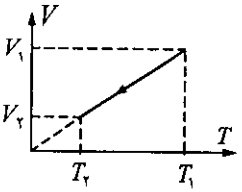
۱۳. از ایده‌های مطرح شده در مثال ۴ استفاده کنید. (جواب : $\Delta n = \frac{1}{R} \times \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \times \left| \frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2} \right|$)

۱۴. با استفاده از معادله‌ی حالت گاز کامل، تعداد مول گازهای X و Y را به دست آورید و با توجه به چگونگی واکنش شیمیایی گازهای X و Y ، تعداد مول گاز درون ظرف ۳۰ لیتری پس از برقراری تعادل را محاسبه کنید و از معادله‌ی حالت گاز کامل استفاده کنید. (جواب : $1atm$)

۱۵. **راهنمایی ۱.** از افزایش حجم آب به علت افزایش دما و کاهش حجم آب به علت تبخیر مقداری از آب صرف نظر شود. **راهنمایی ۲.** ابتدا محاسبه کنید که چند گرم از آب بخار می‌شود (جواب ۶ گرم خواهد شد)، سپس از معادله‌ی حالت گاز کامل، حجم بخار آب تولید شده را بیابید و از آن جا جابه‌جایی پیستون را محاسبه کنید. **راهنمایی ۳.** از ناچیز بودن وزن پیستون می‌توان نتیجه گرفت که فشار بخار آب تولید شده با فشار هوای محیط برابر است. (جواب : تقریباً $41/3cm$)

۱۶.



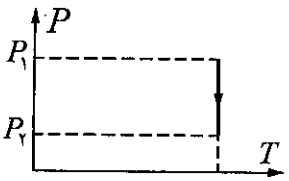


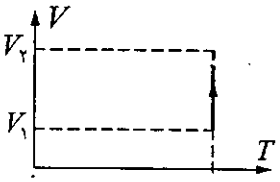
$V \downarrow \Rightarrow W > 0$

$T \downarrow \Rightarrow \Delta U < 0$

$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q < 0$

۱۷.





$V \uparrow \Rightarrow W < 0$

$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$

$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q > 0$

۱۸. به نتایج به دست آمده در مسأله‌ی قبل مراجعه کنید.

۱۹. انرژی درونی یک گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز است. / ۲۰. $\Delta U = -2137/5J$

۲۱. نشان دهید برای فرآیند هم فشار داریم $W = -P\Delta V = -nR\Delta T$ و سپس از آن استفاده کنید.

(جواب : (۱) $Q=+۱۴۵۵J$ ، (۲) $W=-۴۱۵J$ ، (۳) $\Delta U=+۱۰۴۰J$ ، (۴) $۳۷/۷۳cm$)

۲۲. ابتدا نشان دهید که برای فرآیند هم فشار داریم $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ و سپس از آن استفاده کنید. (جواب : $W=-۱\times۸/۳\times۲۷۳=۲۲۶۵/۹J$ ، $Q=۱\times۲۹/۴\times۲۷۳=۸۰۲۶/۲J$)

۲۳. ابتدا نشان دهید که برای فرآیند هم فشار داریم $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ و سپس از آن استفاده کنید. توجه کنید که در حل مسأله از مقدار فشار گاز (یک اتمسفر) استفاده نمی‌شود.

(جواب : (۱) $Q=۹۱۸/۷۵J$ ، (۲) $\Delta U=۰/۷۲Q$)

۲۴. توجه کنید که گاز درون سیلندر یک فرآیند هم فشار را طی می‌کند و از رابطه‌ی $W=-P\Delta V$ استفاده کنید. (جواب : $W'=-W=۲۲/۴J$)

۲۵. با توجه به ثابت بودن فشار گاز، دمای نهایی گاز را به دست آورید ($T_۲=۳۰۰/۳K$) و با توجه به توضیحات انتهای مسأله، تعداد مول گاز را محاسبه کنید ($n=۰/۱mol$) و در نهایت از رابطه‌ی $Q=nC_{MP}\Delta T$ به جواب مسأله برسید. (جواب : $Q=۸۱/۹J$)

۲۶. ابتدا نشان دهید که برای فرآیند هم فشار داریم $W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ و سپس از رابطه‌ی $\Delta U=Q+W$ استفاده کنید.

۲۷. از نتیجه‌ی مثال۶ استفاده کنید. (جواب : $W_b=۱/۲۵W_a$)

۲۸. ازنتیجه‌ی مثال۶ نادرستی عبارت (۱) را نتیجه بگیرید. با توجه به این که داریم $\Delta U=U_f-U_i$ (U_i : انرژی درونی دستگاه در ابتدای فرآیند، U_f : انرژی درونی دستگاه در انتهای فرآیند)، درستی عبارت (۳) را نتیجه بگیرید. با استفاده از قانون اول ترمودینامیک ($\Delta U=Q+W$) و نتایج به دست آمده برای عبارتهای (۱) و (۳)، نادرستی عبارت (۲) را نتیجه بگیرید.

۲۹. رابطه‌ی بین کارهای انجام شده روی دستگاه در فرآیندهای a ، b و c را به دست آورده، از نتیجه‌ی مسأله‌ی ۲۸ استفاده کنید.

۳۰. راهنمایی قسمت (۱). ابتدا نشان دهید $T_B>T_A$ و از آن نتیجه بگیرید $U_B>U_A$. با توجه به قانون اول ترمودینامیک ($\Delta U=Q+W$) علامت Q را در دو فرآیند تعیین کنید. توجه کنید که حجم گاز در هر دو فرآیند افزایش یافته است. **راهنمایی قسمت (۲).** نشان دهید $|W_b|>|W_a|$ و سپس از قانون اول ترمودینامیک استفاده کنید.

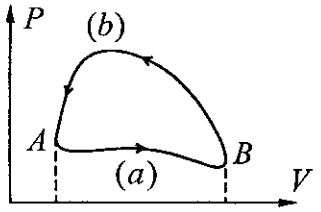
(جواب : (۱) برای هر دو فرآیند داریم $W<۰$ ، $\Delta U>۰$ و $Q>۰$. (۲) $Q_a>Q_b$)

۳۱. توجه کنید که داریم $\Delta U_{iaf} = \Delta U_{ibf} = -\Delta U_{fi} = U_f - U_i$ و $W_{bf} = 0$. (جواب : (۱) $W_{ibf} = -24J$ ، (۲) $Q_{fi} = -172J$ ، (۳) $U_f = 160J$ (۴) $Q_{ib} = 72J$ و $Q_{bf} = 72J$)

۳۲. **راهنمایی قسمت (۱)**. ابتدا نشان دهید $T_c > T_b > T_a$ و از آنجا علامت ΔU را برای هر فرآیند مشخص کنید. توجه کنید که انرژی درونی یک گاز کامل فقط تابع دمای مطلق گاز است. علامت W را در هر فرآیند با توجه به افزایش یا کاهش حجم، مشخص کنید. با مشخص شدن علامتهای ΔU و W در هر فرآیند، علامت Q را در آن فرآیند نتیجه بگیرید. **راهنمایی قسمت (۲)**. مشابه مثال۸ عمل کنید. **راهنمایی قسمت (۳)**. مشابه مثال۸ عمل کنید. (جواب : (۲) $W = +20J$ ، $Q_{ca} = -210J$)

	Q	W	ΔU
فرآیند ab	+	-	+
فرآیند bc	+	صفر	+
فرآیند ca	-	+	-

۳۳. **راهنمایی قسمت (۱)**. مطابق شکل مقابل چرخه را متشکل از دو فرآیند (a) و (b) در نظر بگیرید و از نتیجه‌ی مثال۶ استفاده کنید. $W = W_a + W_b$ (کار انجام شده روی دستگاه در کل چرخه). **راهنمایی قسمت (۲)**. با توجه به افزایش یا کاهش حجم دستگاه در هر یک از فرآیندهای (a) و (b)، نشان دهید کار انجام شده روی دستگاه در چرخه‌ی پادساعتگرد مثبت و در چرخه‌ی ساعتگرد منفی است.



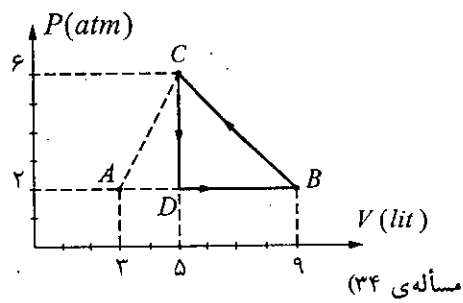
۳۴. **راهنمایی قسمت‌های (۱) و (۲)**. از نتیجه‌ی مسأله‌ی ۳۳ و این که تغییرات انرژی درونی دستگاه در یک چرخه صفر است، استفاده کنید ($\Delta U = Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$). **راهنمایی قسمت (۳)**. برای به دست آوردن Q_{AB} از نتیجه‌ی مثال۷ و معادله‌ی حالت گاز کامل ($nRT = PV$) استفاده کنید. برای به دست آوردن Q_{BC} و Q_{CA} چرخه‌هایی مطابق شکل‌های صفحه‌ی بعد در نظر بگیرید. در این چرخه‌ها مشابه قسمت (۲) همین مسأله تبادل گرمایی چرخه را به دست آورید. حال با به دست آوردن تبادل گرمایی فرآیندهای هم حجم CD و DC و نیز فرآیندهای هم فشار AD و DB می‌توانید Q_{CA} و Q_{BC} را به دست آورید.
(جواب : (۱) $Q < 0$ ، (۲) $Q = -1200J$ ، (۳) $Q_{AB} = 4200J$ ، $Q_{CA} = -6800J$ ، $Q_{BC} = 1400J$)

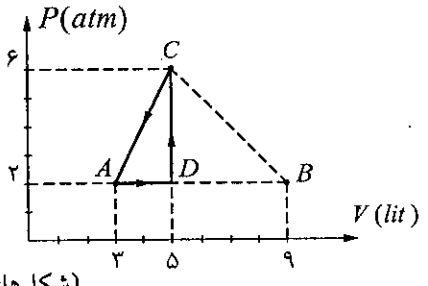
۳۵. **راهنمایی قسمت (۱)**. از معادله‌ی حالت گاز کامل در فشار ثابت ($\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$) و در حجم ثابت ($\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$) استفاده کنید. **راهنمایی قسمت (۲)**. از نتیجه‌ی مسأله‌ی ۳۳ استفاده کنید.

راهنمایی قسمت (۳). در هر چرخه تغییر انرژی درونی دستگاه صفر است. (جواب : (۱) به شکل زیر توجه کنید. (۲) $W = -۲۰۰J$ ، (۳) $Q = +۲۰۰J$)

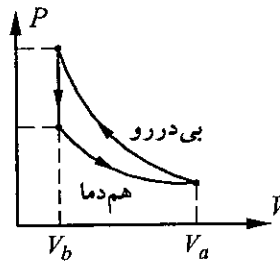
۳۶. راهنمایی قسمت‌های (۱) و (۲). از معادله‌ی حالت گاز کامل در فشار ثابت $(\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲})$، در حجم ثابت $(\frac{P_۱}{T_۱} = \frac{P_۲}{T_۲})$ و در دمای ثابت $(P_۱V_۱ = P_۲V_۲)$ استفاده کنید. **راهنمایی قسمت (۳).** توجه کنید که برای فرآیند هم دما، دما و در نتیجه انرژی درونی گاز کامل ثابت است.
(جواب : (۱) و (۲) به شکل‌های زیر توجه کنید. (۳) $\Delta U = ۰$)

۳۷. راهنمایی قسمت (۱). در طی فرآیندی که سریعاً انجام می‌شود، گاز فرصت تبادل گرمایی ندارد. بنابراین این فرآیند را می‌توانید با تقریب خوبی، بی‌دررو فرض کنید. **راهنمایی قسمت (۲).** کل گرمایی را که گاز طی یک چرخه از دست می‌دهد، مخلوط آب و یخ دریافت می‌کند.
(جواب : (۱) به شکل‌های زیر توجه کنید. (۲) $W = -Q = ۱۷kJ$)

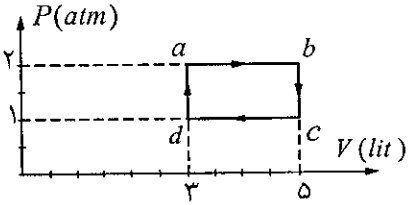




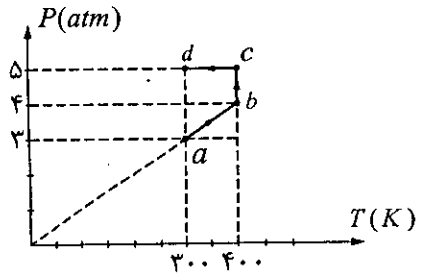
(شکل‌های مسأله‌ی ۳۴)

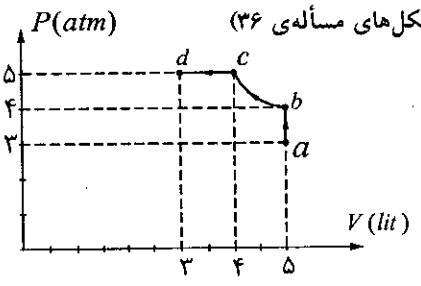


(شکل مسأله‌ی ۳۷)



(شکل مسأله‌ی ۳۵)





(شکل‌های مسأله‌ی ۳۶)

۳۸. **راهنمایی قسمت (۱)**. ابتدا تبادل گرمایی را در هر فرآیند محاسبه کنید و سپس به سراغ محاسبه‌ی کار در فرآیندها بروید. **راهنمایی قسمت (۲)**. برای حجم گاز در حالت a از معادله‌ی حالت گاز کامل ($PV = nRT$) و برای حجم گاز در حالت c و فشار گاز در حالت b از معادله‌ی حالت گاز کامل در فشار ثابت ($\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$) و در حجم ثابت ($\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$) استفاده کنید.

(جواب : (۱) $W_{ab} = ۰J$ ، $\Delta U_{ab} = Q_{ab} = ۴۵۰R = ۳۷۳۵J$

$W_{ca} = ۱۵۵R = ۱۲۸۶/۵J$ ، $Q_{ca} = -۳۸۷/۵R = -۳۲۱۶/۲۵J$ ،

$Q_{bc} = ۰J$ ، $\Delta U_{ca} = -۲۳۲/۵R = -۱۹۲۹/۷۵J$ ،

$\Delta U_{bc} = W_{bc} = -۲۱۷/۵R = -۱۸۰۵/۲۵J$ و برای کل چرخه داریم $\Delta U = ۰J$ ،

$W = -Q = -۶۲/۵R = -۵۱۸/۷۵J$ (۲) ، $V_a = ۲۴/۹lit$ ، $V_c = ۳۷/۷۶۵lit$ و $P_b = ۲atm$

۳۹. مشابه مثال۱۱ عمل کنید و یا فرآیندهای هم دمایی را که از حالت‌های A ، B و C می‌گذرند رسم کنید (به نتیجه‌ی مثال۱-۷ کتاب درسی توجه کنید) و با توجه به نتیجه‌ی به دست آمده از تمرین ۱-۳ کتاب درسی به جواب مسأله برسید. (جواب : $T_A > T_B > T_C$)

۴۰. به راهنمایی مسأله‌ی قبل توجه کنید. (جواب : $T_B < T_A < T_D < T_C$)

۴۱. **راهنمایی قسمت (۱)**. به مثال۱۲ و مثال۱-۷ کتاب درسی توجه کنید. **راهنمایی قسمت (۲)**. از نتیجه‌ی مثال۱۰ و مسأله‌ی ۱۸ استفاده کنید و توجه کنید که کار انجام شده روی گاز در هر نسه فرآیند منفی است. **راهنمایی قسمت (۳)**. به علامت ΔU در سه فرآیند توجه کنید. (جواب : (۱) $|W|_{\text{بی دررو}} > |W|_{\text{هم دما}} > |W|_{\text{هم فشار}}$ و به عبارت دیگر $W_{\text{بی‌دررو}} > W_{\text{هم دما}} > W_{\text{هم فشار}}$ ، (۲) $Q_{\text{بی‌دررو}} < Q_{\text{هم دما}} < Q_{\text{هم فشار}}$ ، (۳) $\Delta U_{\text{هم دما}} = ۰$ و $\Delta U_{\text{بی‌دررو}} < ۰$ و $\Delta U_{\text{هم فشار}} > ۰$ و یا به عبارت دیگر $\Delta U_{\text{بی‌دررو}} < \Delta U_{\text{هم دما}} < \Delta U_{\text{هم فشار}}$.)

۴۲. ابتدا نشان دهید $T_1 = T_2$. حال نمودار هم دمایی که از دو حالت ۱ و ۲ می‌گذرد و نیز نمودارهای هم دمایی را که فرآیند رسم شده در شکل مسأله را قطع می‌کنند، رسم کنید و با توجه به نتیجه‌ای که از تمرین۱-۳ کتاب درسی حاصل می‌شود، به جواب مسأله برسید.

(جواب : ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.)

۴۳. توجه کنید که نمودار فرآیند در دستگاه $P-V$ یک خط راست است. معادله‌ی این خط را به دست آورده و با استفاده از معادله‌ی حالت گاز کامل نشان دهید که نمودار فرآیند در دستگاه $T-P$ (و همچنین در دستگاه $T-V$) یک سهمی است. سپس با استفاده از خواص مربوط

به سهمی به جواب مسأله برسید. مسأله روش حل دیگری نیز با استفاده از مطالبی که در بحث «کاربرد مشتق» در درس حسابان فرا می‌گیرید، دارد.

(جواب : (۱) $V=\frac{۳V_۱}{۲}$ و $P=\frac{۳P_۱}{۴}$ ، (۲) $T_{\max}=\frac{۹}{۸}\times\frac{P_۱V_۱}{nR}=\frac{۹}{۸}T_۱=\frac{۹}{۸}T_۲$)

۴۴. از نتایج به دست آمده در مسأله‌ی ۱۸ و مثال۶ استفاده کنید. توجه کنید که برای حل این مسأله به مطالبی از ریاضیات احتیاج دارید که در اواخر فصل هفتم کتاب حسابان آنها را خواهید آموخت.

جواب : در فرآیند هم‌دما، تغییرات انرژی درونی دستگاه صفر است. پس داریم :

$$\Delta U=Q+W=۰\Rightarrow Q=-W$$

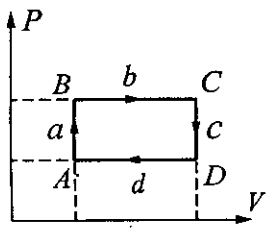
$$W=-\int_{V_i}^{V_f}P\,dV=-\int_{V_i}^{V_f}\frac{nRT}{V}dV=-nRT\int_{V_i}^{V_f}\frac{dV}{V}=-nRT(\ln V_f-\ln V_i)$$

$$\Rightarrow W=-nRT\ln\frac{V_f}{V_i}\xrightarrow{Q=-W}Q=nRT\ln\frac{V_f}{V_i}$$

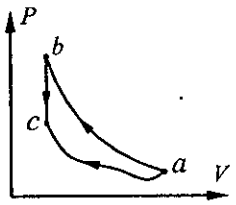
۴۵. توجه کنید که در فرآیند بی‌دررو داریم $Q=۰$ و در نتیجه $W=\Delta U$ حال مطابق شکل زیر، علاوه بر فرآیند بی‌دررو (ac)، فرآیند هم دمای ab و فرآیند هم حجم bc، را در نظر بگیرید و از نتیجه‌ی قسمت (۳) مسأله‌ی ۲۸ و خواص مربوط به فرآیندهای هم دما و هم حجم استفاده کنید.

۴۶. مطابق شکل زیر علاوه بر فرآیند آرمانی دلخواه (ac) ، فرآیند هم دمای ab و فرآیند هم حجم bc را در نظر بگیرید و از نتیجه‌ی قسمت (۳) مسأله ۲۸ و خواص مربوط به فرآیندهای هم دما و هم حجم استفاده کنید.

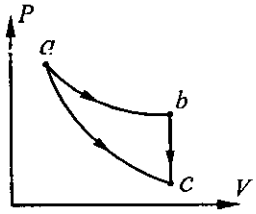
۴۷. **راهنمایی قسمت (۲).** مشابه مثال۵ عمل کنید. **راهنمایی قسمت‌های (۳) و (۴).** مشابه مثال۹ عمل کنید. (جواب : (۱) به شکل زیر توجه کنید، $T_A=T_۰$ ، $T_B=۲T_۰$ ، $T_C=۴T_۰$ ، $T_D=۲T_۰$ ، (۲) $W_a=۰$ ، $Q_a=۱/۵P_۰V_۰$ ، $W_b=-۲P_۰V_۰$ ، $Q_b=۵P_۰V_۰$ ، $W_c=۰$ ، $Q_c=-۳P_۰V_۰$ ، $(Q_d=-۲/۵P_۰V_۰$ ، $W_d=P_۰V_۰$ ، (۳) $\eta=\frac{۲}{۱۳}\approx ۱۵/۴\%$ ، (۴) $K=۵/۵$)



(شکل مسأله‌ی ۴۷)



(شکل مسأله‌ی ۴۶)



(شکل مسأله‌ی ۴۵)

۴۸. توجه کنید که در چرخه‌ی مطرح شده در مسأله‌ی ۳۸ داریم $Q_{ab}>۰$ ، $Q_{ca}<۰$ و $W<۰$ و

در چرخه‌ی معکوس داریم $Q_{ba}<۰$ ، $Q_{ac}>۰$ و $W>۰$.

(جواب : $\eta=\frac{۶۲/۵R}{۴۵۰R}=۱۳/۹\%$ و $K=\frac{۳۸۷/۵R}{۶۲/۵R}=۶/۲$)

۴۹. راهنمایی قسمت (۱). مشابه کاری که در قسمت (۲) مثال۸ برای فرآیندهای bc و ab انجام شده است، عمل کنید. **راهنمایی قسمت(۲)**. برای محاسبه‌ی کل کار انجام شده روی گاز در چرخه از این مطلب استفاده کنید که تغییرات انرژی درونی گاز در کل چرخه و تبادل گرمایی گاز در فرآیندهای بی‌دررو صفر است. **راهنمایی قسمت (۳)**. مشابه قسمت‌های (۳) و (۴) مثال۹، با توجه به علامت تبادل گرمایی گاز در فرآیندهای هم‌فشار و هم‌حجم در هر یک از چرخه‌ها، Q_C و Q_H مربوط به هر چرخه را تعیین کنید. (جواب : (۱) $Q_{\text{همفشار}}=+۱۵۰۰J$ ، $Q_{\text{همحجم}}=-۳۸۰۰J$ ،

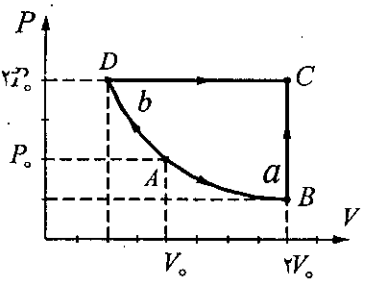
(۲) $W_{\text{همفشار}}=-۵۰۰J$ ، $W_{\text{کل}}=۲۳۰۰J$ ، (۳) $K=\frac{۱۵}{۲۳}$ ، $\eta=\frac{۲۳}{۳۸}$)

۵۰. راهنمایی قسمت (۱). برای فرآیند bc، مشابه فرآیند ab در مثال۸ عمل کنید. برای فرآیند ca از نتیجه‌ی مسأله‌ی ۴۴ استفاده کنید. توجه کنید که در فرآیند هم‌دما، دمای گاز و در نتیجه انرژی درونی آن ثابت است. برای فرآیند ab یا از نتیجه‌ی به دست آمده در مسأله‌ی ۴۵ استفاده کنید و یا از صفر بودن تغییر انرژی درونی ($\Delta U=Q+W$) در کل چرخه استفاده کنید. **راهنمایی قسمت (۲)**. مشابه قسمت دوم مثال۹ عمل کنید و توجه کنید که $Q_{ab}=۰$ ، $Q_{bc}<۰$ و $Q_{ca}>۰$.

(جواب : (۱) $W_{bc}=۰$ و $\Delta U_{bc}=Q_{bc}=-۳۰۰J$ ، $\Delta U_{ca}=۰$ و $Q_{ca}=-W_{ca}=۲۱۰J$

(۲) $Q_{ab}=۰$ ، $\Delta U_{ab}=W_{ab}=۳۰۰J$ ، $K=\frac{۷}{۳}$ ، (۳) $\eta=۳۰\%$)

۵۱. راهنمایی قسمت (۲). دما، فشار و حجم گاز را در انتهای هر فرآیند بر حسب مقادیر اولیه‌ی دما، فشار و حجم به دست آورید و از نتیجه‌ی مسأله‌ی ۴۴ استفاده کنید. **راهنمایی قسمت‌های (۳) و (۴)**. در هر فرآیند توجه کنید که گاز گرما می‌گیرد ($Q>۰$) یا گرما از دست می‌دهد ($Q<۰$).



(جواب : (۲) $\Delta U_{AD}=۰$

و $W_{DC}=-۳P_۰V_۰$ ، $Q_{AD}=-W_{AD}=-P_۰V_۰\ln ۲$

، $\Delta U_{DC}=۴/۵P_۰V_۰$ و $Q_{DC}=۷/۵P_۰V_۰$

، $Q_{AB}=-W_{AB}=P_۰V_۰\ln ۲$ و $\Delta U_{AB}=۰$

، $\Delta U_{BC}=Q_{BC}=۴/۵P_۰V_۰$ و $W_{BC}=۰$

$K=\frac{۴/۵+۲\ln ۲}{۳-۲\ln ۲}\approx ۳/۷$ (۴) ، $\eta=\frac{۳-۲\ln ۲}{۷/۵}\approx ۲۱/۵\%$ (۳)

۵۲. رابطه‌ی بین کمیت‌های چرخه‌ی یخچال (Q_H ، W و Q_C) و کمیت‌های چرخه‌ی ماشین گرمایی (Q'_H ، W' و Q'_C) را به دست آورید. (جواب : $\eta = \frac{1}{1+K}$)

۵۳. مشابه مثال۱۴ عمل کنید. (جواب : (۱) $0/1g$ ، (۲) $70kJ$)

۵۴. به مثال۱۵ توجه کنید و گرمای تلف شده در موتور کمپرسور را نیز در نظر بگیرید.
(جواب : (۱) $474kJ$ ، (۲) ۳۰ ثانیه)

۵۵. مشابه مثال۱۶ عمل کنید.

۵۶. توجه کنید که در یخچال $|Q_H| = Q_C + W$ است. (جواب : افزایش می‌یابد (۳).)

۵۷. می‌توانید در مورد دستگاهی متشکل از هر دو وسیله‌ای که در این فصل به مطالعه‌ی عملکرد آن‌ها پرداخته‌اید، فکر کنید. در مورد اجزایی که یک یخچال نفتی باید داشته باشد و نیز در مورد نحوه‌ی قرار گرفتن این اجزاء در کنار هم فکر کنید. درستی و نادرستی نتایج تفکرات خودتان را با پرس و جو از کهنسالانی که خود از یخچال نفتی استفاده کرده‌اند، بیازمایید.

۵۸. (۱) کاهش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد. / ۵۹. $T_C = 300K$ ، $T_H = 400K$ / ۶۰. $500K$

۶۱. ۷۰ درصد

۶۲. بازده ماشین گرمایی را به دست آورید و با بازده ماشین کارنویی که بین همین دو چشمه‌ی گرمایی کار می‌کند، مقایسه کنید. (جواب : $\eta = 88\%$ ، $\eta_{\text{کارنو}} = 80\%$، خیر، قابل قبول نیست.)

۶۳. (۱) $T_H = 500K$ ، $T_C = 200K$ ، (۲) $Q_C = -4kJ$

۶۴. **راهنمایی قسمت (۱)**. از رابطه‌ی $\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$ استفاده کنید و توجه کنید که $Q_H = Q_{BC} > 0$ و $Q_C = Q_{AB} < 0$. **راهنمایی قسمت (۲)**. توجه کنید که $T_B < T_A < T_C$ و $\eta < \eta_{\max} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$. (جواب : (۱) $\eta = 1 - \frac{5(T_A - T_B)}{3(T_C - T_B)}$)

۶۵. **راهنمایی۱ قسمت (۱)**. توجه کنید که فرآیندهای ab و cd هم‌دما و فرآیندهای bc و da بی‌دررو هستند. **راهنمایی۲ قسمت (۱)**. در فرآیند هم‌دما تغییرات انرژی درونی و در فرآیند بی‌دررو تبادل گرمایی دستگاه صفر است. **راهنمایی۱ قسمت (۲)**. بازده ماشین گرمایی که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند از هر دو رابطه‌ی $\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$ و $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$ به دست می‌آید. **راهنمایی۲ قسمت (۲)**. از رابطه‌ی ارائه شده در مسأله‌ی ۴۴ برای به دست آوردن $|Q_C|$ و Q_H استفاده کنید.

فصل دوم : الکتریسیته‌ی ساکن

۱. اولاً دو بار غیر همنام با بزرگی‌های یکسان همدیگر را می‌ربایند و ثانیاً به ذره‌ی خنثی از طرف بار الکتریکی نیرویی وارد نمی‌شود.

۲. $F = ۹۰\,N$ ، $F' = \frac{۱}{۱۲}F$ ، ۳. $q = ۱۰۰\,\mu C$ / $F' = ۷/۵\,N$ و

۴. $q = ۲۲۴\,nC$ و $m_۲ = ۴/۹\times ۱۰^{-۶}\,kg$

۵. (۱) $q = \sqrt{\frac{G}{k}m_E m_M}$ که m_E جرم کره‌ی زمین ، m_M جرم کره‌ی ماه ، G ثابت جهانی گرانش نیوتن، k ثابت قانون کولن هستند. (۲) نیروهایی گرانشی و الکتریکی هر دو با عکس مجذور فاصله متناسب‌اند.

۶. $Q = \pm\sqrt{۲}\,q$ / ۷. $۳۰\,\mu C$ و $۲۰\,\mu C$ ۸. $q_۲ = -۱\mu C$ و $q_۱ = ۳\,\mu C$

۹. با استفاده از اتحادهای اول و دوم نشان دهید وقتی جمع دو عدد مثبت، مقدار ثابتی است، حاصل ضرب آن‌ها وقتی بیشینه مقدار است که با هم برابرند. (جواب : $Q = ۲q$)

۱۰. در فاصله‌ی $۲۰\,cm$ از بار $q_۱$ ، روی خط واصل بارها و خارج از فاصله‌ی بارها، سمت بار $q_۱$.

۱۱. $q_۲ = -\frac{۱}{۴}q_۱$ / ۱۲. به اندازه‌ی $\frac{l}{۳}$ از بار q و مقدار آن $q_۳ = -\frac{۴}{۹}q$ / ۱۳. $\frac{Q}{q} = \frac{۸}{۵}$

۱۴. $F = ۱۰۰\,N$ / ۱۵. $q_۱ = +۱۲\sqrt{۲}\,\mu C$ / ۱۶. امکان پذیر نمی‌باشد.

۱۷. ابتدا استدلال کنید که بارهای q و Q باید غیر همنام باشند.

(جواب : (۱) $Q = -۲\sqrt{۲}q$ ، (۲) خیر)

۱۸. $R = ۶۰۰(\sqrt{۲+\sqrt{۲}})\,N$ / ۱۹. $۱۴/۴\sqrt{۳}\,N$ در راستای ارتفاع و به طرف خارج مثلث

۲۰. مقدار آن $\frac{kQq}{a^۲}$ و جهت آن موازی خط واصل Q و $-Q$ و به طرف راست می‌باشد.

۲۱. $F = ۳/۶\times ۱۰^{-۲}\sqrt{۲۱+۲\sqrt{۱۰}}\,N$

۲۲. (۱) $Q_۱$ و $Q_۲$ هم علامت و با q مختلف الغلامه‌اند. (۲) $\frac{Q_۱}{Q_۲} = \tan\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۲۳. $\alpha = ۱۵^\circ$ و $\frac{Q}{q} = (\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲})^۳$ یا $\alpha = ۷۵^\circ$ و $\frac{Q}{q} = (\frac{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}}{۲})^۳$

۲۴. $q = ۲l\sin\theta\sqrt{\frac{mg}{k}\tan\theta}$

۲۵. نسبتهای مثلثاتی زاویه‌ی بین هر نخ و راستای قائم را با دانسته‌های ریاضی خود به دست آورید و توجه کنید که اگر برآیند سه بردار صفر باشد، آن سه بردار در یک صفحه‌اند.

۲۶. $F = ۴۵\sqrt{۵}N$ و با محور x زاویه‌ی $\theta = Arc\tan ۰/۵$ (به سمت پایین) می‌سازد.

۲۷. $F = ۶\times ۱۰^{-۲}\sqrt{۲+\sqrt{۲}}\ N$ و با محور x زاویه‌ی $\theta = Arc\tan(\sqrt{۲}+۱)$ (به سمت پایین) می‌سازد.

۲۸. (۱) $F = ۱۰/۸\ N$ ، (۲) $x = -۱۴\ , y = -۲۱$

۲۹. در حالتی که مولد میدان الکتریکی یک بار نقطه‌ای است، ثابت کنید و سپس تعمیم دهید.

۳۰. توجه کنید که شدت میدان الکتریکی در هر نقطه، برداری است که مماس بر خط میدانی که از این نقطه می‌گذرد، است. حال اگر دو خط میدان در نقطه‌ای یکدیگر را قطع کنند، در آن نقطه دو راستا برای شدت میدان الکتریکی خواهیم داشت (چرا؟) در حالی که با توجه به تعریف $(\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q})$، شدت میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا تک‌مقداری است (چرا؟).

۳۱. (۱) $F = ۶/۴N$ ، (۲) $۲\times ۱۰^{۵}\frac{N}{C}$ ، (۳) $۳/۲\times ۱۰^{۶}\frac{N}{C}$ ، (۴) $۱/۳۶\times ۱۰^{۷}\frac{N}{C}$

۳۲. $d = ۶۰cm$ / ۳۳. $E = ۷\times ۱۰^{۵}\frac{N}{C}$ و جهت آن به طرف بار $-۵\mu C$ می‌باشد.

۳۴. $q = +\frac{۲}{۳}\times ۱۰^{-۴}\ C$ / ۳۵. مشابه مثال۱۳ عمل کنید. (جواب : $q = -۲۰۰\mu C$)

۳۶. $E = ۰/۶\sqrt{۳}\times ۱۰^{۵}\ N/C$ / ۳۷. دو بار همنام هستند.

۳۸. در ۱۲ سانتی متری بار $q_۱$ و ۲۴ سانتی متری بار $q_۲$

۳۹. به فاصله‌ی $۱۲/۵\,cm$ از بار $q_۱ = +۰/۲q$ ، روی خط واصل و خارج از فاصله‌ی دو بار

۴۰. (۱) $۱۰^{۷}N/C$ ، (۲) ۹ سانتی‌متر از نقطه‌ی A و ۱۵ سانتی‌متر از مکان بار $q_۱$.

۴۱. $E = ۱۰۰\ N/C$ / ۴۲. دو بار همنام هستند و $q_۱ = ۱/۵q_۲$.

۴۳. نقطه‌ی مورد نظر اگر هر دو بار مثبت باشند، سمت راست نقطه‌ی M و اگر هر دو بار منفی باشند، سمت چپ نقطه‌ی M قرار دارد.

۴۴. $q_A = ۲q_B$ / ۴۵. $۲/۵\times ۱۰^{۸}\ N/C$ و $۱۳/۵\times ۱۰^{۸}\ N/C$ / ۴۶. $q = -۲۵\times ۱۰^{-۹}C$

۴۷. (۱) $۳/۶\sqrt{۲}\ N$ ، (۲) $۳/۶\times ۱۰^{۶}N/C$ / ۴۸. $E = ۱۰^{۶}N/C$ و $F = ۵\ N$

۴۹. $E_T = 9\sqrt{2}\times 10^{6}\ \frac{N}{C}$ / ۵۰. $E = 2\times 10^{5}\ \frac{N}{C}$ که با محور xها زاویه‌ی ۱۴۳ درجه می‌سازد.

۵۱. $4\sqrt{2}\times 10^{5}\ N/C$ / ۵۲. $1/44\times 10^{6}\ N/C$ و $0/72\sqrt{2}\times 10^{6}\ N/C$

۵۳. $E = \sqrt{39}\times 10^{5}\ N/C$ / ۵۴. $E = 9\times 10^{3}\ N/C$ و $F = 18\times 10^{-3}\ N$

۵۵. (۱) $E_A = 10^{8}\ N/C$ ، (۲) خیر، راستای میدان الکتریکی بار الکتریکی که در نقطه‌ی C قرار می‌گیرد ($\overrightarrow{E_C}$) در راستای قطر مربع است در حالی که برآیند میدان الکتریکی بار q_B ($\overrightarrow{E_B}$) و میدان الکتریکی بار q_D ($\overrightarrow{E_D}$) در راستای قطر مربع نیست. بنابراین برآیند $\overrightarrow{E_C}$ با $\overrightarrow{E_B}+\overrightarrow{E_D}$ نمی‌تواند صفر باشد.

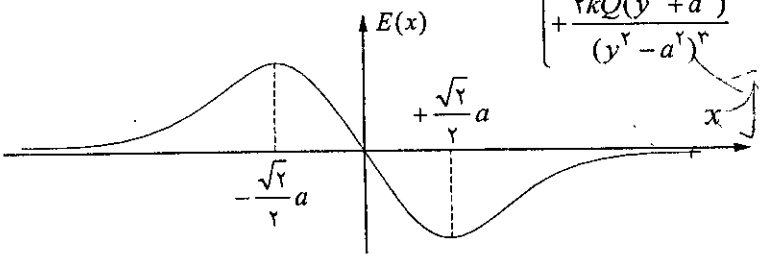
۵۶. (۱) $F_T = 9000\sqrt{3}\ N$ ، (۲) صفر ، (۳) $E = 1/2\times 10^{8}\ N/C$ / ۵۷. $E = 2\times 10^{5}\ N/C$

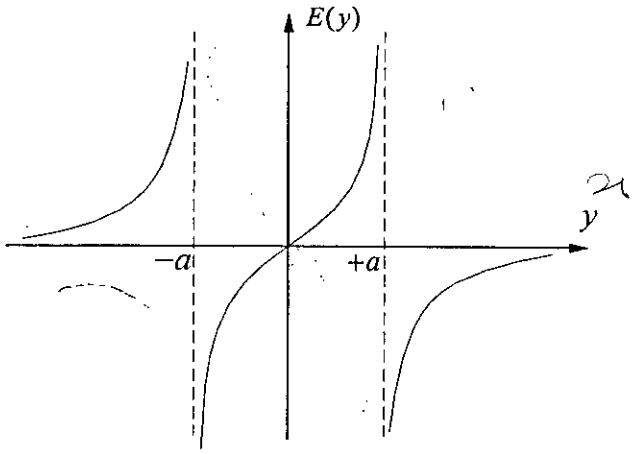
۵۸. مؤلفه‌های عمودی میدان‌های حاصل از دو بار در نقطه‌ی A باید یکدیگر را خنثی کنند.

۵۹. **راهنمایی ۱ قسمت (۱)**. خواسته‌ی مسأله وقتی تأمین می‌شود که میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 ، q_3 و q_4 در محل بار q_2 صفر شود. **راهنمایی ۲ قسمت (۱)**. بردار $\overrightarrow{E_4}$ (میدان الکتریکی ناشی از بار q_4 در محل بار q_2) را در راستاهای طول و عرض مستطیل تجزیه کنید. **راهنمایی ۱ قسمت (۲)**. خواسته‌ی مسأله وقتی تأمین می‌شود که میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 ، q_3 و q_4 در محل بار q_2 و نیز میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 ، q_2 و q_3 در محل بار q_4 صفر شوند. **راهنمایی ۲ قسمت (۲)**. نشان دهید که اگر بخواهیم خواسته‌ی مسأله تأمین شود، نسبت بار q_3 به بار q_1 هم باید با مقدار $(\frac{a}{b})^{3}$ برابر باشد و هم با مقدار $(\frac{b}{a})^{3}$ و چون $b \neq a$ ، چنین چیزی ممکن نیست. (جواب : (۱) $q_1 = -1/28\ \mu C$ و $q_3 = -0/54\ \mu C$)

۶۰. (۱)
$$E(y) = \begin{cases} -\dfrac{2kQ(y^2+a^2)}{(y^2-a^2)^2} & y > +a \\ \dfrac{4kQay}{(y^2-a^2)^2} & -a < y < +a \\ +\dfrac{2kQ(y^2+a^2)}{(y^2-a^2)^3} & y < -a \end{cases}$$

(۲) $E(x) = \dfrac{-2kQx}{\sqrt{(x^2+a^2)^3}}$





۶۱. $E(x)=۹\times۱۰^{۳}\times\begin{cases}\frac{۱}{x^{۲}}+\frac{۳}{(x-۰/۱)^{۲}} & x>۰/۱m\\ \frac{۱}{x^{۲}}-\frac{۳}{(x-۰/۱)^{۲}} & ۰<x<۰/۱m\\ -\frac{۱}{x^{۲}}-\frac{۳}{(x-۰/۱)^{۲}} & x<۰\end{cases}$ ۶۲. ۱/۵ ۶۳. ۱

۶۴. حجم قطره‌ی تشکیل شده برابر مجموع حجم قطره‌های اولیه است. (جواب : $۳\sqrt[۳]{۲}$)

۶۵. **راهنمایی قسمت (۱)**. به این نتیجه برسید که لازم است نشان دهید برای هر دو عدد مثبت مثل a و b داریم $۳(a^{۲}+b^{۲})>۲ab$ و این نامساوی را از مثبت بودن عبارت $(a-b)^{۲}$ نتیجه بگیرید. **راهنمایی۱ قسمت (۲)**. از مطالبی که در مبحث "کاربرد مشتق" در درس حسابان می‌خوانید استفاده کنید. **راهنمایی۲ قسمت (۲)**. نسبت چگالی سطحی بار الکتریکی قطره‌ی تشکیل شده به چگالی سطحی بار الکتریکی هر یک از قطره‌های اولیه ($\frac{\sigma'}{\sigma}$) را به صورت تابعی از نسبت شعاع قطره‌ی بزرگتر به شعاع قطره‌ی کوچکتر به دست آورید و نشان دهید تابع به دست آمده اکیداً نزولی است و نتیجه بگیرید که بیشینه مقدار این تابع مربوط به حالتی است که شعاع دو قطره‌ی اولیه یکسان باشد. (جواب : (۳) $\frac{۵}{۳\sqrt[۳]{۳}}$)

۶۶. ۳۷/۵ درصد

۶۷. **راهنمایی۱**. از پایستگی بار الکتریکی کمک بگیرید. **راهنمایی۲**. سعی کنید نسبت بار کره‌ی بزرگتر بعد از انتقال بار به بار همان کره قبل از انتقال بار را به دست آورید و از آن‌جا به جواب مسأله برسید. (جواب : ۱۵ درصد)

۶۸. نقاط A ، B و C هم پتانسیل هستند. / ۶۹. $V = ۴\times۱۰^{۵}\ V$ / ۷۰. $F = ۰/۵\times۱۰^{-۲}\ N$

۷۱. $q = -۴\ \mu C$ / ۷۲. $W = -۱/۲J$ / ۷۳. ۱۰ میلی‌ژول

۷۴. **راهنمایی قسمت (۱)**. با استفاده از قانون دوم نیوتن، راستا، سو و بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر گلوله را مشخص کنید و با استفاده از تعریف میدان الکتریکی، راستا، سو و بزرگی میدان الکتریکی را تعیین کنید. **راهنمایی قسمت (۲)**. از رابطه‌ی مکان - زمان حرکت شتاب ثابت، جابه‌جایی گلوله در مدت دو ثانیه را به دست آورید. از نتایج به دست آمده در مثال‌های ۱۶ و ۱۷ استفاده کنید و تغییرات پتانسیل و تغییرات انرژی پتانسیل را محاسبه کنید. **راهنمایی قسمت (۳)**. علاوه بر راهنمایی‌های بیان شده برای قسمت‌های قبل، به این مطلب توجه کنید که شتاب حرکت گلوله کمتر از شتاب گرانش زمین است و در نتیجه بزرگی برآیند نیروهای وارد بر گلوله کوچکتر از وزن گلوله است. **راهنمایی قسمت (۴)**. علاوه بر راهنمایی‌های بیان شده برای قسمت‌های (۱) و (۲)، به این مطلب توجه کنید که شتاب حرکت گلوله بیشتر از شتاب گرانش زمین است و در نتیجه بزرگی برآیند نیروهای وارد بر گلوله بزرگتر از وزن گلوله است. (جواب : (۱) در راستای قائم و به طرف پایین، $E = ۲۴۰۰N/C$ ، (۲) ۴۸ میلی ژول کاهش می‌یابد. (۳) در راستای قائم و به طرف پایین، $E = ۱۶۰۰N/C$ ، ۳۲ میلی ژول افزایش می‌یابد. (۴) در راستای قائم و به طرف بالا، $E = ۴۰۰N/C$ ، ۴۸ میلی ژول کاهش می‌یابد.)

۷۵. (۱) ۴۰ ژول ، (۲) $۲\sqrt{۵}$ متر بر ثانیه

۷۶. **راهنمایی قسمت (۱)**. از پایستگی انرژی مکانیکی و نتیجه‌های به دست آمده در مثال‌های ۱۶ و ۱۷ استفاده کنید.

(جواب : (۱) $E = \frac{mg}{q}\times\frac{۱-\cos\theta}{\sin\theta} = ۲۵۰۰\frac{N}{C}$ ، (۲) $\tan\alpha = \frac{Eq}{mg} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \alpha = \frac{\theta}{۲} \approx ۲۶/۵^{\circ}$)

۷۷. **راهنمایی**. برای حل قسمت‌های ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ و ۵ مشابه مثال‌های ۱۸ و ۱۹ عمل کنید و برای حل قسمت ۶ اول استدلال کنید جایی که برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است، سرعت جسم بیشینه است. سپس پیدا کنید که کجا این اتفاق می‌افتد و بعد از آن با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با روشی مشابه مثال‌های ۱۸ و ۱۹ بیشینه سرعت جسم را به دست آورید. (جواب : (۱) مثبت ، (۲) ۲۸۰- کیلوولت ، (۳) ۷۰ میلی‌ژول ، (۴) ۷۰- میلی‌ژول ، (۵) ۰/۲۵ میکروکولن ، (۶) تقریباً ۱/۷۲ متر بر ثانیه ، $Arc\tan\frac{۱}{۷} \approx ۸/۱^{\circ}$ بعد از پایین‌ترین نقطه‌ی حرکت)

۷۸. (۱) در خلاف جهت محور x ، میدان حاصل از بار مثبت قوی‌تر است. (۲) موازی و هم جهت محور x ، (۳) A ، با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی دوقطبی الکتریکی -که در کتاب درسی رسم شده است- خطوط میدان در نقاط نزدیک به بارها چگال‌تر هستند. در واقع با دور شدن از بار $q+$ و نزدیک شدن به مبدأ مختصات، میدان حاصل از بار $q+$ کاهش می‌یابد و میدان حاصل از بار $q-$ افزایش می‌یابد ولی کاهش میدان الکتریکی بار $q+$ از افزایش میدان الکتریکی بار $q-$ بیش‌تر است. (۴) D ، هم هر یک از میدان‌ها کاهش می‌یابند و هم زاویه‌ی آن‌ها با محور x افزایش می‌یابد (یعنی مؤلفه‌ی افقی آن‌ها کاهش می‌یابد). (۵) E ، با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی دوقطبی الکتریکی -که در کتاب درسی رسم شده است- خطوط میدان در نقاط نزدیک به بارها چگال‌تر هستند. در واقع با دور شدن از بار $q+$ ، میدان حاصل از بار $q+$ و میدان حاصل از بار $q-$ هر دو کاهش می‌یابند ولی کاهش میدان الکتریکی بار $q+$ از کاهش میدان الکتریکی بار $q-$ بیش‌تر است. (۶) اولاً برای نقاط غیر واقع بر خط واصل دو بار، میدان‌های حاصل از دو بار، هم راستا نمی‌باشند و در نتیجه برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود. ثانیاً برای نقاط بین دو بار و واقع بر خط واصل آن‌ها میدان‌های حاصل از دو بار، هم راستا و هم جهت می‌باشند و در نتیجه برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود و ثالثاً برای نقاط خارج دو بار و واقع بر خط واصل آن‌ها، با وجود این که میدان‌های حاصل از دو بار، هم راستا و غیر هم جهت هستند ولی اندازه‌های آنها در هیچ نقطه‌ای برابر نمی‌باشد و در نتیجه برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود. (۷) E ، با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد (مثال۱۶). (۸) برابرانند. خطوط میدان الکتریکی بر محور y عمود هستند و اگر عمود بر خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم پتانسیل الکتریکی تغییر نمی‌کند (مثال۱۷). (۹) و (۱۰) به نمودارهای رسم شده در پاسخ مسأله‌ی ۶۰ نگاه کنید، ایده بگیرید و نمودارهای خواسته شده را رسم کنید.

۷۹. (۱) هم راستا و هم جهت محور xها. در نقطه‌ی A میدان حاصل از بار سمت چپ از میدان حاصل از بار سمت راست بزرگتر است. (۲) A ، با توجه به شکل خطوط میدان الکتریکی دو بار الکتریکی مثبت و یکسان -که در کتاب درسی رسم شده است- خطوط میدان در نقاط نزدیک به بارها چگالتر است. (۳) C ، توجه کنید که جهت میدان الکتریکی در قسمت مثبت محور y ، هم‌جهت محور y است (به سمت بالا) و با استفاده نتیجه‌ی قسمت (۱) مثال۱۷ به جواب برسید. (۴) $۲۸۸\times۱۰^{۵}\frac{N}{C}$ ، هم جهت محور y ، (۵) از نتیجه‌ی قسمت (۱) مثال۱۷ استفاده کنید. (۶) به

نمودارهای رسم شده در پاسخ مسأله‌ی ۶۰ نگاه کنید، ایده بگیرید و نمودار خواسته شده را رسم کنید.

۸۰. بار الکتریکی اجسام در تماس با ذرات آب موجود در هوای مرطوب کاهش می‌یابد و نتایج مورد انتظار ظاهر نمی‌شوند.

۸۱. با توجه به توضیحات بخش ۲-۷ کتاب درسی (فیزیک۳ و آزمایشگاه) پدیده‌ی مذکور در سؤال را توجیه کنید.

۸۲. (۱) در اثر مالش به وجود آمده بین کف پا و جوراب (یا موکت)، کف پا دارای بار الکتریکی می‌شود. از آنجا که بدن انسان رسانای الکتریکی است، بار به وجود آمده در کف پا در کل سطح بدن پخش می‌شود و . . . . ، (۲) با پوشیدن دمپایی، مالش بین کف دمپایی و موکت انجام می‌شود و بار به‌وجود آمده به بدن منتقل نمی‌شود (دمپایی نارسانا است).

۸۳. میدانی که از بارهای توزیع شده‌ی روی میله‌ی فلزی ایجاد می‌شود، به الکترونهای آزاد میله‌ی رسانا نیرویی وارد می‌کند که در خلاف جهت نیرویی که میدان میله‌ی شیشه‌ای باردار به الکترونهای آزاد اعمال می‌کند، است. با افزایش بارهای توزیع شده روی میله‌ی فلزی، نیرویی که میدان حاصل از این توزیع بار به الکترونهای آزاد اعمال می‌کند بیشتر شده و پس از مدتی با نیرویی که میدان حاصل از میله‌ی شیشه‌ای باردار به الکترونهای آزاد وارد می‌کند، برابر می‌شود و حرکت الکترونهای آزاد متوقف می‌شود.

۸۴. با توجه به توضیحات مبحث "بررسی میکروسکوپیک نقش دی الکتریک" در صفحه‌های ۸۶ ، ۸۷ و ۸۸ کتاب درسی (فیزیک۳ و آزمایشگاه) سعی کنید از قطبیده شدن اتمهای خرده‌های چوب پنبه، پدیده‌ی مذکور در سؤال را توجیه کنید.

۸۵. (۱) در حالی که کره‌ها با هم در تماس هستند، میله‌ی باردار را به یکی از آنها نزدیک می‌کنیم و در همین حال کره‌ها را از هم جدا می‌کنیم. (۲) با توجه به قانون پایستگی بار الکتریکی یکسان بودن اندازه‌ی کره‌ها لازم نیست.

۸۶. (۱) یکی از کره‌ها را به روش القای الکتریکی باردار می‌کنیم و به کره‌ی دیگر تماس می‌دهیم و سپس آن‌ها را از هم جدا می‌کنیم. (۲) با توجه به چگونگی توزیع بار الکتریکی در اجسام رسانا، یکسان بودن اندازه‌ی کره‌ها لازم است.

۸۷. به توجیه پدیده‌ی مورد بررسی در مسأله‌ی ۸۴ توجه کنید. (جواب : (۱) خیر ، (۲) بله)

$$V_{AB}(V_1 + V_2) = \varepsilon_1 V_2 - \varepsilon_2 V_1$$

$$V_A - V_B = \frac{\varepsilon_1 V_2 - \varepsilon_2 V_1}{V_1 + V_2}$$

فصل سوم : جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

۱. $\frac{۲۵}{۱۸}$ برابر / ۲. $\frac{۹}{۴}$ برابر / ۳. $n^۲$ برابر / ۴. $n^۴$ برابر / ۵. ۵ سانتی‌متر

۶. (۱) $I = ۴A$ مس ، $I = ۳A$ آلومینیوم ، (۲) ۲۵π متر / ۷. $(\frac{c}{b})^۲$

۸. نسبت مقاومت مفتول فولادی به مقاومت هر یک از مفتول‌های آلومینیومی را برای طول معینی از کابل به دست آورید و با توجه به این که مقاومت الکتریکی کابل حاصل اتصال موازی مفتول فولادی با هشت مفتول آلومینیومی است، به جواب سوال برسید. (**جواب.** ۲۸ کیلومتر)

۹. $\frac{۷}{۶}\frac{\rho L}{\pi r^۲}$ / ۱۰. (۱) $\frac{۱}{۱۵۰}$ بر کلوین (۲) ۱۶ اهم / ۱۱. ۳۷/۵ درصد / ۱۲. $R_A R_B = ۱$

۱۳. شیب نمودار $V - I$ برابر مقاومت است. / ۱۴. (۱) $\frac{VP_۰}{V_۰^۲}$ ، (۲) $\frac{IV_۰^۲}{P_۰}$

۱۵. (۱) ۹ وات (۲) ۹۰۰ وات / ۱۶. $\frac{U}{RI}$ / ۱۷. ۴۵ / ۱۸. ۳ ولت و ۰/۵ اهم

۱۹. (۱) $V_{AB} = \frac{\varepsilon_۱ r_۲ - \varepsilon_۲ r_۱}{r_۱ + r_۲} = ۸V$ ، (۲) مولد $\varepsilon_۱$ با توان ۴۸ وات انرژی الکتریکی آزاد می‌کند و مولد $\varepsilon_۲$ با توان ۴۸ وات انرژی الکتریکی مصرف می‌کند.

۲۰. $\varepsilon_۱ r_۲ = \varepsilon_۲ r_۱$ / ۲۱. ۱۰ ولت یا ۱۳۰ ولت / ۲۲. ۳۳ ولت یا ۶۶ ولت

۲۳. (۱) $V_{AB} = ۵۰V$ ، (۲) $\varepsilon = ۱۰V$ است و قطب منفی مولد به B متصل است.

۲۴. (۱) $\varepsilon = ۱۰V$ ، (۲) $\varepsilon = ۳۰V$

۲۵. (۱) $V = \varepsilon - rI$ ، (۲) بله. در صورتی که جریان الکتریکی عبوری از مولد در جهت قرارداد شده از $\frac{\varepsilon}{r}$ بیش‌تر شود ، (۳) بله. در صورتی که جریان الکتریکی عبوری از مولد در خلاف جهت قرارداد شده باشد.

۲۶. بله، وقتی که $\frac{\varepsilon_۲}{r_۲} < \frac{\varepsilon_۱}{r_۱ + R}$ / ۲۷. $\frac{\varepsilon}{I_۱ + I_۲}$ / ۲۸. $r = \sqrt{R_۱ R_۲}$

۲۹. (۱) $R = r$ ، (۲) $P_{\max} = \frac{\varepsilon^۲}{۴r}$

۳۰. اگر $R > r$، رابطه‌ی توان مولد با R به صورت نزولی است، اگر $R < r$، رابطه‌ی توان مولد با R به صورت صعودی است و اگر $R = r$، توان بیشینه است و کاهش می‌یابد.

۳۱. ۱۰ اهم / ۳۲. $۲r$ / ۳۳. $(۱ + \sqrt{۲})r$

$$R'_T = r_1 + \frac{r_2 R}{r_2 + R} = r_1 + r_2 - \frac{r_2^2}{r_2 + R} = R_T - \frac{r_2^2}{r_2 + R} < R_T$$ ۳۴.

توجه. بستن یک مقاومت به صورت موازی با هر یک از مقاومت‌های مؤثر در مدار باعث کاهش مقاومت معادل مدار می‌شود.

$$R'_T = \frac{r_1(r_2 + R)}{r_1 + r_2 + R} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \frac{(1 + \frac{R}{r_2})}{(1 + \frac{R}{r_1 + r_2})} = R_T \frac{(1 + \frac{R}{r_2})}{(1 + \frac{R}{r_1 + r_2})} > R_T$$ ۳۵.

توجه. بستن یک مقاومت به صورت سری با هر یک مقاومت‌های مؤثر در مدار باعث افزایش مقاومت معادل می‌شود.

۳۶. (۱) $R_{T_1} = \frac{r_1(r_2 + R)}{r_1 + r_2 + R}$ و $R_{T_2} = r_1 + \frac{r_2 R}{r_2 + R}$. (۲) می‌توان R_{T_1} و R_{T_2} را به صورت روابط زیر نوشت، که نتیجه می‌شود در هر دو مدار با افزایش مقاومت R ، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد. $R_{T_1} = r_1 - \frac{r_1^2}{r_1 + r_2 + R}$ و $R_{T_2} = r_1 + r_2 - \frac{r_2^2}{r_2 + R}$.

توجه. با افزایش هر یک مقاومت‌های مداری که از بسته شدن چند مقاومت به هم تشکیل شده است، مقاومت معادل دو سر مدار افزایش می‌یابد و این مطلب به نوع بسته شدن مقاومت تغییر یافته به بقیه‌ی مقاومت‌ها بستگی ندارد.

۳۷. (۱) ۰/۷۵ برابر (۲) یک برابر (تغییر نمی‌کند.) / ۳۸. $R_1 R_4 = R_2 R_3$

۳۹. مقاومت الکتریکی مدار برابر ۱۶ اهم است. پس از بستن یکی از کلیدها برابر ۱۵ اهم و پس از بستن هر دو کلید برابر ۱۲ اهم می‌شود. (۱) $\frac{15}{16}$ برابر (۲) $\frac{3}{4}$ برابر

۴۰. **راهنمایی.** در قسمت (۳) از یکسان بودن وضعیت گره‌های A و C در مدار استفاده کنید.

(جواب. (۱) $R_{AC} = \frac{r}{2}$ (۲) $R_{AB} = \frac{5}{8} r$ (۳) $R_{BD} = r$)

۴۱. **راهنمایی.** مقاومتی را که به دو سر مدار وصل است و با معادل بقیه‌ی مقاومت‌ها موازی است کنار بگذارید. سپس سعی کنید با رسم بقیه‌ی مدار به صورت منظم، تقارن موجود در مدار را ببینید و مقاومتی را که از آن جریانی عبور نمی‌کند پیدا کنید و آن را حذف کنید. (جواب. $\frac{r}{2}$)

۴۲. ۳/۲ اهم / ۴۳. ۲/۴ اهم / ۴۴. صفر / ۴۵. ۱۰ اهم

۴۶. $R_{AB}=۶\Omega$ (قبل از بستن کلید)، $R'_{AB}=\frac{۱۰}{۳}\Omega$ (بعد از بستن کلید)

۴۷. صفر / ۴۸. $R'=۱۱\Omega$ ، $R=۵۵\Omega$

۴۹. **راهنمایی.** برای مقاومت‌های بین دو گره‌ی A و C ($R_۳$ ، $R_۴$ و $R_۵$) یک مقاومت معادل جایگزین می‌کنیم. در این شرایط سه مقاومت مجهول داریم که به صورت مثلث به هم بسته شده‌اند و مقاومت معادل بین هر دو راس مثلث را می‌دانیم. پس می‌توانیم با نوشتن سه رابطه بین سه مقاومت مجهول، هر مقاومت را به دست آوریم. (**جواب.** $R_۱=۴۰\Omega$ و $R_۲=۸۰\Omega$)

۵۰. (۱) $R_{AB}=\frac{۷}{۶۴}r$ ، $R_{AC}=\frac{۳}{۱۶}r$ ، $R_{AD}=\frac{۱۵}{۶۴}r$ ، $R_{AE}=\frac{۱}{۴}r$ ، (۲) $R_{MN}=\frac{\alpha(۲\pi-\alpha)}{۴\pi^۲}r$

۵۱. ۱۰ اهم / ۵۲. $R_x=\frac{۱}{۲}(\sqrt{r_۲^۲+۴r_۲r_۱}-r_۲)$

۵۳. از سیم MN جریان ۲ آمپر از گره‌ی M به طرف گره‌ی N عبور می‌کند.

۵۴. پتانسیل نقطه‌ی M ، ۵۰ ولت از پتانسیل نقطه‌ی N بیش‌تر است.

۵۵. برای مقاومت‌های ۵ ، ۱۵ ، ۲۰ ، ۲۵ ، ۳۰ ، ۴۵ و ۶۰ به ترتیب ۲ ، ۱ ، ۳ ، ۲ ، ۲ ، ۱ و ۱ آمپر

۵۶. $V_۸=۲۴V$ ، $V_۶=۴/۵V$ ، $V_۴=۱V$ ، $V_۲=۰/۵V$ ، $V_{۱۸}=۴/۵V$ ، $V_{۱۶}=۹/۶V$ ، $V_{۱۲}=۶V$ ، $V_{۱۰}=۲۴V$ ، $V_{۳۰}=۲۲/۵V$ ، $V_{۲۴}=۱۴/۴V$ ، $V_{۲۰}=۱۵V$

۵۷. ۱/۵ آمپر / ۵۸. $I_۱=۲A$ ، $I_۲=۲/۱A$

۵۹. **راهنمایی.** از یکسان بودن اختلاف پتانسیل در مقاومت‌های موازی استفاده کنید و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را با در نظر گرفتن مقاومت معادل به دست آورید. (**جواب.** (۱) اگر جریان مقاومت‌های R_i و R_j را به ترتیب I_i و I_j بنامیم، $R_iI_i=R_jI_j$. (۲) اگر جریان الکتریکی مقاومت R_i را I_i بنامیم، $I_i=\frac{\frac{۱}{R_i}}{\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\cdots+\frac{۱}{R_n}}I$.)

۶۰. **راهنمایی.** از یکسان بودن جریان در مقاومت‌های سری استفاده کنید و جریان مقاومت‌ها را با در نظر گرفتن مقاومت معادل به دست آورید. (**جواب.** (۱) اگر ولتاژ (اختلاف پتانسیل) مقاومت‌های R_i و R_j را به ترتیب V_i و V_j بنامیم، $\frac{V_i}{R_i}=\frac{V_j}{R_j}$. (۲) اگر ولتاژ مقاومت R_i را V_i بنامیم، $V_i=\frac{R_i}{R_۱+R_۲+\cdots+R_n}V$.)

۶۱. (۱) کاهش می‌یابد ، (۲) افزایش می‌یابد ، (۳) کاهش می‌یابد ، (۴) افزایش می‌یابد

۶۲. (۱) کاهش می‌یابد ، (۲) افزایش می‌یابد ، (۳) افزایش می‌یابد ، (۴) کاهش می‌یابد

۶۳. (۱) ۲ آمپر ، (۲) $V_{AB}=V_{CD}=۱۵V$ / ۶۴. (۱) ۴ اهم ، (۲) ۳ آمپر ، (۳) ۴/۵ آمپر

۶۵. ۳۰ ولت و ۵/۲ اهم / ۶۶. (۱) ۵ آمپر ، (۲) ۱۳۰ ولت ، (۳) $I_a=۳A$ و $I_b=I_c=۱A$

۶۷ (۱) ۳۴ ولت ، (۲) ۲۰ وات

۶۸. مقاومت $R_۱$ باید صفر باشد. یعنی دو سر آن اتصال کوتاه شود (دو سر آن با یک سیم بدون مقاومت به هم وصل شود).

۶۹. $R_۲=\frac{\alpha-۱}{\alpha+۱}R_۰$ و $R_۱=\frac{۲\alpha}{\alpha^۲-۱}R_۰$ / ۷۰. ۱۳/۶

۷۱. (۱) ۴۸۴ اهم ، (۲) توان مصرفی هر لامپ ۴ وات و توان مصرفی لامپ‌ها ۲۰ وات می‌شود.

۷۲. (۱) لامپ B ، (۲) لامپ A

۷۳. $L_۱$ خاموش می‌شود و روشنایی لامپ‌های دیگر افزایش می‌یابد.

۷۴. (۱) $L_۲$ که خاموش بوده است، روشن می‌شود. روشنایی $L_۲$ تغییر نمی‌کند. $L_۱$ خاموش می‌ماند. (۲) $L_۲$ خاموش می‌ماند. $L_۲$ کم نور می‌شود. $L_۱$ که خاموش بوده است، روشن می‌شود. (۳) $L_۲$ خاموش می‌ماند و سپس روشن می‌شود. $L_۲$ کم نور می‌شود و سپس کم نورتر می‌شود. $L_۱$ روشن می‌شود و سپس روشن‌تر می‌شود.

۷۵. $\frac{\varepsilon_۱}{r_۱}<\frac{\varepsilon_۲}{r_۲}$ / ۷۶. مقاومت درونی مولد با مقاومت لامپ‌ها یکسان بوده است.

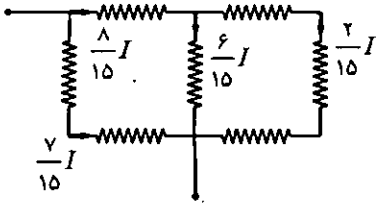
۷۷. (۱) $\frac{(R_۲+R_۳)^۲}{R_۲R_۱}$ ، (۲) $\frac{R_۱(R_۲+R_۳)^۲}{R_۳^۲R_۲}$

۷۸. **راهنمایی.** به مسأله‌ی ۲۹ نگاه کنید. (جواب. (۱) افزایش می‌یابد. (۲) کاهش می‌یابد.)

۷۹. (۱) در مقاومت ۸۰ اهم ، (۲) مقاومت ۲۵ اهم : ۶۴ وات ، مقاومت ۴۰ اهم : ۵۷/۶ ، مقاومت ۳۰۰ اهم : ۴۸ وات ، مقاومت ۲۴۰ اهم : ۲۱/۶ وات ، مقاومت ۸۰ اهم : ۶۴/۸ وات

۸۰. ۵۶/۲۵ وات / ۸۱. ۲۵ وات / ۸۲ (۱) ۱۵۰ وات ، (۲) ۱۴۴ وات ، (۳) ۲۷۵ وات

۸۳. مقاومت شماره‌ی ۲.



۸۴. (۱) به شکل زیر توجه کنید. (۲) $R_T=\frac{۱۴}{۱۵}R$ ، (۳) ۲۱۰ وات

۸۵. ۱۰۰۰ وات / ۸۶. $V_{ba}=۹V$ ، $I_{\varepsilon_۱}=۶۵\,mA$ ، $I_{R_۲}=I_{R_۳}=۱۵\,mA$ ، $I_{R_۱}=۵۰mA$

۸۷. جریان الکتریکی مقاومت بین مولدهای ε و ۴ε برابر $\frac{۳\varepsilon}{r}$ و جریان الکتریکی بقیه‌ی مقاومت‌ها برابر $\frac{\varepsilon}{r}$ است. همچنین جریان الکتریکی مولدهای ۲ε و ۳ε برابر صفر و جریان الکتریکی مولدهای ε و ۴ε برابر $\frac{۴\varepsilon}{r}$ است.

۸۸. جریان مولدهای $\varepsilon_۱$ و $\varepsilon_۲$ به ترتیب برابر ۵ و ۲۰ آمپر و جریان مقاومت $r_۰$ برابر ۱۵ آمپر است.

۸۹. $\varepsilon_۲(۲R+r_۱)=\varepsilon_۱r_۲$ / ۹۰. $\frac{\varepsilon_۲}{R_۲}=\frac{\varepsilon_۱}{R_۱}$ / ۹۱. ۳۲ ولت

۹۲. (۱) جریان الکتریکی مقاومت‌های ۱۰۰ اهم برابر ۰/۱ آمپر و جریان الکتریکی مقاومت ۵۰ اهم برابر ۰/۲ آمپر است. (۲) ۴ وات (۳) ۴ وات

۹۳. (۱) ۵۰ اهم (۲) $\frac{۱}{۵}\varepsilon$ (۳) ۱۰ درصد / ۹۴. ۴۸ میلی‌آمپر / ۹۵. $۲۱\varepsilon_۱=۲۵\varepsilon_۲$

۹۶. $\frac{R_۱\varepsilon_۱}{R_۱+r_۱}=\frac{R_۲\varepsilon_۲}{R_۲+r_۲}$

۹۷. (۱) $I_۱=۱A$ ، $I_۲=۱A$ ، $I_۳=۲A$ (۲) ۲ ولت (۳) ۵/۵ وات (۴) ۸۷/۵ درصد

۹۸. (۱) از قانون جریان کیرشهف استفاده کنید. (۲) برای مصرف کننده شدن مولد $\varepsilon_۱$ باید $\varepsilon_۱(\frac{۱}{r_۲}+\frac{۱}{r_۳})<\frac{\varepsilon_۲}{r_۲}+\frac{\varepsilon_۳}{r_۳}$. (۳) بله

۹۹. $R=\frac{۱۱}{۳}\Omega$ ، $\varepsilon_۲=۱۲V$ یا $R=\frac{۱۳}{۳}\Omega$ ، $\varepsilon_۲=۲۴V$

۱۰۰. جریان مقاومت‌های r ، $۲r$ ، $۳r$ و $۴r$ را به ترتیب $I_۱$ ، $I_۲$ ، $I_۳$ و $I_۴$ بنامیم، داریم :

$I_۱=۰/۴\frac{\varepsilon}{r}=/۰۴\,A$ ، $I_۲=۰/۷\frac{\varepsilon}{r}=/۰۷\,A$ ، $I_۳=۰/۲\frac{\varepsilon}{r}=/۰۲\,A$ و $I_۴=۰/۹\frac{\varepsilon}{r}=/۰۹\,A$.

۱۰۱. **راهنمایی.** مجموعه را به مقاومت دلخواه R متصل کنید. پس از محاسبه‌ی جریان مقاومت R آن را برابر جریانی که یک مولد با نیرو محرکه‌ی $\varepsilon_۰$ و مقاومت درونی $r_۰$ در مقاومت R ایجاد می‌کند، قرار دهید.

۱۰۲. (۱) جریان مقاومت‌های a ، b ، c ، d و e به ترتیب برابر ۳ ، ۲ ، ۱ ، ۴ و ۱ آمپر و جریان مولد برابر ۵ آمپر است. (۲) ۳ اهم (۳) ۳ اهم

۱۰۳. (۱) $\frac{5}{7}\frac{V}{r}$ (۲) $\frac{5}{7}r$ (۳) $\frac{7}{5}r$ / ۱۰۴. یک آمپر

۱۰۵. $V_X = 15V$ و $I = 1A$ (۵ اهمی) و $I = 0/5A$ (۱۰ اهمی) و $I = 0/5A$ (۳۰ اهمی)

۱۰۶. جریان مقاومت‌های ۱۰ اهمی برابر یک آمپر است و جریان مولد صفر است. همچنین پتانسیل نقطه‌ی X برابر ۱۰ ولت و نیروی محرکه مولد ۶ ولت است.

۱۰۷. $V_M = -30V$ و $V_N = -15V$ / ۱۰۸. $V_M = 20V$ و $V_N = 50V$ و $R_x = 100\Omega$

۱۰۹. جریان قسمت AB برابر ۰/۵ آمپر و از B به A است. جریان قسمت BC برابر ۵/۵ آمپر و از B به C است. جریان قسمت AC برابر ۲/۵ آمپر و از A به C است.

۱۱۰. (۲- الف) $\frac{r}{R(R+r)}\varepsilon$ ، (۲- ب) خطای نسبی $= \frac{r}{r+R}$

۱۱۱. (۲- الف) $\frac{R_1}{R_1+R_2}\times\frac{R_1R_2}{R_1R_2+rR_1+rR_2}\varepsilon$ ، (۲) خطای نسبی $= \frac{R_1R_2}{r(R_1+R_2)+R_1R_2}$

۱۱۲. ۳۰ ولت / ۱۱۳. ۱۵ آمپر / ۱۱۴. $4I$ / ۱۱۵. $4V$ / ۱۱۶. $\frac{\varepsilon V_0}{\varepsilon+V_0}$

۱۱۷. $r_V = 100\Omega$ (ولت‌سنج) ، $r_I = 2\Omega$ (آمپرسنج)

۱۱۸. مقاومت درونی مولد ناچیز بوده است. / ۱۱۹. (۱) ۱۰ ولت (۲) ۲۰ کیلو اهم

۱۲۰. $R_1 = 950\Omega$ ، $R_2 = 9000\Omega$ و $R_3 = 40000\Omega$ / ۱۲۱. (۱) پنج میلی‌آمپر (۲) ۱۰ اهم

۱۲۲. $R_1 = 0/01\Omega$ ، $R_2 = 0/09\Omega$ و $R_3 = 0/9\Omega$

۱۲۳. (۱) برای $V_A = V_B$ باید اختلاف پتانسیل مقاومت‌های R_1 و R_3 یکسان شوند. ، (۲) در هر صورت جریانی میان A و B برقرار نمی‌شود.

۱۲۴. $R_T = 4\Omega$ ، از مقاومت ۱۰ اهمی جریانی عبور نمی‌کند، جریان مقاومتهای ۸ و ۱۶ و ۲۴ اهمی برابر ۵ آمپر است و جریان مقاومتهای ۲ و ۴ اهمی ۲۰ آمپر است.

۱۲۵. $I_1 = 1/5A$ ، $I_2 = 0$ ، $I_3 = 2A$ ، $I_4 = 3/6A$ ، $I_5 = 2A$ ، $I_6 = 1/5A$ ، $I_7 = 2A$

۱۲۶. ۱۴۰ اهم

۱۲۷. (۱) از مدار پل وتستون استفاده کنید. (۲) اگر D به A نزدیک شود، جهت جریان در گالوانومتر از D به C می‌باشد و اگر D به B نزدیک شود بالعکس.

۱۲۸. جریان مقاومت R صفر است و جریان بقیه‌ی مقاومت‌ها $\frac{\varepsilon}{2r}$ است.

فصل چهارم : خازن و مدارهای جریان مستقیم دارای خازن

۱. مقدار بار ذخیره شده در خازن تا زمانی که پدیده‌ی فروشکست روی ندهد، محدودیتی ندارد و ظرفیت خازن مقدار بار ذخیره شده در آن به ازای اختلاف پتانسیل واحد می‌باشد. به عبارت دیگر قبل از این که پدیده‌ی فروشکست اتفاق بیافتد، با افزایش اختلاف پتانسیل صفحات خازن بار ذخیره شده در خازن هم افزایش می‌یابد ولی نسبت بار ذخیره شده در خازن به اختلاف پتانسیل صفحات خازن ثابت است که این مقدار ثابت را «ظرفیت خازن» می‌گوییم.

۲. عکس ظرفیت / ۳. $C = ۸۰\,pF$ / ۴. $V = ۱۲۵۰V$ / ۵. $C = ۸۴۹/۶\,pF$ ۶. $C = ۴/۴۲۵nF$

۷. $A \approx ۱۱۳\ m^۲$ / ۸. (۱) $C = ۴۴/۲۵\,pF$ ، (۲) $q = ۲۲/۱۲۵nC$

۹. (۱) $C = ۲۶۵/۵\,pF$ ، (۲) $q = ۲۶۵/۵\,nC$ ، (۳) $\sigma = ۲۶/۵۵\,\frac{\mu C}{m^۲}$ ، با صرف نظر از اثر لبه

۱۰. (۱) $۱۷۷\,pF$ ، (۲) $q = ۳۵/۴nC$ ، (۳) $۳/۵۴\,\mu J$ ، (۴) ۴/۴۲۵ ژول بر متر مکعب

۱۱. $C = \frac{۴}{۳}\mu F$ / ۱۲. (۱) $C_T = ۲\,\mu F$ ، (۲) $q_۲ = ۱۰۰\,\mu C$

۱۳. به مثال تقسیم ولتاژ مراجعه شود. (جواب. $V_i = \dfrac{\frac{۱}{C_i}}{\frac{۱}{C_۱}+\frac{۱}{C_۲}+\cdots+\frac{۱}{C_N}}V$)

۱۴. به مثال تقسیم بار مراجعه شود. (جواب. $Q_i = \dfrac{C_i}{C_۱+C_۲+\cdots+C_N}Q$)

۱۵. (۱) $C_T = ۲۰\,\mu F$ ، (۲) $q_۲ = q_۳ = ۱۴۴\ \mu C$ و $q_۱ = ۹۶\ \mu C$ ، (۳) $U = ۱۴۴۰\,\mu J$

۱۶. (۱) $C_۳ = ۶۰\,\mu F$ ، (۲) $q_۱ = ۲۲۵\,\mu C$ ، $q_۲ = ۵۲۵\,\mu C$ ، $q_۳ = ۷۵۰\,\mu C$ ، (۳) $U = ۷۵۰۰\,\mu J$

۱۷. (۱) $C_T = ۷\,\mu F$ ، (۲) $۷۰\ \mu C$ ، (۳) $۲۸۰\ \mu C$

۱۸. بار خازن‌های C از بالا به پایین به ترتیب $\frac{CV}{۲}$ ، $\frac{CV}{۴}$ و $\frac{CV}{۸}$ است.

۱۹. $C = ۷/۵\,\mu F$ / ۲۰. هر سه ۰/۷۵ برابر / ۲۱. (۱) $۱۲۰\ \mu C$ ، (۲) $۲۲۵۰\ \mu J$

۲۲. $\varepsilon = ۴۵\,V$ ، $۲۳/۲۲۵۰\ \mu J$. یک درصد، خیر / ۲۴. (۱) $C = \frac{A\varepsilon_۰}{d-a}$ ، (۲) $C = \frac{A\varepsilon_۰}{d}$ ، (۳) خیر

۲۵. (۱) $C = \frac{k_۱+k_۲}{۲}\times\frac{\varepsilon_۰A}{d}$ ، (۲) $C = \frac{۲k_۱k_۲}{k_۱+k_۲}\times\frac{\varepsilon_۰A}{d}$ ،

(۳) $C = (\frac{k_۱}{۲}+\frac{k_۲k_۳}{k_۲+k_۳})\times\frac{\varepsilon_۰A}{d}$ ، (۴) $\frac{۲(k_۱+k_۲)k_۳}{k_۱+k_۲+۲k_۳}\frac{\varepsilon_۰A}{d}$

۲۶. (۱) $C \approx ۲/۸ nF$ ، (۲) $V_۱ = \frac{۴۵}{۳۸} kV$ ، $V_۲ = \frac{۲۰}{۳۸} kV$ ، $V_۳ = \frac{۳۰}{۳۸} kV$ ، (۳) $q \approx ۷ \mu C$ و $U \approx ۸/۷۵ mJ$

۲۷. $k = ۴$ / ۲۸. $k = ۳$

۲۹. (۱) $C_T = \frac{۱}{۲} C$ ، $q_۱ = q_۲ = \frac{۱}{۲} C\varepsilon$ ، $V_۱ = V_۲ = \frac{۱}{۲} \varepsilon$ ، (۲) $C'_T = \frac{k}{k+۱} C$ ،

$q'_۱ = \frac{k}{k+۱} C\varepsilon$ ، $q'_۲ = \frac{k}{k+۱} C\varepsilon$ ، $V'_۱ = \frac{۱}{k+۱} \varepsilon$ ، $V'_۲ = \frac{k}{k+۱} \varepsilon$

۳۰. (۱) $q_۱ = C_۱ \varepsilon$ ، $q_۲ = q_۳ = ۰$ ، $U_۱ = \frac{۱}{۲} C_۱ \varepsilon^۲$ ، $U_۲ = U_۳ = ۰$

(۲) $q_۱ = C_۱ V$ ، $q_۲ = C_۲ V$ ، $q_۳ = C_۳ V$ ، $U_۱ = \frac{۱}{۲} C_۱ V^۲$ ، $U_۲ = \frac{۱}{۲} C_۲ V^۲$ ، $U_۳ = \frac{۱}{۲} C_۳ V^۲$

۳۱. $q_۱ = q_۲ = q_۳ = ۲۴ \mu C$ و $q_۴ = ۰$

۳۲. (۱) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = q_۴ = ۱۶ \mu F$ ، $U_۱ = U_۴ = ۱۲۸ \mu J$ ، $U_۲ = U_۳ = ۳۲ \mu J$

(۲) $q_۱ = q_۴ = ۱۰ \mu C$ ، $q_۲ = q_۳ = ۴۰ \mu C$ ، $U_۳ = U_۲ = ۲۰۰ \mu J$ ، $U_۱ = U_۴ = ۵۰ \mu J$

۳۳. (۱) $q = ۸۰ \mu C$ ، $q_۱ = q_۳ = ۳۲ \mu C$ ، $q_۲ = q_۴ = ۴۸ \mu C$ ، (۲) بار خازنها تغییر نمی‌کند.

۳۴. هر دو $\frac{۲}{۳} C$

۳۵. (۱) $\frac{۱۱}{۶}$ ، (۲- الف) $۲/۵ \mu C$ ، (۲- ب) $۵۰ \mu J$ ، (۲- ج) $۲۵ \mu J$ ، (۲- د) $۲۵ \mu J$

۳۶. (۱) $۳/۵ \mu F$ ، (۲) $۵ \mu F$ ، (۳) $۱/۲ \mu F$ ، (۴) $۱/۲ \mu F$ ، (۵) $۶ \mu F$ ، (۶) $۰/۷۲ \mu F$ ، (۷)

$\frac{۴}{۹} \mu F$ ، (۸) $۰/۸ \mu F$ ، (۹) $۲/۵ \mu F$ ، (۱۰) $۰/۷۵ \mu F$ ، (۱۱) $۴ \mu F$ ، (۱۲) $۲ \mu F$ ،

(۱۳) $۱۵ \mu F$ ، (۱۴) $\frac{۱۰}{۳} \mu F$ ، (۱۵) $C_{AB} = ۶ \mu F$ و $C_{AC} = ۶ \mu F$ ، (۱۶) $C_{AB} = ۶ \mu F$

و $C_{AC} = ۱۰/۵ \mu F$ ، (۱۷) $۵ \mu F$ ، (۱۸) $۲/۲۵ \mu F$ ، (۱۹) $۸ \mu F$

۳۷. (۱) $C_{AB} = \frac{n}{۲n+۱} C$ ، (۲) $C_{AB} = \frac{C}{۲}$ / ۳۸. $C = \frac{۱}{۲} \sqrt{۳۰} C$ / ۳۹. $C = \frac{۳۰۰}{۷} pF$

۴۰. (۱) $C_۲ = ۲ \mu F$ ، (۲) $q_۲ = ۱۶۰ \mu C$ ، $q_۱ = ۳۲۰ \mu C$ / ۴۱. (۱) $\frac{۴۰}{۹}$ ، (۲) صفر

۴۲. (۱) $q_۳ = \frac{۵۲}{۳} \mu C$ ، $q_۴ = \frac{۳۹}{۲} \mu C$ ، (۲) $q_۱ = q_۲ = ۸ \mu C$ ، $q_۳ = q_۴ = ۱۸ \mu C$

$q_۱ = \frac{۲۶}{۳} \mu C$ ، $q_۲ = \frac{۱۳}{۲} \mu C$ ،

۴۳. $q_1 = ۱۰۰\mu C$ ، $q_2 = q_3 = ۱۲۰\mu C$ ، $U = ۵۵۰۰\mu J$

۴۴. $q_2 = q_3 = \dfrac{C_1C_2C_3}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}V_0$ ، $q_1 = \dfrac{C_1^2(C_2 + C_3)}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}V_0$

$$U = \frac{1}{2}\frac{C_1^2(C_2 + C_3)}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}V_0^2$$

۴۵. بار نهایی از یک خازن های افزوده شده CV و اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها V می‌شود و بار نهایی خازن اولیه $3CV$ می‌شود.

۴۶. (۱) $q_1 = ۱۰۰\mu C$ ، $q_2 = q_3 = q_4 = ۰$ ، $U = ۵۰۰\mu J$

(۲) $q_1' = \dfrac{۱۰۰}{۳}\mu C$ ، $q_2' = \dfrac{۲۰۰}{۳}\mu C$ ، $q_3' = q_4' = \dfrac{۱۰۰}{۳}\mu C$ ، (۳) $U = \dfrac{۵۰۰}{۳}\mu J$ ، با تغییر وضعیت کلید، انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها کاهش می‌یابد.

۴۷. $C_2\varepsilon$

۴۸. (۱) $q_1 = ۱۴\mu C$ ، $q_2 = ۸\mu C$ ، $q_3 = ۳۰\mu C$ ، $V_1 = ۷V$ ، $V_2 = ۲V$ و $V_3 = ۵V$ ، (۲) قبل از بسته شدن کلید : $U = ۷۲۶\ \mu J$ ، بعد از بسته شدن کلید : $U' = ۱۳۲\ \mu J$

۴۹. $C_1C_3 = C_2C_4$ / ۵۰. $C_{AD} = C_{BC} = 2C$

۵۱. (۱) $۱/۸\mu F$ ، (۲) ۶ میکروفاراد ، (۳) ۴ میکروفاراد ، (۴) $۲\mu F$ ، (۵) $۶\mu F$

۵۲. (۱) $\dfrac{1}{2}\varepsilon$ ، (۲) بار خازن‌های C برابر $\dfrac{1}{2}C\varepsilon$ و بار خازن‌های $2C$ برابر $C\varepsilon$ و خازن‌های $4C$ بدون بار هستند.

۵۳. (۱) جریان الکتریکی مقاومت‌های ۲ ، ۳ و ۶ اهمی به ترتیب برابر ۳ ، ۳ و صفر آمپر است. (۲) بار الکتریکی خازن‌های C_1 و C_2 یکسان و برابر ۹۰ میکروکولن است. (۳) انرژی پتانسیل الکتریکی خازن‌های C_1 و C_2 به ترتیب برابر ۴۰۵ و ۲۷۰ میکروژول است.

۵۴. (۱) جریان الکتریکی مقاومت‌های ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ و ۷ اهم به ترتیب برابر ۱ ، ۳ ، ۲ ، ۳ ، ۱ ، ۶ و ۶ آمپر است. (۲) بار الکتریکی خازن‌های C_1 و C_2 به ترتیب ۶۰ و ۱۲۰ میکروکولن است.

۵۵. ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_1 را به دست آورید ($V_1 = ۴۰۰\ V$) بعد اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_2 را به دست آورید ($V_2 = ۱۶۰\ V$). با استفاده از اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه‌ی دو خازن، جریان مقاومت ۱۰۰ اهمی را بیابید (۴ آمپر). اختلاف پتانسیل دو سر مولد و جریان عبوری از مولد را محاسبه کنید (۶۰۰ ولت و ۱۰ آمپر). در پایان با استفاده از اختلاف

پتانسیل دو سر مولد و توجه کردن به این که مولد از هشت پیل تشکیل شده است نیروی محرکه‌ی هر پیل را به دست آورید. (جواب. ۸۰ ولت)

۵۶. $q = ۶۰\,\mu C$ ، $V_C = ۱۲V$

۵۷. برای حالتی که بار خازن‌ها به مقدار نهایی خود رسیده است و از خازن‌ها جریانی عبور نمی‌کند، مدار را ساده کنید تا مقاومت معادل دو سر مولد و جریان مولد به دست آید (۷ اهم و ۲ آمپر). سپس جریان عبوری از هر مقاومت را با تقسیم جریان بین مقاومت‌های موازی محاسبه کنید. اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از خازن‌ها را از قانون اختلاف پتانسیل‌های کیرشهف محاسبه کنید. (جواب. $q_۱ = ۶۰\,\mu C$ ، $U_۱ = ۳۶۰\,\mu J$ ، $q_۲ = ۴۰\,\mu C$ ، $U_۲ = ۸۰\,\mu J$)

۵۸. $q_۱ = ۱۵\,q_۲$ / ۵۹۰. (۱) ۲/۵ ، (۲) ۵

۶۰. (۱) $V = ۸V$ ، $I = ۲\,A$ ، (۲) $q = ۱۶۰\,\mu C$ ، $U = ۶۴۰\,\mu J$

۶۱. (۱) ۱۸ ولت ، (۲) پتانسیل دو سر کلید ۶ ولت می‌شود و بار هر خازن $۳۶\,\mu C$ کاهش می‌یابد.

۶۲. قبل از بستن کلید دو خازن متوالی‌اند و بار الکتریکی آن‌ها یکسان است. بنابراین کل بار الکتریکی مجموعه‌ی دو صفحه‌ی متصل به نقطه‌ی B صفر است. پس از بستن کلید و رسیدن بار خازن‌ها به مقدار نهایی، جریان الکتریکی در شاخه‌ی خازن‌ها صفر می‌شود و جریان الکتریکی دو مقاومت سری به راحتی قابل محاسبه است (۰/۴ آمپر). در این حالت اختلاف پتانسیل خازن $C_۱$ با اختلاف پتانسیل مقاومت ۵۰ اهمی برابر است و اختلاف پتانسیل خازن $C_۲$ با اختلاف پتانسیل مقاومت ۱۰ اهمی. به این ترتیب بار الکتریکی هر یک از خازن‌ها و کل بار الکتریکی مجموعه‌ی دو صفحه‌ی متصل به نقطه‌ی B محاسبه می‌شود ($q'_۱ = ۱۲۰\,\mu C$ ، $q'_۲ = ۴۸\,\mu C$ و $Q'_B = -۷۲\,\mu C$).در پایان با مقایسه‌ی مقدار اولیه و نهایی کل بار الکتریکی مجموعه‌ی دو صفحه‌ی متصل به نقطه‌ی B، مقدار بار الکتریکی که از کلید عبور کرده است مشخص می‌شود. (جواب. $۷۲\,\mu C$ بار منفی از A به B آمده است. پس جهت جریان از B به A می‌باشد.)

۶۳. $q_۱ = q_۲ = q_۵ = ۱۷۶\ \mu C$ ، $q_۳ = ۴۴\,\mu C$ و $q_۴ = ۲۶۴\ \mu C$ / ۶۴. $R_۱C_۱ = R_۲C_۲$

فصل پنجم : مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

۱. خیر / ۲. $F = ۰/۰۴\ N$ ۴. / ۱۲ / ۵$\sqrt{۲}\times۱۰^{۴}\ m/s$ ۳. / ۳ / ۸۴ $\times۱۰^{-۱۸}\ N$، به سمت غرب

۵. (۱) $F = \sqrt{۳}\times۱۰^{-۱۰}\ N$ در جهت پایین، (۲) مقدار نیرو تغییری نمی‌کند ولی جهت آن عکس می‌شود. (۳) $E = ۶/۲۵\sqrt{۳}\times۱۰^{۸} N/C$، در راستای قائم و به سمت پایین

۶. (۱) به سمت چپ ما ، (۲) به سمت بالا (نه لزوماً در راستای قائم)

۷. (۱) $B = \frac{۲}{۳}T$ و به سمت شمال ، (۲) $B = \frac{۴}{۳}T$

۸. سرعت ذره باید در صفحه‌ای عمود بر خطوط میدان الکتریکی و به طرف خارج صفحه‌ی شکل مسأله باشد. هم چنین اگر زاویه‌ی بین بردار سرعت ذره و بردار $\vec{B}$ ، α باشد ($۰ < \alpha < \pi$)، بزرگی سرعت ذره باید از رابطه‌ی $V = \frac{E}{B\sin\alpha}$ پیروی کند.

۹. (۱) $\vec{F}$ بر $\vec{V}$ و $\vec{B}$ عمود است ولی بین $\vec{V}$ و $\vec{B}$ هر زاویه‌ای می‌تواند وجود داشته باشد. (۲) زیرا نیروی مغناطیسی در هر نقطه جهت و راستای ثابتی ندارد و به جهت حرکت بار بستگی دارد.

۱۰. (۱) خیر؛ ممکن است میدان مغناطیسی یکنواختی در فضا وجود داشته باشد و الکترون در راستای یکی از خطوط میدان در حرکت باشد. (۲) خیر؛ این انحراف ممکن است در اثر نیروی الکتریکی وارد بر الکترون از طرف میدان الکتریکی باشد.

۱۱. خیر؛ نیروی مغناطیسی که در یک میدان مغناطیسی مستقل از زمان به ذره‌ی باردار وارد می‌شود، بر سرعت و در نتیجه بر مسیر حرکت ذره عمود است و با توجه به قضیه‌ی کار ـ انرژی در این حالت انرژی جنبشی و در نتیجه سرعت ذره ثابت می‌ماند.

۱۲. (۱) بله، (۲) بله ، (۳) اگر اندازه‌ی سرعت بارها تغییر کند، میدان الکتریکی است و در غیر این صورت میدان مغناطیسی است.

۱۳. (۱) قطب N بالا است. (۲) قطب N سمت چپ است. (۳) قطب N پایین است. (۴) قطب N بالا است.

۱۴. ۱۰ آمپر

۱۵. ۵۰۰۰ آمپر، سیم در راستای شرق ـ غرب قرار بگیرد و جریان الکتریکی به طرف شرق باشد.

۱۶. (۱) $F_{DE} = ۰$ ، $F_{CD} = ۰/۳۶\ N$ ، $F_{BC} = ۰/۳۶\ N$ ، $F_{AB} = ۰$ ، F_{BC} ، F_{CD} درون‌سو و برون‌سو است. (۲) صفر

۱۷. نیروی وارد بر هر ضلع $\sqrt{۲}$ نیوتن و کل نیروی وارد بر حلقه، صفر است. / ۱۸. $\cot\alpha$

۱۹. (۱) ۰/۱۶ نیوتن ، (۲) ۰/۰۵۶ نیوتن ، (۳) ۰/۲ نیوتن

۲۰. نیروی وارد بر سیم‌ها هم راستا و غیر هم جهت می‌باشند. پارامترهای لازم را فرض کنید و نیروهای مورد نظر را بر حسب آن‌ها محاسبه کنید.

۲۱. سیم خمیده را تعداد زیادی سیم راست با طول کم فرض کنید و از نتیجه‌ی مسأله‌ی قبل استفاده کنید.

۲۲. سرعت حرکت الکترون‌های آزاد سیم را بر حسب جریان سیم و طول سیم به دست آورید.

۲۳. بله، اما متوسط آن صفر است.

۲۴. مجموع بارهای مثبت و منفی صفر است اما سرعت متوسط بارهای مثبت (پروتون‌ها) صفر است و سرعت متوسط بارهای منفی غیر صفر است. توجه کنید که سرعت متوسط الکترن‌های مستقر نیز صفر است ولی سرعت متوسط الکترون‌های آزاد غیر صفر است

۲۵. (۱) $B_۱ = ۲\times۱۰^{-۵}\,T$ ، (۲) $B_۲ = ۲\times۱۰^{-۴}\,T$ / ۲۶. ۴۰ سانتی‌متر

۲۷. (۱) $B_T = ۲\times۱۰^{-۶}\,T$ ، (۲) $F = ۲\times۱۰^{-۱۱}\,N$ / ۲۸. جهت میدان‌های آن‌ها را مقایسه کنید.

۲۹. $B_M = ۳\times۱۰^{-۵}\,T$

۳۰. $B_M = ۱۰^{-۴}\,T$ ، $B_N = ۲\times۱۰^{-۵}\,T$ ، جهت میدان در هر دو نقطه برون‌سو است.

۳۱. $B_A = ۶\sqrt{۳}\times۱۰^{-۶}\,T$ ، $B_B = ۲\times۱۰^{-۶}\,T$

۳۲. $B_P = ۱۰^{-۵}\,T$ ، $\overrightarrow{B_P} = \frac{\mu_۰}{\pi a}(۲\vec{j} + ۱/۵\vec{k})$ ،

$B_Q = ۲\sqrt{۵}\times۱۰^{-۶}\,T$ ، $\overrightarrow{B_Q} = \frac{\mu_۰}{\pi a}(\vec{i} - \frac{۱}{۲}\vec{j})$

۳۳. (۱) بین دو سیم و به فاصله‌ی ۲ سانتی‌متر از سیم ۴ آمپری و ۳ سانتی‌متر از سیم ۶ آمپری ، (۲) خارج دو سیم و به فاصله‌ی ۱۰ سانتی‌متر از سیم ۴ آمپری و ۱۵ سانتی‌متر از سیم ۶ آمپری

۳۴. (۱) جریان $\frac{۲}{۳}A$ و در خلاف جهت $I_۱$، (۲) $F = \frac{۸}{۳}\times۱۰^{-۶}\,N$ ، دافعه (در صفحه‌ی شکل، در راستای عمود بر سیم و به طرف چپ)

۳۵. (۱) جریان سیم‌ها هم جهت می‌باشد و نقطه‌ی M در فاصله‌ی ۵ سانتی‌متر از سیمی که جریان یک آمپر از آن عبور می‌کند، قرار دارد. (۲) $B = ۴\times۱۰^{-۶}\,T$

۳۶. (۱) $B = ۸\times۱۰^{-۵}\,T$ ، (۲) $F = ۱/۶\times۱۰^{-۳}\,N$، (۳) نیروی بین سیم‌ها، دافعه است.

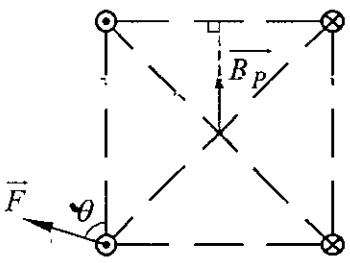
۳۷. (۱) $B = ۵\times۱۰^{-۵}\,T$ ، (۲) $F = ۵\times۱۰^{-۵}\,N$

۳۸. (۱) $F = ۳/۷۵\sqrt{۲}\times۱۰^{-۴}\,N$ ، (۲) $B = ۵\sqrt{۱۰}\times۱۰^{-۵}\,T$

۳۹. (۱) $B_M = ۱۰^{-۴}\,T$ ، در صفحه‌ی شکل طوری که با MA زاویه‌ی ۳۷ درجه و با MB زاویه‌ی ۵۳ درجه می‌سازد. (۲) $F = ۵\times۱۰^{-۴}\,N$ ، در صفحه‌ی شکل طوری که با MA زاویه‌ی ۵۳ درجه و با MC زاویه‌ی ۳۷ درجه می‌سازد.

۴۰. در حالت (۱) جهت میدان موازی خط d به سمت راست است و در حالت (۲) جهت میدان عمود بر خط d به سمت بالا است. اندازه‌ی میدان در هر دو حالت $\frac{\mu_۰ I}{\pi d}$ است. / ۴۱. صفر

۴۲. (۱) $B_P = ۸\times۱۰^{-۵}\,T$ و سوی آن به طرف بالا و عمود بر ضلع بالای مربع است (مطابق شکل مقابل).



(۲) $F = ۲\sqrt{۱۰}\times۱۰^{-۴}\,N$ ، در صفحه‌ی شکل، طوری که مطابق شکل مقابل با ضلع سمت راست مربع زاویه‌ی θ ($\tan\theta = ۳$) می‌سازد.

۴۳. $B_T = \frac{۲\mu_۰ Id}{\pi(۴R^۲ + d^۲)}$ ، جهت $\overrightarrow{B_T}$ در شکل در امتداد افقی و به سمت راست می‌باشد.

۴۴. $۸\times۱۰^{-۴}\,N$ و جهت آن جاذبه است. / ۴۵. $۳/۲\times۱۰^{-۳}\,N$ و جهت آن دافعه است.

۴۶. نیروی وارد بر هر سیم صفر است.

۴۷. (۱) از مساوی بودن نیروی متقابل دو سیم (قانون سوم نیوتن) استفاده کنید. (۲) $I_۱$ و $I_۳$ هم جهت هستند و $I_۲$ در خلاف جهت آنها می‌باشد.

۴۸. $I_۱$ و $I_۳$ هم جهت هستند و $I_۲$ در خلاف جهت آنها می‌باشد و داریم $I_۳ = I_۱ = \frac{۱}{۲} I_۲$.

۴۹. نیرو جاذبه می‌باشد و اندازه‌ی آن $\frac{\mu_۰ qVI}{۲\pi d}$ است. / ۵۰. $B = ۶/۲۸\times۱۰^{-۳}\,T$

۵۱. ۲ سانتی‌متر / ۵۲. $B = ۶\pi\times۱۰^{-۶}\,T$

۵۳. (۱) $\frac{I_۱}{r_۱} = \frac{I_۲}{r_۲}$ باشد و جهت جریان‌ها متفاوت باشد. (۲) هر دو جریان ساعتگرد باشند و یا

جهت جریان‌ها،متفاوت باشد به شرطی که $\frac{I}{r}$ مربوط به جریان ساعتگرد بیش‌تر باشد. (۳) هر دو جریان پادساعتگرد باشند و یا جهت جریان‌ها متفاوت باشد به شرطی که $\frac{I}{r}$ مربوط به جریان پادساعتگرد بیشتر باشد.

۵۴. (۱) ۵ آمپر پادساعتگرد یا ۳ آمپر پادساعتگرد ، (۲) ۲ آمپر ساعتگرد یا ۱۰ آمپر پادساعتگرد

۵۵. $3\sqrt{17}\times10^{-3}\,T$ / ۵۶. $(2\pi+8)\times10^{-6}\,T$ / ۵۷. (۱) $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}(1+\pi)$ ، (۲) $\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\sqrt{1+\pi^2}$

۵۸. به تدریج زاویه‌ی آن‌ها کاهش می‌یابد تا موازی می‌شوند. / ۵۹. موجب دوران حلقه می‌شود.

۶۰. در شکل سمت چپ جاذبه و در شکل سمت راست، دافعه است. / ۶۱. (۱) دافعه ، (۲) جاذبه

۶۲. (۱) $\frac{\mu_0 I}{8r}$ ، (۲) $\frac{\mu_0 I}{4}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})$ ، (۳) $\frac{\mu_0 I}{4}(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})$ ، (۴) $\frac{5\mu_0 I}{12r}$ ،

(۵) $\frac{\mu_0 I}{8}(\frac{1}{r_2}+\frac{3}{r_1})$ ، (۶) $\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi}(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})$

۶۳. $B=\frac{\mu_0}{8r}(3I_B-I_A)$ و درون‌سو/ ۶۴. صفر / ۶۵. $9\times10^{-6}\,T$ و برون‌سو

۶۶. با توجه به قانون ولتاژ در داخل حلقه و قانون جریان در گره‌ها جریان‌های هر یک از کمان‌ها را به دست آورید. (جواب. صفر)

۶۷. $N=9375$ / ۶۸. (۱) $B=12\times10^{-3}\,T$ ، (۲) صفر / ۶۹. $I=5\,A$

۷۰. (۱) $4\times10^{-3}\,Wb$ ، (۲) $3/2\times10^{-3}\,Wb$ / ۷۱. $\Delta\varphi=0/002(\sqrt{3}-1)Wb$

۷۲. $\varphi_{DCEF}=8\times10^{-4}\,Wb$ ، $\varphi_{ABCD}=10^{-3}\,Wb$ ، $\varphi_{ADFG}=\varphi_{BCEH}=0\,Wb$ ،

$\varphi_{ABHG}=-18\times10^{-4}\,Wb$ و $\varphi_{EFGH}=0$

۷۳. صفر / ۷۴. صفر / ۷۵. $\Delta\varphi=0/004\ Wb$ / ۷۶. (۱) $\varepsilon=43\,V$ ، (۲) $\bar{\varepsilon}=23\,V$

۷۷. $\varphi=1/2\times10^{-4}\,Wb$ و $\bar{\varepsilon}=6\times10^{-3}\,V$ / ۷۸. $\bar{I}=1A$ / ۷۹. $I=0/03\ A$

۸۰. $\Delta t\approx0/001\ s$ / ۸۱. $\bar{\varepsilon}=1V$ / ۸۲. $\bar{\varepsilon}=0/8V$

۸۳. با توجه به نوع و جهت دوران، مسأله چهار حالت دارد که منجر به دو جواب برای نیروی محرکه‌ی القایی متوسط در پیچه می‌شود. $\bar{\varepsilon}=0/2V$ و $\bar{\varepsilon}=1/4V$.

۸۴. میدان با آهنگ $\frac{Ir}{\pi R^2}$ نسبت به زمان تغییر می‌کند. / ۸۵. (۱) $\frac{\mu_0 mIA}{L}$ ، (۲) $\frac{\mu_0 nmIA}{LT}$

۸۶. جهت جریان در هنگام نزدیک شدن، ساعتگرد و در هنگام دور شدن پادساعتگرد می‌باشد.

۸۷. جهت جریان در اثر افزایش I به سمت پایین و در اثر کاهش I به سمت بالا است.

۸۸. (۱) از B به A ، (۲) از A به B / ۸۹. با افزایش I ساعتگرد و با کاهش I پادساعتگرد

۹۰. (۱) پادساعتگرد ، (۲) ساعتگرد / ۹۱. ساعتگرد

۹۲. (۱) هنگام ورود و خروج به ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد است. (۲) در هر دو حالت نیروی وارد بر حلقه خلاف جهت حرکتش است. (۳) در هر دو حالت سرعت حلقه کاهش می‌یابد.

۹۳. (۱) میدان درون‌سو می‌باشد. (۲) نیروی وارد بر میله، در خلاف جهت سرعت میله می‌باشد.

۹۴. (۱) جریان القایی در میله‌ی AB به سمت بالا و در حلقه‌ی سمت راست، ساعتگرد و در حلقه‌ی سمت چپ، پادساعتگرد می‌باشد. (۲) در هر لحظه اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی القایی در دو طرف قاب یکسان است.

۹۵. (۱) $I = ۲A$ ، (۲) $F = ۰/۲N$ /

۹۶. $\varepsilon(t) = \begin{cases} ۰/۰۰۲\sqrt{۲t - t^۲} & ۰ \le t \le ۲s \\ -۰/۰۰۲\sqrt{-۸ + ۶t - t^۲} & ۲s \le t \le ۴s \end{cases}$ و بعد از ۴ ثانیه صفر می‌شود.

۹۷. (۱) $t_۱$ و $t_۳$ ، (۲) $t_۱$ ، (۳) $t_۲$ / ۹۸. $۲/۵۶\ mJ$ / ۹۹. (۱) $۰/۰۰۷\ H$ ، (۲) $۰/۰۲۱\ H$

۱۰۰. $\varepsilon_L = \begin{cases} ۱V & ۰s < t < ۴s \\ ۰V & ۴s < t < ۱۲s \\ ۱/۲۵V & ۱۲s < t < ۲۰s \end{cases}$ / ۱۰۱. (۱) I کاهش می‌یابد. (۲) I افزایش می‌یابد.

۱۰۲. $۱۰۰\ Wb$ / ۱۰۳. (۱) $\varepsilon_L(t) = ۰/۴t - ۳/۶$ ، (۲) $t = ۹s$ / ۱۰۴. $L = \dfrac{\mu_۰ l_۰^۲}{۴\pi l}$

۱۰۵. $L\dfrac{l}{l'}$ / ۱۰۶. ۰/۳۲ / ۱۰۷. برابر / ۱۰۸. $\dfrac{\mu_۰ V^۲}{۸\pi R_۰^۲}$ تغییری نمی‌کند.

۱۰۹. (۱) $t = \dfrac{n\pi}{۸}$ ، $n = ۰,۱,۲,۳,\ldots$ ، (۲) در همان لحظاتی که خطوط میدان بر سطح حلقه عمود است. (۳) خطوط میدان با سطح حلقه موازی هستند و شار عبور کننده از حلقه صفر است.

۱۱۰. (۱) $\varepsilon(t) = ۱۲۰\pi \sin(۱۰۰\pi t)$ ، (۲) ۲۴۰ ولت / ۱۱۱. ۱۰ تسلا

۱۱۲. (۱) $\dfrac{۱}{۱۰۰\pi} m^۲$ ، (۲) $\varepsilon(t) = ۰/۵\sin(۱۰\pi t)$، ε بر حسب ولت و t بر حسب ثانیه است.

۱۱۳. $\varepsilon(t) = ۵۰\pi \sin(۲۰\pi t)$، ε بر حسب ولت و t بر حسب ثانیه است.

پاسخ آزمون پایانی فصل اول

سؤال یک. فرآیند ترمودینامیکی : تحول‌هایی را که در آن‌ها دستگاه از یک حالت به حالت دیگر می‌رود، فرآیند ترمودینامیکی می‌نامند. **منبع (چشمه‌ی)گرما** : جسمی است که با دادن یا گرفتن گرما، دمای آن به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر نکند. **ظرفیت گرمایی مولی در حجم ثابت** : مقدار گرمایی که یک مول گاز کامل در حجم ثابت دریافت می‌کند تا دمای آن یک درجه افزایش یابد.

سؤال دو. برای جواب این سؤال به حل مثال۷ فصل اول همین کتاب مراجعه شود.

سؤال سه. (۱) با توجه به معادله‌ی حالت گاز کامل داریم :

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\Rightarrow T_a = \frac{P_aV_a}{nR} = \frac{P_\circ V_\circ}{nR} = T_\circ \;،\; T_b = \frac{P_bV_b}{nR} = \frac{۸P_\circ V_\circ}{nR} = ۸T_\circ$$

$$T_d = \frac{P_dV_d}{nR} = \frac{۸P_\circ V_\circ}{nR} = ۸T_\circ \;،\; T_c = \frac{P_cV_c}{nR} = \frac{۱۶P_\circ V_\circ}{nR} = ۱۶T_\circ$$

(۲) با توجه به نتیجه‌ی سؤال دو داریم :

$$C_{MP} = C_{MV} + R \;\Rightarrow\; C_{MP} = ۳R$$

$$Q_{ab} = nC_{MV}(T_b - T_a) = ۲nR(۸T_\circ - T_\circ) = ۱۴nRT_\circ$$

$$Q_{bc} = nC_{MP}(T_c - T_b) = ۳nR(۱۶T_\circ - ۸T_\circ) = ۲۴nRT_\circ$$

$$Q_{cd} = ۰$$ (فرآیند بی‌دررو است)

$$Q_{da} = nC_{MP}(T_a - T_d) = ۳nR(T_\circ - ۸T_\circ) = -۲۱nRT_\circ$$

$$W_{ab} = ۰$$ (فرآیند هم حجم است)

$$W_{bc} = -P_b(V_c - V_b) = -۸P_\circ(۲V_\circ - V_\circ) = -۸P_\circ V_\circ = -۸nRT_\circ$$

$$W_{da} = -P_a(V_a - V_d) = -P_\circ(V_\circ - ۸V_\circ) = ۷P_\circ V_\circ = ۷nRT_\circ$$

برای محاسبه‌ی کار انجام شده، در فرآیند بی‌دررو، ابتدا کار کل چرخه را محاسبه نموده، سپس با توجه به مقدار کار در فرآیندهای ab، bc، da کار انجام شده دراین فرآیند را به دست می‌آوریم.

$$W_{\text{چرخه}} = -Q_{\text{چرخه}} \Rightarrow W_{\text{چرخه}} = -(Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da})$$

$$W_{\text{چرخه}} = -۱۷nRT_\circ \Rightarrow (W_{ab} + W_{bc} + W_{cd} + W_{da}) = -۱۷nRT_\circ$$

$$\Rightarrow -nRT_\circ + W_{cd} = -۱۷nRT_\circ \Rightarrow W_{cd} = -۱۶nRT_\circ$$

(۳) Q_H کل گرمای گرفته شده توسط دستگاه، در چرخه می‌باشد.

$$\begin{cases} Q_H = Q_{ab} + Q_{bc} = ۳۸nRT_\circ \\ |W| = ۱۷nRT_\circ \end{cases} \Rightarrow \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{۱۷nRT_\circ}{۳۸nRT_\circ} = \frac{۱۷}{۳۸} \Rightarrow \eta \approx ۴۴/۷\%$$

(۴) اگر جهت چرخه را وارون کنیم، داریم :

$$Q_c = |Q_{da}| = ۲۱nRT_۰ \Rightarrow K = \frac{Q_c}{W} = \frac{۲۱nRT_۰}{۱۷nRT_۰} = \frac{۲۱}{۱۷} \approx ۱/۲۳$$

سؤالِ چهار. (۱) چون تغییر انرژی درونی در فرآیند هم‌دما صفر است، لذا تغییر انرژی درونی کل، برابر تغییر انرژی درونی در فرآیند هم فشار می‌باشد. در فرآیند هم فشار داریم :

$$\frac{V_۱}{T_۱} = \frac{V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۴۰}{T_۱} = \frac{V_۲}{\frac{T_۱}{۲}} \Rightarrow V_۲ = ۲۰\ lit$$

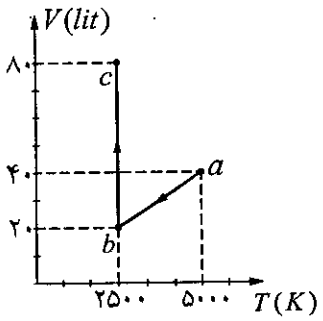
$$\Delta U = W + Q \Rightarrow \Delta U = -P(V_۲ - V_۱) + nC_{MP}(T_۲ - T_۱)$$

چون گاز تک اتمی است، داریم $C_{MP} = \frac{۵}{۲}R$، پس :

$$\Delta U = -P(V_۲ - V_۱) + \frac{۵}{۲}P(V_۲ - V_۱) = \frac{+۳}{۲}P(V_۲ - V_۱)$$

$$\Rightarrow \Delta U = \frac{۳}{۲} \times ۴ \times ۱۰^۵ (۲۰ - ۴۰) \times ۱۰^{-۳} = -۱۲۰۰۰\ J$$

(۲) برای رسم نمودار $V - T$ (شکل ۶-۱) باید مقادیر V و T را در ابتدا و انتهای هر یک از فرآیندها به دست آوریم.



(شکل ۶-۱)

$$T_a = \frac{P_aV_a}{nR} \Rightarrow T_a = \frac{۴ \times ۱۰^۵ \times ۴۰ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۴ \times ۸} = ۵۰۰۰\ K$$

$$T_b \frac{P_bV_b}{nR} \Rightarrow T_b = \frac{۴ \times ۱۰^۵ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۴ \times ۸} = ۲۵۰۰\ K$$

$$T_c = T_b \Rightarrow T_c = ۲۵۰۰\ K$$

چون فرآیند bc هم‌دما است، می‌توان نوشت :

$$P_cV_c = P_bV_b \Rightarrow ۱ \times ۱۰^۵ \times V_c = ۴ \times ۱۰^۵ \times ۲۰ \times ۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow V_c = ۸۰ \times ۱۰^{-۳} m^۳ = ۸۰\ lit$$

توجه کنید که فرآیند ab، هم فشار است پس نمودار $V - T$ آن خطی است.

سؤال پنج.

$$\eta = ۱ - \frac{T_C}{T_H} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{T_C}{T_H} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow T_H = ۲T_C \quad (۱-۶)$$

$$\eta' = ۱ - \frac{T'_C}{T'_H} = ۰/۶۵ \Rightarrow \frac{T'_C}{T'_H} = ۰/۳۵ \Rightarrow T'_C = ۰/۳۵T'_H$$

$$\Rightarrow (T_C - ۱۰۰) = ۰/۳۵\,(T_H + ۱۰۰) \Rightarrow T_C = ۰/۳۵T_H + ۱۳۵$$

حال با توجه به رابطه‌ی ۶-۱ داریم :

$$T_C = ۰/۳۵ \times ۲T_C + ۱۳۵ \Rightarrow ۰/۳T_C = ۱۳۵ \Rightarrow T_C = ۴۵۰\ K \xrightarrow{(۱-۶)} T_H = ۹۰۰\ K$$

سؤال ششم. (۱) با توجه به معادله‌ی حالت گاز داریم :

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \Rightarrow T_A = \frac{(۱\times۱۰^{۵})\times(۲\times۱۰^{-۳})}{۱\times۸} = \frac{۲۰۰}{۸} = ۲۵\ K$$

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \Rightarrow T_B = \frac{(۳\times۱۰^{۵})\times(۲\times۱۰^{-۳})}{۱\times۸} = \frac{۳۰۰}{۴} = ۷۵\ K$$

$$T_C = \frac{P_C V_C}{nR} \Rightarrow T_C = \frac{(۲\times۱۰^{۵})\times(۵\times۱۰^{-۳})}{۱\times۸} = \frac{۱۰۰۰}{۸} = ۱۲۵\ K$$

(۲) کار انجام شده در هر یک از فرآیندها از نظر مقدار برابر است با مساحت زیر نمودار $(P-V)$ در طی آن فرآیند. اما در فرآیند BC چون انبساط رخ داده است، علامت کار منفی و در فرآیند CA، از آن جایی که تراکم رخ داده است، کار انجام شده، مثبت می‌باشد. پس داریم :

$$W_{AB} = ۰\ ,\ W_{BC} = -\frac{(۲+۳)\times۱۰^{۵}}{۲}\times۳\times۱۰^{-۳} = -۷۵۰\ J$$

$$W_{CA} = +\frac{(۲+۱)\times۱۰^{۵}}{۲}\times۳\times۱۰^{-۳} = ۴۵۰\ J$$

$$W_{\text{چرخه}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -۳۰۰\ J$$

(۳) تبادل گرمایی گاز در فرآیند BCA یعنی $Q_{BC} + Q_{CA}$. پس برای محاسبه‌ی آن، از گرمای کل چرخه استفاده می‌کنیم :

$$Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}} \Rightarrow Q_{\text{چرخه}} = ۳۰۰\ J$$

$$Q_{\text{چرخه}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} \Rightarrow ۳۰۰ = nC_{MV}(T_B - T_A) + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$\Rightarrow (Q_{BC} + Q_{CA}) = ۳۰۰ - ۲۱/۷\times۵۰ = -۷۸۵\ J$$

سؤال هفت. تغییر انرژی درونی چرخه، صفر است. لذا داریم :

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = ۰ \Rightarrow (Q_{AB} + W_{AB}) + (Q_{BC} + W_{BC}) + (Q_{CA} + W_{CA}) = ۰$$

$$\Rightarrow (۰ + W_{AB}) + (nC_{MP}(T_C - T_B) - P_B(V_C - V_B)) + ۰ = ۰$$

$$\Rightarrow W_{AB} + ۳nR(T_C - T_B) - P_B(V_C - V_B) = ۰$$

$$W_{AB} + ۳(P_C V_C - P_B V_B) - P_B(V_C - V_B) = ۰ \quad (۲-۶)$$

از آنجایی که فرآیند CA هم‌دما است می‌توان نوشت :

$$P_C V_C = P_A V_A \Rightarrow ۰/۵ \times V_C = ۲ \times ۴ \Rightarrow V_C = ۱۶\ lit$$

$$(۲\text{-}۶) \Rightarrow W_{AB} + ۳(۱۶ \times ۰/۵ - ۸ \times ۰/۵) \times ۱۰^{۲} - ۰/۵ \times ۱۰^{۵}(۱۶ - ۸) \times ۱۰^{-۳} = ۰$$

$$\Rightarrow W_{AB} = ۸۰۰\ J$$

(۲) فرآیند AB، بی‌دررو است، پس $\Delta U_{AB} = W_{AB} = -۸۰۰\ J$. فرآیند CA هم دما است، پس $\Delta U_{CA} = ۰$. بنابراین داریم :

$$\Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} + \Delta U_{AB} = ۰ \Rightarrow \Delta U_{BC} + ۰ - ۸۰۰ = ۰ \Rightarrow \Delta U_{BC} = ۸۰۰\ J$$

سؤال هشت. توان مصرفی موتور یخچال (P) ، ۲۵۰ وات است که ۹۶ درصد آن برای عمل یخچال مفید است. لذا برای توان مفید یخچال (P')، داریم :

$$R_a = \frac{P'}{P} \Rightarrow P' = P \times R_a \Rightarrow P' = ۰/۹۶ \times ۲۵۰ = ۲۴۰\ W$$

$$W = P' \times \Delta t \Rightarrow W = ۲۴۰ \times ۶۰ = ۱۴۴۰۰\ J$$ (کار داده شده یخچال در هر دقیقه)

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow ۵ = \frac{Q_C}{۱۴۴۰۰} \Rightarrow Q_C = ۷۲۰۰۰\ J$$

$$\Rightarrow |Q_H| = W + Q_C \Rightarrow |Q_H| = ۷۲۰۰۰ + ۱۴۴۰۰ = ۸۶۴۰۰\ J$$

یخچال علاوه بر $|Q_H|$ مقداری هم به خاطر اتلاف انرژی در موتور کمپرسور، گرما به محیط می‌دهد. پس گرمای کل داده شده به محیط از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$Q = |Q_H| + Q'$$

Q' مقدار گرمای هدر رفته در داخل موتور کمپرسور می‌باشد.

$$Q' = (P - P') \times \Delta t \Rightarrow Q' = (۲۵۰ - ۲۴۰) \times ۶۰ \Rightarrow Q' = ۱۰ \times ۶۰ = ۶۰۰\ J$$

$$Q = ۸۶۴۰۰ + ۶۰۰ = ۸۷۰۰۰\ J$$

البته لازم به ذکر است که چون بازده موتور یخچال زیاد است، مقدار گرمای هدر رفته در داخل آن همان طور که مشاهده می‌شود، بسیار ناچیز است و می‌توان آن را در محاسبات وارد نکرد.

(۲) ابتدا مقدار گرمایی را که آب $۲۵^\circ C$ می‌دهد تا به یخ $-۱۰^\circ C$ تبدیل شود، محاسبه می‌کنیم.

یخ $-۱۰^\circ C \xrightarrow{Q_۳}$ یخ صفر درجه $\xrightarrow{Q_۲}$ آب صفر درجه $\xrightarrow{Q_۱}$ آب $۲۵^\circ C$

$$Q_۱ = mC\Delta\theta \Rightarrow Q_۱ = ۰/۵ \times ۴۲۰۰ \times (-۲۵) = -۵۲۵۰۰\ J$$

$$Q_۲ = -mL_F \Rightarrow Q_۲ = -۰/۵ \times ۳۳۶۰۰۰ = -۱۶۸۰۰۰\ J$$

$$Q_۳ = mC'\Delta\theta \Rightarrow Q_۳ = ۰/۵ \times ۲۱۰۰ \times (-۱۰) = -۱۰۵۰۰\ J$$

$$Q_C = -(Q_1 + Q_2 + Q_3) \Rightarrow Q_C = ۲۳۱۰۰۰ \ J$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow W = \frac{Q_C}{K} = \frac{۲۳۱۰۰۰}{۵} = ۴۶۲۰۰ \ J$$

حال با توجه به توان مفید یخچال، زمان را به دست می‌آوریم.

$$P' = \frac{W}{t} \Rightarrow t = \frac{۴۶۲۰۰}{۲۴۰} = ۱۹۲/۵ s$$

پاسخ آزمون پایانی فصل دوم

سؤال یک. اگر بار آزمون (از نظر مقدار) بزرگ باشد، براثر القای الکتریکی نه تنها توضیع بار در عامل ایجاد کننده‌ی میدان الکتریکی تغییر می‌کند بلکه بر مقدار آن نیز اثر می‌گذارد. یعنی در این حالت میدان الکتریکی اندازه‌گیری شده برای آن نقطه با میدان الکتریکی واقعی آن نقطه متفاوت خواهد شد.

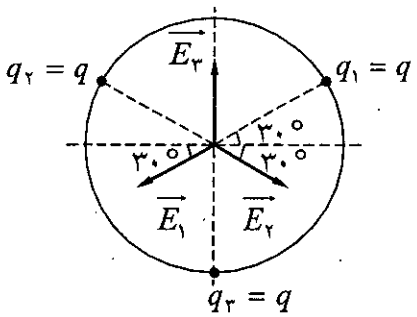
سؤال دو. از آنجائی که بار q_0 خیلی به کره رسانا نزدیک است. لذا بر توزیع بار کره‌ی رسانا کمی اثر می‌گذارد. و اگر بار q_0 همنام با کره‌ی رسانا باشد، اندازه‌ی نیروی وارد بر آن از طرف کره‌ی رسانا از اندازه نیروی مورد انتظار کمی کمتر است. لذا میدان الکتریکی اندازه‌گیری شده با میدان الکتریکی واقعی کمی اختلاف دارد و از آن کمتر می‌باشد. ولی اگر بار q_0 با بار کره‌ی رسانا ناهمنام باشد، نیروی وارد بر بار q_0 از نیروی مورد انتظار کمی بیش‌تر است و در نتیجه میدان الکتریکی اندازه‌گیری شده از میدان الکتریکی واقعی اندکی بیش‌تر می‌شود.

سؤال سه.

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{A_1} = \frac{q_1}{۴\pi r_1^2} \text{ و } \sigma_2 = \frac{q_2}{A_2} = \frac{q_2}{۴\pi r_2^2} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{q_1}{q_2} \times (\frac{r_2}{r_1})^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = (\frac{۲۰}{۴۰}) \times (\frac{۲۰}{۱۰})^2 = \frac{۱}{۲} \times ۴ = ۲$$

سؤال چهار. با توجه به شکل ۶-۲ داریم :



(شکل ۶-۲)

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = -E_1 \cos ۳۰^\circ + E_2 \cos ۳۰^\circ + ۰ \\ E_y = E_3 - E_1 \sin ۳۰^\circ - E_2 \sin ۳۰^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}(E_۲ - E_۱) \\ E_y = E_۳ - \frac{۱}{۲}(E_۲ + E_۱) \end{cases} \quad (۳-۶)$$

از آنجائی که فاصله‌ی سه بار الکتریکی تا مرکز دایره یکسان و مقدار بار الکتریکی آن‌ها نیز یکسان است، پس $E_۱ = E_۲ = E_۳$. با توجه به رابطه‌ی ۶-۳ خواهیم داشت :

$$(E_x = ۰ \, , \, E_y = ۰) \Rightarrow E = ۰$$

توجه کنید که می‌توانستیم با توجه به این که $\overrightarrow{E_۱}$ ، $\overrightarrow{E_۲}$ و $\overrightarrow{E_۳}$ سه بردار هم طول هستند که دو به دو با هم زاویه‌ی ۱۲۰ درجه می‌سازند، نتیجه بگیریم برآیند آن‌ها صفر است.

سؤال پنج. بعد از اتصال اگر بار دو کره را $q'_۱$ و $q'_۲$ بنامیم، طبق قانون بقای بار داریم :

$$q'_۱ + q'_۲ = ۵q + q = ۶q$$

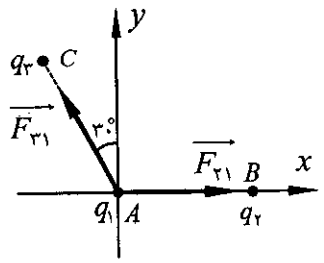
از طرفی چون دو که مشابه هستند، پس از اتصال بار الکتریکی آن‌ها یکسان خواهد بود. بنابراین :

$$\begin{cases} q'_۱ + q'_۲ = ۶q \\ q'_۱ = q'_۲ \end{cases} \Rightarrow q'_۱ = q'_۲ = ۳q$$

اگر نیرویی که دو کره‌ی رسانا پس از اتصال به هم اعمال می‌کنند، $\overrightarrow{F_۲}$ بنامیم، خواهیم داشت :

$$\begin{cases} F_۲ = k\frac{q'_۱ q'_۲}{d^۲} = k\frac{۳q \times ۳q}{d^۲} = \frac{۹kq^۲}{d^۲} \\ F_۱ = k\frac{q_۱ q_۲}{d^۲} = k\frac{q \times ۵q}{d^۲} = \frac{۵kq^۲}{d^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} = \frac{۹}{۵} \Rightarrow F_۲ = ۱/۸F_۱$$

سؤال شش. اگر نیرویی که از طرف ذره‌ی jام به ذره‌ی iام وارد می‌شود را با $\overrightarrow{F_{ji}}$ و برآیند نیروهای وارد بر ذره‌ی iام را با $\overrightarrow{F_i}$ نشان دهیم، با توجه به **شکل ۶-۳** خواهیم داشت :



(شکل ۶-۳)

$$\overrightarrow{F_۱} = \overrightarrow{F_{۲۱}} + \overrightarrow{F_{۳۱}} = F_{۱x}\vec{i} + F_{۱y}\vec{j}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{۱x} = F_{۲۱x} + F_{۳۱x} \\ F_{۱y} = F_{۲۱y} + F_{۳۱y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{۱x} = F_{۲۱} - F_{۳۱}\sin ۳۰^\circ \\ F_{۱y} = ۰ + F_{۳۱}\cos ۳۰^\circ \end{cases}$$

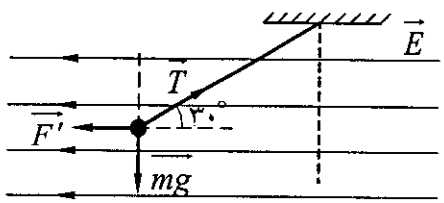
$$F_{۲۱} = k\frac{q_۱ q_۲}{r_{۲۱}^۲} = ۹\times ۱۰^۹ \times \frac{۱\times ۱۰^{-۶} \times ۴ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۴)^۲} = \frac{۹}{۴۰}N$$

$$\begin{cases} F_{۳۱} = k\dfrac{q_۱ q_۳}{r_{۳۱}^۲} = ۹\times ۱۰^۹ \times \dfrac{۱\times ۱۰^{-۶}\times ۲\times ۱۰^{-۶}}{(۰/۲)^۲} = \dfrac{۹}{۲۰} N \\ r_{۳۱} = \sqrt{x_C^۲ + y_C^۲} = \sqrt{۱۰^۲ + (۱۰\sqrt{۳})^۲} = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰\, cm \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{۱x} = \dfrac{۹}{۴۰} - \dfrac{۹}{۲۰}\times\dfrac{۱}{۲} = ۰ \\ F_{۱y} = ۰ + \dfrac{۹}{۲۰}\times\dfrac{\sqrt{۳}}{۲} = \dfrac{۹\sqrt{۳}}{۴۰} N \end{cases} \Rightarrow \vec{F_۱} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴۰}\vec{j} \Rightarrow |\vec{F_۱}| = \frac{۹\sqrt{۳}}{۴۰} N$$

پس $\vec{F_۱}$ در راستای محور y است و با محور x زاویه‌ی ۹۰° می‌سازد.

سؤال هفت. گلوله در میدان به حال تعادل است پس طبق رابطه‌ی عکس قانون اول نیوتن برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. مطابق شکل ۶-۴ سه نیرو به جسم وارد می‌شود. نیروی وزن (W)، نیروی کشش نخ (T) و نیروی الکتریکی (F').



(شکل ۶-۴)

حال اگر برآیند نیروها را $\vec{F}$ بنامیم، داریم:

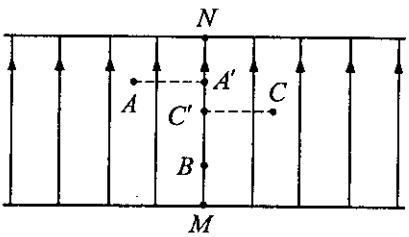
$$\vec{F} = \vec{o} \Rightarrow \begin{cases} F_x = ۰ \\ F_y = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = W_x + T_x + F'_x \\ F_y = W_y + T_y + F'_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = ۰ + T\cos ۳۰^\circ - F' \\ F_y = -W + T\sin ۳۰^\circ + ۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} T\cos ۳۰^\circ - F' = ۰ \\ T\sin ۳۰^\circ - W = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T\cos ۳۰^\circ = F' \\ T\sin ۳۰^\circ = W \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{W} = \frac{\cos ۳۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} \Rightarrow F' = W\cot ۳۰^\circ$$

$$qE = W\cot ۳۰^\circ \Rightarrow E = \frac{W}{q}\cot ۳۰^\circ \Rightarrow E = \frac{۰/۳}{۵\times ۱۰^{-۶}}\times\sqrt{۳} = ۶\sqrt{۳}\times ۱۰^۴ \frac{N}{C}$$

چون علامت بار الکتریکی تأثیری در جواب مسأله ندارد، بار الکتریکی را مثبت فرض شده است.

سؤال هشت. (۱) خطوط میدان الکتریکی همواره از نقاط با پتانسیل بیشتر به طرف نقاط با پتانسیل کمتر هستند. بنابراین جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه، از صفحه‌ی مثبت به طرف صفحه‌ی منفی خواهد بود (شکل ۶-۵).



(شکل ۶-۵)

با توجه به نتایج گرفته شده در مثال۱۶ ، در شکل ۶-۵ نقطه‌ی C' با نقطه‌ی C و نقطه‌ی A' با نقطه‌ی A هم پتانسیل است. هم چنین با توجه به نتیجه‌ی به دست آمده در مثال۱۵ داریم :

$$V_N < V_{A'} < V_{C'} < V_B < V_M \Rightarrow V_N < V_A < V_C < V_B < V_M$$

(۲) با توجه به نتایج گرفته شده در مثال۱۶ داریم :

$$V_N = V_M - E \times MN \Rightarrow ۰ = ۲۰۰ - E \times \frac{۱}{۱۰۰} \Rightarrow E = ۲\times ۱۰^{۴}\ \frac{N}{C}$$

$$V_N = V_{A'} - E \times A'N \Rightarrow ۰ = V_A - ۲\times ۱۰^{۴} \times ۱/۵ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow V_A = ۳۰ \text{ ولت}$$

$$V_N = V_{C'} - E \times C'N \Rightarrow ۰ = V_C - ۲\times ۱۰^{۴} \times ۲ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow V_C = ۴۰ \text{ ولت}$$

$$V_N = V_B - E \times BN \Rightarrow ۰ = V_B - ۲\times ۱۰^{۴} \times ۸/۵ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow V_B = ۱۷۰ \text{ ولت}$$

سؤال نه.

$$\sigma_۱ = \sigma_۲ \Rightarrow \frac{q_۱}{۴\pi r_۱^{۲}} = \frac{q_۲}{۴\pi r_۲^{۲}} \Rightarrow \frac{q_۱}{q_۲} = (\frac{r_۱}{r_۲})^{۲} \xrightarrow{r_۱ = ۵r_۲} \frac{q_۱}{q_۲} = ۲۵$$

$$\Rightarrow q_۱ = ۲۵ q_۲ \Rightarrow q_۱ - \Delta q = q_۲ + \Delta q \Rightarrow ۲\Delta q = q_۱ - q_۲$$

$$\xrightarrow{q_۲ = \frac{۱}{۲۵} q_۱} ۲\Delta q = q_۱ - \frac{q_۱}{۲۵} \Rightarrow ۲\Delta q = \frac{۲۴}{۲۵} q_۱ \Rightarrow \Delta q = \frac{۱۲}{۲۵} q_۱ = \frac{۴۸}{۱۰۰} q_۱ = ۴۸\,\% q_۱$$

پاسخ آزمون پایانی فصل سوم

سؤال یک. جریان عبوری از مفتول را I در نظر می‌گیریم. اختلاف پتانسیل دو سر فلزهای A و B در این مفتول یکسان است.

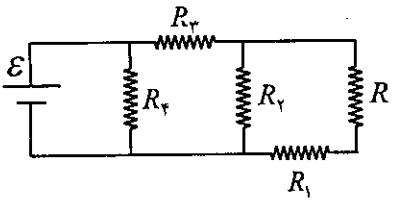
$$V_A = V_B \Rightarrow R_A I_A = R_B I_B \Rightarrow R_A(\frac{۱}{۳}I) = R_B(\frac{۲}{۳}I) \Rightarrow R_A = ۲R_B$$

$$\Rightarrow \rho_A \frac{l}{S_A} = ۲\rho_B \frac{l}{S_B} \Rightarrow \rho_A S_B = ۲\rho_B S_A \Rightarrow \rho_A(\frac{۳}{۴}S) = ۲\rho_B(\frac{۱}{۴}S)$$

$$\Rightarrow ۳\rho_A = ۲\rho_B \Rightarrow \rho_B = ۱/۵\rho_A$$

سؤال دو. با توجه به شکل ۶-۶ اگر مقاومت معادل تمام مقاومت‌های مدار را $r_۰$ بنامیم، داریم :

$$\varepsilon = r_۰ I \Rightarrow ۱۳ = ۲r_۰ \Rightarrow r_۰ = \frac{۱۳}{۲}\Omega$$



(شکل ۶-۶)

حال مقاومت معادل همه‌ی مقاومت‌های مدار به جز مقاومت $R_۴$ را $r_۱$ می‌نامیم. $r_۱$ و $R_۴$ موازی‌اند و معادل آن‌ها $r_۰$ است. در نتیجه خواهیم داشت :

$$\frac{۱}{r_۱}+\frac{۱}{R_۴}=\frac{۱}{r_۵}\Rightarrow\frac{۱}{r_۱}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۲}{۱۳}\Rightarrow r_۱=\frac{۱۳۰}{۷}\Omega$$

اگر مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و R را $r_۲$ بنامیم، $r_۲$ و $R_۳$ سری‌اند و داریم :

$$r_۲+R_۳=r_۱\Rightarrow r_۲+۱۰=\frac{۱۳۰}{۷}\Rightarrow r_۲=\frac{۶۰}{۷}\Omega$$

اگر مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۱$ و R را $r_۳$ بنامیم، $r_۳$ و $R_۲$ موازی‌اند و داریم :

$$\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{r_۳}=\frac{۱}{r_۲}\Rightarrow\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{r_۳}=\frac{۷}{۶۰}\Rightarrow r_۳=۶۰\,\Omega$$

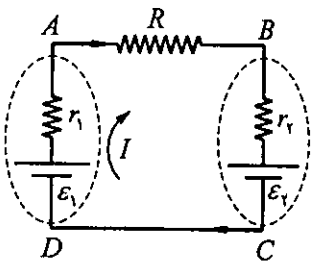
مقاومت‌های R و $R_۱$ سری‌اند و برای مقاومت معادل آن‌ها ($r_۳$) خواهیم داشت :

$$R+R_۱=r_۳\Rightarrow R+۱۰=۶۰\Rightarrow R=۵۰\,\Omega$$

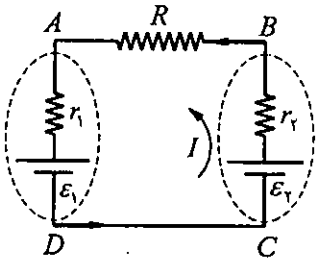
سؤال سه. مقاومت هر لامپ را R و نیرو محرکه‌ی مولد را ε و مقاومت درونی آن را r در نظر می‌گیریم. وقتی کلید ۱ بسته شود مقاومت مدار از $۳R$ به $۲R$ و وقتی کلید ۲ بسته شود مقاومت مدار از $۲R$ به R کاهش می‌یابد. با کاهش مقاومت در هر مرحله جریان مدار افزایش می‌یابد و افت ولتاژ درمولد بیشتر می‌شود. بنابراین عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد افزایش و عددی که ولت‌متر نشان می‌دهد کاهش می‌یابد.

هم چنین با بستن کلید ۱ لامپ موازی با آن خاموش می‌شود و لامپهای دیگر روشن‌تر می‌شوند و با بستن کلید ۲ لامپ موازی با آن خاموش می‌شود و لامپ باقیمانده روشن‌تر از قبل می‌شود.

سؤال چهار. با توجه به شکل‌های ۶-۷ و ۶-۸ جهت جریان در حلقه می‌تواند ساعتگرد یا پادساعتگرد باشد.



(شکل ۶-۷)



(شکل ۶-۸)

اگر جریان در جهت نشان داده شده در شکل ۶-۷ باشد، داریم :

$$+\varepsilon_۱-r_۱I-RI-r_۲I-\varepsilon_۲=۰\Rightarrow\varepsilon_۱-\varepsilon_۲=I(r_۱+r_۲+R)$$
$$\Rightarrow\varepsilon_۲=\varepsilon_۱-I\,(r_۱+r_۲+R)=۲\ \text{ولت}$$
$$V_A+Ir_۱-\varepsilon_۱=V_D\Rightarrow V_A-V_D=\varepsilon_۱-Ir_۱\Rightarrow V_{\varepsilon_۱}=۱۰-۰/۵\times۰/۵=۹/۷۵\ \text{ولت}$$
$$V_B-Ir_۲-\varepsilon_۲=V_C\Rightarrow V_B-V_C=\varepsilon_۲+Ir_۲\Rightarrow V_{\varepsilon_۲}=۲+۰/۵\times۰/۵=۲/۲۵\ \text{ولت}$$

اگر جریان در جهت نشان داده شده در شکل ۶-۸ باشد، داریم :

$$+\varepsilon_۲ - r_۲I - RI - r_۱I - \varepsilon_۱ = ۰ \Rightarrow \varepsilon_۲ - \varepsilon_۱ = I(r_۱ + r_۲ + R)$$
$$\Rightarrow \varepsilon_۲ = \varepsilon_۱ + I(r_۱ + r_۲ + R) = ۱۸ \text{ ولت}$$
$$V_A - Ir_۱ - \varepsilon_۱ = V_D \Rightarrow V_A - V_D = \varepsilon_۱ + Ir_۱ \Rightarrow V_{\varepsilon_۱} = ۱۰ + ۰/۵ \times ۰/۵ = ۱۰/۲۵ \text{ ولت}$$
$$V_B + Ir_۲ - \varepsilon_۲ = V_C \Rightarrow V_B - V_C = \varepsilon_۲ - Ir_۲ \Rightarrow V_{\varepsilon_۲} = ۱۸ - ۰/۵ \times ۰/۵ = ۱۷/۷۵ \text{ ولت}$$

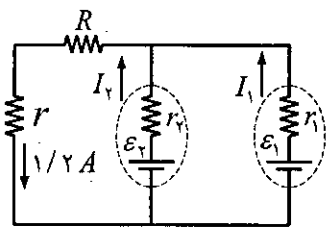
سؤال پنج. جریان مولدها را $I_۱$ و $I_۲$ و مقاومت درونی آمپرسنج را r می‌نامیم (شکل ۶-۹).

اگر قانون اختلاف پتانسیل‌ها را برای حلقه‌ی سمت چپ بنویسیم، خواهیم داشت :

$$+\varepsilon_۲ - r_۲I_۲ - R(۱/۲) - r(۱/۲) = ۰ \Rightarrow ۱/۲r + ۲I_۲ = ۲ \quad (۴-۶)$$

اگر قانون اختلاف پتانسیل‌ها را برای حلقه‌ی سمت راست بنویسیم، خواهیم داشت :

$$+\varepsilon_۱ - r_۱I_۱ + r_۲I_۲ - \varepsilon_۲ = ۰ \Rightarrow I_۱ = ۲I_۲ \quad (۵-۶)$$



(شکل ۶-۹)

اگر قانون شدت جریان‌ها را برای یکی از گره‌های مدار بنویسیم، خواهیم داشت $I_۱ + I_۲ = ۱/۲A$ و با استفاده از رابطه‌های ۶-۴ و ۶-۵، $I_۱ = ۰/۸A$ ، $I_۲ = ۰/۴A$ و $r = ۱\Omega$ به دست می‌آیند.

برای مولد $\varepsilon_۱$: $V_۱ = \varepsilon_۱ - r_۱I_۱ = ۲۰ - ۰/۸ = ۱۹/۲V$

برای مولد $\varepsilon_۲$: $V_۲ = \varepsilon_۲ - r_۲I_۲ = ۲۰ - ۰/۸ = ۱۹/۲V$

به دلیل این که مولدها باهم موازی هستند اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان به دست می‌آید.

سؤال شش. با توجه به شکل سؤال جریان شاخه‌ی BD برابر $I_۳ = ۱A$ و به سمت پایین است.

$$V_A - r_۱I_۱ + \varepsilon_۱ - ۲I_۱ = V_B \Rightarrow V_A - ۲ + ۱۲ - ۱۰ = V_B \Rightarrow V_B = V_A = ۶V$$
$$V_B - \varepsilon_۲ - r_۳I_۳ = V_D \Rightarrow V_B - ۵ - ۱ = V_D \Rightarrow V_D = V_B - ۶ = ۰V$$
$$V_B - ۲/۵I_۲ = V_C \Rightarrow V_C = V_B - ۱۰ = -۴V$$

سؤال هفت.

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \quad ، \quad P_R = RI^۲ = \frac{R}{(R+r)^۲}\varepsilon^۲$$

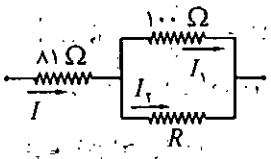
$$P_R = ۱۶W \Rightarrow \frac{R}{(R+۲)^۲} \times ۱۴۴ = ۱۶ \Rightarrow ۹R = (R+۲)^۲ \Rightarrow R^۲ - ۵R + ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow R = ۱\Omega \, , \, R = ۴\Omega$$

(بازده) $\eta = \dfrac{VI}{\varepsilon I} = \dfrac{V}{\varepsilon} = \dfrac{IR}{I(R+r)} = \dfrac{R}{R+r}$

$$R=۱\Omega \Rightarrow \eta=\frac{۱}{۳}\approx ۳۳/۳\% \quad ، \quad R=۲\Omega \Rightarrow \eta=\frac{۲}{۳}\approx ۶۶/۶\%$$

سؤال هشت.



(شکل ۶-۱۰)

$$\begin{cases} I_۱+I_۲=I \\ V=۱۰۰I_۱=RI_۲ \end{cases} \Rightarrow I_۱=\frac{R}{R+۱۰۰}I$$

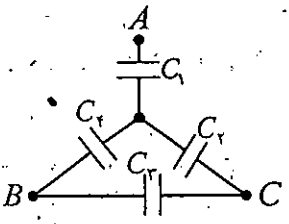
(توان مصرفی مقاومت ۸۱ Ω) $P=RI^۲=۸۱I^۲$

(توان مصرفی مقاومت ۱۰۰ Ω) $P_۱=R_۱I_۱^۲=۱۰۰(\frac{R}{R+۱۰۰}I)^۲$

$$P=P_۱ \Rightarrow ۸۱I^۲=۱۰۰(\frac{R}{R+۱۰۰}I)^۲ \Rightarrow ۹(R+۱۰۰)=۱۰R \Rightarrow R=۹۰۰\ \Omega$$

پاسخ آزمون پایانی فصل چهارم

سؤال یک. اگر دو سر مدار نقاط A و B باشند (شکل ۶-۱۲)، داریم:

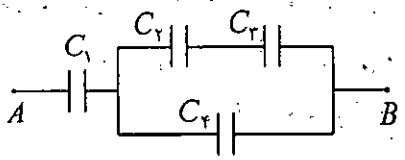


(شکل ۶-۱۱)

$$C_{۲,۳}=\frac{C_۲C_۳}{C_۲+C_۳}=\frac{C^۲}{۲C}=\frac{C}{۲}$$

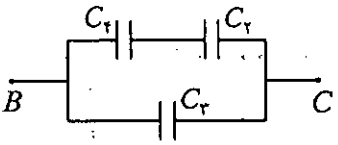
$$C_{۲,۳,۴}=C_{۲,۳}+C_۴=\frac{C}{۲}+C=\frac{۳}{۲}C$$

$$C'=\frac{C_{۲,۳,۴}\times C_۱}{C_{۲,۳,۴}+C_۱}=\frac{C\times\frac{۳}{۲}C}{C+\frac{۳}{۲}C}=\frac{۳}{۵}C$$



(شکل ۶-۱۲)

اگر دو سر مدار نقاط B و C باشند (شکل ۶-۱۳)، خازن $C_۱$ از مدار خارج می‌شود. بنابراین:



(شکل ۶-۱۳)

$$C_{۲,۳}=\frac{C_۲C_۴}{C_۲+C_۴}=\frac{C}{۲}$$

$$\Rightarrow C''=C_{۲,۳}+C_۳=\frac{C}{۲}+C=\frac{۳}{۲}C$$

$$\Rightarrow \frac{C''}{C'}=\frac{\frac{۳}{۲}C}{\frac{۳}{۵}C}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

سؤال دو. (۱)

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_{1,2} = \frac{5C_1}{5 + C_1}$$

$$C_{1,2} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_{1,2} = \frac{5C_1}{5 + C_1}$$

$$C_T = C_{1,2} + C_3 \Rightarrow 10 = \frac{5C_1}{5 + C_1} + 7/5 \Rightarrow \frac{5C_1}{5 + C_1} = 2/5 \Rightarrow C_1 = 5\,\mu F$$

$$V_3 = 100\,V \Rightarrow q_3 = c_3 V_3 = 7/5 \times 100 = 750\,\mu C \qquad (2)$$

$$C_1 = C_2 \Rightarrow V_1 = V_2 \xrightarrow{V_1 + V_2 = 100\,V} \Rightarrow V_1 = V_2 = 50\,V$$

$$q_1 = q_2 = C_1 V_1 = 5 \times 50 = 250\,\mu C$$

$$U = \frac{1}{2} C_T V^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 10 \times 100^2 = 500\,\mu J$$

سؤال سه. پس از وصل کلید K دو خازن شارژ می‌شوند و بار هر یک از آن‌ها برابر خواهد شد با :

$$\begin{cases} q_1 = C_1 V \\ q_2 = C_2 V \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 6 \times 20 = 120\,\mu C \\ q_2 = 2 \times 20 = 40\,\mu C \end{cases}$$

پس از باز کردن کلید K منبع از مدار حذف شده و بار موجود بر روی مجموعه خازن‌ها ثابت می‌ماند. حال با وارد کردن دی‌الکتریک ظرفیت خازن C_2 را افزایش می‌دهیم (شش برابر می‌کنیم). اگر مقادیر جدید را با علامت پریم نمایش دهیم داریم :

$$C_1' = C_1 \,،\; C_2' = 6C_2 \Rightarrow C_1' = 6\,\mu F \,،\; C_2' = 12\,\mu F$$

طبق قانون بقای بار داریم :

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 \Rightarrow q_1' + q_2' = 160\,\mu C$$

اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازن‌ها بعد از قطع کلید را V' بنامیم.

$$\left.\begin{aligned} q_1' &= C_1' V' \\ q_2' &= C_2' V' \end{aligned}\right\} \Rightarrow C_1' V' + C_2' V' = 160 \Rightarrow V'(C_1' + C_2') = 160$$

$$\Rightarrow V'(6 + 12) = 160 \Rightarrow V' = \frac{80}{9} V$$

$$q_1' = C_1' \times V' \Rightarrow q_1' = 6 \times \frac{80}{9} = \frac{160}{3}\,\mu C$$

$$q_2' = C_2' \times V' \Rightarrow q_2' = 12 \times \frac{80}{9} = \frac{320}{3}\,\mu C$$

سؤال چهار. اگر برای خازن C_i بار الکتریکی را با q_i ، اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن را با V_i و انرژی ذخیره شده در خازن را با U_i نشان دهیم، خواهیم داشت :

$$U_1 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 \Rightarrow 1800 = \frac{1}{2}\times 1\times V_1^2 \Rightarrow V_1 = 60\,V \quad , \quad V_2 = V_1 = 60\,V$$

$$q_1 = C_1V_1 \Rightarrow q_1 = 1\times 60 = 60\,\mu C \quad , \quad q_2 = C_2V_2 \Rightarrow q_2 = 3\times 60 = 180\,\mu C$$

$$q_{1,2} = q_1 + q_2 = 240\,\mu C \quad , \quad q_3 = q_{1,2} = 240\,\mu C$$

$$V_3 = \frac{q_3}{C_3} \Rightarrow V_3 = \frac{240}{6} = 40\,V \quad , \quad V_{AB} = V_1 + V_3 = 60 + 40 = 100\,V$$

$$C_{4,5} = \frac{C_4C_5}{C_4 + C_5} = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\,\mu F \quad , \quad C_{4,5,6} = C_{4,5} + C_6 = 2 + 4 = 6\,\mu F$$

$$C_{4,5,6,7} = \frac{C_{4,5,6}C_7}{C_{4,5,6} + C_7} = \frac{6\times 4}{6+4} = 2/4\,\mu F$$

$$q_{4,5,6,7} = C_{4,5,6,7}V_{AB} = 2/4\times 100 = 240\,\mu C$$

$$q_{4,5,6} = q_7 = q_{4,5,6,7} = 240\,\mu C \quad , \quad V_{4,5,6} = \frac{q_{4,5,6}}{C_{4,5,6}} = \frac{240}{6} = 40\,V$$

$$V_{4,5} = V_6 = V_{4,5,6} = 40\,V \quad , \quad q_{4,5} = C_{4,5}V_{4,5} = 2\times 40 = 80\,\mu C$$

$$q_5 = q_4 = q_{4,5} = 80\,\mu C$$

سؤال پنج. با وصل کلید K_1 بار موجود در خازن C_1، (q)، بین دو خازن C_1 و C_2 تقسیم می‌شود و از آنجائی که ظرفیت خازن‌ها یکسان است بار آن‌ها در نهایت با هم برابر می‌شود یعنی بار هر یک از خازن‌های C_1 و C_2 بعد از اتصال عبارت است از :

$$q_1' = q_2' = \frac{q}{2}$$

حال وقتی کلید K_1 را باز می‌کنیم بار خازن C_1 همان $\frac{q}{2}$ باقی می‌ماند ولی با وصل کلید K_2 بار موجود در خازن C_2 $(\frac{q}{2})$ بین دو خازن مشابه C_2 و C_3 تقسیم می‌شود پس بار هر یک از آن‌ها در نهایت به $\frac{q}{4}$ می‌رسد.

سؤال شش. بار ذخیره شده روی خازن C_1 برابر است با :

$$q_1 = C_1V = 5/5\times 10^{-6}\times 25 = 137/5\,\mu C$$

حال اگر بار خازن C_1 بعد از اتصال q_1' و بار خازن C_2، q_2' باشد، طبق قانون بقاء بار داریم :

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 = q_1 + ۰ = ۱۳۷/۵\,\mu C$$

چون اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها ۱۰ ولت شده است. بنابراین بار q_1' به دست می‌آید :

$$q_1' = C_1 V_1 = ۵/۵ \times ۱۰ = ۵۵\ \mu C \quad ، \quad q_2' = ۱۳۷/۵ - q_1' = ۱۳۷/۵ - ۵۵ = ۸۲/۵\,\mu C$$

$$C_2 = \frac{q_2'}{V_2} = \frac{۸۲/۵}{۱۰} = ۸/۲۵\ \mu F$$

سؤال هفت. فرض می‌کنیم بار اولیه‌ی خازن q_1 باشد. بعد از انتقال $+۳mC$ از صفحه‌ی منفی به صفحه‌ی مثبت بار هر صفحه به اندازه‌ی $۳mC$ افزایش می‌یابد به عبارت دیگر بار جدید خازن $q_2 = q_1 + ۳\,mC$ می‌شود. مقدار انرژی صرف شده جهت این عمل به انرژی پتانسیل خازن تبدیل شده است. بنابراین می‌توان نوشت :

$$U_2 - U_1 = ۸J \quad ، \quad U_1 = \frac{۱}{۲}\frac{q_1^2}{C} \quad ، \quad U_2 = \frac{۱}{۲}\frac{q_2^2}{C}$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{۱}{۲}\frac{q_2^2}{C} - \frac{۱}{۲}\frac{q_1^2}{C} = \frac{۱}{۲C}(q_2^2 - q_1^2) = ۸$$

از طرفی داریم :

$$q_2 = q_1 + ۳\times ۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow q_2^2 - q_1^2 = ۱۶\,C \Rightarrow q_2^2 - q_1^2 = ۹۶\times ۱۰^{-۶} \Rightarrow (q_1 + ۳\times ۱۰^{-۳})^2 - q_1^2 = ۹۶\times ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow q_1^2 + ۶\times ۱۰^{-۳} q_1 + ۹\times ۱۰^{-۶} - q_1^2 = ۹۶\times ۱۰^{-۶} \Rightarrow ۶\times ۱۰^{-۳} q_1 = ۸۷\times ۱۰^{-۶}$$

$$\Rightarrow q_1 = \frac{۸۷}{۶}\times ۱۰^{-۳}\,C \Rightarrow q_1 = ۱۴/۵\times ۱۰^{-۳}\,C = ۱۴/۵\,mC$$

سؤال هشت. (۱) از آنجایی که اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه با اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_4 یکسان است. لذا برای انرژی‌های ذخیره شده در آن‌ها داریم :

$$U_T = \frac{۱}{۲}C_T V^2 \ , \ U_4 = \frac{۱}{۲}C_4 V^2 \Rightarrow \frac{U_4}{U_T} = \frac{C_4}{C_T}$$

پس نسبت انرژی خازن‌های مذکور با نسبت ظرفیت‌های آن‌ها برابر است.

$$C_{۱,۲} = C_1 + C_2 \Rightarrow C_{۱,۲} = ۳۶\,\mu F$$

$$C_{۱,۲,۳} = \frac{C_{۱,۲}\times C_3}{C_{۱,۲} + C_3} = \frac{۳۶\times ۲۴}{۳۶ + ۲۴} = \frac{۷۲}{۵۰}\,\mu F = ۱۴/۴\,\mu F$$

$$C_T = C_{۱,۲,۳} + C_4 = ۱۴/۴ + ۵/۶ = ۲۰\,\mu F$$

$$\Rightarrow \frac{U_4}{U_T} = \frac{۵/۶}{۲۰} = ۰/۲۸$$

(۲) برای محاسبه بار خازن $C_۱$ بار مجموعه دو خازن $C_۱$ و $C_۲$ را که با خازن‌های $C_۳$ و معادل خازن‌های شاخه بالایی مدار برابر است به دست می‌آوریم.

$$q_{۱,۲,۳} = C_{۱,۲,۳} \times V \Rightarrow q_{۱,۲,۳} = \frac{۷۲}{۵} \times ۲۰ = ۲۸۸\ \mu C$$

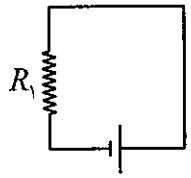
$$q_{۱,۲} = q_۳ = q_{۱,۲,۳} \Rightarrow q_{۱,۲} = q_۳ = ۲۸۸\ \mu C$$

حال با استفاده از بار خازن $q_۳$ اختلاف پتانسیل دو سر آن را به دست می‌آوریم.

$$V_۳ = \frac{q_۳}{C_۳} = \frac{۲۸۸}{۲۴} = ۱۲V \Rightarrow V_۱ = V_۲ = V - V_۳ \Rightarrow V_۱ = V_۲ = ۲۰ - ۱۲ = ۸V$$

$$q_۱ = C_۱V_۱ \Rightarrow q_۱ = ۱۶ \times ۸ = ۱۲۸\ \mu C$$

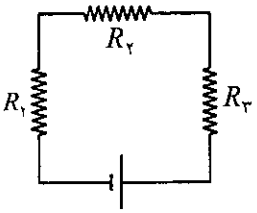
سؤال نه. (۱) در لحظه‌ی وصل کلید، شاخه‌هایی که خازن دارند نقش اتصال کوتاه را دارند پس دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ از مدار حذف می‌شوند و مدار به صورت شکل ۶-۱۴ می‌شود :



(شکل ۶-۱۴)

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow I = \frac{۱۸}{۲} = ۹A$$

(۲) پس از شارژ خازن، شاخه‌های شامل خازن، نقش مدار (کلید) باز را دارند پس مدار به صورت شکل ۶-۱۵ می‌شود و داریم :



(شکل ۶-۱۵)

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow I = \frac{۱۸}{۹} = ۲\ A$$

$$\begin{cases} V_{C_۱} = V_{R_۲} = IR_۲ = ۲ \times ۴ = ۸V \\ q_۱ = C_۱V_{C_۱} = ۲ \times ۸ = ۱۶\ \mu C \Rightarrow q_۱ = ۱۶\ \mu C \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{C_۲} = V_{R_۳} = IR_۳ = ۲ \times ۳ = ۶V \\ q_۲ = C_۲V_{C_۲} = ۴ \times ۶ = ۲۴\ \mu C \Rightarrow q_۲ = ۲۴\ \mu C \end{cases}$$

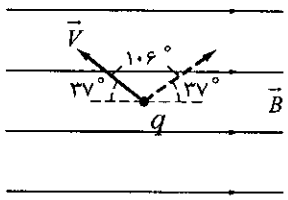
پاسخ آزمون پایانی فصل پنجم

سؤال یک. (۱) بار منفی است و جهت نیروی وارد بر آن عمود بر صفحه‌ی شکل و برون‌سو است.

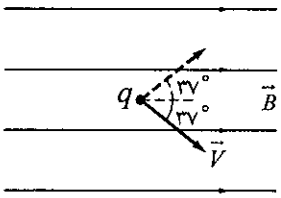
$$F = qVB\sin\theta = (۲ \times ۱۰^{-۸}) \times (\frac{۱}{۳۰} \times ۳ \times ۱۰^{۸}) \times ۵ \times ۰/۶ = ۰/۶N$$

(۲) اگر جهت حرکت بار مطابق شکل ۶-۱۶ ، ۱۰۶ درجه در جهت پادساعتگرد و یا مطابق شکل ۶-۱۷، ۷۴ درجه در جهت ساعتگرد تغییر کند و یا اگر جهت حرکت بار مطابق شکل ۶-۱۸ عکس

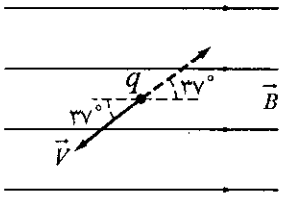
شود، امتداد سرعت بار با میدان مغناطیسی دوباره زاویه‌ی ۳۷° می‌سازد و اندازه‌ی نیروی مغناطیسی وارد بر آن تغییر نمی‌کند. در شکل ۶-۱۶ جهت نیرو تغییر نمی‌کند، ولی در شکل‌های ۶-۱۷ و ۶-۱۸ جهت نیرو برون‌سو می‌شود.



(شکل ۶-۱۶)

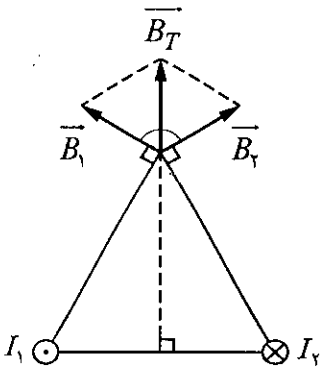


(شکل ۶-۱۷)



(شکل ۶-۱۸)

سؤال دو. $\vec{B_۱}$ عمود بر AC و $\vec{B_۲}$ عمود بر AB است. بنابراین زاویه‌ی بین $\vec{B_۱}$ و $\vec{B_۲}$ برابر $\alpha = ۱۲۰^\circ$ است. پس :



(شکل ۶-۱۹)

$$B_۱ = B_۲ = \frac{\mu_۰ I}{۲\pi d} = \frac{۵\mu_۰}{\pi}$$

$$B_T = \sqrt{B_۱^۲ + B_۲^۲ + ۲B_۱B_۲\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow B_T = ۲B_۱\cos\frac{\alpha}{۲} = ۲B_۱\cos ۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow B_T = B_۱ = ۲\times ۱۰^{-۶} T = ۲\,\mu T$$

سؤال سه. برای پیچه‌ی مسطح داریم :

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{۲r} \Rightarrow ۰/۰۱ = \frac{۴\pi\times ۱۰^{-۷}\times N\times ۵}{۲\times ۶/۲۸\times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow ۵N = ۱۰۰۰ \Rightarrow N = ۲۰۰$$

سؤال چهار. (۱)

$$F = IlB\sin\theta \Rightarrow \sqrt{۲} = ۵\times(۲\times ۱۰^{-۲})\times B\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow B = ۲۰\,T$$

(۲)

$$B = \mu_۰\frac{N}{L}I \Rightarrow ۲۰ = ۴\pi\times ۱۰^{-۷}\times\frac{N}{L}\times ۰/۵ \Rightarrow \frac{N}{L} = \frac{۱۰^۸}{\pi}$$

سؤال پنج. (۱) میدان مغناطیسی در اطراف حلقه‌ی با جریان I درون‌سو است. وقتی حلقه‌ی کوچک به حلقه‌ی بزرگ نزدیک می‌شود، شاری که از آن به سمت درون عبور می‌کند، افزایش می‌یابد. بنابراین جریان القایی در جهت پادساعتگرد ایجاد می‌شود تا شاری برون‌سو در آن ایجاد

کند و با افزایش شار درون‌سو مخالفت کند. (۲) مطالب بیان شده در قسمت قبل عکس می‌شود و جریان القایی ساعتگرد می‌باشد.

سؤال شش. (۱)

$$\varphi(t)=۶t^۲+۷t+۱ \;،\; |\bar{\varepsilon}|=|\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}|\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=|\frac{\varphi(۳)-\varphi(۰)}{۳}|=۲۵V$$

$$\bar{I}=\frac{|\bar{\varepsilon}|}{R}=\frac{۲۵}{۱۰}=۲/۵\,A$$

(۲)

$$\varepsilon(t)=-\frac{d\varphi}{dt}=-۱۲t-۷\Rightarrow|\varepsilon(۳)|=۴۳\,V \;،\; I=\frac{|\varepsilon|}{R}=\frac{۴۳}{۱۰}=۴/۳\,A$$

سؤال هفت.

$$\Delta\varphi=\varphi_۲-\varphi_۱=B_۲A-B_۱A=A.\Delta B \;،\; |\varepsilon|=|-N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}|=NA|\frac{\Delta B}{\Delta t}|$$

$$\text{مقاومت مدار}=Nr+R\Rightarrow I(Nr+R)=NA|\frac{\Delta B}{\Delta t}|$$

$$\Rightarrow ۰/۱(۰/۰۲N+۱۰)=N\times ۰/۰۱\times ۰/۲۱\Rightarrow ۰/۰۰۲N+۱=۰/۰۰۲۱\,N$$

$$\Rightarrow ۱=۰/۰۰۰۱\,N\Rightarrow N=۱۰۰۰۰$$

سؤال هشت.

$$|\varepsilon_L|=|L\frac{\Delta I}{\Delta t}|\Rightarrow ۰/۶=۰/۲۴\times\frac{|\Delta I|}{۰/۱}\Rightarrow|\Delta I|=۰/۲۵\,A$$

جریان باید ۰/۲۵ آمپر تغییر کند. چون شرطی برای جهت نیروی محرکه‌ی القایی وجود ندارد، بنابراین جریان می‌تواند کاهش یا افزایش بیابد.

$$\Delta I=-۰/۲۵\,A\Rightarrow I'=I+\Delta I=۰/۳۵\,A$$

$$\Delta I=+۰/۲۵\,A\Rightarrow I'=I+\Delta I=۰/۸۵\,A$$

سؤال نه.

$$\varphi=۰/۱\cos(۱۸t)\;,\;\varepsilon=-\frac{d\varphi}{dt}=۱/۸\sin(۱۸t)\;,\;I=\frac{\varepsilon}{R}=۱/۲\sin(۱۸t)$$

$$I=۰/۶A\Rightarrow ۱/۲\sin(۱۸t)=۰/۶\Rightarrow\sin(۱۸t)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۱۸t=\frac{\pi}{۶}\Rightarrow t=\frac{\pi}{۱۰۸}s$$

توجه کنید که در لحظه‌ی $t=۰$ ، $۱۸t$ برابر صفر رادیان است و با گذشت زمان $۱۸t$ افزایش می‌یابد. پس اولین باری که $\sin(۱۸t)$ برابر $\frac{۱}{۲}$ می‌شود، وقتی است که $۱۸t$ برابر $\frac{\pi}{۶}$ رادیان می‌شود.