

جزوه درس فیزیک پایه ۲
مخصوص دانشجویان مقطع کارشناسی
بر اساس کتاب محمد مهدی ابوکاظمی

مهندسی صنایع در محیط دانشگاه

www.ieuni.ir

فصل اول : الکتروستاتیک

1. الکتروسیته:

الف) بارهای الکتریکی در میدان های الکتریکی چگونه عمل می کنند .
ب) میدان الکتریکی چیست و چگونه آن را مناسب کنیم. (قانون کولن و کوس)
ج) انرژی میدان الکتریکی (پتانسیل الکتریکی)
د) کاربرد پتانسیل الکتریکی در وسایل الکتریکی شامل فازن ها و دی الکتریک ها و جریان و مقاومت میباشد
ه) مدارهای جریان مستقیم

2. مغناطیس:

الف) بارهای الکتریکی در میدان های مغناطیسی رفتار می کنند.
ب) میدان های مغناطیسی چگونه ایجاد شده و چگونه آن را ایجاد کنیم (قانون بیوساوا و آمپر)
ج) القای الکترومغناطیسی (قانون فارادی و لنز)

الکتروستاتیک:

1. فواص بار الکتریکی و کوانتیدگی آن
2. شناسایی رساناها و عایق ها
3. قانون کولن
4. اصل برهم نهی

تاریخچه:

از عهد باستان پدیده های الکتریکی و مغناطیسی شناخته شده بودند. در 600 سال قبل از میلاد مسیح تالس به این نکته پی برده بود که اگر کهربای طبیعی با پوست خز مالش داده شود فرده های گاه یا پر را جذب میکند. در سال 1600 میلادی ویلیام گیلبرت برای نخستین بار پدیده های الکتریکی و مغناطیسی را از یکدیگر تمیز داد. بنامین فرانکلن در سال 1846 برای اولین بار بارهای مثبت و منفی را به کار برد و مسئله ی برقریر را اختراع نمود.

تعریف الکتروستاتیک: مبحثی که بارهای در حال سکون مورد مطالعه قرار می گیرند. (اثرهای الکتریکی در حال سکون)

الکترومغناطیس: وقتی دو اثر الکتریکی و مغناطیسی مطرح باشد، برهم کنش بارها از نوع الکترومغناطیسی است.

نوع و منابع بارهای الکتریکی:

1. بارهای مثبت: پروتون (1800 بار سنگین تر از الکترون ها هستند ولی بار مساوی با الکترون ها دارند).

2. بارهای منفی: الکترون

مواد فنتی: موادی که تعداد مساوی الکترون یا پروتون دارند، مواد فنتی یا بی اثر الکتریکی نامیده می شوند.

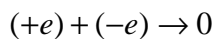
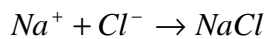
خواص بار الکتریکی:

بار الکتریکی کوانتیده است، زیرا با مقادیر ناپیوسته نشان داده می شود. ($q = \pm ne$)

یکای بار الکتریکی در دستگاه SI کولن است.

بار الکترون و پروتون مساوی است و در واحد SI برابر است با $q_p = q_e = 1.6 \times 10^{-19} C$

بار الکتریکی پایستار است یعنی کل بار موجود در هر سیستم منزوی مقداری است ثابت



اتم ها و مواد

عناصر مختلف با یکدیگر پیوندهای مختلف با قدرت های متفاوت تشکیل می نمایند.

مواد به 3 دسته تقسیم می شوند:

1) رسانا: الکترون ها می توانند آزادانه حرکت کنند.

2) عایق ها: الکترون ها مقید به هسته هستند و نمی توانند حرکت کنند.

3) نیمه هادی ها: هنگامی که خیلی فاصلند عایقند اما هنگامی که نافالمنی های معینی به آن ها افزوده شود

توانایی رسانش قابل کنترلی در آن ها پدید می آید. (ژرمانیم، سیلیسیم، کربن)

اجسام را چگونه باردار کنیم:

الف) باردار کردن به وسیله ی مالش:

1) دو جسم را تماس می دهیم. آن دو را مالش می دهیم. دو جسم را از هم جدا می کنیم.

2) دو جسم را تماس می دهیم. آن دو را فشار می دهیم. دو جسم را از هم جدا می کنیم.

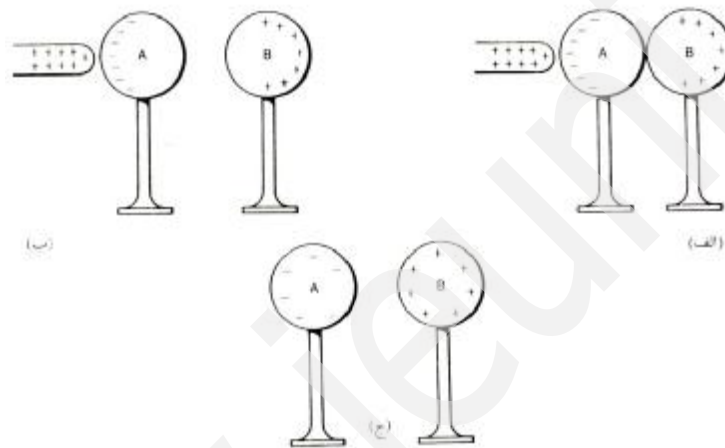
تعریف القای الکتریکی: فرایند باردار شدن اجسام بدون اینکه تماسی با جسم باردار حاصل شوند را گویند.

نکته :

بار در رساناها روی سطح تا رسیدن به حالت تعادل توزیع می شود.
 بار درون اجسام رسانا وجود ندارد.
 در اجسام دارای تقارن، بار به طور یکنواخت توزیع می شود.
 در اجسام غیر متقارن، بار در نقاط تیز جمع می شود.
 در عایق ها بار الکتریکی نمی تواند توزیع نشود در نتیجه بار در محل تماس جمع می شود.

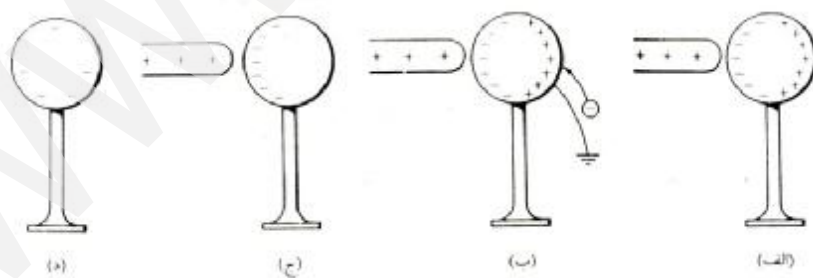
ب) باردار کردن به روش القا :

1) القا دو جسم رسانا



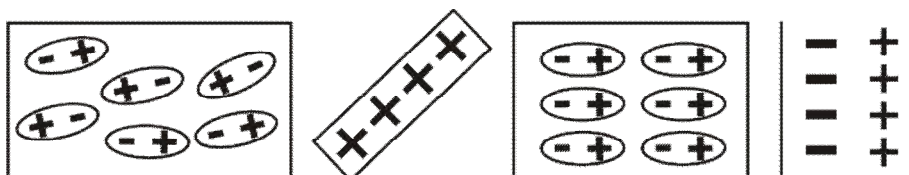
2) القا در یک جسم رسانا و زمین

نکته: باید دقت نمود هنگامی که اتصال با زمین را قطع می کنیم هم چنان میله ی باردار را در نزدیکی کره نگه داشته باشیم.



باردار کردن به روش القا (در اجسام عایق) :

در جسم عایق اتم ها به طور اتفاقی قرار گرفته اند بار الکتریکی درون اتم حرکت نمی کند بلکه مجدداً توزیع می شود و جسم را قطبیده می کند.



آشکار ساز بار: الکتروسکوپ وسیله ای است که می توان با آن بار الکتریکی را آشکار نمود. با استفاده از الکتروسکوپ برکه ای می توان علامت بار الکتریکی مجهول را پیدا کرد نه اینکه مقدار آن بار را اندازه گیری کرد.

(جهت تفسیر ی بار الکتریکی الکتروسکوپ کافی است دستان را با انتهای بالایی آن تماس دهیم.)

قانون کولن:

نیروی بین ذرات باردار به نسبت مستقیم حاصلضرب دو بار و نسبت عکس میزور فاصله ی دو بار است.

$$F = \frac{kqQ}{R^2}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

$$K = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N.m}^2 \quad \text{ثابت گذر دهی فلا}$$

نکته: نیروی الکتروستاتیکی نیروی مرکزی (در راستای خط واصل بین دو بار) و دارای تقارن کروی است. (تابعی از r است).

- اگر فاصله ی جدایی دو بار را دو برابر کنیم نیروی جاذبه یا ضریب $\frac{1}{4}$ تغییر می کند.

- با افزایش فاصله ی جدایی دو بار نیروی جاذبه ی کولنی کاهش می یابد.

- شکل برداری قانون کولن چنین است: $\vec{F} = \frac{kqQ}{r^2} \hat{r}$

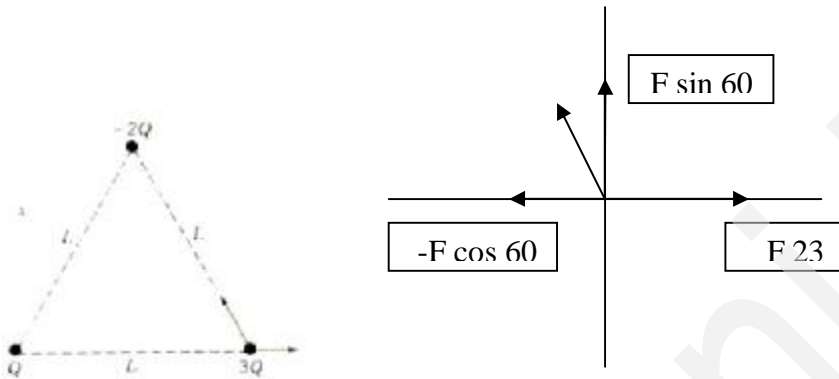
\hat{r} بردار یکه ای است در راستای خط واصل بین دو بار

اصل برهم نهی: نیروی الکتروستاتیکی از اصل برهم نهی فطی پیروی می کند یعنی نیروی وارد بر هر ذره از جمع نیروهای هر یک از ذرات که به طور مستقل بر آن وارد می کنند به دست می آید.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n} = \sum_{i=2}^n \vec{F}_{1i}$$

نکته: F_{AB} نیروی وارد بر A از سوی B می باشد.

مثال: سه بار نقطه ای در سه راس مثلث متوازی الاضلاع مفروض است. و $(L=3\text{cm}, Q=2\mu\text{C})$
 الف) نیروی برآیند وارد بر بار $3q$ را محاسبه کنید.
 ب) نیروی وارد بر بار $-2q$ را محاسبه کنید.



$$\vec{F} = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{21}$$

$$\vec{F} = F_{23} + F_{21} \hat{x} + F_{21y} \hat{j}$$

$$\vec{F} = \frac{kq_2q_3}{l^2} + \frac{kq_1q_2}{l^2} \sin 60 + \frac{kq_1q_2}{l^2} \cos 60 = -120 + 240 \frac{\sqrt{3}}{2} + 240 \times \frac{1}{2} = 208\hat{j}$$

پایان فصل اول

(۱) بیج بار بقطه ای روی تک جط راست بشان داده شده ابد. فاصله ی متان بارها برابر 1cm است. به ازای چه مفادتری از q_1 و بتروی q_2 بتروی برآتبد وارد بر هر تک از بارهای دتگر برابر صفر جواهد شد؟
جواب :

$$F = \frac{k * 2 * 10^{-6} * 1 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} - \frac{kq_1 * 1 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} + \frac{kq_2 * 1 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} - \frac{k * 2 * 10^{-6} * 1 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} = 0$$

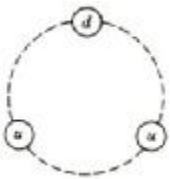
$$F = \frac{-kq_1 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} + \frac{kq_2 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} = 0 \Rightarrow \frac{kq_2 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} = \frac{kq_1 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} \Rightarrow q_1 = q_2$$

$2mc$ بتروی وارد بر بار :

$$\Rightarrow F = \frac{k * 2 * 10^{-6} * q_1}{4 * 10^{-4}} - \frac{k * 2 * 10^{-6} * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} + \frac{kq_2 * 2 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} - \frac{k * 2 * 10^{-6} * 2 * 10^{-6}}{4 * 10^{-4}} = 0$$

$$2q_1 + \frac{2}{9}q_1 = \frac{3}{4} * 10^{-6} \Rightarrow q_1 = q_2 = \frac{27}{80} mc$$

(۲) در مدار کوارکی ذرات بیتادی فرض می‌شود که هر پروتون از دو کوارک «بالا» u ، هر کدام به بار $\frac{2}{3}e$ ، و تک کوارک «پاتن» d به بار $\frac{1}{3}e$ تشکئل شده است. فرض کبند که اتن کوارک، مطابق شکل به فواصل متساوی روی داتره ای به شعاع $1.2 * 10^{-15} m$ قرار داشته باشد. بزرگی بتروی الکتروسناتتکی وارد بر هر کوارک را پتدا کبند.



جواب :

$$\cos a = \frac{\frac{L}{2}}{R} \Rightarrow L = 2R \cos a = 2R \cos 30 = 2 * 1.2 * 10^{-15} * \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 * 10^{-15} m$$

$$F_1 = F_2 = \frac{k.d.u}{L^2} \Rightarrow F_d = F_1 \cos 30 + F_2 \cos 30 = 2 * k * \frac{d.u}{L^2} \cos 30$$

$$F_d = 2k \frac{e \cdot \frac{2}{3}e}{L^2} \cos 30 = \frac{4 * 9 * 10^9 * (1.6 * 10^{-19})^2}{9 * (2 * 10^{-15})^2} * \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.21 * 10 N = 22.1 N$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_3 = k \cdot \frac{u.d}{L^2} \left\{ \begin{array}{l} F_{3x} = F_3 \cos 60 \\ F_{3y} = F_3 \cos 60 \end{array} \right. \\ F_4 = k \cdot \frac{k.u.u}{L^2} \end{array} \right. \Rightarrow F_u = F_3 + F_4 \left\{ \begin{array}{l} F_{ux} = k \cdot \frac{u}{L^2} (d \cos 60 - u) \\ F_{uy} = k \cdot \frac{u.d}{L^2} \sin 60 \end{array} \right.$$

$$F_u^p = k \cdot \frac{u}{L^2} (d \cos 60 - u) i + k \cdot \frac{u.d}{L^2} \sin 60 j \Rightarrow F_u = \sqrt{\left[k \cdot \frac{u}{L^2} (d \cos 60 - u) \right]^2 + \left(k \cdot \frac{u.d}{L^2} \sin 60 \right)^2} = 20.5 N$$

۳) سه بار نقطه ای را روی سه راس مثلث متساوی الاضلاع به طول 10cm در نظر بگنند. بتروهای بتن بارها عبارتند از $F_{12} = 5.4\text{N}$ (جاذبه) و $F_{13} = 15\text{N}$ ، $F_{23} = 9\text{N}$ (جاذبه) به فرض آنکه q_1 مبیغی باشد مقادیر بارها را به دست آورند.

جواب :

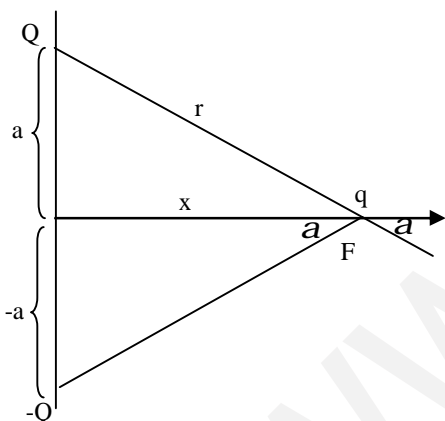
$$r = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$$

$$\begin{cases} F_{12} = \frac{kq_1q_2}{r_{12}^2} = k \cdot \frac{q_1q_2}{(0.1)^2} = 5.4\text{N} \Rightarrow q_1q_2 = 5.4 * (0.01) * k \\ F_{13} = \frac{kq_1q_3}{r_{13}^2} = k \cdot \frac{q_1q_3}{(0.1)^2} = 15\text{N} \Rightarrow q_1q_3 = 15 * (0.01) * k \\ F_{23} = \frac{kq_2q_3}{r_{23}^2} = k \cdot \frac{q_2q_3}{(0.1)^2} = 9\text{N} \Rightarrow q_2q_3 = 9 * (0.01) * k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 = 3.6\text{mc} \\ q_2 = 1.9\text{mc} \\ q_3 = 5.27\text{mc} \end{cases}$$

۴) با توجه به شکل بتروی وارد بر بار q در نقطه $(x,0)$ به دست آورند.

ب) در چه نقطه ای مقدار اتن بترو به بتشتبه می رسد؟

جواب :



$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}, F_x = 0$$

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = \frac{k * q * Q}{r^2} \sin a + \frac{k * q * Q}{r^2} \sin a \Rightarrow \sum F_y = 2k \cdot \frac{qQ}{r^2} \sin a = 2k \frac{qQ}{r^2} * \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$\sum F_y = 2k \cdot \frac{qQa}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$r^2 = a^2 + x^2 \Rightarrow \sin a = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

جواب ب)

$$\text{مقدار بتشتبه: } \frac{dF}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{\frac{3}{2} * 2 * k * q * Q * a * (2x)(a^2 + x^2)^{-\frac{3}{2}}}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} = 0 \Rightarrow x = 0$$

۵) بار Q را چنان به دو قسمت q و $Q-q$ تقسیم کرده اتم که بتروی وارد بتن آنها به ازای فاصله معلوم به بتشتبه رسد. مقدار q را به دست آورند.

جواب :

$$F = \frac{Kq(Q-q)}{r^2} = \frac{k}{r^2} \cdot (qQ - q^2) \Rightarrow \frac{dF}{dq} = 0 \Rightarrow \frac{k}{r^2} \cdot \frac{d}{dq} (qQ - q^2) = 0 \Rightarrow Q - 2q = 0 \Rightarrow q = \frac{Q}{2}$$

www.ieunit.ir

فصل دوم: میدان الکتریکی

میدان الکتریکی: توصیف چگونگی برهم کنش بارها با استفاده از مفهوم میدان الکتریکی (نمایش میدان با استفاده از خطوط میدان الکتریکی)

مفهوم میدان ایستا:

1) میدان الکتریکی درون جسم رسانا صفر است

2) میدان الکتریکی بر جسم رسانا عمود است

3) حرکت بارها بر میدان ایستای یکنواخت

خارادی نظریه میدان را برای بیان اثر از دور به کار برد

میدان فاصیتهی است که اطراف یک جسم رسانا را پر میکند مانند میدان گرانشی و میدان الکتریکی

ویژگیهای بار از مومن:

1. مثبت فرض میشود (بار منفی نداریم)

2. با دیگر ذرات هیچ برهم کنشی ندارد.

میدان الکتریکی:

1. کمیتی برداری است

2. در جهت نیروی وارد بر بار آزمایشی است

3. شدت میدان الکتریکی e در هر نقطه را به صورت نیروی وارد بر بار از مومن در آن نقطه تمیل

میکند.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

• E میدان حاصل از برابند تمامی بارهای موجود به استثنای خود q است.

میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه ای q

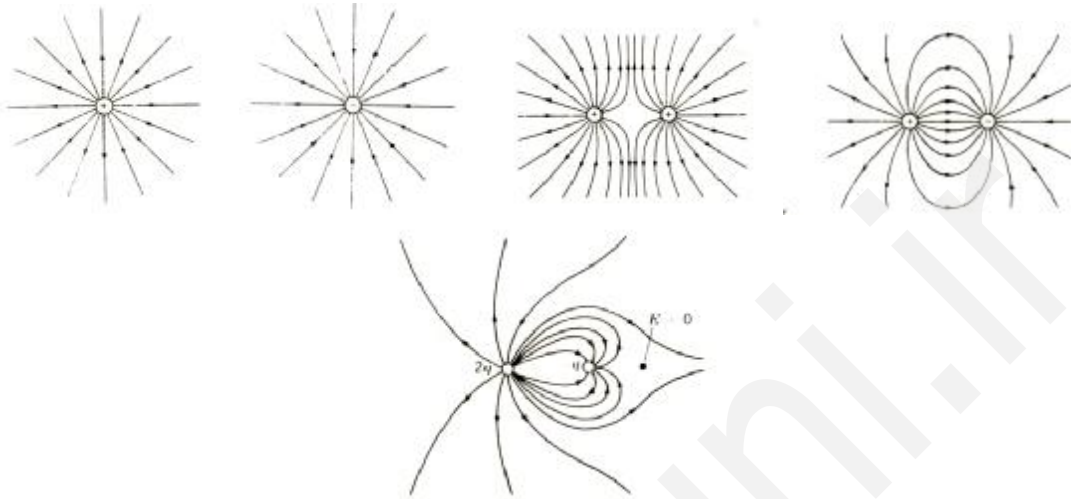
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}$$

• شدت میدان فاصیتهی است از یک نقطه ی فضایی است که فقط به پشمه میدان q بستگی دارد.

طبق رابطه فوق هر کجا شدت میدان معلوم باشد نیروی وارد بر هر بار الکتریکی q قابل مناسبه میباشد.

پگونه میدان الکتریکی را رسم کنیم؟

1. خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد میشوند (یا به ∞ میروند).
2. خطوط به طور متقارن وارد بار یا از آن خارج میشوند.
3. تعداد خطوطی که بار مثبت را ترک و یا به بار منفی وارد میشوند متناسب با بار الکتریکی هستند.



میدان الکتریکی درون هادی (سانا)

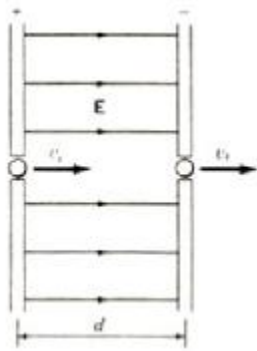
- بار الکتریکی درون یک هادی همواره صفر است. چون اگر درون سانا میدانی وجود داشته باشد بار شروع به حرکت میکند و این خلاف تجربه است. بنا براین اگر باری درون سانا باشد مجدداً توزیع میشود تا شدت میدان درون سانا صفر شود پس در شرایط ایستا میدان ماکروسکوپی (به معنای بزرگ مغناطیس زیرا میدانهای پیچیده بسیاری که بین الکترونها و هسته های اتمی وجود دارد در این میدان اثری ندارد) درون یک جسم سانا همگن برابر است.

چند خاصیت میدان الکتریکی:

1. چگالی خطوط (تعداد خطوط در واحد سطح عمود بر خطوط میدان در یک نقطه متناسب با مقدار میدان در آن نقطه است)
2. در فواصل دور از یک سیستم بار خطوط نیرو هم فاصله و شعاعی هستند و مانند این است که خطوط نیرو از یک بار نقطه ای تنها که برابر با بار خالص سیستم است می آیند.
3. هیچ دو خط نیرو همدیگر را قطع نمیکنند (زیرا جهت میدان در هر نقطه در امتداد مماس بر خط نیرو است علت آنکه خطوط نیرو همدیگر را قطع نمیکنند این است که میدان در یک نقطه نمیتواند در دو استای متفاوت باشد)
4. چگالی خطوط نشان دهنده شدت میدان الکتریکی است

$$\frac{\text{tedadekhotut}}{\text{masahat}} = \frac{\text{tedadekhotut}}{4\pi r^2} a \frac{1}{r^2} aF, E$$

میدان الکتریکی بین دو صفحه بار تقریباً ثابت است و خطوط میدان موازی و به فاصله یکسانی هستند

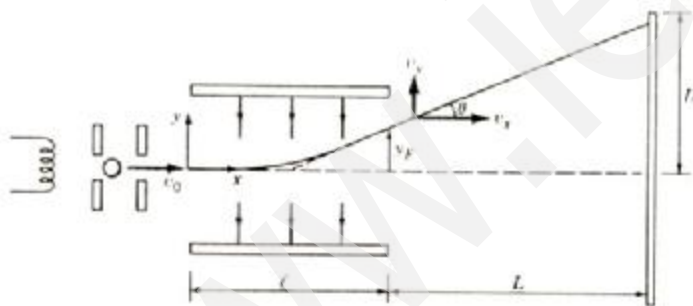


- حرکت بار در یک میدان یکنواخت و ایستا با فرض یکنواخت بودن میدان شتاب میدان و جهت یکنواختی خواهد داشت.

$$\left. \begin{array}{l} F = qE \\ F = ma \end{array} \right\} \Rightarrow qE = ma \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

لامپهای پرتوی کاتدی:

این لامپها در تلویزیون و ابزارهای اندازه گیری اسیلوسکوپ مورد استفاده قرار میگیرند. الکترونها پس از کسب از رشته های داغ وارد فاصله بین دو صفحه موازی میشوند و شتاب پیدا میکنند و سر انجام به صفحه نمایش فسفرسانس برافروند کرده و درخشش ضعیفی حاصل میشود.



$$\vec{E} = -E\vec{j}$$

$$q = -e$$

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

$$x = v_0t$$

$$\tan(q) = \frac{v_{0y}}{v_{0x}}$$

1. جابجایی الکترونها در راستای قائم

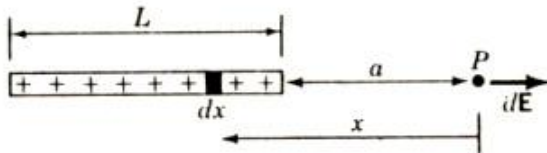
2. زاویه خروج q بار

بارهای گسترده :

میدان الکتریکی ناشی از توزیع پیوسته ای از بارها باید نسبت میدان dE ناشی از جز بار بی نهایت کوچک dq را پیدا کنیم و سپس انتگرال آن را به دست آوریم .

$$dE = \frac{Kdq}{r^2} \Rightarrow E = \int \frac{Kdq}{r^2}$$

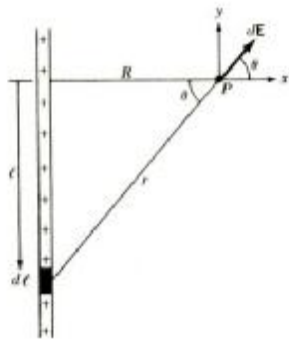
مثال 1: یک میله نازک عایق داریم شدت میدان الکتریکی ناشی از میله بار دار که بار الکتریکی Q را به طور یکنواخت در طول l توزیع کرده ایم در نقطه ای به فاصله A از یک سر میله در امتداد محور میله مناسبه کنید؟



$$\left. \begin{aligned} E &= \int \frac{Kdq}{r^2} \\ \frac{dq}{Q} &= \frac{dx}{L} \\ l &= \frac{Q}{L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow dq = l dx \Rightarrow E = \int_a^{a+l} \frac{Kl dx}{x^2} = Kl \int_a^{a+l} \frac{dx}{x^2} = -Kl \left(\frac{1}{x} \right)_a^{a+l}$$

$$\left. \begin{aligned} &= Kl \left(\frac{-1}{a+l} + \frac{1}{a} \right) \\ l &= \frac{Q}{L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{KQ}{a(a+l)}$$

مثال 2: شدت میدان در فاصله r از یک محور باردار بی نهایت بلند که چگالی فضا بار آن I میباشد چقدر است؟



$$\left. \begin{aligned} E &= \int \frac{Kdq}{r^2} \\ \frac{dq}{Q} &= \frac{dl}{L} \\ I &= \frac{Q}{L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow dq = I dL \left\} \Rightarrow E = \int \frac{KdL}{r^2}$$

$$\cos(q) = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\cos(q)} = R \sec(q)$$

$$\tan(q) = \frac{L}{R} \Rightarrow L = R \tan(q) \Rightarrow dL = R \sec^2 q dq$$

$$E = KI \int \frac{R \sec^2 q dq}{R^2 \sec^2 q} = \frac{KI}{R} \int dq$$

$$dE = dE_{x_i} + dE_{y_j}, dE_{y_j} = 0$$

$$dE_x = dE \cos(q)$$

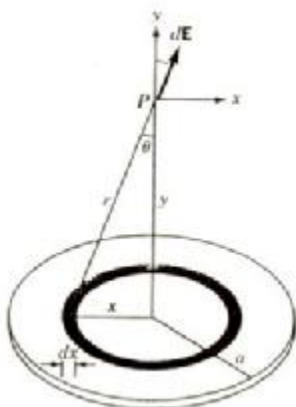
$$\Rightarrow E = \int dE \cos(q)$$

$$= \frac{KI}{R} \int_{\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} \cos q dq$$

$$\Rightarrow E = \frac{2KI}{R}$$

dE_{y_j} به این دلیل صفر است که میدانی که از سمت پایین وارد میشود از بالا هم وارد میشود پس همدیگر را فتنی میکنند در نتیجه صفر میشود.

مثال 3: قرص نارسایی به شعاع a و چگالی بار سطحی d در نظر بگیرید شدت میدان را در فاصله y از قرص در امتداد محور مرکزی آن به دست بیاورید؟



$$\left. \begin{aligned} E &= \int \frac{Kdq}{r^2} \\ \frac{dq}{Q} &= \frac{dA}{A} \\ d &= \frac{Q}{A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow dq = dA \Rightarrow E = \int \frac{KdA}{r^2}$$

به علت تقارن دایره ای قرص باید جز بار به صورت حلقه به شعاع x و پهنای dx در نظر گرفت زیرا تمام این حلقه از نقطه p به یک فاصله هستند مولفه موازی میدان با قرص صفر است زیرا هر چیزی از این مولفه که از

نایمه فاصی از حلقه ناشی شده است باجزیی مساوی و متضاد البهتتی که از نایمه قطری روی حلقه حاصل میشود فتنی فواهد شد پس $dE_x = 0$

$$\left. \begin{aligned} dE_y &= dE \cos \theta \\ \cos \theta &= \frac{y}{r} \\ dE &= \frac{KdA}{r^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \int \frac{Kdy}{r^3} dA = Kd \int_0^a \frac{2pxdx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = I$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ r^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow dA = d[p(x^2 + y^2)] = 2pxdx$$

$$I = \int \frac{xdx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

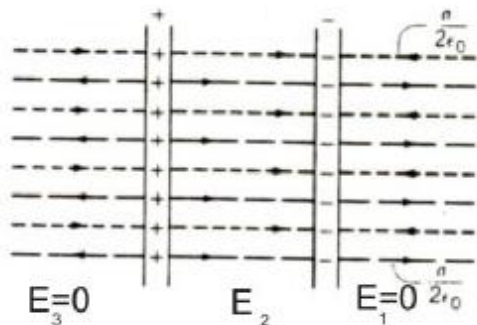
$$x^2 + y^2 = u^2 \Rightarrow 2xdx = 2udu$$

$$\Rightarrow E = 2Kpd \left(\frac{-1}{(a^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{y} \right)$$

$$a \rightarrow \infty \Rightarrow E = 2Kpd \left(\frac{1}{0} + \frac{1}{y} \right) \Rightarrow E = \frac{d}{2\epsilon_0}$$

نکته: میدان ناشی از یک صفحه باردار نامتناهی با چگالی بار سطحی d میشود: $E = \frac{d}{2e_0}$

مثال: میدان ناشی از دو صفحه نامتناهی با چگالی بارهای مساوی و مقتضای جهت و همینطور برای دو صفحه حاصل از بارهای مثبت (E_2) به صورت زیر است:



$$E_1 = E_3 = \frac{d}{2e_0} - \frac{d}{2e_0} = 0$$

$$E_2 = \frac{d}{2e_0} + \frac{d}{2e_0} = \frac{d}{e_0}$$

چگالی بار الکتریکی:

1. چگالی بار خطی $l = \frac{q}{L}$

2. چگالی بار سطحی $d = \frac{q}{A}$

3. چگالی بار حجمی $r = \frac{q}{V}$

پایان فصل دو

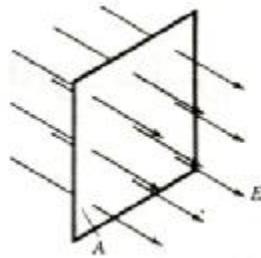
فصل سوم : قانون گاوس

شار الکتریکی

جهت فهم قانون گاوس، باید با مفهوم شار آشنا باشیم.

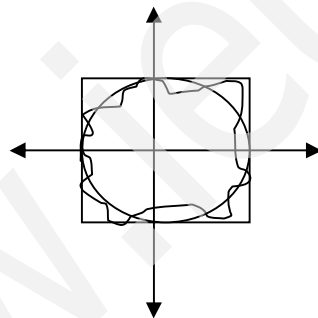
شار : تعداد خطوطی که از یک سطح می گذرد.

نکته : شار عبوری از یک حجم (یا سطح باز) صفر است.

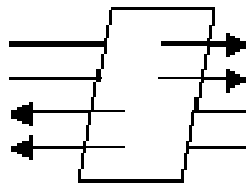


۴

1) تعداد خطوط شاری که از یک سطح می گذرد به شکل بستگی ندارد.



2) شار خالص عبوری از یک سطح برابر با تعداد خطوطی است که از سطح خارج می شود منهای تعداد خطوطی که به آن وارد می شود.



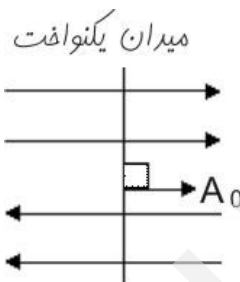
3) تعداد خطوطی که یک بار مثبت را ترک می کند و یا به یک بار منفی وارد می شود متناسب است با مقدار الکتریسیته پس اگر دو شدت میدان الکتریکی مختلف داشته باشیم برین معناست که دو شار مختلف داریم.



$$\Phi_E \propto q \propto E$$

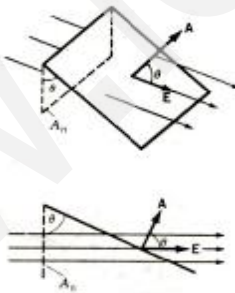
4) شاری که از سطح بسته خارج می شود مثبت است در حالی که شار وارد شونده به سطح بسته منفی است.

الف) میدان یکنواخت



اگر سطح نسبت به میدان زاویه ی q بسازد شار عبوری برابر است با:

$$\Phi_E = E \cdot A = EA \cos q$$



یکای شار در SI، $N/q \cdot m^2$ است.

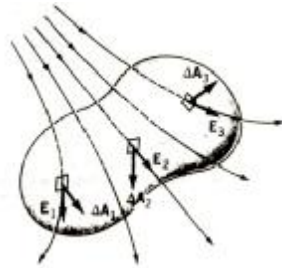
A_n = تصویر میدان در راستای عمود بر میدان

E_n = تصویر میدان در راستای عمود بر سطح

اما در حالت کلی می نویسیم: $\Phi_E = E \cdot A$

ب) میدان غیر یکنواخت

اگر سطح تخت نباشد یا میدان یکنواخت نباشد باید شارهای جزئی روی سطح ها را باهم جمع کرد. جز سطح ها تقریباً تخت هستند و میدان روی آن ها تقریباً ثابت است در حالت حدی وقتی $\Delta A \rightarrow 0$ این حاصل جمع به انتگرال دقیق و پیوسته میل می کند.



$$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots$$

$$\Phi_E = E_1 \cdot \Delta A_1 + E_2 \Delta A_2 + \dots = \sum_{i=1}^n E_i \cdot \Delta A = \int_s \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

همیشه بردار عمود بر سطح برای حل مسائل کوسی برای ما اهمیت دارد.

مثال) مربعی به ضلع 4cm در نظر بگیرید. بردار عمود بر صفحه ی آن با میدان الکتریکی 100 N/C زاویه ی 60° درجه می سازد. شار روی مربع چقدر است؟ مکعبی به ضلع 4cm در جریان شار حاصل از میدان قرار می دهد. شار عبوری از میدان را مناسبه کنید.

$$\Phi_E = E \cdot A = 100 \times 16 \times 10^{-4} \times \cos 60 = 0.08 \frac{\text{N}}{\text{q} \cdot \text{m}^2}$$

قانون گاوس: شار خالص گذرنده از یک سطح بسته برابر است با $\frac{1}{\epsilon_0}$ بار الکتریکی محصور در آن سطح

است یعنی

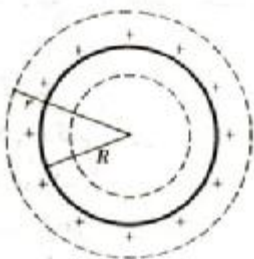
$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \int_s \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int \frac{kQ}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \int \frac{Q}{4\pi r} \cdot 4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow dA = 4\pi r^2$$

نکات مهم جهت حل مسائل به روش استفاده از قانون کوس:

- 1) سطح کوسی را به طریقی بکشید که میدان روی تمام نقاط سطح یکسان باشد.
- 2) میدان در تمام نقاط عمود بر سطح باشد ($\cos q = 1$)
- 3) برای تعیین نقش خطوط میدان از تقارن توزیع بار استفاده می‌کنیم.
- 4) اگر میدان موازی با سطح باشد باید بزرگی میدان در این قسمت ثابت بماند.
- 5) انتگرال برابر است با حاصل جمع جز سطح‌ها

مثال 1) پوسته‌ی کروی فلزی به شعاع R را در حالتیکه بار q به طور یکنواخت در سطح آن توزیع شده است میدان الکتریکی را
 الف) بیرون ب) درون پوسته را مناسبه کنید.
 الف)

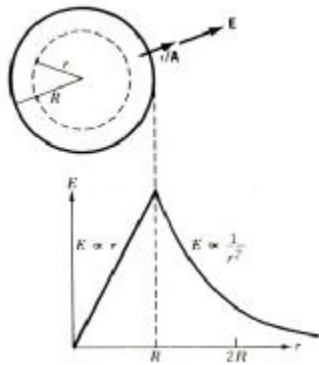


$$\Phi = \int E \cdot dA = \frac{Q}{x} = \frac{IL}{x} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{x} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 x} = \frac{kq}{r^2}$$

ب) در قسمت درون هیچ بار (کوسی) وجود ندارد.

مثال 2) کره نارسا با شعاع R در نظر بگیرید که بار الکتریکی q به طور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است میدان الکتریکی را در نقاط زیر به دست آورید.
 الف) بیرون کره ب) درون کره

$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{x} = E \cdot 4\pi r^2 \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi r^2 x} \quad \text{الف)}$$



$$Q' = \frac{4/3 pr^{13}}{4/3 pR^3} Q$$

ب) کل بار را در بر نمی‌گیرد.

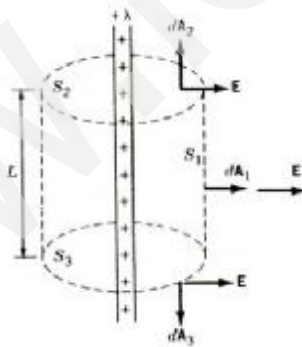
$$\int EdA = \frac{Q'}{x}$$

$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{x} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q'}{x} \Rightarrow E = \frac{Q'}{4\pi r^2 x}$$

$$Q' = r^3 / R^3$$

$$Q \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi x} = \frac{r^3 Q}{R^3 r^2} = \frac{rQ}{4\pi x R^3}$$

مثال 3) محور باردار بی نهایت بلندی با چگالی d در نظر بگیرید میدان را در فاصله r از محور میله مناسبه کنید.



$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{x}$$

$$Q = lL$$

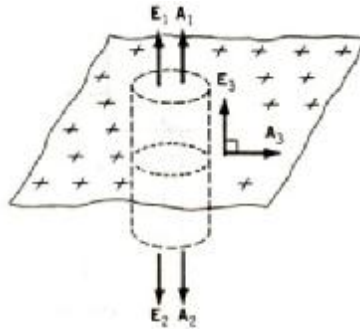
$$E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 + E_3 \cdot A_3 = \frac{lL}{x}$$

$$E_2 \cdot A_2 = E_3 \cdot A_3 = 0 (\cos 90^\circ = 0)$$

$$E_1 (2\pi r L) = \frac{lL}{x} \Rightarrow E_1 = \frac{l}{2\pi r x} = \frac{2kl}{r}$$

در مورد جسم رسانا تمام شار در یک جهت است در حالی که در مورد صفحه ی رسانا شار در دو جهت متفاوت است.

بار روی یک سطح نامتناهی توزیع شده است همه نقاطی که به یک فاصله از صفحه قرار دارند هم ارزند پس میدان روی هر صفحه ای که به موازات صفحه ای باردار در نظر گرفته شود، باید ثابت بماند و به علت تقارن در مسئله خطوط میدان باید بر این سطح ها عمود باشند پس سطح کوسی را استوانه ای که قاعده های آن موازی با صفحه های باردار و به یک فاصله از آن قرار دارند انتخاب می کنند. سطح نارسائیتی با چگالی بار S در نظر بگیریم میدان E را در نزدیکی این سطح مناسبه کنید.



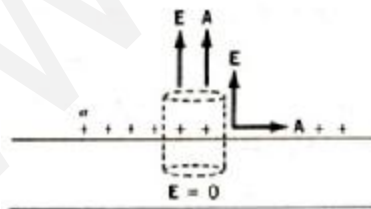
$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 + E_3 \cdot A_3 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_1 A_1 = E_3 A_3$$

$$2E_1 A_1 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E_1 = E = \frac{Q}{2\epsilon_0 A} = \frac{S}{2\epsilon_0}$$

اگر سطح رسانا باشد (سطح فلز را از یک طرف مناسبه می کنیم).
(داخل جسم رسانا میدان صفر است)



$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 + E_3 \cdot A_3 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E_1 A_1 = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E_1 = E$$

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{d}{\epsilon_0}$$

پایان فصل سوم

پاسنهای مساله های فصل سوم : قانون گاوس

(1)

$$\Phi_E = \frac{qp}{\epsilon_0} \cos a = 450p(12 \times 10^{-2})^2 \cos(90 - 30) = 10.2 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

(2) محور میدان با میدان یکنواخت موازیست.

$$\Phi_E = E.A \cos a = EpR^2$$

(3)

الف) عمود بودن بردار عمودی سطح و بردار میدان الکتریکی

$$\Phi_E = E.A \cos a = \frac{kq}{r^2} \times 4pr^2 = 9 \times 10^9 \times 60 \times 10^{-6} \times 4 \times 3.14 = 6.78 \times 10^6 \text{ Nm}^3/\text{C}$$

ب) تقارن در جسم مکعب و 6 وجه مکعب را کره در نظر می گیریم تا کاملا پوشش دهد.

$$\Phi_E = \frac{6.78 \times 10^6}{6} = 1.13 \times 10^6 \text{ Nm}^3/\text{C}$$

ج) اگر بار در مرکز مکعب قرار نمی گرفت (در قسمت الف) کره چون خطوط میدان را شامل می شود تغییر نمی کند ولی در مکعب اگر بار به یکی از وجه ها نزدیک تر شود تعداد خطوط گذرنده بیشتر می شود.

(4)

الف) سطح کره ب) در فاصله ی 10cm از مرکز

$$r = 8 \text{ cm}$$

$$d = 0.1 \text{ C/m}^2$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (8 \times 10^{-2})^2 = 803.84 \times 10^{-4}$$

$$Q = 0.1 \times 10^{-9} \times 80.84 \times 10^{-4} = 803.84 \times 10^{-14} \text{ C}$$

$$E = \frac{d}{x} = \frac{0.1 \times 10^{-9}}{8.85 \times 10^{-12}} = 11.3 \text{ N/C}$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$d = \frac{Q}{A} \rightarrow Q = dA$$

$$EdA \cos 0 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = \frac{Q}{r^2}$$

$$E = \frac{803.84 \times 10^{-14}}{64 \times 10^{-4}} = 7.23 \text{ N/C}$$

(5)

الف) نقطه ی **P** بین دو صفحه ی باردار

$$E = \frac{d}{2x} - \frac{d}{2x} = 0$$

ب) نقطه ی **P** خارج صفحه (هر دو بردار هم جهت اند.)

$$E = \frac{d}{2x} + \frac{d}{2x} = \frac{2d}{2x} = \frac{d}{x}$$

6) دو صفحه ی رسانای نامتناهی موازی و پگالی های $\pm d \text{ C/m}^2$ میدان های الکتریکی برابند

الف) بین صفحات

ب) خارج از صفحات

$$\text{الف)} \Rightarrow E = 2 \times \frac{d}{2x} = \frac{d}{x}$$

$$\text{ب)} \Rightarrow E = E_1 - E_2 = \frac{d}{2x} - \frac{d}{2x} = 0$$

(7)

پگالی $d_1 \rightarrow a$ شعاع

پگالی $d_2 \rightarrow b$ شعاع

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow Q_1 = -Q_2$$

$$d = \frac{Q}{A} \rightarrow Q_1 = \begin{cases} Q_1 = d_1 A_1 \\ Q_2 = d_2 A_2 \end{cases}$$

$$d_1 A_1 = -d_2 A_2$$

$$d_1 (2pa) = -d_2 (2pb) \Rightarrow d_2 = \frac{-a}{b} d_1$$

(8)

(الف)

$$a \leq r \leq b$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E \int dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{kQ}{r^2}$$

(ب)

$$r \geq b$$

$$Q = Q - Q = 0$$

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} = 0$$

(9) رابطه ی میان پگالی ها چگونه باشد تا میدان صفر شود.

$$a \leq r \leq b$$

$$\begin{cases} Q_a + Q_b = 0 \Rightarrow d_a (4\pi a^2) + d_b (4\pi b^2) = 0 \Rightarrow d_a = \frac{-b^2}{a^2} d_b \\ d = \frac{Q}{A} \end{cases}$$

(10)

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$r = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{4}{3}pR^3}$$

$$Q = r \times \frac{4}{3}pR^3$$

$$r = \frac{Q'}{A'} \rightarrow Q' = r \times \frac{4}{3}pR^3$$

(الف)

$$r \geq R$$

$$E \int dA \cos 0 = \frac{\frac{4}{3} r p r^3}{x} \Rightarrow E(4p r^2) = \frac{4p r^3 r}{3x} \rightarrow E = \frac{r r}{3x}$$

(ب)

$$r \geq R$$

$$r = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}pR^3} \rightarrow Q = \frac{4}{3} r p R^3$$

$$\int E dA \cos 0 = \frac{\frac{4}{3} r p R^3}{x} = E \cdot 4p r^2 \rightarrow E = \frac{r R^3}{3x r^2}$$

(ج)

$$r = R$$

$$E = \frac{r R}{3x}$$

(١١)

(الف)

$$R_1 \leq r \leq R_2$$

$$d = \frac{q'}{A} \rightarrow q' = dA = d(4pR_1^2)$$

$$\int \vec{E} dA = \frac{Q}{x} = 0$$

$$Q = q + q' = q + d(4pR_1^2) = 0 \rightarrow q = -4pdR_1^2$$

(ب)

$$d = \frac{Q}{A} \rightarrow Q = dA$$

$$Q_1 = d(4pR_1^2) \text{ سطح دافعی}$$

$$Q_2 = d(4pR_2^2) \text{ سطح قاربی}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 4pd(R_1^2 - R_2^2)$$

(ج)

$$r \leq R_2$$

$$\int EdA \cos 0 = \frac{-4pdR_2^2}{x} \rightarrow E = \frac{-dR^2}{xr^2}$$

$$Q = -4pdR_1^2 + 4pd(R_1^2 - R_2^2) \Rightarrow Q = -4pdR_2^2$$

(12)

$$r=R \text{ (ج) } \quad r>R \text{ (ب) } \quad r<R \text{ (الف)}$$

$$\int EdA = \int EdA_1 \cos 90 + \int EdA_2 \cos 90 + \int EdA_3 \cos 0 = E(2prl)$$

$$r = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = rv = r(pR^2L) \Rightarrow E(2prl) = \frac{r(pR^2l)}{x} \Rightarrow E = \frac{rR^2}{2xr}$$

(13)

$$r = \frac{q}{v} \rightarrow q = rv \rightarrow q' = e - rv$$

$$\int EdA = \frac{q}{x} = E(4pr^2) = \frac{r - \frac{3e}{4pR^3} \cdot \frac{4}{3}pr^3}{x} \Rightarrow E = ke\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{R^3}\right)$$

$$r = \frac{e}{\frac{4}{3}pR^3}$$

(14)

$$\int EdA = \frac{q}{x} \rightarrow E(4pr^2) = \frac{Q}{x} \Rightarrow E = \frac{kQ}{r^2}$$

(15)

$$\int EdA = \frac{Q}{x}$$

$$Q = r(v_r - v_a) = r(pR^2l - pa^2l)$$

$$E(2prl) = \frac{rpl(R^2 - a^2)}{x} \Rightarrow E = \frac{r}{2x} \left(\frac{R^2 - a^2}{r} \right)$$

(16)

$$\int_1 EdA + \int_2 EdA + \dots + \int_6 EdA = \frac{Q}{x} \Rightarrow 2E \int dA = \frac{Q}{x} = \frac{ev}{x} \quad \text{و ۹ و ۹}$$

پهلو ۹ و ۹ = 0

$$2EA = \frac{e2xA}{x} \rightarrow E = \frac{ex}{x}$$

پایان پاسفهای مسائل فصل سوم

www.ieuni.ir

فصل چهارم: پتانسیل الکتریکی

پتانسیل الکتریکی:

اخبار: تعریف پتانسیل - مناسبه ی پتانسیل با در دست داشتن پتانسیل - انرژی پتانسیل الکتروستاتیکی بارهای نقطه ای - پتانسیل بارهای گسترده

خطوط میدان الکتریکی و سطوح هم پتانسیل عمودند و جهتشان از پتانسیل بالاتر به پایین تر است.
یادآوری: انرژی پتانسیل را فقط می توان برای نیروهای پایستار تعریف کرد. (به مسیر بستگی ندارد).

$$F = \frac{mG.M_m}{R^2} \leftarrow \text{انرژی جاذبه گرانشی یک نیروی پایستار است.}$$

- نیروی الکتروستاتیکی کولن یک نیروی پایستار است.
- پس قانون پایستار انرژی را در مورد این نیرو هم می توان به کار برد.
- انرژی پتانسیل خاصیت مجموعی ای از ذرات است در حالی که پتانسیل الکتریکی مانند شدت میدان خاصیت یک نقطه است.
- پتانسیل هر نقطه مقدار انرژی پتانسیل واحد بار در آن نقطه است.
- پتانسیل کمیتی نرده ای است اما میدان الکتریکی برداری است پس تحلیل مسائل فیزیک بر حسب پتانسیل آسان تر از کاربرد شدت میدان الکتریکی است.

تعریف پتانسیل الکتریکی: پتانسیل در هر نقطه برابر است با کار فاربی لازم برای آنکه واحد بار الکتریکی

مثبت را با سرعت ثابت از بی نهایت (پتانسیل صفر) به آن نقطه بیاوریم.
 \leftarrow فرض کنیم چندین بار الکتریکی در بی نهایت داریم اگر بخواهیم یکی از این بارها را از بی نهایت به نقطه ای انتقال دهیم برای انتقال لازم نیست کاری انجام شود اما اگر بار دیگری را به مجاورت این بار انتقال دهیم در مقابل نیروی (دافعه یا جاذبه) موجود باید مقداری کار انجام دهیم کار انجام شده به صورت انرژی در سیستم ذخیره شده و سیستم توانایی انجام کار پیدا می کند.

$$W = \int F \cdot d_s = \Delta U$$

\leftarrow به عبارت دیگر اگر بار آزمایشی q_0 را از بی نهایت به نقطه ای در یک میدان الکتریکی انتقال دهیم و کار انجام شده W باشد پتانسیل در آن نقطه برابر است با:

$$w = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{W}{q_0}$$

یکای پتانسیل الکتریکی در SI (ولت یا J/C است).

افتلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه: کاری است که برای انتقال بار واحد آزمایشی از یک نقطه به نقطه ی دیگر در میدان الکتریکی انجام می شود اگر کار W برای انتقال بار q از نقطه ی A به B در یک میدان الکتریکی انجام شود در این صورت:

$$W = \frac{\Delta U}{q} = V_B - V_A = \Delta V \Rightarrow W = q\Delta V$$

اگرچه ی باردار در انتقال از نقطه ی A به B مطابق شکل مسیر خمیده ای را پیماید تغییر انرژی پتانسیل A در انتقال از انتقال زیر به دست می آید.

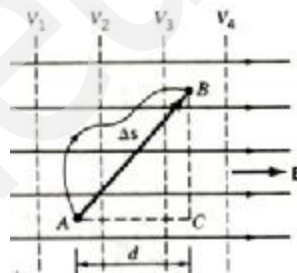
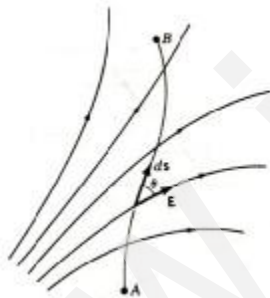
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B E \cdot ds$$

$$W = \int F \cdot ds \rightarrow W = \int E \cdot q \cdot ds = Vq = \int Eq ds = -\int E \cdot ds$$

$$F = E \cdot q$$

$$V = \frac{W}{q} \rightarrow W = Vq$$

پتانسیل و انرژی پتانسیل در یک میدان یکنواخت الکتریکی اگر میدان ثابت باشد (خطوط یکنواخت است).



$$V_B - V_A = -\int E \cdot ds$$

$$V_B - V_A = -E \cdot \int ds = -Ed$$

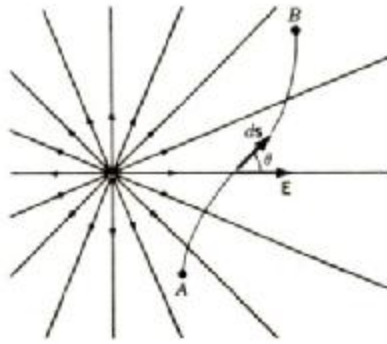
تعریف هم پتانسیلی: سطحی است که با نقاط پتانسیل یکسان عبور می کند خطوط میدان الکتریکی برهم پتانسیل ها عمودند و جهشان از پتانسیل بالاتر به پایین تر است.

قانون پایستگی انرژی به صورت زیر می باشد.

$$-W = -\Delta U = \Delta K \leftarrow \Delta U + \Delta K = 0$$

$$= -q\Delta V$$

پتانسیل و انرژی پتانسیل بارهای نقطه ای:

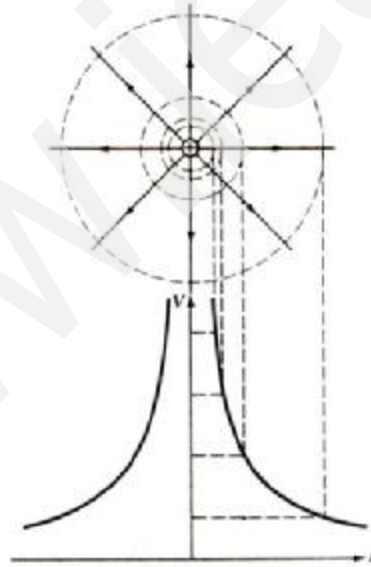


E شعاعی است پس از جابجایی S با توجه به راستای شعاعی می توانیم dr انتگرال بگیریم.

$$\frac{\rho}{E_r} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} \quad \text{میدان شعاعی}$$

$$V_B - V_A = -\int E \cdot ds = -\int E_r dr = -\int_A^B \frac{kq}{r^2} dr = kq \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_A^B = kq \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \Rightarrow \begin{cases} r_A \rightarrow \infty \\ V_A \rightarrow 0 \end{cases} \Rightarrow V = \frac{kq}{r}$$

نکات:



(1) خطوط میدان بر سطوح هم پتانسیل عمود است.

$$V = \frac{kq}{r}$$

(2) خطوط میدان از پتانسیل کمتر به بیشتر است.

(3) سطوح هم پتانسیل کروی هستند زیرا پتانسیل در همه ی نقاطی که به فاصله ی یکسان از بار قرار گرفته

اند مقدار ثابتی دارند.

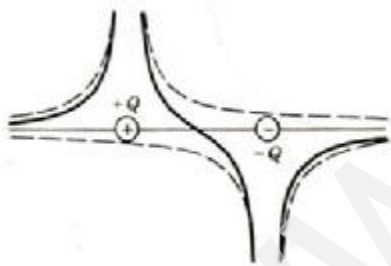
- 4) در نزدیکی بار با تغییر کمی در شعاع تغییرات زیادی در پتانسیل دیده می شود که در نتیجه سطوح هم پتانسیل در نزدیکی بار به هم نزدیک تر هستند.
- 5) دقت کنید در رسم پتانسیل بر حسب r ، قدر مطلق r را در نظر می گیریم زیرا پتانسیل در مقادیر $r > 0$ و $r < 0$ به علت در نظر گرفتن r تک مقدار می باشد.
- 6) هر کجا که هم پتانسیل ها به هم نزدیک تر باشند شدت میدان بیشتر است.

پتانسیل دستگاه بارهای نقطه ای: میدان الکتریکی از اصل برهم نهی تبعیت می کند و پتانسیل مشتق میدان الکتریکی است. \Leftarrow پس پتانسیل از اصل برهم نهی تبعیت می کند.

نکته: پتانسیل الکتریکی کمیتی نرده ای است پس اصل برهم نهی تبدیل به جمع جبری پتانسیل های ناشی از همه ی بارها می شود.

$$V = \sum \frac{kQ_i}{r_i}$$

سوال 1: پتانسیل ناشی از دو بار نقطه ای مساوی و متغلف علامت را رسم کنید.



نکته: در نقطه ی میانی (دقیقا در وسط دو بار) پتانسیل برابر صفر است و E مخالف صفر می باشد چرا؟

سوال 2: نمایش دو بعری هم پتانسیل ها و خطوط میدان برابر دو بار مساوی و متغلف علامت را رسم کنید.

سوال 3: پتانسیل کل ناشی از دو بار نقطه ای مساوی و هم علامت را رسم کنید.

نکته: در نقطه ی میانی (دقیقا در وسط دو بار) پتانسیل مخالف صفر و میدان صفر است. چرا؟

سوال 4: نمایش دو بعری هم پتانسیل ها و خطوط میدان را برای دو بار مساوی و هم علامت رسم کنید.

سوال 5: در فاصله ی معینی از دو بار نقطه ای هم علامت و دو بار نقطه ای مختلف علامت که قرار می گیریم در ترسیم سطوح هم پتانسیل (سوال 2 و 4) چه تفاوتی مشاهده می کند؟

انرژی پتانسیل بارهای نقطه ای :

بار نقطه ای q را در نقطه ای به پتانسیل v قرار می دهیم، انرژی پتانسیل حاصل از برهم کنش این بار

$$تنها با بارهایی که پتانسیل v را ایجاد نموده اند. $(u=qv)$ و $u = \frac{kqQ}{r} \leftarrow v = \frac{kQ}{r}$$$

تعریف : انرژی پتانسیل دستگاهی که از دو بار تشکیل شده است برابر است با کار شارژی لازم برای اینکه

بارها بدون تغییر انرژی جنبشی از بی نهایت به فاصله ی r از هم قرار گیرند.

- دو بار هم علامت انرژی پتانسیل مثبت دارند زیرا کاهش فاصله ی جدایی در برابر داغحه ی متقابل مستلزم انجام کاری است.

دو بار هم علامت انرژی پتانسیل منفی دارند زیرا نیروی شارژی باید جلوی افزایش سرعت زرات را بگیرد و در فلا جهت جابجایی است.

انرژی پتانسیل کل دستگاهی متشکل از چند بار نقطه ای:

$$\sum_{i \neq j} u_{ij} = \sum \frac{kq_i q_j}{r_{ij}}$$

$$u_{ij} = u_{ji}$$

$$u = u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{23} + u_{24} + u_{34}$$

مثال : سه بار نقطه ای $q_1 = 2mc$ و $q_2 = -3mc$ و $q_3 = 4mc$ در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی

به شعاع 2cm قرار گرفته اند انرژی پتانسیل این مجموعه را محاسبه نمایید.

$$\sum_{i \neq j} u_{ij} = \frac{kQ_i Q_j}{r_{ij}} \Rightarrow u = u_{12} + u_{13} + u_{23}$$

$$10^{-12} \times \frac{k}{r} (q_1 q_2 + q_1 q_3 + q_2 q_3) = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-12}}{r} (-(2 \times 3) + (2 \times 4) + (-3 \times 4))$$

بارهای گسترده: جهت مناسبه ی پتانسیل ناشی از بارهای گسترده می توان به دو صورت عمل کرد.
 الف) روش اول: پتانسیل ناشی از جزء بار dq در نقطه ی معین را بدست آورید و پتانسیل ناشی از کل بار را با انتگرال گیری از این بدست می آوریم.

$$dv = \frac{k dq}{r}$$

$$v = \int \frac{k dq}{r}$$

ب) روش دوم: استفاده از معادله ی زیر

$$V_B - V_A = - \int E \cdot ds$$

مثال: دیسکی به شعاع a و به چگالی سطحی بار d ، پتانسیل را در فاصله ی y از سطح دیسک به دست آورید.



$$v = \int dv = \int \frac{k dq}{r}$$

$$\frac{dq}{Q} = \frac{dA}{A} \rightarrow dq = \frac{dAQ}{A} \Rightarrow dq = d dA$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ r^2 &= x^2 + y^2 \end{aligned} \right\}$$

$$dA = d(\pi(x^2 + y^2)) = \pi 2x dx \Rightarrow dq = d(2\pi x dx)$$

$$U = \int \frac{k d \pi (2x dx)}{(x^2 + y^2)^{1/2}} = k d \pi \int \frac{2x dx}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

$$V = \int dV = \int \frac{k dq}{r}$$

$$I = \int \frac{2x dx}{(x^2 + y^2)^{1/2}} = \int \frac{dv}{v^{1/2}} = \frac{1}{-1/2 + 1} v^{-1/2 + 1} = 2v^{1/2}$$

$$x^2 + y^2 = v \rightarrow 2x dx = dv$$

$$\Rightarrow v = k d \pi I = 2k d \pi (x^2 + y^2)^{1/2} \Big|_0^a = 2k d \pi ((a^2 + y^2)^{1/2} - y)$$

پایان فصل چهارم

فصل پنجم: فازن ها و دی الکتریک ها

اهداف:

- تعریف ظرفیت
- هم بندی فازن های متوالی و سری
- انرژی ذخیره شده ی فازن
- چگالی انرژی میدان
- اثرات ورودی الکتریک ها به فازن

نفستین وسیله ای که بار الکتریکی را ذخیره می کرد **بطری لید** بود که به وسیله ی **فون کلاسیک** در سال 1745 اختراع شد و امروزه آن را **فازن** می نامند فازن ها در مدارهای تنظیم رادیو، مدارهای الکتریکی زمان سنجی و سایر دستگاه ها نقش حیاتی دارند.

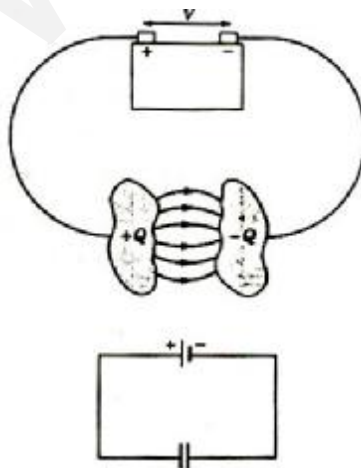
برای هموار کردن افخت و فیز ولتاژ در رادیو و تلویزیون از فازن استفاده می شود در بانک های ذخیره ی اطلاعات در شتاب دهنده ذرات با انرژی زیاد به کار می رود.

فازن از دو صفحه ی رسانای فلزی که با جسم عایق مثل هوا یا کاغذ از هم جدا می شدند تشکیل می شود هنگامی که دو صفحه ی فازن را به یک باتری وصل می کنیم 3 اتفاق می افتد.

(1) صفحات فازن به طور مساوی و با علامت مخالف باردار می شوند.

(2) پتانسیل هر یک از صفحات با پتانسیل قطبی که صفحه به آن متصل است برابر می شوند.

(3) اختلاف پتانسیل 2 صفحه با اختلاف پتانسیل دو سر باتری مساوی است.



ظرفیت یک فازن :

بزرگی بار ذخیره شده ی q روی هر یک از صفحات فازن با اختلاف پتانسیل v بین دو صفحه فازن رابطه مستقیم دارند.

$$q \propto v \rightarrow c = \frac{q}{v}$$

C ثابت تناسب است و ظرفیت فازن نام دارد. یکای ظرفیت فازن فاراد است که برابر است با کولون بر ولت.

انواع فازن

فازن با صفحات موازی یکسان: در این فازن مساحت هر صفحه A بوده و فاصله ی بین دو صفحه D می باشد بار ایجاد شده روی دو صفحه Q است. هر ف، هماسبه ی ظرفیت است.

$$E = \frac{d}{x}$$

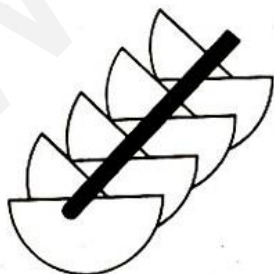
$$d = \frac{q}{A} \rightarrow E = \frac{q}{xA}$$

$$V = E.d$$

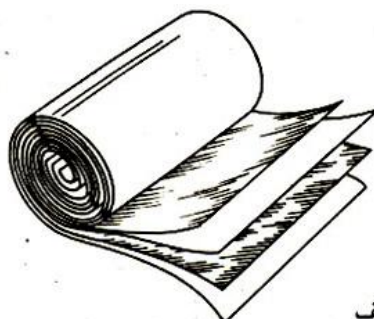
$$c = \frac{q}{v} = \frac{q}{E.d} = \frac{qxA}{qd}$$

$$c = \frac{xA}{d}$$

فازن با صفحات موازی اما متغیر: می توان با استفاده از دو صفحه ی نازک فلزی که ورقه ی پلاستیک عایقی آنها را از هم جدا نگه می دارد آن را ساخت. چنین لایه هایی را به صورت استوانه می پیچند و در مفظه ها قرار می دهند.



ب



الف

نوع دوم

این نمونه در رادیوهای قدیمی دیده می شود شامل صفحاتی به صورت دو مجموعه قرص های نیم دایره اند هنگامی که پیچ رادیو را می چرخانیم با دوران یک مجموعه از قرص ها مسامت صفحات متقابل فازن و در نتیجه ظرفیت آن را تغییر می دهیم. پس در این نمونه یک مجموعه را ثابت و مجموعه ی دیگر از صفحات قابل دوران است.

مثال: فازنی داریم صفحه موازی و فاصله ی میان صفحات 5mm و ظرفیت فازن 1F است. مسامت هر یک ز فازن ها چقدر است؟

$$c = \frac{x A}{d} \Rightarrow A = \frac{c d}{x}$$

$$A = \frac{1 \times 5 \times 10^{-3}}{8.85 \times 10^{-12}}$$

فازنی داریم صفحه ی موازی و ابعاد هر صفحه از آن $4 \times 6\text{mm}$ است اگر فاصله ی دو صفحه 2mm باشد و هر یک از صفحات را به باتری با ولتاژ 40V وصل کنیم، به دست آورید:

الف) ظرفیت فازن

ب) مقدار بار روی هر یک از تیغه ها

$$A = 6 \times 4 \times 10^{-6} = 24 \times 10^{-6}$$

$$c = \frac{q}{v}$$

مهم: ظرفیت یک کره ی منزوی به بار $+q$ و شعاع r چقدر است؟

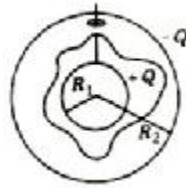
(فازنی که صفحه ی دیگر آن زمین است) خطوط میدان در این کره همه جا عمود بر سطح آن است و این چنین به نظر می رسد که از مرکز کره آمده است پس می توان فرض کرد که بار کره در مرکز آن قرار دارد. پتانسیل کره برابر است با:

$$c = \frac{q}{v} \leftarrow v = \frac{kq}{r}$$

$$c = \frac{q}{\frac{kq}{r}} = \frac{r}{k} = 4\pi\epsilon_0 r$$

نکته: صفحه ی دیگر این کره را زمین در نظر می گیریم، به دو دلیل: زیرا هم رساناست و هم می توان فرض کرد که بار این کره به زمین منتقل شده است.

فازن کروی: این فازن از دو صفحه ی کروی، رسانا و هم مرکز تشکیل شده است.



هدف: محاسبه ی ظرفیت فازن کروی

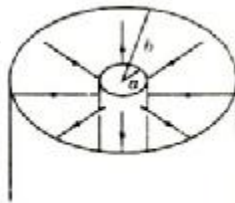
$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = -\int E \cdot ds = -\int_{R_1}^{R_2} E_r \cdot dr = kQ \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]$$

$$C = \frac{Q}{v} = \frac{Q}{kQ \left[\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right]}$$

$$C = \frac{R_1 \times R_2}{k[R_1 - R_2]}$$

فازن استوانه ای: شامل دو استوانه ی هم محور بلند به شعاع های **a** و **b** می باشد به گونه ای که استوانه ی درونی به بیرونی به وسیله ی عایقی جدا می شود. پوسته ی درونی به وسیله ی یک باتری دارای بار مثبت می گردد.



هدف: محاسبه ی ظرفیت فازن استوانه ای

$$\int E \cdot dA = \frac{Q}{\epsilon} \Rightarrow E \cdot 2\pi r l = \frac{Q}{\epsilon} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r l \epsilon}$$

$$E = \frac{2kQ}{r}$$

$$v_B - v_A = \Delta v = -\int E \cdot ds$$

$$\Delta v = -\int \frac{2kQ}{r} dr = -2kQ \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$\Delta v = +2kl \ln \frac{a}{b}$$

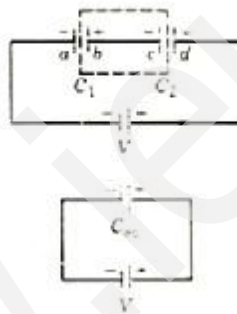
$$c = \frac{Q}{V} = \frac{QL}{2kQ \ln \frac{a}{b}} \Rightarrow c = \frac{L}{2k \ln \frac{a}{b}}$$

نکته: فازن را به صورت نماد $-||-$ نشان می دهند و باتری را با نماد $-||-$ در مدارها معرفی می کنند. توجه کنید که قطب مثبت است (پتانسیل + بیشتر است).

هم بندی فازن ها

الف) فازن های متوالی: هم بندی متوالی به طور کلی هنگامی که n فازن متوالی به هم وصل کنیم، ظرفیت معادل از رابطه ی زیر مناسبه می شود:

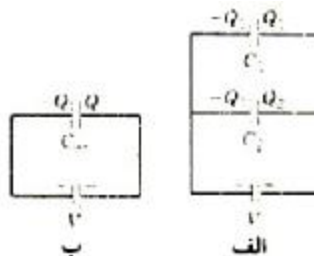
$$\frac{1}{c_{total}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_n}$$



نکته: در هم بندی متوالی ظرفیت معادل از ظرفیت کوچکترین فازن هم کمتر است.

ب) هم بندی موازی: به طور کلی n فازن به طور موازی به هم وصل کنیم ظرفیت معادل چنین می شود:

$$c_{total} = c_1 + c_2 + \dots + c_n$$



نکته: در هم بندی موازی ظرفیت معادل همیشه از ظرفیت تک تک فازن ها بیشتر است.

بسیار مهم: در هم بندی سری ها میزان بار روی فازن ها برابر است اما در موازی فازن ها اختلاف پتانسیل یکسانی دارند.

انرژی ذخیره شده در فازن، کاری که طی باردار کردن فازن مثلا باتری انرژی ذخیره شده گویند کار جزیی برای انتقال بار جزیی dq از صفحه ی منفی به صفحه ی مثبت برابر است با:

$$dw = vdq \Rightarrow w = \int_0^Q \frac{q}{c} dq = \frac{1}{c} \times \frac{1}{2} q^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c} = w = U_E$$

$$\left. \begin{array}{l} W = U_E \\ Q = CV \end{array} \right\} \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

کار w به صورت انرژی پتانسیل U_E در فازن ذخیره می شود.

نکته: این معادله بیانگر انرژی پتانسیل بارهای روی هر دو صفحه است در قبل $Q.V=U$ به دست آوردهیم که انرژی پتانسیل بار منفرد Q را در پتانسیل v که توسط بارهای دیگری تولید شده است، نشان می دهد. ضریب $\frac{1}{2}$ در عبارت $\frac{1}{2} qv$ به این دلیل ظاهر شده است که بار q به یک باره در پتانسیل v منتقل نمی شود بلکه هم بار و هم اختلاف پتانسیل به تدریج افزایش می یابند و به مقدار نهایشان می رسند.

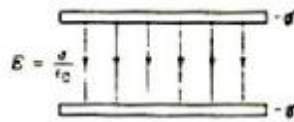
چگالی انرژی در میدان الکتریکی: کار لازم برای اینکه 2 بار نقطه ای را از فاصله ی نامتناهی از یکدیگر

به فاصله ی متناهی از هم دیگر بیاوریم، به صورت انرژی پتانسیل ذخیره می شود و این انرژی در میدان الکتریکی دو صفحه ی فازن ذخیره می شود.

$$\left. \begin{array}{l} c = \epsilon_0 \frac{A}{d} \\ v = E.d \\ U_E = \frac{1}{2} CV^2 \end{array} \right\} \Rightarrow U_E = \frac{1}{2} C(E.d)^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

$$U_{E \text{ چگالی}} = \frac{U_E}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

هادی: میم فضای بین و فازن



نکته ی مهم:

فازن کروی، شدت میدان را فقط چگالی بار، رسانای داخلی ایجاد می کند.

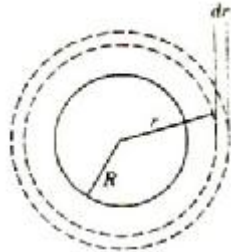
فازن استوانه ای، شدت میدان را فقط چگالی بار، رسانای داخلی ایجاد می کند.

مثال: انرژی پتانسیل کره ای به شعاع R و بار Q چقدر است؟

$$E = \frac{kQ}{r^2} (r > R)$$

$$dU_E = U_E (4\pi r^2 dr)$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{kQ}{r^2}\right)^2 (4\pi r^2 dr) = \frac{kQ^2}{2r^2} dr$$



$$U_E = \frac{kQ^2}{2} \int_R^{\infty} r^{-2} dr = \frac{kQ^2}{2R}$$

دی الکتریک ها: هرگاه ماده ای نارسائنی مثل شیشه، کاغذ یا پلاستیک در فاصله ی میان یک صفحات

فازن قرار دهیم ظرفیت آن افزایش می یابد این ماده را **دی الکتریک** می نامند.

تاکتون فاصله ی میان صفحات فازن را هوا در نظر می گرفتیم.

ظرفیت فازن دارای دی الکتریک برابر است با ضرب ضریب دی الکتریک (K) در ظرفیت فازن بدون دی الکتریک

$$C = KC$$

اگر در این فاصله عایقی غیر از هوا قرار دهیم چه اتفاقی می افتد؟

الف) وضعیت بدون باتری:

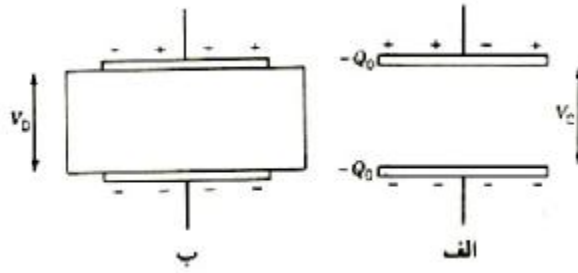
- بار الکتریکی ← ثابت می ماند.

- میدان الکتریکی ← کاهش می یابد $E_D = \frac{E_0}{K}$ وضعیتی که از دی الکتریک استفاده نشده

$$C_0 = \frac{Q_0}{V_0} \text{ است.}$$

- ولتاژ دو سر فازن ← کاهش می یابد. $V_D = \frac{V_0}{K}$

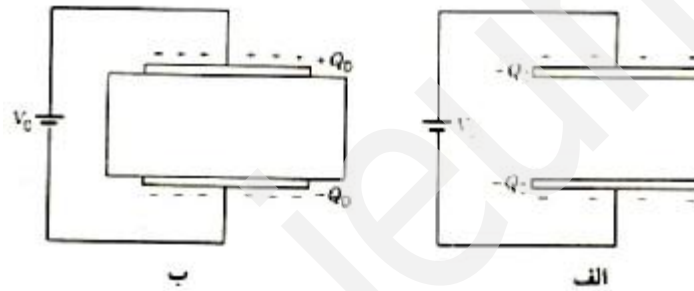
- ظرفیت فازن ← افزایش می یابد. $C_D = KC_0$



ب) حالت متصل به باتری :

- بار الکتریکی ← افزایش می یابد.
- ولتاژ دو سر فازن ← ثابت می ماند.
- ولتاژ به علت اتصال به باتری تثبیت شده است پس تغییری در ولتاژ مشاهده نمی شود.

- ظرفیت فازن ← $C_D = KC_0$



سوال: مزایای دیگر استفاده از دی الکتریک علاوه بر افزایش ظرفیت فازن چیست؟

پایان فصل پنجم

نھل شق: جریلی و مقوف

اهفلا:

- تحفیل جریلی و چکلی جریلی
- ماهیپ جریلی، دالی یک شده سیم
- تخفیلر مقوف ویره و مشأ ن و وابدتی ن به ها
- تحفیل مقوف و، ابلی ن با مقوف ویره
- قانی اهمهر و کلیریر د ن

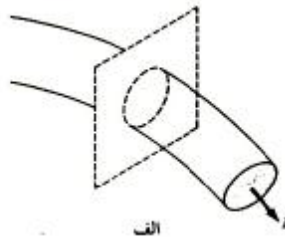
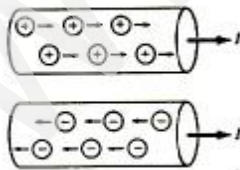
جریلی الکتریکی:

عجو یا، هکذا د از یکصدرا، لستمقدرا یا کر، رنده از هر نقطه از یکصدرا د، روادد نھلا، را جریلی الکتیریکی چکویند. اگر، مدت نھلا Δt با ی به اندازه ی ΔQ از یک نقطه فزدا بگر، د جریلی الکتیریکی به صوت زیر تحفیل یشو د.

$$I_{av} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

اکیا، ریر کخولف Q ، مدت نھلا t از یک نقطه فزدا بگر، د، لیل صوت جریلی الکتریکی برابر لست با:

$$I = \frac{Q}{t}$$



اکیو یا ریر کخولف زبشدر، مدت نھلا dt ، د کخولف dq ، د ریم:

$$I = \frac{dq}{dt} \rightarrow q = \int_0^t I dt$$

نکته:

- (1) جریلی الکتریکی که بیشتر ده لی لست.
- (2) جریلی به صوت آهنگجو یا، از یک سطح تحفیل یشو د.

3) جریان کجا، هلی مثبت، یک بهی تواید میکنند معالی جریان است که همدرا با د، بهی منفی (فقط) تواید میکنند.

4) قریبی، دای جرایل اکثریک بهی حرکتبا، هلی مثبت است.

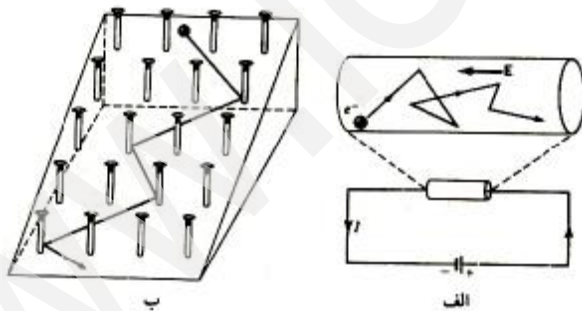
5) یک باتی لری است کجا، هلی مثبت، از پتانسیل پایری تر (قطب منفی) به پتانسیل بالاتر (قطب مثبت) د.

6) ای کلی جریان، سیم SI پر است که A با نشان دهنده معالی است با c/s

7) هنگلی کو و سر سیم، ا به یک باتی و هلی میکنند سطح با سیم د، هشو دبا، سطح و یک میلیار اکثریک، ای بلدیجا د هشو د و سیم حرکتبا، هلی آ د، سیم و برقرای جریان اکثریک هشو د.

ماهین جریان الکتریکی:

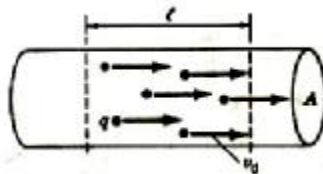
هسیر حرکت اکثر هلی، سیم هلی جریان به صوت ارتقی و زیگنرگ است و شا به حرکت هلی ای از یک سطح شیوا، مینج کوی شده ه بشد. تعدا الاکتری هلی کو، یک بهی حرکت میکنند تعدا الاکتری هلی کو، بهی مثل حرکت میکنند برابر است و اتصلی به باتی کوشن حرکت، یک بهی، افزیشن ه دهر.



چگالی جریان:

جریان که از واحد سطح مقطع یک سیم کهر، د، چگالی جریان ندیده هشو د و واحد آن A/m^2 ه بشد.

$$j = \frac{I}{A}$$



سرعت سق الکترونی ها :

وقتی که سیم را به یک باتری وصل می‌کنیم یک میدان الکتریکی برقرار می‌گردد و سرسبیم‌ها در آن میدان حرکت کرده و شتاب می‌گیرند و در هر واحد طول سطح الکتریکی ایجاد می‌شود زیرا که در آنجا شتاب می‌گیرند و در نتیجه از حالت سکون به حرکت در می‌آیند. این حرکت الکتریکی در سیم با سرعت V_d می‌گردد و در هر واحد طول 10^{-4} m/s است.

رابطه بین جریانی الکتریکی و سرعت سق :

اگر بار Q با سرعت V_d در طول L حرکت کند و در آنجا n الکترون در هر واحد طول L وجود داشته باشد، پس می‌توانیم بگوییم که A برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta Q = nqAL \\ I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \\ x = vt \\ L = V_d \Delta t \\ \Delta t = \frac{L}{V_d} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{nqALV_d}{L} \\ j = \frac{I}{A} \end{array} \right\} \Rightarrow I = nqAV_d \Rightarrow j = nqv_d$$

نکات :

- (1) جهت j بر روی سطحی که در آن قرار دارد، منتهی به V_d است.
 - (2) آلمیتر ده می‌است که از یک سطح، مقیاس بزرگ اندازه‌گیری می‌شود، در حالی که آلمیتر بر روی سطح و بر حسب کمیت مقیاس‌های کوچک تعریف می‌شود، پس می‌توانیم از نقطه میانی به نقطه دیگری تغییر می‌دهیم.
 - (3) هرگاه چگالی جریانی j در یک سطح، نده از سطح را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد.
- $$I = \int j \cdot dA$$

قوانین اهم :

مقاومت الکتریکی، مقادیر یک هم برابر، مقاومتها، رسانا، الکتریکی می‌باشد. اگر اختلاف پتانسیل V و سیم رسانا و طول L ، جریانی I از آن عبور کند، دو مقاومت الکتریکی این رسانا برابر است با:

$$R = \frac{V}{I}$$

و در کلیت برابر است با:

$$\Omega = \frac{V}{A}$$

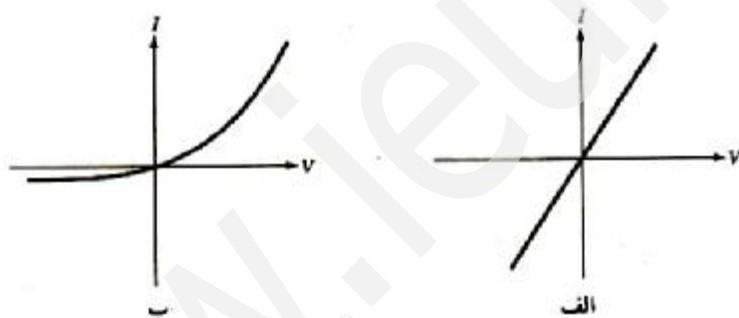
- مقاوت هر جسم به وضعیت هندسی و طول کاتریدگی آن بستگی دارد.
- طبق قانون اهم، صورت عددی پذیرگی یک یک‌ها ی نسبت به اختلاف پتانسیل اعمالی ب
- د و سر آن و جریان عبوری از آن ثابت است:

$$R = \frac{V}{I}$$

- اختلاف پتانسیل برین و سر هر وسیله طی تقیما با جریان آن متناسب است.

مد را اهنی:

مدای است که قانون اهم، آن‌ها ی است و منحنی $V-I$ یک خط است.



شکل ۸.۶ رابطه $I-V$ برای (الف) یک رسانای آهنی و (ب) یک دیود غیر آهنی.

نکته: مقاوت یا عنصرها و وسایله یسا ده بی است که مدرا، اهنی کاتریدگی است که مدرا، رهنی ال کاتریدگی مقاوت شاه لئو در وی دهه. مقاوت، ا ی تول به صوت سیم نازک یا یه بی سر لیدگی سلف. پی مقاوت ویژه ی کربن، رگستره ی وسیع ازها هاتقریبا ثلث مانع، د، سلف مقاوت اغلب از اربها اهنه تفا ده پیشو. فرض ما این است که مقاوت ها از قانون اهم پیری ی ی کنند.

سوال: یکمدرا، اربا تفا ده از مقاوت به پختن کایج، بری ی تول رسیده؟ به کمک مقاوت ی تول جریان، رنده از شاه ی شاه لئو، رنده، راکتیک اربا تفا ده از و مقاوت متولی ی تول اختلاف پتانسیل ثابت، ا ی و شقی شقیص، که مد یک اهنی، دنیزا جزئی دیگی ما تترانزید تو، رها بلندر، تقدیم، همپنر اربا تفا ده از نقطه ی اتصال خزنده ی، ی یک سیم

مقاومتی که می‌تواند از لحاظ پتانسیلی (ولت) تغذیه به آن وصل شود، دستگاه‌ها که پیرنده‌ها یا دیودها از پنجره‌های بی‌برقی که کنترل شدت صوت بهره‌گیری می‌شود.

مقاومت ویژه: نسبت شدت میدان الکتریکی E ، هر نقطه از رسانا به چگالی جریان، را مقاومت ویژه می‌گویند و با r نشان می‌دهند.

$$r = \frac{E}{J} = \frac{V/L}{I/A} = \frac{VA}{IL} = \frac{RA}{L} = \Omega \cdot \frac{m^2}{m} = \Omega \cdot m$$

عکس مقاومت ویژه‌ها یک رسانا، رسانندگی هم می‌نماید.

$$d = \frac{1}{r} \rightarrow r = \frac{1}{d} = \frac{E}{J} \Rightarrow J = Ed$$

$$R = r \frac{L}{A}$$

اثبات رابطه‌ی

$$\left. \begin{array}{l} V = EL \\ J = \frac{I}{A} = \frac{E}{r} \rightarrow I = \frac{EA}{r} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I = \frac{VA}{Lr} \\ R = \frac{V}{I} \end{array} \right\} \Rightarrow R = r \frac{L}{A}$$

پس مقاومت یک سیم

$$r = r(1 + \alpha(T - T_0))$$

وابستگی دمای مقاومت ویژه

سوال:

- 1) یک چگونگی تغییرات مقاومت ویژه فولادی با توجه به په عوامل مهم یکی است؟
- 2) مقاومت ویژه (بر رسانا - نیم رسانا و فلز، همراه با نیم رسانا، و بازگشت عرضی چه پیدا.

توضیح:

آنها، که تریک Q ، از لحاظ پتانسیلی V باشد، انرژی پتانسیلی آن به اندازه‌ی U ذخیره می‌کند. مقدار، انرژی که، واحد Q از میدان V ، منتقلی می‌شود، توان نامیده می‌شود.

$$U = QV$$

$$P = \frac{du}{dt} = \frac{d(qv)}{dt} = \frac{vdq}{dt} = VI$$

با توجه به رابطه $V=IR$ طول کاتریک الایغ را چینی بی تول نوشت :

$$\left. \begin{array}{l} V = IR \\ P = VI \end{array} \right\} \Rightarrow P = I^2 R = \frac{V^2}{R} = VI$$

پایک عمل ششم

www.ieuni.ir

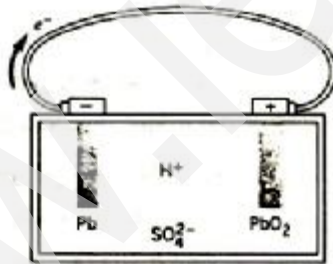
فصل هفتم: مدارهای جریان مستقیم

اهداف:

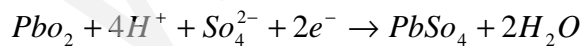
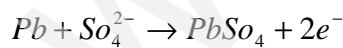
- تعریف نیروی محرکه ی الکتریکی emf
- فرق بین نیروی محرکه و اختلاف پتانسیل
- قاعده ی پیوندگاه کیرشهوف و قاعده ی حلقه ی کیرشهوف
- همبندی موازی و متوالی مقاومت ها
- تغییرات اختلاف پتانسیل و بار در مدارهای RC

باتری وسیله ای است که شارش پیوسته ی بار الکتریکی در مدار را فراهم می کند.

در صورت عدم وجود اختلاف پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی در یک مدار هرگز حرکت نمی کند، برای ایجاد اختلاف پتانسیل الکتریکی در یک مدار (در دو سر سیم) می توان از باتری و منبع تغذیه استفاده کرد. اولین باتری **پیل ولتا** نام دارد. نیز از تماس دو فلز مختلف اختلاف پتانسیل حاصل می شود.



باتری های جدید باتری های الکتروشیمیایی هستند که در آن ها به طور پیوسته الکترون ها از طریق سیم از قطب منفی Pb به قطب مثبت PbO_2 (اکسید سرب) انتقال داده می شود، واکنش هایی با معادلات زیر انجام می شود.



به ازای هر الکترون که صفحه ی Pb را ترک می کند، الکترون دیگری وارد صفحه می شود و بار خالص سیم اتصال ثابت می ماند.

نکته: کمیت هائز اهمیت، **اختلاف پتانسیل** بین دو سر یا قطب هاست.

پتانسیل هر یک از قطب ها را می توان صفر در نظر گرفت.

نیروی محرکه ی الکتریکی e :

هر وسیله مانند باتری یا مولد الکتریکی که صورتی از انرژی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند، پشمه ی نیروی محرکه ی الکتریکی یا Emf نامیده می شود.
اگر در ضمن شارش بار q در یک مدار انرژی W به وسیله ی باتری تغذیه شود، در این صورت نیروی محرکه ی باتری برابر است با:

$$e = \frac{w}{q}$$

افتلاف پتانسیل دو سر باتری به علت وجود مقاومت داخلی باتری کمتر از نیروی محرکه ی باتری است. کلیه ی باتری ها دارای مقاومت داخلی می باشند. یک باتری را این گونه نمایش می دهند.

به وسیله ی ولت متر افتلاف پتانسیل دو سر باتری را اندازه می گیریم.
بدون عبور جریان نمی توان ولتاژ را اندازه گرفت، بنابراین به وسیله ی ولت متر V_{AB} را اندازه می گیریم. اگر جریان I از مدار بگذرد، در این صورت V_{AB} برابر است با:

$$V_{AB} = e \pm Ir$$

منفی (-) برای حالتی است که باتری جریان تولید کند و مثبت (+) برای حالتی است که باتری را شارژ می کنیم.

نکته : هنگامی که افتلاف پتانسیل در دو سر مقاومتی پدید می آید، جریانی از آن می گذرد، اتلاف یا مصرف جریان نمی تواند معنی داشته باشد، زیرا تعداد بارهایی که از یک قطب خارج می شوند، دقیقاً برابر با تعدادی است که به قطب دیگر وارد می شوند. چیزی که این بارهای متمرک یا جریانی از دست می دهند، انرژی پتانسیلی است که به نوع دیگری از انرژی (مثلاً گرمایی) تبدیل می شود.

قواعد کیرشهوف :

1) قاعده ی پیوندگاه : جمع جبری جریان هایی که به هر نقطه از مدار وارد و از آن خارج می گردند، برابر صفر است.

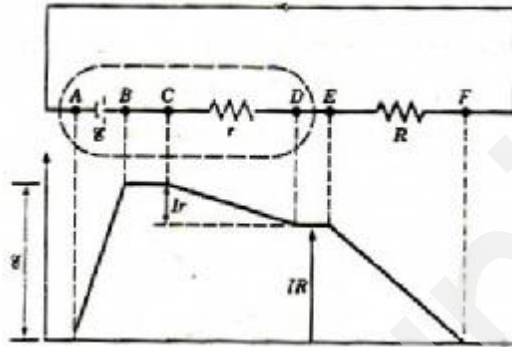


$$\sum I = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

نکته: این قاعده بیانگر قانون پایستگی انرژی است، زیرا در نقطه‌ی پیوندگاه نه باری به وجود می‌آید و نه باری از بین می‌رود و هیچ‌گونه انباشتی هم صورت نمی‌گیرد.

(2) **قاعده‌ی حلقه:** جمع جبری تغییرات پتانسیل در گذر از حلقه‌ی بسته برابر صفر است. این قاعده بیانی از پایستگی انرژی است.



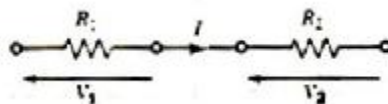
$$\sum V = 0$$

روش حل مساله:

- (1) مدار را بکشید.
- (2) جریان هر شاخه را مشخص کنید.
- (3) مثبت و منفی باتری‌ها را مشخص کنید.
- (4) قاعده‌ی پیوندگاه را برای هر پیوند بنویسید.
- (5) قاعده‌ی حلقه را برای حلقه‌ها تا جایی که تعداد جملات برای به دست آوردن جواب کافی باشد، بنویسید.
- (6) در مورد مقاومت علامت افتلاف پتانسیل منفی است اگر در جهت انتقابی حلقه در جهت جریانی که از مقاومت می‌گذرد، باشد.
- (7) در مورد باتری جهت افتلاف پتانسیل مثبت است اگر جهت انتقابی برای حرکت در حلقه از سر منفی باتری به طرف سر مثبت آن باشد و برعکس.

هم بندی مقاومت‌ها به صورت سری و موازی:

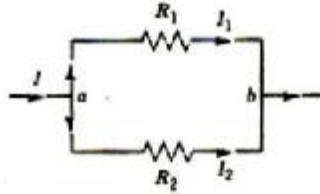
(الف) هم بندی سری



$$v = v_1 + v_2 + v_3$$

$$\left. \begin{aligned} V &= IR_1 + IR_2 + IR_3 \\ V &= IR \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = R_1 + R_2 + R_3$$

ب) هم بندی موازی



$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, I_2 = \frac{V}{R_2}, I_3 = \frac{V}{R_3}$$

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \\ I &= \frac{V}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

مدارهای RC

هنگامی که فازنی در یک مدار قرار می‌گیرد در دوره ای که فازن در حال بارگیری یا شارژ شدن است جریان مدار به صورت تابعی از زمان تغییر می‌کند. اگر مدار شامل مقاومت نباشد فازن یک دغحه پر یا خالی می‌شود در حالی که اگر در مدار مقاومت وجود داشته باشد، تغییرات بار و جریان تابع زمان هستند.

الف) باردهی یا تخلیه ی فازن :

فرض کنید با نیروی محرکه ی e و بدون مقاومت داخلی متصل کردیم، بعد از اتصال کلید در دو سر فازن و مقاومت vd برقرار است، پس بار روی صفحات فازن $ce = q_0$ می‌باشد. فرض کنید در لحظه ی $t = 0$ باتری را از مدار خارج کنیم (یا باز کردن کلید). پس کم کم بار فازن خالی شده و مقاومت شروع به مصرف انرژی می‌کند.

$$Q_0 = ce$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q}{C} - IR &= 0 \\ I &= -\frac{dQ}{dt} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{Q}{CR} = \frac{dQ}{dt}$$

$$\int \frac{dQ}{Q} = -\int \frac{dt}{CR}$$

$$\ln Q = \frac{t}{CR} + K$$

$$t = 0 \rightarrow Q = Q_0 \rightarrow \ln Q_0 = K$$

$$\ln Q - \ln Q_0 = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln \frac{Q}{Q_0} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

تعریف ثابت زمانی (t):

با گذشت زمان $RC = t$ بار فازن به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه اش کاهش می یابد یعنی این t به ثابت زمانی معروف است.

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

نکته ی مهم: مدت زمان لازم برای افت بار به میزان $\frac{1}{e}$ هر مقدار باری را نشان می دهد.

نیمه عمر: زمان لازم برای کاهش بار فازن به 50% مقدار اولیه را نیمه عمر گویند. ($T_{1/2}$)

$$\left. \begin{array}{l} Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \\ Q = \frac{1}{2} Q_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} Q_0 = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\frac{t}{RC}$$

$$\left. \begin{array}{l} t = RC \ln 2 \\ \ln 2 = \%69 \end{array} \right\} T_{1/2} = \%69 RC = \%69 t$$

مماسه ی تابع جریان:

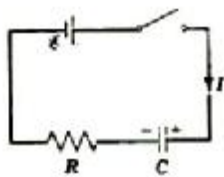
$$\left. \begin{array}{l} Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \\ I = -\frac{dQ}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow I = +\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = I$$

$$V_C = V_R = e$$

(ب) بارگیری یا شارژ شدن فازن:

فازن فالی از بار است پس افتلاف پتانسیلی در دو سر آن وجود ندارد اما افتلاف پتانسیل در دو سر

مقاومت است پس در لحظه ی اول جریانی که از مدار می گذرد I_0 است که برابر با $\frac{e}{R}$ می باشد.



$$e - \frac{Q}{C} - IR = 0$$

نکته 1) با توجه به قاعده ی حلقه باید باشد $V_C + V_R = e$ پس اگر V_C افزایش یابد V_R کاهش می یابد.
 2) در این مدار جریان I سبب افزایش بار فازن می شود، با کاهش جریان آهنگ پر شدن فازن نیز کاهش می یابد.

$$I = + \frac{dQ}{dt}$$

با توجه به نکته ی 1) وقتی $e = v_c$ می شود v_R صفر می شود، در نتیجه عبور جریان متوقف می شود و بار روی فازن به مقدار بیشینه $ce = Q_0$ می رسد.

مماسبه ی Q با گذشت زمان :

$$\left. \begin{array}{l} e - \frac{Q}{C} - IR = 0 \\ I = + \frac{dQ}{dt} \end{array} \right\} \Rightarrow e - \frac{Q}{C} - \frac{dQ}{dt} R = 0$$

$$ce - Q - \frac{dQ}{dt} RC = 0$$

$$\frac{ce - Q}{RC} = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \int \frac{dQ}{ce - Q} = \int \frac{dt}{RC}$$

$$-\ln(ce - Q) = \frac{t}{RC} + K$$

$$t = 0 \rightarrow Q = 0$$

$$\ln ce = k$$

$$-(\ln ce - Q) = \frac{t}{RC} - \ln ce \Rightarrow \ln\left(\frac{ce - Q}{ce}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{ce - Q}{ce} = e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow ce - ce e^{-\frac{t}{RC}} = Q \Rightarrow \underbrace{ce}_{Q_0} (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = Q$$

$$Q = Q_0 (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

ماسبه ی ثابت زمانی t :

پس ثابت زمانی زمان لازم برای افزایش بار خازن به میزان 63% Q_0 یا مقدار نوایی 63% می باشد.

$$\left. \begin{array}{l} t = RC \\ Q = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \end{array} \right\} \Rightarrow Q = Q_0(1 - e^{-1}) = 63\%Q_0$$

ماسبه ی جریان گذرنده از مدار :

$$\left. \begin{array}{l} Q = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \\ I = \frac{dQ}{dt} \\ V_C + V_R = e \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

پایان فصل هفتم

فصل هشتم: میدان مغناطیسی

اهداف:

- (1) الف) تعریف میدان
- ب) نیروی مغناطیسی وارد بر بار در حال حرکت یا چرخش
- (2) حرکت ذرات باردار در میدان مغناطیسی
- (3) حرکت ذرات باردار در میدان های الکترومغناطیسی

مغناطیس میله ای: یک میله ی مغناطیسی دو قطب دارد (S, N) . قطب های هم نام همدیگر را دفع و نام همدیگر را جذب می کنند. خطوط میدان مغناطیسی میله ی چوبی است.

میدان مغناطیسی B در هر نقطه مماس بر خط میدان در آن نقطه است. جهت B ، جهت نیروی وارد بر قطب شمال ی آهنربای میله ای یا همان جهتی است که عقربه ی قطب نما نشان می دهد.

شدت میان مغناطیسی متناسب با تعداد خطوط گذرنده از واحد سطح عمود بر میدان است. پس B را چگالی شار مغناطیسی هم می گوئیم.

تک قطبی مغناطیسی در عمل وجود ندارد و یک آهنربا را هر قدر هم به قطعات کوچک تقسیم کنیم، باز هم دو قطب می بینیم. حتی در سطح اتمی کسی یک قطب منزوی ندیده است.

خطوط میان مغناطیسی در بیرون آهنربا از قطب شمال خارج و به قطب جنوب وارد می شوند، اما درون آهنربا از جنوب به طرف شمال وارد می شود.

\ominus نوک پیکانی است که از صفحه خارج و به طرف خواننده می آید. (برون سو)

\otimes دم پیکانی دورشونده از خواننده که وارد صفحه می شود. (درون سو)

تعریف میدان مغناطیسی به علت در دسترس نبودن قطب منزوی صادق نیست، پس چگونگی تاثیر میدان مغناطیسی بر بار الکتریکی را در نظر می گیریم.

$$\left. \begin{array}{l} Faq \\ FaV \\ Fa \sin q \end{array} \right\} \rightarrow Faqv \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow Faqv \sin q \\ \rightarrow F \perp B \\ \rightarrow F \perp V \end{array} \right\} \Rightarrow F = qv \times B$$

نکته ی مهم: F همیشه بر V عمود است پس هیچ کاری روی ذره انجام نمی دهد. پس نمی تواند انرژی جنبشی ذره را تغییر دهد.

یکای B تسلا است. و با T نشان می دهیم. یکای دیگر میدان کوس است که با G نشان داده می شود.

$$1T = 10^4 G$$

نیروی وارد بر رسانای حامل جریان: در یک سیم جهت جهت حرکت گرمایی الکترون های آزاد به صورت کاتوره ای است. پس بر سیمی که در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته است، نیرویی وارد نمی شود. اما اگر در سیم جریان برقرار شود، همه ی الکترون ها سرعت سوق V_d پیدا می کنند. که در نتیجه بر همه ی آن ها نیروی مغناطیسی وارد می شود و بر ایند همین نیروهاست که به سیم حامل جریان منتقل می شود. اگر سیمی به طول l و سطح مقطع A حامل جریان I در جهت عمود بر یک میدان مغناطیسی داشته باشیم و تعداد الکترون های رسانش در واحد حجم (n) باشد، پس تعداد کل الکترون های رسانش برابر است با:

$$N = \frac{N}{V} V = nV = nAl$$

نیروی وارد بر یک الکترون بر سیم:

$$F = eV_d B$$

$$\left. \begin{aligned} F &= (nAl)(eV_d B) \\ I &= nAeV_d \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = IlB$$

نکته: اگر سیم حامل جریان بر میدان مغناطیسی عمود نباشد:

$$F = Il \times B$$

پس نیرو همواره بر جهت جریان و میدان مغناطیسی عمود است.

$$F = IlB \sin \theta$$

نکته: اگر سیم مستقیم نباشد یا میدان یکنواخت نباشد، نیروی وارد بر جز جریان بینهایت کوچک Idl چنین است:

$$dF = Idl \times B$$

پس نیروی وارد بر کل سیم از جمع همه ی نیروهای جزئی به دست می آید. در یک میدان مغناطیسی یکنواخت نیروی وارد بر سیم خمیده با هر شکلی بین نقاط A و B با نیروی وارد بر سیم مستقیم بین همان دو نقطه برابر است. پس ((در یک میان مغناطیسی، نیروی وارد بر هر حلقه ی بسته ی حامل جریان، برابر صفر است.))

حرکت ذره ی باردار در میان مغناطیسی:

میدان مغناطیسی بر هر ذره ی باردار نیرو وارد می کند. اگر ذره ی باردار مبتنی را که با سرعت V عمود بر میدان مغناطیسی B در حال حرکت است در نظر بگیریم، چون V و B بر هم عمود هستند، پس $F = qVB$ با بزرگی ثابت، جهت عمود بر V وارد می شوند.

← بر اثر اعمال این نیرو ذره با سرعت ثابت در مسیری دایره ای به حرکتش ادامه می دهد.

$$\left. \begin{aligned} F &= ma \\ a &= \frac{v^2}{r} \\ F &= qVB \end{aligned} \right\} \Rightarrow qVB = m \frac{V^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

پس شعاع مسیر با تکانه ی فطی رابطه ی مستقیم دارد.
 شعاع مسیر با شدت میدان مغناطیسی نسبت عکس دارد. ← مناسبه ی T و f ← بسامد دوره ی گردش مدار (تناوب)

← زیرا در کار یک نوع شتاب دهنده ذرات این بسامد اهمیت زیادی دارد.

$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{2\pi r}{v} \\ r = \frac{mv}{qB} \\ f = \frac{1}{T} \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow f = \frac{qB}{2\pi m}$$

نکات:

(1) T و f مشتق از سرعت ذره هستند.

(2) T و f در همه ی ذراتی که نسبت بار به جرم (q/m) برابر دارند یکسان است.

(3) در مناسبه ی T و f علامت q صرف نظر می کنیم. (منفی ندارد)

حرکت پیشی: یک ذره ی باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت هنگامی که جهت سرعت سوق بر راستای

میدان عمود نباشد، ذره دارای حرکت مارپیچی خواهد شد.

بزرگی مولفه ی سرعت موازی با میدان B (V_x) ← میدان در این مولفه تغییر نمی دهد.

بزرگی مولفه ی سرعت عمود بر میدان B (V_{\perp}) ← منجر به تولید نیروی $qV_{\perp}B$ می شود.

← براین حرکت ذره: حرکت دایره ای یکنواخت عمود بر خط میدان + مولفه ی حرکت فطی موازی با

میدان ← تولید حرکت مارپیچی

مناسبه ی گام حرکت مارپیچی در یک دوره گردش:

$$\left. \begin{array}{l} d = V_x T \\ T = \frac{2\pi m}{qB} \end{array} \right\} \Rightarrow d = \frac{2V_x \pi m}{qB}$$

حرکت ذره ی باردار در میدان های الکتریکی و مغناطیسی:

ذره در حضور دو میدان الکترومغناطیسی E و B تحت تاثیر نیروی F قرار دارد که این F را نیروی لورنس می

نامیم.

$$F = q(E + V \times B)$$

پس مسیر ذره تحت تاثیر نیروی F مسیری پیچیده است.

سرعت گزینی :

با استفاده از میدان های متعامد الکتریکی و مغناطیسی می توان سرعت ذرات باردار را اندازه گیری کرد یا سرعت خاصی را برگزید.

روش گزینش سرعت :

دو میدان الکتریکی و مغناطیسی را در نظر می گیریم. فرض می کنیم ذره ی باردار دارای بار q و $V = Vi$

$$\begin{cases} \vec{E} = E\hat{j} \\ \vec{B} = B\hat{k} \end{cases} \text{ وارد این ناحیه شود.}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_B = qE\hat{j} \\ \vec{F}_B = qV B\hat{j} \end{cases} \text{ نیروهای اعمالی بر ذره}$$

چون از جهات متقابل بر ذره این دو نیرو وارد می شوند، اگر بزرگی های یکسان داشته باشند، اثر همدیگر را فسخ می کنند یعنی $F = F_E + F_B = q(E + V \times B) = 0$ پس در باری که از ذراتی که سرعتشان از رابطه $V = E/B$ به دست می آید، بدون هیچ گونه انحرافی از ناحیه ی مورد نظر می گذرد.

طیف سنج جرمی : دستگاهی است که ذرات باردار یا یون ها را بر اساس نسبت بار به جرمشان از همدیگر

جدا می کند. اگر بار ذرات مورد نظر باهم برابر باشند می توان این دستگاه را برای اندازه گیری جرم به کار برد. در طیف سنج جرمی ذرات پس از عبور از ناحیه ی سرعت گزین وارد ناحیه ای با میدان مغناطیسی B_2 می شود و در مسیرهای نیم دایره به حرکتشان ادامه می دهند. از رد پای ذرات بر روی صفحه ی مساس عکاسی می توان کار طیف سنی انجام داد. طیف نهایی جرمی را به عنوان یکی از روش های متداول در تجزیه ی شیمیایی از جمله در آلایندگی ها و نفاذی ها ب کار می برند. از انواع طیف سنج ها می توان طیف سنج Dempster را نام برد. در این طیف سنج می توان دو ایزوتوپ به جرم های m_1 و m_2 را در یک اختلاف پتانسیل V شتاب داد. بنابراین دو جرم بوسیله ی اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت B به علت داشتن جرم های متفاوت شعاع های مسیری r_1 و r_2 پیدا می کنند. با توجه به برقراری رابطه ی $\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{r_1}{r_2}$ اگر با تغییر دادن اختلاف پتانسیل بتوان شعاع مسیر را ثابت نگه داشت می توان ایزوتوپ خاصی را جدا و جمع آوری کرد.

پایان فصل هشتم