



## تحلیل کواریانس

آموزش مفهومی و کاربردی تحلیل کواریانس، همراه با راهنمای اجرا در spss



مجموعه علمی فرهنگی هنری آرا

[www.aarraa.ir](http://www.aarraa.ir)



مجموعه علمی فرهنگی هنری آرا

[www.aarraa.ir](http://www.aarraa.ir)

FEBRUARY ۹, ۲۰۱۶

## یا حق

تحلیل کوواریانس به وسیله فیشور گسترش یافت و اولین نمونه از کاربرد آن، در ادبیات پژوهشی در سال ۱۹۳۲ انتشار یافت.

تحلیل کوواریانس نوع دیگری از ANOVA است.

ANCOVA به پژوهشگر این امکان را می دهد تا نفوذ متغیرهایی را که بخش اصلی طرح ANOVA نیستند بررسی کند.

تحلیل کوواریانس به پژوهشگر امکان می دهد تا متغیرهایی را که با متغیر وابسته همبستگی دارند قبل از مقایسه میانگین ها کنترل یا اثر آنها را اصلاح کند. این متغیرها را همپراش یا کمکی یا هم تغییر (covariate) متغیر وابسته می نامند.

هدف تحلیل کوواریانس حذف آماری اثرهای متغیرهای مزاحم از متغیرهای وابسته می باشد. به نظر می رسد که شبیه همبستگی تفکیکی باشد.

بهتر است که در آغاز آزمایش، گروه های آزمایش با یکدیگر معادل شوند. ساده ترین روش برای اجتناب از نابرابری گروه ها، استفاده از اختصاص دادن تصادفی آزمودنی ها به گروه های آزمایشی است. هنگامی که نتوان از روش تصادفی استفاده کرد، می توان آزمودنیها را بر اساس عوامل زمینه ای مانند: سن، جنس، سطح تحصیلات و غیره، همتا و یا جور کرد.

با وجود این، موقعیت هایی وجود دارند که در آن ها اثر یک متغیر طبقه ای مورد توجه است یا محقق به ناچار باید برای متغیرهای آزمایشی مختلف از گروه های دست نخورده و طبیعی استفاده کند. بنابراین غیر ممکن است که این گروه ها معادل باشند.

تحلیل کوواریانس را می توان برای اصلاح تفاوت های اولیه میان گروه ها از لحاظ متغیرهای معلوم معینی به کار برد.

با کنترل متغیرهای همپراش، در اصل اثر آنها را از نمره هایتان در متغیر وابسته برمی دارید. بدین سان، با اصلاح یا تعدیل برای همپراش، تغییرات باقی مانده بین شرایط نمی توانند ناشی از متغیرهای همپراش باشند.

مثال ۱

یک کاربرد متداول ANCOVA در طرح های پیش آزمون/ پس آزمون است. فرض کنید پیش آزمون نشان می دهد

که شرایط مختلف آزمایش، پیش از آزمون دارای میانگین های متفاوت باشند(برای مثال، گروه های آزمایشی و گواه متفاوت باشند)، در این صورت ANCOVA را می توان برای اصلاح این تفاوت های پیش آزمون به کار برد. در اینجا نمرات پیش آزمون به عنوان متغیر کمکی یا همپراش به کار می رود.

## مثال ۲

محقق میایل است سه روش تدریس زبان فرانسه را با یکدیگر مقایسه کند. هر روش برای گروه مختلفی از آزمودنی ها به کار برده می شود. نمره های هوش برای تمام این آزمودنی ها در دسترس هستند. این سه گروه ممکن است از لحاظ هوش با یکدیگر تفاوت داشته باشند و هوش نیز با پیشرفت زبان فرانسه همان طور که می دانیم همبسته است. بدین ترتیب محقق نمی داند که تا چه اندازه تفاوت های موجود در پیشرفت زبان فرانسه ناشی از روش های مختلف آموزش و تا چه اندازه ناشی از تفاوت های موجود در هوش بین گروه های آزمودنی است.

تحلیل کوواریانس ترکیبی از تحلیل واریانس و تحلیل رگرسیون است. اثر متغیر هم تغییر با استفاده از یک روش رگرسیون خطی ساده حذف می شود. سپس روی نمره های باقیمانده، تحلیل واریانس انجام می شود؛ یعنی، روی بخش هایی از  $Y$  که با متغیر کمکی تبیین نمی شود.

با این روش می توان معناداری تفاوت بین میانگین های نمره های باقیمانده را که گاهی میانگین های اصلاح شده روی  $X$  نامیده می شوند، آزمون کرد.

[www.aarraa.ir](http://www.aarraa.ir)

- بنابراین، در این روش علاوه بر رعایت مفروضه های ویژه این دو روش، رعایت مفروضه های دیگری نیز ضروری است:

۱. یکی از این مفروضه ها، همگنی ضرایب رگرسیون

۲. مفروضه دیگر، وجود متغیر هم پراش است که تحت تأثیر متغیرهای آزمایشی نیست

باوجود این، در برخی از آزمایشها، متغیر کمکی ممکن است تحت تأثیر متغیرهای آزمایشی قرار گیرد. در نتیجه، تفاوت های بین میانگین های متغیرهای آزمایشی را نمی توان به صراحت، به متغیرهای آزمایشی نسبت داد.

هرگاه، متغیرهای آزمایشی بر ارزشهای متغیر هم پراش اثر گذارند، محاسبه میانگین های اصلاح شده، بخشی از اثرهای متغیر آزمایشی را حذف می کند.

در صورتی که ارزشهای متغیر کمکی، پیش از متغیرهای آزمایشی بدست آیند و گمارش تصادفی به طور صحیح انجام شود، در نتیجه ارزشهای متغیر کمکی تحت تأثیر متغیرهای آزمایشی نخواهند بود.

در کاربرد تحلیل کوواریانس به منظور این هدف باید احتیاط زیادی به عمل آورد، زیرا مفروضه های زیر بنایی این روش کمتر احتمال دارد که در صورت عدم گمارش تصادفی رعایت شوند و نتایج این تخطی می تواند بسیار جدی باشد.

به طور کلی تحقق تمامی مفروضات لازم برای داده های تحلیل کوواریانس نسبتاً دشوار است، لذا هنگامی که معناداری نتایج ANCOVA در مرز معناداری است، به رعایت احتیاط فوق العاده نیاز است.

### چه وقت می توان از تحلیل کوواریانس استفاده کرد؟

تحلیل کوواریانس را باید با محدودیت هایی به کار برد:

- داشتن بیش از چند متغیر همپراش مطلوب نیست.
- متغیرهای همپراش باید به گونه ای انتخاب شوند که آگاهانه بدانیم با متغیر وابسته همبسته اند، در غیر اینصورت استفاده از آنها بی فایده است.

مجموعه علمی فرهنگی هنری آرا

در تحلیل کوواریانس بین متغیرهای همپراش باید همبستگی ضعیف برقرار باشد تا مؤثر باشند.

[www.aarraa.ir](http://www.aarraa.ir)

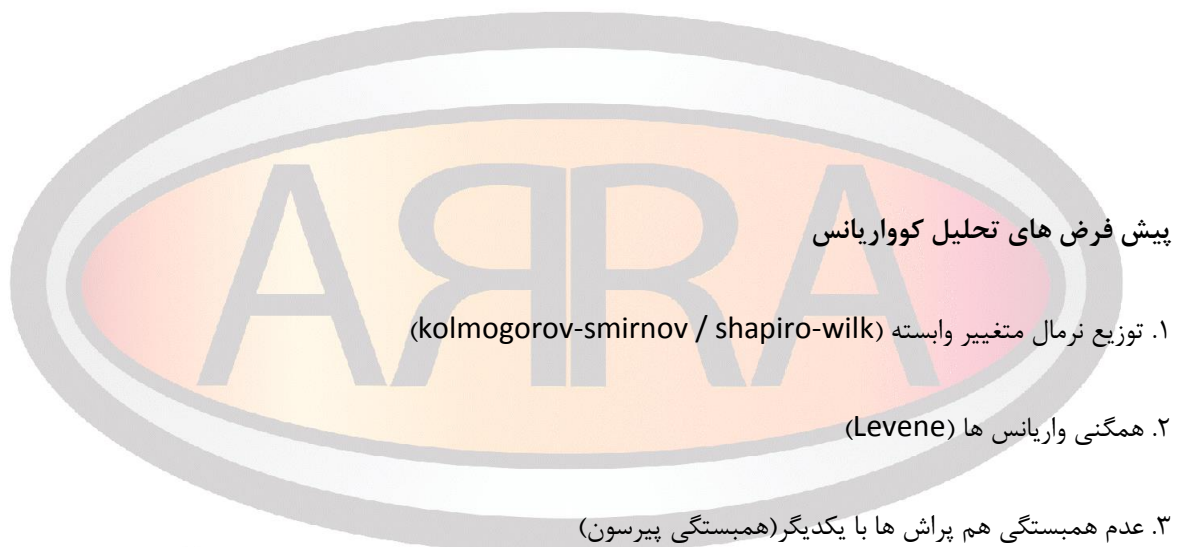
### چه وقت نباید از تحلیل کوواریانس استفاده کرد؟

- همبستگی بین متغیرهای همپراش و متغیرهای وابسته باید در سراسر داده ها یکسان باشد. شیب رگرسیون نباید در شرایط مختلف آزمایش متفاوت باشد.

- متغیرهای همپراش ناپایا ممکن است مشکلاتی را به بار بیاورند، زیرا تحلیل کوواریانس بر مفروضه پایا بودن متغیرهای همپراش استوار است. البته معدودی از متغیرهای روانشناختی وجود دارد که ممکن است مثل سن پایا باشند. اگر متغیرهای همپراش ناپایا باشند، برآورد میانگین های تعدیل شده ممکن است متورم شوند که در نتیجه توان آزمون کاهش می یابد.

## شرایط داده ها

- به طور کلی هر مدل از تحلیل واریانس را می توان به عنوان یک تحلیل کوواریانس به کار برد.
- متغیرهای همپراش باید یک رابطه خطی مشخص با متغیر وابسته داشته باشند
- از به کار بردن متغیرهای گسسته مانند جنسیت به عنوان متغیر همپراش اجتناب کنید. اینگونه متغیرها را میتوان به عنوان متغیر مستقل اضافی به کار برد.



### پیش فرض های تحلیل کوواریانس

۱. توزیع نرمال متغییر وابسته (kolmogorov-smirnov / shapiro-wilk)

۲. همگنی واریانس ها (Levene)

۳. عدم همبستگی هم پراش ها با یکدیگر (همبستگی پیرسون)

۴. نمونه گیری تصادفی  
مجموعه علمی فرهنگی هنری آرا

[www.aarraa.ir](http://www.aarraa.ir)

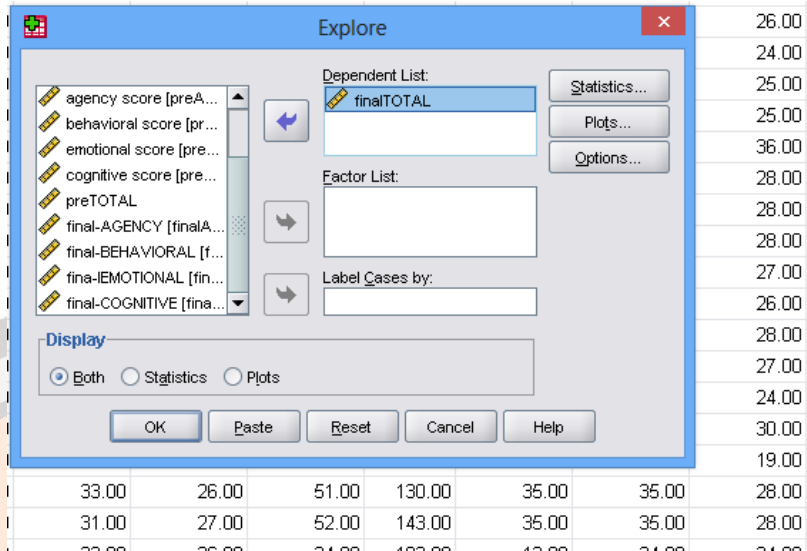
۵. همگنی شیب رگرسیون (محاسبه F تعامل بین همپراش و مستقل)

۶. خطی بودن رگرسیون همپراش و وابسته (هنگام اجرای دستور تحلیل کوواریانس)

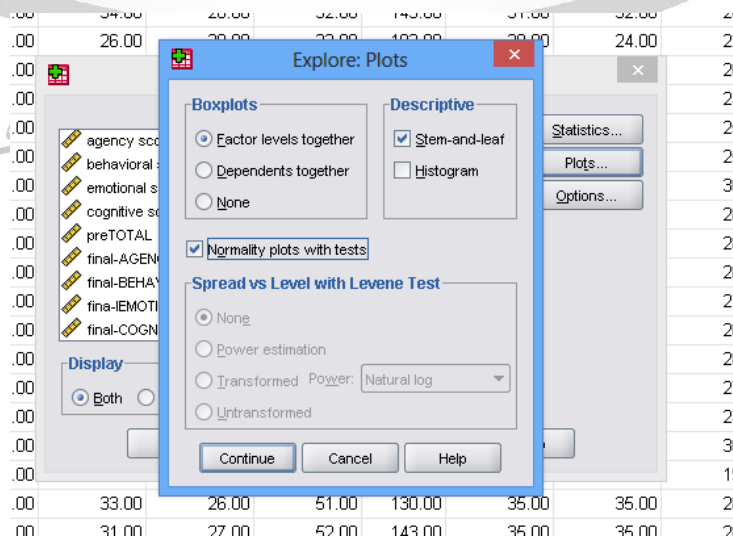
### پیش فرض اول: توزیع نرمال متغیر وابسته

برای بررسی مفروضه نرمال بودن داده ها از دو روش کولموگروف-اسمیرنوف و شاپیرو-ویلک می توان استفاده کرد که نتایج بدست آمده از روش اخیر از دقت بیشتری برخوردار بوده و توجه به حساس بودن تحلیل کوواریانس به مفروضه های خود توصیه می شود از نتایج این روش استفاده شود

برای استفاده از این روش های در نرم افزار SPSS به طریق زیر عمل می شود:



سپس وارد قسمت Plots شده و مطابق تصویر گزینه Normality plots with tests را انتخاب می کنید.



در خروجی می توانید نتایج آزمون های مورد نظر را مشاهده کنید:



### Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
finalTOTAL	.125	38	.143	.955	38	.132

a. Lilliefors Significance Correction

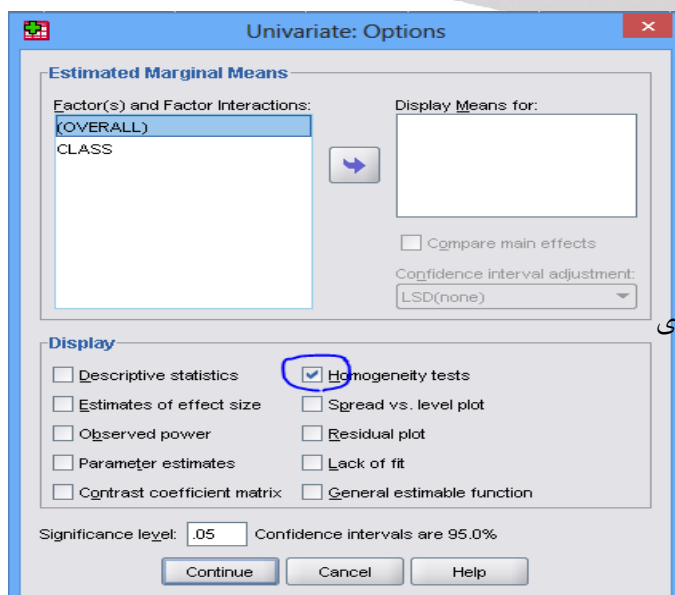
فرض صفر در این آزمون ها، پیروی داده ها از توزیع نرمال می باشد. بنا براین اگر  $p$  در این آزمون از  $0.05$  بیشتر باشد فرض صفر رد نخواهد شد و توزیع داده ها منطبق بر توزیع نرمال تلقی می گردد.

همان طور که مشاهده می شود در اینجا با توجه به نتایج هر دو آزمون  $p > 0.05$  می باشد.

بنابراین فرض صفر رد نمی شود و توزیع داده ها نرمال هستند.

در صورت برقرار نبودن مفروضه نرمال بودن داده ها نمی توانیم از تحلیل کوواریانس استفاده کنیم و باید به سراغ ابزارهای آمار ناپارامتری همچون **یو مان ویتنی** (معادل آزمون  $t$  در آمار ناپارامتریک) و **کروسکال والیس** (معادل تحلیل واریانس در آمار ناپارامتریک) برویم، هر چند که در این حالت دیگر نمی توان اثرات متغیر همپراش را کنترل کرد.

البته از طریق استفاده از تبدیلاتی مثل لگاریتم می توان تحلیل کوواریانس را انجام داد ولی در اینصورت نتایج تحقیق قابل تعمیم نخواهد بود.



پیش فرض دوم: همگنی واریانس ها

برای انجام تحلیل کوواریانس باید واریانس های گروه کنترل و گروه گواه یکسان باشند.

برای این کار از آزمون Levene استفاده می شود. اطلاعات مورد نیاز برای

بررسی این فرضیه در صورت انتخاب گزینه لازم در هنگام اجرای تحلیل

کوواریانس بدست خواهد آمد.

چنانچه سطح معناداری در آزمون لوین بیشتر از  $0.05$  باشد،

می توان گفت واریانس گروه ها از تجانس برخوردار است.





سپس وارد قسمت Model می شوید و ابتدا گزینه Custom را انتخاب می کنید.

دقت کنید که در قسمت Type گزینه Interaction انتخاب شده باشد. سپس مطابق تصویر زیر با استفاده از کلید control یا shift که بر روی صفحه کلید شما قرار دارد متغیر مستقل و همپراش را همزمان انتخاب کرده و از کادر سمت چپ به کار سمت راست منتقل کرده و کلید Continue را بزنید.



پس از اجرا کردن برنامه نتایج به صورت زیر بدست می آیند:

### Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Posttest

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	1193.217 <sup>a</sup>	3	397.739	1.044	.390
Intercept	7852.421	1	7852.421	20.615	.000
<b>Group * Pretest</b>	<b>1193.217</b>	<b>3</b>	<b>397.739</b>	<b>1.044</b>	<b>.390</b>
Error	9903.450	26	380.902		
Total	68300.000	30			
Corrected Total	11096.667	29			

a. R Squared = .108 (Adjusted R Squared = .005)

برای اثبات همگنی شیب رگرسیون باید مقدار F تعامل بین متغیر هم پراش و مستقل در همه گروه ها را حساب کنیم، اگر این شاخص معنادار نباشد ( $p > 0,05$ )، پیش فرض پنجم رعایت شده است.

در این مثال مقدار F تعامل متغیر همپراش  $1/04$  می باشد، ( $p > 0/05$ )؛ که معنادار نمی باشد و می توان نتیجه گرفت که فرض صفر رد نشده است و پیش فرض همگنی شیب رگرسیون رعایت شده است.

در صورت برقرار نبودن مفروضه همگنی شیب خط رگرسیون امکان استفاده از تحلیل کوواریانس وجود ندارد.

در اینصورت می توان از طریق Gain score اختلاف بین پیش آزمون و پس آزمون را محاسبه کرده، معنا داری تفاوت بین دو گروه را توسط آزمون t یا تحلیل واریانس سنجش نمود.

پیش فرض ششم: خطی بودن رگرسیون همپراش و وابسته

اجرای تحلیلی کوواریانس زمانی لازم است که بین متغیر همپراش و متغیر وابسته همبستگی وجود داشته باشد.

بنابر این باید بررسی شود که آیا این همبستگی وجود دارد یا خیر. این کار از طریق بررسی خطی بودن رگرسیون همپراش و وابسته انجام می شود. این مفروضه هنگام اجرای دستور تحلیل کوواریانس بررسی خواهند شد زیرا شاخص آن، بخشی از خروجی اصلی این تحلیل است.

## اجرای دستور تحلیل کوواریانس

Analyze > General Linear Model > Univariate ...

ابتدا مطابق قسمت قبل متغیر مستقل، وابسته و همپراش را در قسمت های مخصوص وارد می کنیم و سپس وارد قسمت Model شده و چک می کنیم تا گزینه full factorial علامت خورده باشد، سپس کلید continue را می زنیم.

با اجرا کردن برنامه نتایج تحلیل به صورت زیر ارائه خواهد شد:

### Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Posttest

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	3475.028 <sup>a</sup>	3	1158.343	3.952	.019
Intercept	1217.149	1	1217.149	4.152	.052
Pretest Group	1790.648 2833.723	1 2	1790.648 1416.862	6.109 4.833	.020 .016
Error	7621.639	26	293.140		
Total	68300.000	30			
Corrected Total	11096.667	29			

a. R Squared = .313 (Adjusted R Squared = .234)

خط سوم

خط چهارم

در خط سوم مقدار F تأثیر متغیر همپراش را برابر ۱۰۹/۶ نشان می دهد؛ که این مقدار F معنادار است ( $P < 0.05$ ).

بنابر این پیش فرض ششم تحلیل کوواریانس نیز برقرار است.

اگر مقدار F متغیر همپراش معنادار نباشد، نتایج تحلیل کوواریانس برای مقایسه گروه ها صحیح است ولی متغیر همپراش انتخاب شده تأثیری بر مدل پیشنهادی ندارد.

خط چهارم خروجی اصلی تحلیل کوواریانس است که مقدار F تأثیر متغیر مستقل ۸۳۳/۴ را نشان می دهد. این مقدار معنادار است ( $p < 0/05$ )، یعنی پس از خارج کردن تأثیر همپراش اختلاف معناداری بین میانگین گروه ها وجود دارد.



برای چراغهای همسایه ات هم نور آرزو کن  
بی شک حوالی ات روشنتر خواهد شد . . .

موفق و سربلند باشید

چقدر این شعر زیباست

کاش حکمت این شعر در وجود ما و در زندگی ما جاری شود

مجموعه علمی فرهنگی هنری آرا  
[www.aarraa.ir](http://www.aarraa.ir)