

هندسه F

از هندسه F هیچ نمیدانیم به جز اینکه در آن تعدادی نقطه وجود دارند و اصول زیر برقرار است.

F1 . دست کم یک خط وجود دارد.

F2 . هر خطی دارای دقیقاً سه نقطه است.

F3 . خطی وجود ندارد که از همه‌ی نقطه‌ها بگذرد.

F4 . به ازای هر دو نقطه، دقیقاً یک خط وجود دارد که از آن دو می‌گذرد.

F5 . هر دو خطی، دست کم یک نقطه مشترک دارند.

فقط با استفاده از این اصول، قضیه‌های زیر را ثابت کنید.

قضیه 1 هندسه F. هر دو خطی، دقیقاً یک نقطه‌ی مشترک دارند.

قضیه 2 هندسه F. دست کم 3 نقطه وجود دارند.

قضیه 3 هندسه F. دست کم 4 نقطه وجود دارند.

قضیه 4 هندسه F. هر نقطه‌ای که در نظر بگیریم اگر همه‌ی خط‌های گذرا از آن را رسم کنیم به همه‌ی نقاط دیگر

می‌رسیم.

قضیه 5 هندسه F. دقیقاً 7 خط و 7 نقطه وجود دارد.

قضیه 6 هندسه F. هر نقطه روی دقیقاً سه خط قرار دارد.

از هندسه P هیچ نمی‌دانیم به جز اینکه در آن تعدادی نقطه و خط وجود دارد و اصول زیر برقرار اند.

P1. به ازای هر دو نقطه دقیقا یک خط وجود دارد که از آن دو می‌گذرد.

P2. هر دو خطی دست کم یک نقطه‌ی مشترک دارند.

P3. 4 نقطه وجود دارند که هیچ سه‌تایی از آنها روی یک خط قرار نمی‌گیرند.

P4. تعداد نقطه‌ها متناهی است .

فقط با استفاده از این اصول قضیه‌های زیر را ثابت کنید.

قضیه 1 هندسه P. تعداد نقاط روی خط روی خط‌های مختلف یکسان است.

قضیه 2 هندسه P. هر نقطه‌ای را که در نظر بگیریم، اگر همه‌ی خط‌های گذرا از آن را رسم کنیم، به همه‌ی نقاط دیگر می‌رسیم.

قضیه 3 هندسه P. عددی مانند n وجود دارد به طوری که :

(الف) هر خطی $n + 1$ نقطه دارد.

(ب) تعداد کل نقاط برابر است با $n^2 + n + 1$.

(ج) هر نقطه‌ای روی $n + 1$ خط است.

(د) تعداد کل خطوط برابر است با $n^2 + n + 1$.

قضیه 4 هندسه P. دست کم چهار نقطه وجود دارد.

قضیه 5 هندسه P. دقیقا 7 خط و 7 نقطه وجود دارد.

قضیه 6 هندسه P. هر نقطه‌ای روی دقیقا 3 خط قرار دارد.