به نام خدا

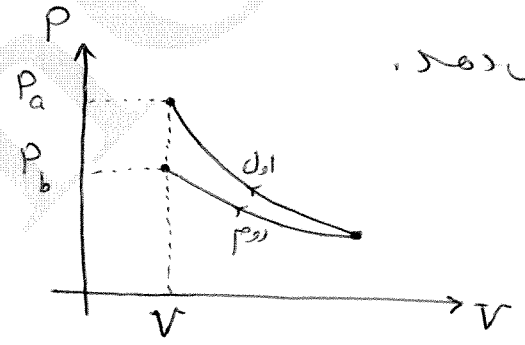
پاسخنامه تشریحی - کد ۲

مرحله اول المپیاد فیزیک

دورهٔ ۲۳ - بهمن ۱۳۸۸

۱- گزینه ب صحیح است.

استوانه اول با فرایند بی دررو منطبق می‌شود و استوانه دوم با فرایند هم‌دما تغییر حجم می‌دهد.



چون فرایند بی دررو خیلی سریع انجام می‌شود و فرصت تبادل گرما وجود ندارد، بنابراین دمای پایانی آن کمتر کاهش می‌یابد لذا $T_a > T_b$

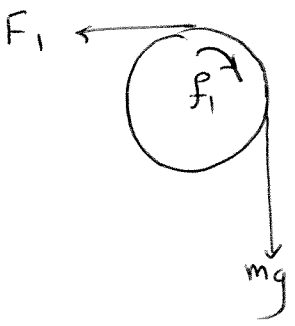
از طرفی طبق قانون گازها:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \left(\frac{nR}{V}\right) T$$

$$T_a > T_b \Rightarrow P_a > P_b$$

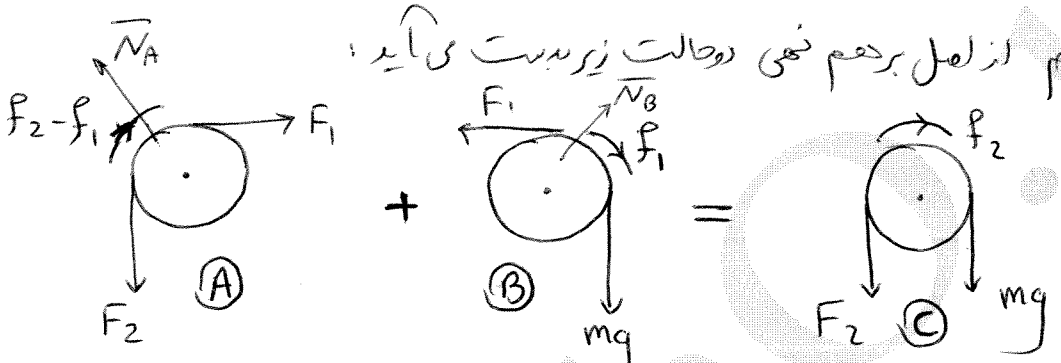
۲- گزینه ج درست است.

در حالت اول، مقدار کل نیروی اصطکاک f_1 است.



$$F_1 - mg = f_1$$

حالت دوم از اصل برهم نهی دو حالت زیر بدست می‌آید:



$$C: \quad F_2 - mg = f_2 \longrightarrow F_2 > mg$$

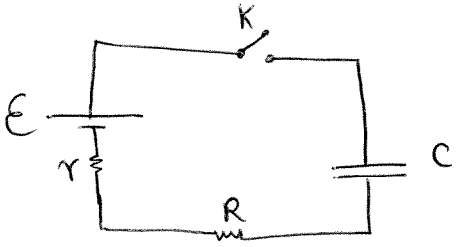
$$B: \quad F_1 - mg = f_1 \longrightarrow F_1 > mg$$

$$A: \quad F_2 - F_1 = f_2 - f_1$$

با مقایسه حالت A و B، نتیجه می‌شود که نیروی متوسط عمودی از طرف قطعه چوب در حالت A بزرگتر از حالت B است:

$$\left.\begin{matrix} F_1 = F_1 \\ F_2 > mg \end{matrix}\right\} \bar{N}_A > \bar{N}_B \longrightarrow f_2 - f_1 > f_1 \longrightarrow \frac{f_2}{f_1} > 2$$

۳- گزینهٔ ج درست است.



انرژی اولیه مدار : $U_1 = 0$

انرژی نهایی مدار : $U_2 = \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2$

بار نهایی خازن : $q = C\mathcal{E}$

کار انجام شده توسط باطری $W = qV = C\mathcal{E}^2$

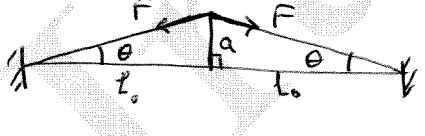
انرژی تلف شده : $\Rightarrow W - U_2 = U_f = C\mathcal{E}^2 - \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2$

انرژی تلف شده در مجموع دو مقاومت برابر با U_f است. با توجه به اینکه در مدت پر شدن خازن، جریان عبوری از هر مقاومت با هم برابر هستند پس:

$$U_f = U_r + U_R = \frac{1}{2}C\mathcal{E}^2 \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \boxed{U_R = \frac{C\mathcal{E}^2 \cdot R}{2(r+R)}}$$

$$\frac{U_r}{U_R} = \frac{r}{R}$$

۴- گزینه ج درست است.



$F = K\left(\sqrt{l_0^2+a^2} - l_0\right)$, $\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{l_0^2+a^2}}$

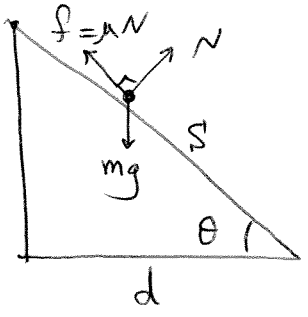
باتوجه به راهنمایی مسئله: $(1+\epsilon)^\alpha \simeq 1+\alpha\epsilon$:

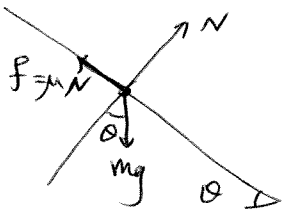
$$\sqrt{l_0^2+a^2} = l_0\left(1+\frac{a^2}{l_0^2}\right)^{1/2} \simeq l_0\left(1+\frac{a^2}{2l_0^2}\right) \Rightarrow F = K\frac{a^2}{2l_0}$$

$$\left(l_0^2+a^2\right)^{-1/2} = l_0^{-1}\left(1+\frac{a^2}{l_0^2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{l_0}\left(1-\frac{a^2}{2l_0^2}\right) \Rightarrow \sin\theta \simeq \frac{a}{l_0}$$

نیروی برآیند $= 2F\sin\theta$ $\Rightarrow$ نیروی برآیند $= \boxed{K\frac{a^3}{l_0^3}}$

۵- گزینه الف درست است.





$$\begin{cases} N = mg\cos\theta \\ mg\sin\theta - \mu N = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

$$S = \frac{1}{2}at^2 \quad , \quad S = \frac{d}{\cos\theta} \quad , \quad t^2 = \frac{2S}{a}$$

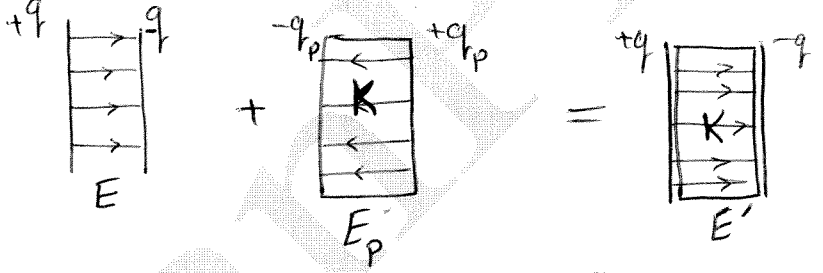
$$\rightarrow t^2 = \frac{2d}{g\cos\theta\cdot(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$$

برای حداقل شدن زمان، کمیت مخرج حداکثر شود:

$$\frac{d}{d\theta}\left[\cos\theta\cdot\sin\theta - \mu\cos^2\theta\right] = 0 \Rightarrow -\sin^2\theta + \cos^2\theta - \mu(2)(-\sin\theta)(\cos\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \cos 2\theta + \mu\sin 2\theta = 0 \rightarrow \boxed{\tan 2\theta = -\frac{1}{\mu}}$$

۶- گزینه د درست است.



$$E - E_p = E'$$

$$\begin{cases} q = Cv \\ v = Ed \end{cases} \Rightarrow E = \frac{q}{Cd} \longrightarrow \begin{cases} E = \dfrac{q}{\frac{\epsilon_0 A}{d}d} = \dfrac{q}{\epsilon_0 A} = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0} \\ E' = \dfrac{q}{\frac{K\epsilon_0 A}{d}d} = \dfrac{q}{K\epsilon_0 A} = \dfrac{\sigma}{K\epsilon_0} \end{cases} \begin{cases} E_p = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}\left(1 - \dfrac{1}{K}\right) \\ E_p = \dfrac{\sigma_p}{\epsilon_0} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{\sigma_p = \sigma\left(1 - \frac{1}{K}\right)} \longrightarrow \begin{cases} K = 1 \longrightarrow \sigma_p = 0 \\ K \to \infty \rightarrow \sigma_p \to \sigma \\ K\uparrow \Rightarrow \sigma_p\uparrow \end{cases}$$

۷- گزینه ب درست است.

میدان اولیه درون سیم پیچ به سمت پایین است. ورود میله آهنی به درون سیم پیچ باعث تقویت میدان مغناطیسی درون سیم پیچ می شود. بنابراین طبق قانون لنز، جریان القایی در راستای کاهش میدان مغناطیسی خواهد بود. بنابراین جهت جریان القایی خلاف جهت جریان اصلی مدار است و جریان آمپرسنج کاهش می یابد.

هنگام خروج میله آهنی، میدان مغناطیسی درون سیم پیچ کاهش می یابد، بنابراین طبق قانون لنز، جریان القایی در راستای تقویت میدان مغناطیسی خواهد بود. بنابراین جهت جریان القایی موافق جریان اصلی مدار است و جریان آمپرسنج افزایش می یابد.

۸- گزینه ب درست است.

فرض کنید در هر دقیقه ۲۵ بار نفس می کشید. بنابراین در یک شبانه روز:

$$۲۵ \times ۶۰ \times ۲۴ = ۳,۶ \times ۱۰^{۴}$$

در هر نفس حدود ½ لیتر هوا تنفس می شود. (می توانید محاسبه کنید!)

حدود ۲۰٪ هوا، اکسیژن است. پس حجم اکسیژن مصرفی در یک شبانه روز:

$$3.6 \times 10^{4} \times 1 \times \frac{1}{5} \simeq 7 \times 10^{3} \ lit$$

می دانیم هرگاز کامل در شرایط متعارف ۲۲,۴ لیتر حجم دارد. (مقدار یک مول) ← تعداد مول اکسیژن = 300

جرم مولی اکسیژن ۳۲ گرم است. پس کل جرم اکسیژن مصرفی = $300 \times 32 \times 10^{-3} \simeq \underline{10 \ kg}$

۹- گزینه ج درست است.

$$\frac{\text{تصویر}}{\text{جسم}} = \frac{1}{1+N} = \frac{f}{f+Nf} = \frac{f}{f+p} = \frac{q}{p} \Rightarrow \frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \quad , \quad p = Nf$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جسم}}{\text{تصویر}} = N+1$$

۱۰- گزینه الف درست است.

با توجه به اینکه شتاب جسم سینوسی است: $a = A\sin\omega t$

$$a = \frac{dv}{dt} = A\sin\omega t \xrightarrow{\int} v = \frac{-A}{\omega}\cos\omega t + \frac{A}{\omega} = \frac{A}{\omega}(1-\cos\omega t)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{A}{\omega}(1-\cos\omega t) \xrightarrow{\int} x = \frac{A}{\omega}t - \frac{A}{\omega^2}\sin\omega t$$

توجه کنید که گزینه‌های ج و د به علت اینکه در $t=0$، شیب نمودار (سرعت) مثبت، حذف می‌شوند.

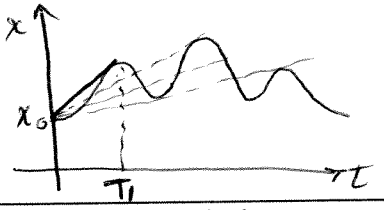
۱۱- گزینه د درست است.

عدسی مفروض در مسئله، به صورت دو عدسی متفاوت عمل می‌کند. بخش سفید، یک تصویر از چشمه ایجاد می‌کند و بخش خاکستری نیز تصویر دیگر می‌سازد. اگر پرده در مکان دو تصویر گفته شده قرار بگیرد، روشنایی حداکثر خواهد داشت.

۱۲- گزینه الف درست است.

سرعت متوسط به صورت مقابل تعریف می‌شود: $\bar{v} = \frac{x - x_0}{t} =$

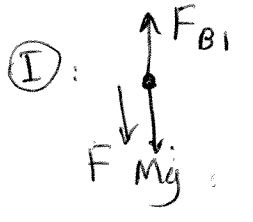
رابطه فوق، شیب خط واصل بین نقطه $(0, x_0)$ و (t, x) است. ملاحظه می‌شود که این شیب در نزدیکی نقطه T_1 حداکثر است.

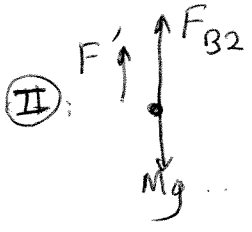


۱۳- گزینه ج درست است.

نیرویی که آب جسم وارد می‌کند، نیروی شناوری (ارشمیدس) است. بنابراین عکس‌العمل این نیرو به آب وارد می‌شود. نیروی ارشمیدس وارد شده به جسم به سمت بالا می‌باشد، پس عکس‌العمل آن به سمت پایین است که به آب وارد می‌شود.

نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند، مجموع وزن آب و عکس‌العمل نیروی ارشمیدس است.





$$\text{I}: F_{B1} = Mg + F \quad \left.\begin{array}{l} \\ \end{array}\right\} \Rightarrow F_{B1} > F_{B2}$$
$$\text{II}: F_{B2} = Mg - F' \quad \left.\begin{array}{l} \\ \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} W_1 = W_{آب} + F_{B1} \\ W_2 = W_{آب} + F_{B2} \end{array}\right\} \xrightarrow{F_{B1} > F_{B2}} \boxed{W_1 > W_2}$$

۱۴- گزینه الف درست است.

با استفاده از پایستگی انرژی:

$$mgh = mgy + \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{v^2}{2g} = h - y$$

با توجه به اینکه y تابعی از x است، $(-y)$ قرینه این تابع نسبت به محور x است. حال به این قرینه مقدار h را اضافی می‌کنیم (تابع قرینه را به اندازه h بالا می‌آوریم) که نمودار الف بدست می‌آید.

روش دوم:

$$y = f(x) \rightarrow y' = f'(x) < 0 \;,\; y'' = f''(x) > 0$$

$$\frac{v^2}{2g} = \alpha = h - y \rightarrow \alpha' = -y' > 0 \;,\; \alpha'' = -y'' < 0$$

بنابراین تابع $\frac{v^2}{2g}$ برحسب x، تابعی صعودی با تقعر منفی است. پس گزینه‌های ب و ج حذف می‌شوند. در گزینه د، شیب نهایی صفر است پس حذف می‌شود.

۱۵- گزینه ب درست است.

جرم پوسته : $m = 4\pi r^2 d\rho \simeq 4\times 3\times(2\times10^{-2})^2\times(0.5\times10^{-3})\times 3\times10^3$ kg

$\Rightarrow m \simeq 7$ gr

هنگامی که تخم مرغ را در آب رها می‌کنیم، تخم مرغ به آرامی به کف آب می‌رود. بنابراین چگالی تخم مرغ از چگالی آب بیشتر است.

چگالی تخم مرغ $\rho' \simeq 2000$ kg/m^3

$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' = \frac{4}{3}\times 3\times(2\times10^{-2})^3\times 2\times10^3$ kg $\simeq 64$ gr

۱۶- گزینه د درست است.

اگر دامنه اولیه نوسان A باشد و با توجه به نمودار:

سیکل اول : $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 + W_{1f} \Rightarrow W_{1f} = \frac{1}{2}k\left(\frac{3A^2}{4}\right)$

سیکل دوم : $\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{4}\right)^2 + W_{2f} \Rightarrow W_{2f} = \frac{1}{2}k\left(\frac{3A^2}{16}\right)$

$$\frac{W_{2f}}{W_{1f}} = \frac{\frac{1}{2}k\frac{3A^2}{16}}{\frac{1}{2}k\frac{3A^2}{4}} = \frac{1}{4}$$

۱۷- گزینه ج درست است.

از نقطه‌ای روی مسیر شروع به حرکت می‌کنیم و کل مسیر را می‌پیماییم. در این مدت حرکت چند بار از امتداد آن محل در راستای x و y می‌گذریم؟

در راستای y دو بار و در راستای x سه بار، بنابراین مقدار $\frac{f_1}{f_2}$:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{3}{2}$$

۱۸- گزینه الف درست است.

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \quad (I)$$

$$q_1 = q_2 \longrightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2$$
$$\text{در حالت پایا } I = 0 \longrightarrow V_1 + V_2 = \mathcal{E}$$
$$\Rightarrow V_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2}\mathcal{E} \quad (II)$$

$$(I), (II): \quad U_2 = \left[\frac{1}{2} C_1^2 \mathcal{E}^2\right] \cdot \frac{C_2}{(C_2 + C_1)^2} \longrightarrow \begin{cases} C_2 = 0 \Rightarrow U_2 = 0 \\ C_2 \to \infty \Rightarrow U_2 \to 0 \end{cases}$$

۱۹- گزینه ب درست است.

$60\,cm^3 \equiv 60\,gr$ آب

چگالی آب مایع $= 1000\ kg/m^3$

$$n = \frac{60}{18} \simeq 3.\bar{3}\ mol$$

جرم مولی آب H_2O : $2\times1+16 = 18\ gr/mol$

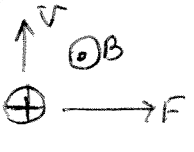
$$\longrightarrow \text{تعداد مولکول‌ها} = 3.\bar{3} \times 6.022 \times 10^{23} \simeq 2 \times 10^{24} \text{ مولکول}$$

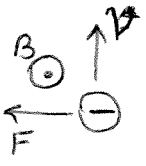
$$\text{نسبت فاصله‌ها} = \left[\frac{\frac{3\times4\times5}{2\times10^{24}}}{\frac{60\times10^{-6}}{2\times10^{24}}}\right]^{1/3} = \left[\frac{60}{60\times10^{-6}}\right]^{1/3} = 100$$

* فرض کنید هر مولکول درون مکعبی قرار دارد. ضلع این مکعب ریشه سوم حجم آن است.

۲۰- گزینه د درست است.

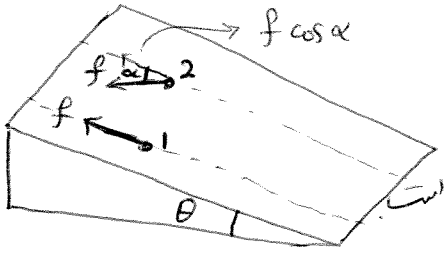
به بارهای مثبت - طبق قانون دست راست نیروی به سمت راست وارد می‌شود و به بارهای منفی نیروی به سمت چپ وارد می‌شود.





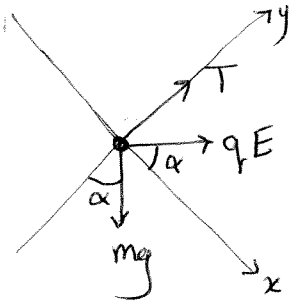
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

۲۱- گزینه ب درست است.



نیروی اصطکاک جسم 2 در راستای سطح شیبدار کمتر از اصطکاک جسم 1 است.

۲۲- گزینه ب درست است.



$$y: \quad T = mg\cos\alpha - qE\sin\alpha \geqslant 0$$

$$\Rightarrow \tan\alpha \geqslant \frac{mg}{qE}$$

۲۳- گزینه ب درست است.

روش ۱: بزرگنمایی طولی برابر است با: $(\frac{q}{p})^2$.

بنابراین در زمان کوچک Δt که جسم مسافت $v_0\Delta t$ را طی می‌کند، تصویر مسافت $(\frac{q}{p})^2 v_0 \Delta t$ را طی خواهد کرد. پس $v_1 = (\frac{q}{p})^2 v_0$

روش ۲:

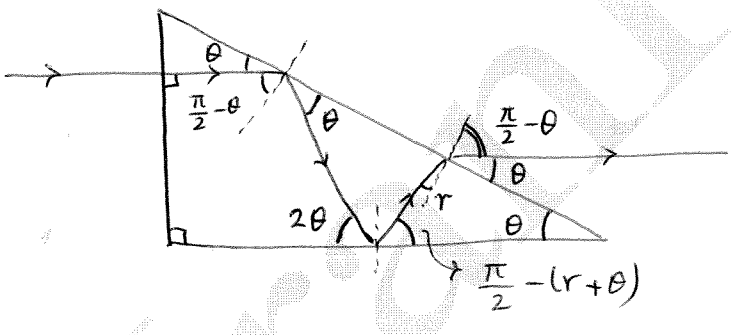
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \xrightarrow{\text{مشتق‌گیری}} -\frac{\dot{p}}{p^2} - \frac{\dot{q}}{q^2} = 0$$

لحظه شروع: $\dot{p} = -v_0$

$\dot{q} = v_1$

$$\Rightarrow v_1 = (\frac{q}{p})^2 v_0$$

۲۴- گزینه ج درست است.



هندسه مسئله در شکل مقابل رسم شده است.

$$2\theta = \frac{\pi}{2} - r - \theta \Rightarrow 3\theta = \frac{\pi}{2} - r$$

$$n\sin r = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos\theta$$

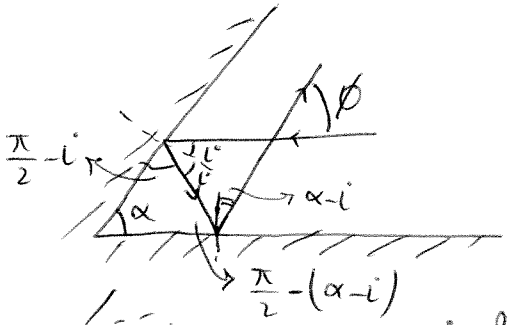
$$\Rightarrow \cos 3\theta = \cos(\frac{\pi}{2} - r) = \sin r \Rightarrow \cos 3\theta = \frac{\cos\theta}{n} \Rightarrow \frac{\cos 3\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(2\theta+\theta)}{\cos\theta} = \frac{\cos 2\theta\cdot\cos\theta - \sin 2\theta\cdot\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{(2\cos^2\theta - 1)\cos\theta - 2\cos\theta\cdot(1-\cos^2\theta)}{\cos\theta}$$

$$= 2\cos^2\theta - 1 - 2 + 2\cos^2\theta = 4\cos^2\theta - 3 = \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2}\sqrt{3 + \frac{1}{n}}$$

۲۵ـ گزینه الف درست است.

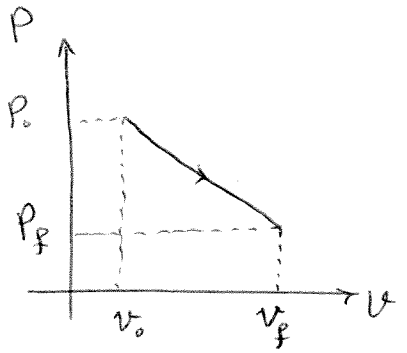


$$\phi + 2i + 2(\alpha - i) = \pi$$

$$\Rightarrow \phi = \pi - 2\alpha$$

همانطورکه از رابطه بالا مشخص است، زاویه انحراف به زاویه تابش i وابسته نیست و تا وقتی که زاویه بین دو آینه (α) ثابت است، زاویه انحراف نیز تغییر نخواهد کرد.

۲۶ـ گزینه د درست است.

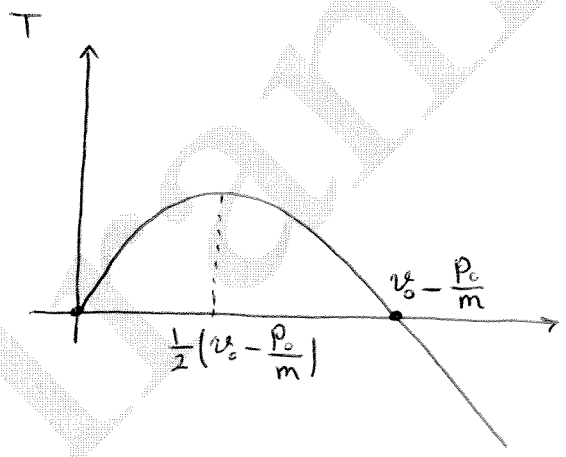


$$P = m(v - v_0) + P_0 \qquad m < 0$$

$$PV = nRT$$

$$\Rightarrow nRT = \underbrace{mv^2}_{-} + \underbrace{(P_0 - mv_0)}_{+} v \qquad , 0 < v_0 < v < v_f$$

نمودار معادله بدست آمده یک سهمی است.



همانطور که مشخص است با توجه به اینکه فرآیند از چه مقدار حجم اولیه تا چه حجم نهایی انجام می‌شود ۳ حالت وجود دارد.

$\begin{cases} 0 < v_0 \leq \frac{1}{2}(v_0 - \frac{P_0}{m}) \\ v_f \leq \frac{1}{2}(v_0 - P_0/m) \end{cases}$ دما افزایش می‌یابد

$\begin{cases} 0 < v_0 \leq \frac{1}{2}(v_0 - \frac{P_0}{m}) \\ v_f \geq \frac{1}{2}(v_0 - P_0/m) \end{cases}$ دما ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد

$\begin{cases} v_0 \geq \frac{1}{2}(v_0 - P_0/m) \\ v_f \geq \frac{1}{2}(v_0 - P_0/m) \end{cases}$ دما همواره کاهش می‌یابد

۲۷ـ گزینه درست است.

شتاب آسانسور رو به پایین:

$$g_1 = g-a \quad , \quad a_1 = \mu g_1 = \mu(g-a)$$

$$2a_1 S_1 = v_0^2 \rightarrow 2\mu(g-a)S_1 = v_0^2 \rightarrow g-a = \frac{v_0^2}{2\mu S_1} \quad (I)$$

شتاب آسانسور رو به بالا:

$$g_2 = g+a \quad , \quad a_2 = \mu g_2 = \mu(g+a)$$

$$2a_2 S_2 = v_0^2 \rightarrow 2\mu(g+a)S_2 = v_0^2 \rightarrow g+a = \frac{v_0^2}{2\mu S_2} \quad (II)$$

$$\frac{(I)}{(II)} \Rightarrow \frac{g-a}{g+a} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow a = g\left(\frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}\right)$$

حالت خاص: $S_1 = S_2 \Leftarrow a = 0$: پس گزینه‌های ج، د حذف می‌شوند.

۲۸ـ گزینه ج درست است.

این سؤال برخلاف ظاهر سخت، بسیار آسان است. کافی است دیمانسیون گزینه‌ها را بررسی کنید و گزینه‌ای که دیمانسیون L^2 دارد را پیدا کنید.

$$S, v_0, g \rightarrow S \propto \frac{v_0^4}{g^2}$$

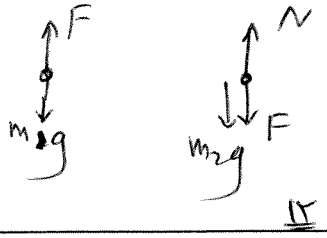
راه حل اصلی این سؤال از طریق انتگرال گیری است!

۲۹ـ گزینه ب درست است.

روش اول: کافی است نیروهای خارجی وارد بر سیستم را در نظر بگیرید.

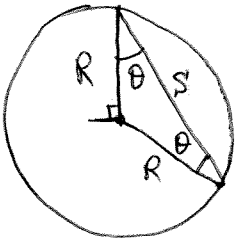
$$N = (m_1 + m_2)g$$

روش دوم: رسم نیروها:



$$\left.\begin{aligned} F &= m_1 g \\ N &= F + m_2 g \end{aligned}\right\} \Rightarrow N = (m_1 + m_2)g$$

۳۰- گزینه ب درست است.



این مسئله معروف به مسئله گالیله است!

$S = 2R\cos\theta$ θ زاویه مسیر با راستای قائم

$a = g\cos\theta$ (چرا؟)

$$S = \frac{1}{2}at^2 \longrightarrow 2R\cos\theta = \frac{1}{2}g\cos\theta\, t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$$

همانطور که از رابطه فوق مشخص است زمان طی مسیر به زاویه مسیر بستگی ندارد.

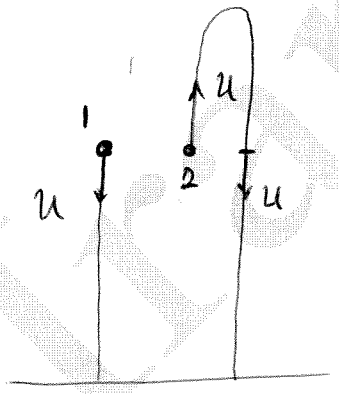
۳۱- گزینه د درست است.

$a = (20 \pm 1)\ mm \quad , \quad b = (10 \pm 1)\ mm$

$S = ab = (20 \pm 1)\times(10 \pm 1) = 200 \pm 20 \pm 10 \pm 1\ mm^2$

$\Rightarrow S = 200 \pm 30\ mm^2$

۳۲- گزینه الف درست است.



بیشترین اختلاف زمان بین دو پرتابه است که در راستای قائم ولی در خلاف جهت یکدیگر پرتاب می‌شوند.

با توجه به شکل مشخص است که این اختلاف زمان $\frac{2u}{g}$ است.

$\frac{2u}{g}$ همان زمان رفت برگشت جسم 2 به محل اولیه خواهد است!

سوالات پاسخ کوتاه:

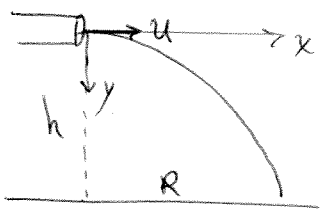
۱- مقدار 04 m درست است.

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f} \longrightarrow \frac{q}{p}=\frac{f}{p-f}$$

$$\text{I}: \frac{q_1}{x}=\frac{f}{x-f} \quad , \quad \text{II}: \frac{q_2}{x+1}=\frac{f}{x+1-f}$$

$$\frac{q_1/x}{q_2/x+1}=\frac{10}{8}=\frac{f/x-f}{f/x+1-f}=\frac{x+1-f}{x-f}\simeq\frac{x+1}{x} \Rightarrow x=4\,m$$

۲- مقدار 20 ml/s درست است.



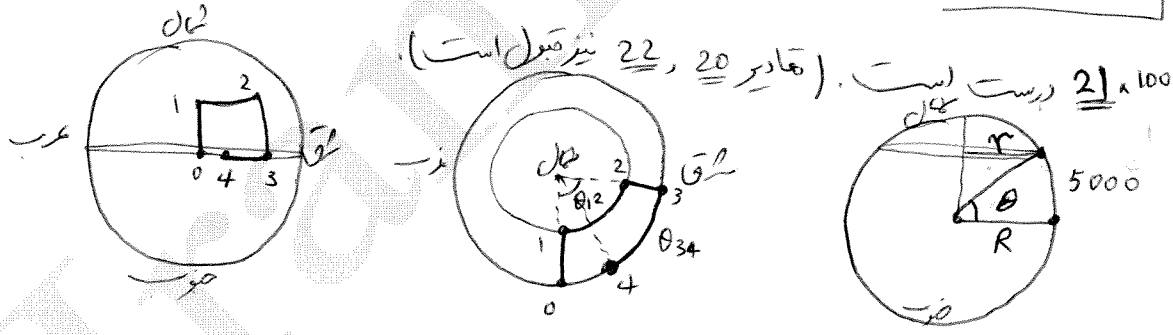
$$x=ut \quad , \quad y=\frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow y=\frac{g}{2u^2}x^2 \Rightarrow h=\frac{g}{2u^2}R^2$$

$$\longrightarrow u=\sqrt{\frac{gR^2}{2h}}=\frac{8}{\sqrt{10}}\ m/s$$

$$Q=u\frac{\pi D^2}{4}=\frac{8}{\sqrt{10}}\times\frac{\pi\times1\times10^{-4}}{4}\simeq2\times10^{-4}\ m^3/s=20\ ml/s$$

۳- مقدار 21 (100km) درست است. (مقادیر 20، 22 نیز قبول است).



$$\theta=\frac{5000\times2\pi}{40000}=\frac{2\pi}{8}(rad)=\frac{\pi}{4}(rad)=45^\circ \quad , \quad r=R\cos\theta \rightarrow \frac{R}{r}=\frac{1}{\cos\theta}=\sqrt{2}$$

$$\theta_{12}=\frac{5000}{2\pi r}\times2\pi=\frac{5000}{r} \quad , \quad \theta_{34}=\frac{5000}{2\pi R}\times2\pi=\frac{5000}{R}$$

$$\Delta\theta=\theta_{12}-\theta_{34}=5000\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right) \quad , \quad S=R\Delta\theta$$

$$\Rightarrow S=5000\times\left(\frac{R}{r}-1\right)=5000\times(\sqrt{2}-1)\simeq2070\ km\simeq21\ (100km)$$

۴- مقدار $\underline{11}$ درست است. (مقادیر $\underline{10}$ و $\underline{12}$ نیز قبول است)

با استفاده نمودار دو نقطه‌ی هم‌فاز یا فاز مخالف را از هریک از نوسانگرها پیدا می‌کنیم که خطوط شطرنجی نمودار را در محل‌های مناسبی قطع کرده باشند.

اگر هر مشت محور افقی a باشد و T_1 دوره تناوب نوسانگر $\underline{1}$، T_2 دوره تناوب نوسانگر $\underline{2}$ است:

$$\left.\begin{array}{l} 8\left(\frac{T_1}{2}\right)=10a \quad \underline{!} \quad 12\left(\frac{T_1}{2}\right)=15a \\ 20\left(\frac{T_1}{2}\right)=25a \quad \underline{!} \quad 24\left(\frac{T_1}{2}\right)=30a \end{array}\right\} \rightarrow T_1=\frac{5}{2}a \quad (I)$$

$$11\left(\frac{T_2}{2}\right)=14a \rightarrow T_2=28a \quad (II)$$

$$\frac{f_1}{f_2}=\frac{T_2}{T_1}=\frac{28a}{\frac{5}{2}a}=\frac{56}{5}=11.2 \simeq 11$$

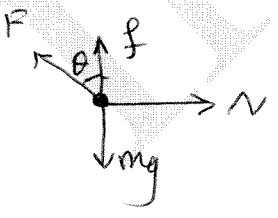
۵- مقدار $\underline{45\,cm}$ درست است.

با توجه به اینکه کش فقط هنگام کشیدگی مانند فنر عمل می‌کند، پس فقط هنگام کشیدگی انرژی پتانسیل کشسانی دارد.

$$mg = K(10\,cm) \rightarrow K=\frac{mg}{10}$$

$$\frac{1}{2}K(30)^2 = mgh \rightarrow h=\frac{1}{2}\frac{K}{mg}(30)^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{10}\times 900=45\,cm$$

۶- مقدار $\underline{16}\,N$ درست است.



$$\left.\begin{array}{l} F\sin\theta = N \\ f = mg - F\cos\theta \\ f \leq \mu N \end{array}\right\} \rightarrow \frac{mg}{\cos\theta+\mu\sin\theta} \leq F$$

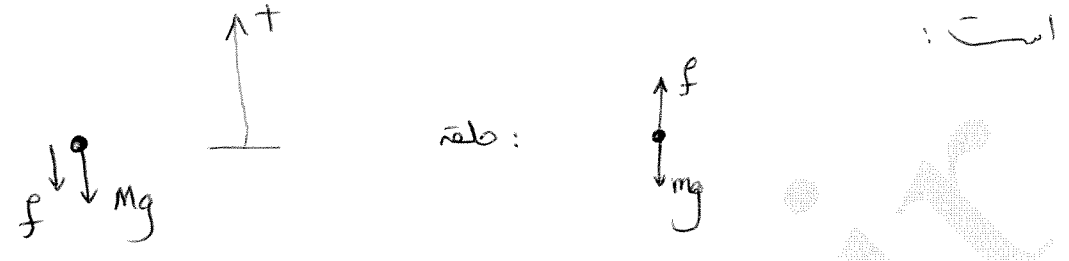
$$\rightarrow F_{min}=\frac{mg}{\sqrt{1+\mu^2}}=\frac{2\times 10}{\sqrt{1+\left(\frac{3}{4}\right)^2}}=\frac{2\times 10\times 4}{5}=16\,N$$

* نکته:

$$-\sqrt{a^2+b^2} \leq a\sin\theta + b\cos\theta \leq \sqrt{a^2+b^2}$$

۷- مقدار S 02 درست است.

بعد از اینکه استوانه به زمین برخورد می‌کند و برمی‌گردد، نیروهای وارد به اجسام به صورت زیر است:



حلقه: $f - mg = ma \Rightarrow a = \frac{f}{m} - 10 = -5\ m/s^2$ ، $v_0 = -6\ m/s$

استوانه: $-f - Mg = MA \Rightarrow A = \frac{-1}{1} - 10 = -11\ m/s^2$ ، $v_0 = +6\ m/s$

سرعت برخورد استوانه با زمین: $\sqrt{2gh} = \sqrt{2\times10\times1.8} = 6\ m/s$

$$\Rightarrow \quad 6 - 11t = -6 - 5t \quad \Rightarrow 12 = 6t \quad \rightarrow t = 2\ S$$

سلامت، شاد و موفق باشید

بهمن ۱۳۹۲

امیر یزدی