



نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

علی شکیبا

دانشگاه ولی‌عصر (عج) رفسنجان

ali.shakiba@vru.ac.ir

فصل ۶: ساده کردن گرامرهای مستقل از متن و فرمهای نرمال

فرم‌های نرمال

- فرمی که در عین محدودیت، آنقدر جامع است که هر گرامری یک نسخه‌ی فرم نرمال معادل دارد.
- فرم نرمال چامسکی
- فرم نرمال گریباخ

قضیه ۶-۱: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد که در P قانونی به فرم

$$A \rightarrow x_1 B x_2$$

باشد و برای متغیر $A \neq B$ ،

$$B \rightarrow y_1 \mid y_2 \mid \dots \mid y_n$$

مجموعه‌ی تمام قوانین عضو P باشد که B در طرف چپ آن‌ها قرار گرفته باشد. اگر گرامر

$\hat{G} = (V, T, S, \hat{P})$ از حذف قانون $A \rightarrow x_1 B x_2$ و افزودن قانون

$$A \rightarrow x_1 y_1 x_2 \mid x_1 y_2 x_2 \mid \dots \mid x_1 y_n x_2$$

به دست آمده باشد؛ آنگاه $L(G) = L(\hat{G})$.

قوانین بی‌فایده

- فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد.
- متغیر $A \in V$ را **مفید** گویند اگر و تنها اگر رشته‌ای مانند $w \in L(G)$ وجود داشته باشد که
$$S \Rightarrow^* xAy \Rightarrow^* w$$

و $x, y \in (V \cup T)^*$.

- در غیر این صورت؛ متغیر را **بی‌فایده** یا **غیرمفید** خوانند.

- قانونی را **بی‌فایده** گویند هرگاه متغیری **بی‌فایده** در آن حاضر باشد.

$$S \rightarrow aSb \mid \lambda \mid A$$

$$A \rightarrow aA$$

$$S \rightarrow A$$

$$A \rightarrow aA \mid \lambda$$

$$B \rightarrow bA$$

حذف قوانین بی‌فایده

قضیه ۶-۲: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد. آنگاه گرامر مستقل از متنی مانند $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ وجود دارد به طوری که $L(G) = L(\hat{G})$ و \hat{G} فاقد قواعد بی‌فایده باشد.

$$S \rightarrow aS \mid A \mid C$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow aa$$

$$C \rightarrow aCb$$

$$S \rightarrow aS \mid A$$

$$A \rightarrow a$$

حذف قوانین λ

• قانون λ

$$A \rightarrow \lambda$$

• متغیر میرا

• قادر به تولید λ

$$S \rightarrow ABaC$$

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow b | \lambda$$

$$C \rightarrow D | \lambda$$

$$D \rightarrow d$$

$$A \Rightarrow^* \lambda$$

قضیه ۳-۶: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد. آنگاه گرامر مستقل از متنی مانند $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ وجود دارد به طوری که $L(G) = L(\hat{G})$ و \hat{G} فاقد قواعد λ باشد.

$$S \rightarrow ABaC$$

$$A \rightarrow BC$$

$$B \rightarrow b \mid \lambda$$

$$C \rightarrow D \mid \lambda$$

$$D \rightarrow d$$

$$S \rightarrow ABaC \mid BaC \mid AaC \mid ABa \mid aC \mid Aa \mid Ba \mid a$$

$$A \rightarrow BC \mid B \mid C$$

$$B \rightarrow b$$

$$C \rightarrow D$$

$$D \rightarrow d$$

قانون يکه (واحد)

$$A \rightarrow B$$

- قانون يکه
- قانون واحد

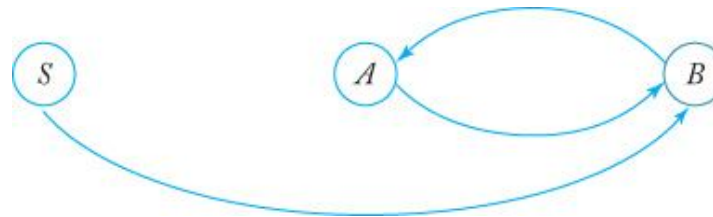
$$S \rightarrow Aa \mid B$$

$$B \rightarrow A \mid bb$$

$$A \rightarrow a \mid bc \mid B$$

قضیه ۴-۶: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد. آنگاه گرامر مستقل از متنی مانند $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ وجود دارد به طوری که $L(G) = L(\hat{G})$ و \hat{G} فاقد قواعد یکه باشد.

$S \rightarrow Aa \mid B$		$S \rightarrow Aa$
$B \rightarrow A \mid bb$	➔	$A \rightarrow a \mid bc$
$A \rightarrow a \mid bc \mid B$		$B \rightarrow bb$



قضیه ۵-۶: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد. آنگاه گرامر مستقل از متنی مانند $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ وجود دارد به طوری که $L(G) = L(\hat{G})$ و \hat{G} فاقد قواعد λ ، قواعد یکه و قواعد بی فایده باشد.

ایده‌ی اثبات:

1. حذف قواعد λ
2. حذف قواعد واحد
3. حذف قواعد بی فایده

فرم نرمال چامسکی

• گرامری که هر قانون آن به یکی از صورت‌های زیر است:

$$A \rightarrow BC \quad A \rightarrow a$$

$$S \rightarrow AS \mid a$$

$$A \rightarrow SA \mid b$$

$$S \rightarrow AS \mid AAS$$

$$A \rightarrow SA \mid aa$$

قضیه ۶-۶: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد که $\lambda \notin L(G)$.
 آنگاه گرامر مستقل از متنی مانند $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ وجود دارد به طوری که $L(G) = L(\hat{G})$ و \hat{G} در فرم نرمال چامسکی باشد.

$$S \rightarrow ABa$$

$$A \rightarrow aab$$

$$B \rightarrow Ac$$

$$S \rightarrow ABB_a$$

$$A \rightarrow B_a B_a B_b$$

$$B \rightarrow AB_c$$

$$B_a \rightarrow a$$

$$B_b \rightarrow b$$

$$B_c \rightarrow c$$

$$\begin{array}{l}
S \rightarrow ABa \\
A \rightarrow aab \\
B \rightarrow Ac
\end{array}
\begin{array}{l}
\Rightarrow \\
\Rightarrow
\end{array}
\begin{array}{l}
S \rightarrow ABB_a \\
A \rightarrow B_a B_a B_b \\
B \rightarrow AB_c \\
B_a \rightarrow a \\
B_b \rightarrow b \\
B_c \rightarrow c
\end{array}
\begin{array}{l}
\Rightarrow \\
\Rightarrow
\end{array}
\begin{array}{l}
S \rightarrow AD_1 \\
D_1 \rightarrow BB_a \\
A \rightarrow B_a D_2 \\
D_2 \rightarrow B_a B_b \\
B \rightarrow AB_c \\
B_a \rightarrow a \\
B_b \rightarrow b \\
B_c \rightarrow c
\end{array}$$

فرم نرمال گریباخ

• تمام قواعد به فرم

$$A \rightarrow ax$$

که $a \in T$ و $x \in V^*$.

قضیه ۶-۷: فرض کنید $G = (T, V, S, P)$ یک گرامر مستقل از متن باشد که $\lambda \notin L(G)$.
آنگاه گرامر مستقل از متنی مانند $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{T}, S, \hat{P})$ وجود دارد به طوری که $L(G) = L(\hat{G})$ و \hat{G} در فرم نرمال گریباخ باشد.