

کوچولوی ویژه [۳۵ نمره]

دنباله‌ی $A = a_1, a_2, \dots, a_n$ و عدد X داده شده است. یک بازه متوالی از دنباله را X -ویژه می‌گوییم اگر مجموع اعداد بازه دست کم X باشد. الگوریتمی از $O(n \lg n)$ ارائه کنید که کوچکترین (از نظر طول) بازه‌ی X -ویژه را پیدا کند.

افراز درختی [۳۵ نمره]

ثابت کنید به ازای هر n طبیعی می‌توان K_{2n} را به n درخت افراز کرد. (توجه کنید هر یال باید دقیقاً در یکی از درخت‌ها آمده باشد).

یکسان‌سازی [۳۰ نمره]

n عدد دور دایره نوشته‌ایم که جمعشان برابر $n \times k$ است. در هر عمل جابه‌جایی می‌توانیم یک واحد از یکی از اعداد کم کرده و به یکی از اعداد مجاورش اضافه کنیم. کمترین تعداد جابه‌جایی برای یکسان کردن اعداد را M می‌نامیم. ثابت کنید دو عدد مجاور وجود دارند به طوری که بدون انجام عمل جابه‌جایی بین آن دو می‌توان همچنان اعداد را با M حرکت یکسان کرد.

ای نسخه‌ی نامه‌ی الهی که توئی وی آینه‌ی جمال شاهی که توئی
بیرون ز تو نیست هرچه در عالم هست در خود به طلب هر آنچه خواهی که توئی
مولوی