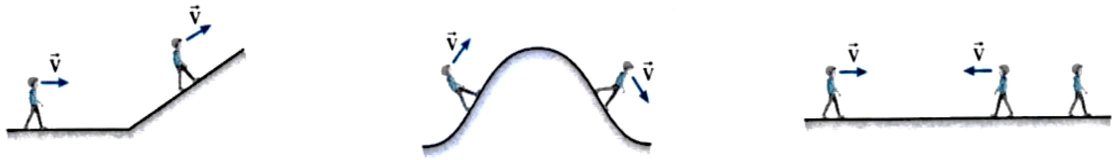
پاسخنامه تمرین شماره یک
۹۰۱–۹۰۳–۹۰۵

۱۳۹۸- گزینهٔ ۲ از این‌که s_{av} و v_{av} هم‌اندازه نیستند، نتیجه می‌گیریم مسافت طی‌شده توسط متحرک هم‌اندازه با جابه‌جایی آن نیست. در سه صورت مسافت و جابه‌جایی هم‌اندازه نیستند. ۱) متحرک روی خط راست حرکت می‌کند و حداقل یک بار تغییر جهت می‌دهد؛ ۲) متحرک روی مسیر منحنی شکل حرکت می‌کند و دائم تغییر جهت می‌دهد (تغییر امتداد مسیر به معنی تغییر جهت حرکت است.) و ۳) متحرک روی دو یا چند خط راست پشت سر هم حرکت می‌کند که باز هم در انتقال از یک خط به خط دیگر جهت حرکتش تغییر می‌کند. در همهٔ این سه حالت که در شکل‌های زیر رسم شده‌اند، متحرک تغییر جهت داده است.



حالت (۱)   حالت (۲)   حالت (۳)

۱۳۹۹- گزینهٔ ۳ **گام اول** جابه‌جایی برابر است با مکان آخر منهای مکان اول (مکان‌های بینابینی مثل x_1 مهم نیستند.) بنابراین:

$$\Delta x = x_2 - x_0 = ۲۰-(-۴۰)=۲۰+۴۰=۶۰\,m$$

گام دوم سرعت متوسط می‌شود نسبت این جابه‌جایی به زمان جابه‌جایی:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶۰}{۱۰-۰}=۶\,m/s$$

۱۴۰۰- گزینهٔ ۲ **گام اول** مدت‌زمانی را که طول می‌کشد تا اتومبیل از A تا O جابه‌جا شود، با Δt_1 و زمان جابه‌جایی از O تا B را با Δt_2 نشان می‌دهیم. زمان جابه‌جایی از A تا B (یعنی Δt) برابر مجموع زمان‌های این دو بازه خواهد بود:

$$\Delta t=\Delta t_1+\Delta t_2=۱۰+۲۰=۳۰\,s$$

گام دوم بنابراین، سرعت متوسط اتومبیل در مسیر AB می‌شود:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_B-x_A}{\Delta t}=\frac{۲۰۰-(-۱۰۰)}{۳۰}=\frac{۳۰۰}{۳۰}\Rightarrow v_{av}=۱۰\,m/s$$

⚠ بازهٔ زمانی بین دو لحظه برابر اندازهٔ تفاضل لحظه‌ها از همدیگر است $(\Delta t=t_2-t_1)$، ولی اگر حرکتی در چند بازهٔ زمانی متوالی انجام شود، زمان حرکت برابر مجموع زمان‌های این بازه‌ها است $(\Delta t=\Delta t_1+\Delta t_2)$.

۱۴۰۱- گزینهٔ ۲ **گام اول** بزرگی سرعت متوسط متحرک را برحسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$v_{av}=۷۲\,km/h=۷۲\times\frac{۱۰۰۰\,m}{۳۶۰۰\,s}=\frac{۷۲}{۳/۶}\,m/s=۲۰\,m/s$$

گام دوم زمان جابه‌جایی برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۲۰=\frac{۳۶۰۰}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۱۸۰\,s=۳\times۶۰\,s\Rightarrow\Delta t=۳\,min$$

۱۴۰۲- گزینهٔ ۳ **گام اول** سرعت متوسط خودرو در مسیر AB، $۱۰\,m/s$ است. فاصلهٔ AB را حساب می‌کنیم:

$$v_{av(1)}=\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}\Rightarrow ۱۰=\frac{AB}{۴-۰}\Rightarrow AB=۴۰\,m$$

گام دوم خودرو در بازهٔ زمانی $t_1=۴\,s$ تا $t_2=۱۰\,s$ از B به C می‌رود. با توجه به سرعت متوسط خودرو در این مدت فاصلهٔ BC را حساب می‌کنیم:

$$v_{av(2)}=\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}\Rightarrow ۱۵=\frac{BC}{۱۰-۴}\Rightarrow BC=۹۰\,m$$

گام سوم خودرو در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$ از نقطهٔ A به نقطهٔ C می‌رود:

$$AC = AB + BC = ۴۰ + ۹۰ = ۱۳۰\ m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{AC}{t_۲ - ۰} = \frac{۱۳۰}{۱۰ - ۰} = ۱۳\ m/s$$

۱۴۰۳- گزینهٔ ۴ **گام اول** ۲ ثانیهٔ سوم یعنی از لحظهٔ $t_۱ = ۴\ s$ تا $t_۲ = ۶\ s$، جابه‌جایی متحرک در این مدت‌زمان را با $\Delta x_۱$ نشان می‌دهیم.

$$v_{av(۱)} = \frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱} \Rightarrow ۶ = \frac{\Delta x_۱}{۶ - ۴} \Rightarrow \Delta x_۱ = ۶ \times ۲ = ۱۲\ m$$

گام دوم ۴ ثانیهٔ دوم یعنی از لحظهٔ $t_۱ = ۴\ s$ تا $t_۳ = ۸\ s$، جابه‌جایی متحرک در این مدت را با $\Delta x_۳$ نشان می‌دهیم.

$$v_{av(۲)} = \frac{\Delta x_۳}{\Delta t_۳} \Rightarrow -۶ = \frac{\Delta x_۳}{۸ - ۴} \Rightarrow \Delta x_۳ = -۶ \times ۴ = -۲۴\ m$$

گام سوم جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم ($t_۱$ تا $t_۳$) برابر مجموع جابه‌جایی‌های آن در ۲ ثانیهٔ سوم ($t_۱ = ۴\ s$ تا $t_۲ = ۶\ s$) و ۲ ثانیهٔ چهارم ($t_۲ = ۶\ s$ تا $t_۳ = ۸\ s$) است. جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ چهارم را با $\Delta x_۲$ نشان می‌دهیم. بنابراین:

$$\Delta x_۳ = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ \Rightarrow -۲۴ = ۱۲ + \Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۳۶\ m$$

$$v_{av(۲)} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲} = \frac{-۳۶}{۸ - ۶} = \frac{-۳۶}{۲} = -۱۸\ m/s \Rightarrow \vec{v}_{av(۲)} = (-۱۸\ m/s)\vec{i}$$

۱۴۰۴- گزینهٔ ۳ **گام اول** شخص در کل $+۲۰\ m$ جابه‌جا می‌شود:

$$\Delta x = x_C - x_A = ۱۰ - (-۱۰) = ۲۰\ m$$

و مسافت ۱۰۰ m را طی می‌کند:

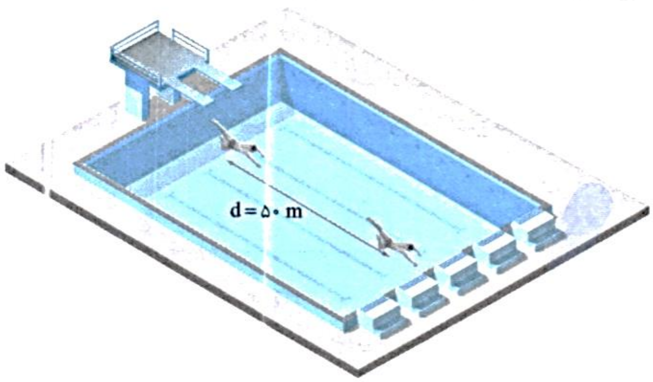
$$l = \underbrace{|x_B - x_A|}_{\text{(جابه‌جایی قبل از تغییر جهت)}} + \underbrace{|x_C - x_B|}_{\text{(جابه‌جایی بعد از تغییر جهت)}} = |۵۰ - (-۱۰)| + |۱۰ - ۵۰| = ۶۰ + ۴۰ = ۱۰۰\ m$$

گام دوم نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به جابه‌جایی است:

$$\begin{cases} v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \\ s_{av} = \dfrac{l}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{\Delta x} \Rightarrow \frac{s_{av}}{۰/۵} = \frac{۱۰۰}{۲۰} \Rightarrow s_{av} = ۵ \times ۰/۵ = ۲/۵\ m/s$$

می‌توانستید از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، Δt را حساب کنید و در معادلهٔ $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ قرار بدهید؛ ولی با روش بالا دیگر نیازی به محاسبهٔ Δt نداریم.

۱۴۰۵- گزینهٔ ۳ **گام اول** شناگر در هر رفت و برگشت برمی‌گردد سر جای اولیه‌اش. بنابراین، بعد از پیمودن ۸ بارهٔ طول استخر (۴ رفت و برگشت) به نقطهٔ شروع حرکتش می‌رسد و بار ۹اُم به انتهای دیگر استخر و به فاصلهٔ ۵۰ متری از مکان اولیه‌اش می‌رسد. پس شناگر پس از ۱۵ min به اندازهٔ ۵۰ m جابه‌جا می‌شود.



$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = ۱۵\ min = ۱۵ \times ۶۰\ s}$$

$$|v_{av}| = \frac{۵۰}{۱۵ \times ۶۰} = \frac{۵}{۱۵ \times ۶} = \frac{۱}{۳ \times ۶} = \frac{۱}{۱۸}\ m/s$$

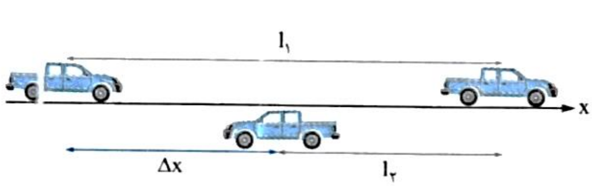
گام دوم مسافت طی‌شده توسط شناگر برابر است با:

$$l = ۹ \times ۵۰ = ۴۵۰\ m$$

و تندی متوسط آن:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۴۵۰}{۱۵ \times ۶۰} = \frac{۳۰}{۶۰} = \frac{۱}{۲}\ m/s$$

۱۴۰۶- گزینهٔ ۱ **گام اول** فرض می‌کنیم اتومبیل در ۴۰ ثانیهٔ اول مسافت $l_۱$ و در ۱۰ ثانیهٔ بعدی مسافت $l_۲$ را طی می‌کند.



$$s_{av(۱)} = \frac{l_۱}{\Delta t_۱} \Rightarrow ۱۰ = \frac{l_۱}{۴۰} \Rightarrow l_۱ = ۴۰۰\ m$$

$$s_{av(۲)} = \frac{l_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow ۲۰ = \frac{l_۲}{۱۰} \Rightarrow l_۲ = ۲۰۰\ m$$

بنابراین، اتومبیل در مدت ۵۰ s مسافت ۶۰۰ m را طی می‌کند:

$$l = l_۱ + l_۲ = ۴۰۰ + ۲۰۰ = ۶۰۰\ m$$

گام دوم تندی متوسط اتومبیل در این مدت برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۶۰۰}{۵۰} = ۱۲\ m/s$$

گام سوم اتومبیل ۴۰۰ m جلو رفته و سپس ۲۰۰ m برگشته است؛ پس کلاً ۲۰۰ m جابه‌جا شده است:

$$\Delta x = l_۱ - l_۲ = ۴۰۰ - ۲۰۰ = ۲۰۰\ m$$

سرعت متوسط اتومبیل در این مدت برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰۰}{۵۰} = ۴\ m/s$$

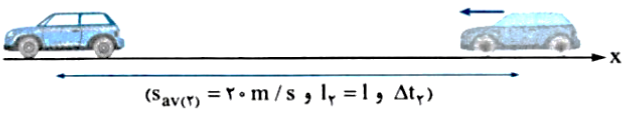
۱۴۰۷- گزینهٔ ۲ **گام اول** فرض کنید مسافت مسیر بین دو شهر l باشد و اتومبیل این فاصله را در مدت $\Delta t_۱$ رفته و در مدت $\Delta t_۲$ برمی‌گردد. در مسیر رفت، داریم:

$$s_{av(۱)} = \frac{l_۱}{\Delta t_۱} \Rightarrow ۳۰ = \frac{l}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = \frac{l}{۳۰}$$

($s_{av(۱)} = ۳۰\ m/s$ و $l_۱ = l$ و $\Delta t_۱$)

(الف)

و در مسیر برگشت:



(ب)

$$s_{av(۲)} = \frac{l_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow ۲۰ = \frac{l}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = \frac{l}{۲۰}$$

گام دوم حالا می‌خواهیم رابطهٔ تندی متوسط در کل مسیر را بنویسیم. کل زمان حرکت $\Delta t_{کل} = \Delta t_۱ + \Delta t_۲$ و کل مسافت طی‌شده $l_{کل} = l_۱ + l_۲$ است.

$$s_{av} = \frac{l_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{l_۱ + l_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{l + l}{\frac{l}{۳۰} + \frac{l}{۲۰}} = \frac{۲l}{\frac{۲l + ۳l}{۶۰}} = \frac{۶۰ \times ۲l}{۵l} = ۲۴\,m/s$$

گام سوم متحرک به مکان اولیهٔ خود بازگشته است بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط آن برابر صفر است.

$$\Delta x = ۰ \Rightarrow v_{av} = ۰$$

۱۴۰۸- **گزینهٔ ۳** طول استخر را با l نشان می‌دهیم:

$$s_{av} = \frac{l_۱ + l_۲ + l_۳ + l_۴}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳ + \Delta t_۴} = \frac{l + l + l + l}{\frac{l}{s_{av(۱)}} + \frac{l}{s_{av(۲)}} + \frac{l}{s_{av(۳)}} + \frac{l}{s_{av(۴)}}} = \frac{۴}{\frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۰/۵} + \frac{۱}{۰/۷۵} + \frac{۱}{۲}} = \frac{۴}{۱ + ۲ + \frac{۴}{۳} + ۰/۵} = \frac{۴}{\frac{۱۴/۵}{۳}} = \frac{۲۴}{۲۹}\,m/s$$

۱۴۰۹- **گزینهٔ ۳** **گام اول** مسافتی را که اتومبیل تا لحظهٔ رسیدن به موتورسوار طی می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$s_{av(۱)} = ۷۲\,km/h = \frac{۷۲}{۳/۶}\,m/s = ۲۰\,m/s \quad , \quad s_{av(۱)} = \frac{l_۱}{\Delta t_۱} \Rightarrow ۲۰ = \frac{l_۱}{۲۰} \Rightarrow l_۱ = ۴۰۰\,m$$

گام دوم حالا مسافت طی‌شده توسط موتورسوار را به دست می‌آوریم:

$$s_{av(۲)} = ۵۴\,km/h = \frac{۵۴}{۳/۶}\,m/s = ۱۵\,m/s \quad , \quad s_{av(۲)} = \frac{l_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow ۱۵ = \frac{l_۲}{۲۰} \Rightarrow l_۲ = ۳۰۰\,m$$

گام سوم AB برابر مجموع مسافت‌هایی است که اتومبیل و موتورسوار تا لحظهٔ رسیدن به هم طی می‌کنند:

$$l_۱ + l_۲ = ۴۰۰ + ۳۰۰ = ۷۰۰\,m$$

۱۴۱۰- **گزینهٔ ۴** **گام اول** با توجه به سرعت متوسط اتومبیل، فاصلهٔ OA (Δx) را حساب می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۱۵ = \frac{\Delta x}{۲۰} \Rightarrow \Delta x = ۳۰۰\,m$$

گام دوم موتورسوار $۵\,s$ دیرتر از اتومبیل به حرکت درآمده و هم‌زمان با آن به نقطهٔ A رسیده؛ پس موتورسوار فاصلهٔ OA را در مدت $۱۵\,s$ طی می‌کند:

$$\Delta t' = ۲۰ - ۵ = ۱۵\,s \qquad v'_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t'} = \frac{۳۰۰}{۱۵} = ۲۰\,m/s$$

۱۴۱۱- **گزینهٔ ۳** **گام اول** مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا ماه به دور زمین یک دور بچرخد، تقریباً ۳۰ روز است؛ با توجه به این‌که هر روز ۲۴ ساعت و هر ساعت ۳۶۰۰ ثانیه است داریم:

$$\Delta t = ۳۰ \times ۲۴ \times ۳۶۰۰\,s$$

گام دوم محیط مسیر دایره‌ای‌شکل ماه به دور زمین برابر است با:

$$l = ۲\pi R = ۲ \times ۳/۱۴ \times ۳/۶ \times ۱۰^۵\,km \simeq ۶ \times ۳/۶ \times ۱۰^۸\,m$$

گام سوم تندی متوسط چرخش ماه برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۶ \times ۳/۶ \times ۱۰^۸}{۳۰ \times ۲۴ \times ۳۶۰۰} = \frac{۱۰^۴}{۱۲} \simeq ۸۵۰\,m/s$$

۱۴۱۲- **گزینهٔ ۲** **گام اول** زمان طی هر قسمت از مسیر را حساب می‌کنیم:

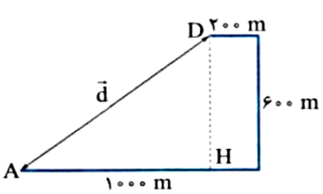
$$s_{av(AB)} = \frac{AB}{\Delta t_۱} \xrightarrow{AB = ۱۰۰۰\,m} ۵ = \frac{۱۰۰۰}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = ۲۰۰\,s$$

$$s_{av(BC)} = \frac{BC}{\Delta t_۲} \xrightarrow{BC = ۶۰۰\,m} ۶ = \frac{۶۰۰}{\Delta t_۲} \Rightarrow \Delta t_۲ = ۱۰۰\,s$$

$$s_{av(CD)} = \frac{CD}{\Delta t_۳} \xrightarrow{CD = ۲۰۰\,m} ۲ = \frac{۲۰۰}{\Delta t_۳} \Rightarrow \Delta t_۳ = ۱۰۰\,s$$

زمان کل حرکت برابر مجموع زمان‌های فوق است:

$$\Delta t = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳ = ۲۰۰ + ۱۰۰ + ۱۰۰ = ۴۰۰\,s$$



گام دوم با توجه به شکل مقابل، جابه‌جایی دوچرخه‌سوار برابر است با: $d = AD$

$$AD = \sqrt{(AH)^۲ + (DH)^۲} \Rightarrow d = \sqrt{(۱۰۰۰ - ۲۰۰)^۲ + ۶۰۰^۲} = \sqrt{۸۰۰^۲ + ۶۰۰^۲} = ۱۰۰۰\,m$$

(به کمک اعداد فیثاغورسی ۳×۲۰۰، ۴×۲۰۰ و ۵×۲۰۰ جواب را سریع‌تر حساب کردیم.)

گام سوم با توجه به محاسبات انجام‌شده در گام‌های قبل می‌نویسیم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۱۰۰۰}{۴۰۰} = ۲/۵\,m/s$$