بخش دوم:

ماتریس ها و دستگاه های معادلات جبری

ماتریس ها یا آرایه ها در Matlab از اهمیت زیادی برخوردارند زیرا همانطور که گفته شد این نرم افزار در واقع آزمایشگاه ماتریس می باشد و قبل از انجام اکثر محاسبات به صورت خودکار آرایه ای از متغیرها ایجاد شده و محاسباتی بر مبنای روش های عددی بر روی آن ها صورت می گیرد. گذشته از این، آرایه ها در اکثر زبان های برنامه نویسی مفهومی مشخص و کاربردی دارند که این امکان در Matlab وجود دارد که متغیرهای استفاده شده را (که خانه هایی از حافظه ی RAM کامپیوتر می باشند) به صورت گرافیکی در کادر Work Space ملاحظه نمایید.

تعریف ماتریس

```
>> A = [2 5 -1 ; 3 7 2 ; -4 5 1]

A =
     2     5    -1
     3     7     2
    -4     5     1
```

- ✓ آرایه هاي هر سطر به وسیله فاصله جدا می شوند.
- ✓ یک سطر با یک سمی کالن تمام می شود.

تمرین

ماتریس های زیر را تعریف کنید:

۱. $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$

۲. $\begin{bmatrix} 3 & -4.5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} 1.5 & -2 & -0.5 \end{bmatrix}$

٤. $\begin{bmatrix} 2.1 & 0 & -5 \\ 0.4 & 2.5 & 7 \\ -4 & 3.2 & 0 \end{bmatrix}$

انجام عملیات روی ماتریس ها

- ✓ برای محاسبه ی ترانهاده ی ماتریس از دستور `A'` استفاده می کنیم.
- ✓ برای محاسبه ی دترمینان ماتریس از دستور `det(A)` استفاده می کنیم.
- ✓ برای انجام جمع و تفریق روی ماتریس ها از عملگرهای + − استفاده می کنیم.
- ✓ برای ضرب ماتریسی دو ماتریس از عملگر × استفاده می کنیم.
- ✓ برای ضرب آرایه در آرایه ی دو ماتریس از عملگر ×. استفاده می کنیم.
- ✓ برای پیدا کردن ماتریس معکوس از تابع `inv()` استفاده می کنیم.

تمرین

ماتریس های زیر را تعریف کنید:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2.5 & 0 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1.5 \\ 5 & 3.5 & 1 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1.5 & 2 \\ 0 & 3 & 4.5 \end{bmatrix}$$

۱. ترانهاده و معکوس ماتریس C را بدست آورید. (آیا در مورد A و B این کار امکان پذیر است؟)

۲. حاصل $(A \times B) + C$ را بدست آورید. (آیا $(B \times A) + C$ امکان پذیر است؟)

جبر چند جمله ای ها

در Matlab هر چند جمله ای بصورت یک ماتریس سطری تعریف می شود که آرایه های آن ضرایب چند جمله ای می باشند. به عنوان مثال ماتریس زیر معادل چند جمله ای $3x^4 + x^2 + 4x - 2$ بصورت زیر تعریف می شود:

```
<< A = [3 0 1 4 -2]
```

به این نکته دقت داشته باشید که تعریف ماتریس به معنای تعریف چند جمله ای نیست بلکه از دستوراتی که بعد از تعریف ماتریس بر روی آن اعمال می کنیم، Matlab با آن ماتریس همانند یک چند جمله ای رفتار می کند.

- ✓ برای جمع و تفریق دو چند جمله ای می توانیم از + و − استفاده کنیم. (در صورت یکسان نبودن تعداد جملات باید برای جمله ی غائب، ضریب صفر در نظر بگیریم.
- ✓ برای ضرب و تقسیم دو چند جمله ای از دستورات `conv(A,B)` و `deconv(A,B)` استفاده می کنیم. (نکته ی جالب در مورد این دستور: **conv** از لغت **convolution** گرفته شده است و همانطور که می دانید در نظریه ی سیگنال و سیستم این واژه به معنی اپراتوری است که یک سیگنال را روی تمام زمان

ها در پاسخ ضربه ی سیستم ضرب کرده و پس از شیفت دادن هر پاسخ به مقدار متناظر ورودی، کل مقادیر را روی تمام زمان ها جمع کرده یا انتگرال می گیرد و در واقع نماد کانوولوشن که یک علامت " * " می باشد به معنای یک علامت × و یک علامت + می باشد که روی هم قرار گرفته اند. از طرفی می دانید که ضرب دو چند جمله ای نیز به معنای ضرب کردن تک تک جملات در یکدیگر و در نهایت جمع کردن آن هاست که ارتباط ظریفی بین مفهوم کانوولوشن و این قضیه وجود دارد، کمی روی این مسئله فکر کنید!!)

- ✓ برای محاسبه ی ریشه های یک چند جمله ای از دستور `roots(A)` استفاده می کنیم.
- ✓ برای بدست آوردن یک چند جمله ای از روی ریشه های آن از دستور `poly(A)` استفاده می کنیم. (با استفاده از این دستور، عملی عکس دستور `roots` انجام می گیرد.)
- ✓ با استفاده از دستور `help polyfun` می توان لیست دستورات چند جمله ای ها را مشاهده نمود.

تمرین

۱. حاصل عبارت $(2x^4 - x^2 + 4x - 5)(x^2 - x + 3)$ را به دست آورید. (راهنمایی: دوماتریس متناظر با چند جمله ای تعریف کنید و با استفاده از دستور conv(A,B) آن ها را ضرب کنید)

۲. ریشه های معادلات $x^2 + 2x - 3 = 0$ و $3x^3 + 5x^2 + 1 = 0$ را بدست آورید.

حل دستگاه های معادلات جبری

دستگاه زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 7x_1 - 3x_2 - 4x_3 = -11 \\ -3x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 3 \\ -4x_1 - 2x_2 + 11x_3 = 25 \end{cases}$$

می توان این دستگاه را با ماتریس های زیر مشخص کرد:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

جواب دستگاه با استفاده از دستور A\B بدست می آید:

```
>> A = [7 -3 -4;-3 6 -2;-4 -2 11]
>> B = [-11;3;25]
>> A\B

ans =

    1.0000
    2.0000
    3.0000
```

تمرین

۱. دستگاه های زیر را حل کنید:

$$\begin{cases} 3i_1 - i_2 - 2i_3 = 1 \\ -i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0 \\ -2i_1 - 3i_2 + 6i_3 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (0.2 + j0.2)v_1 - j0.1v_2 = 1 \\ -j0.1v_1 + (0.1 - j0.1)v_2 = j0.5 \end{cases}$$

راهنمایی: ماتریس ضرایب دستگاه دوم را به این صورت تعریف کنید:

```
<< A=[0.2+0.2j -0.1j;-0.1j 0.1-0.1j]
```

۲ . عبارت های حوزه ی زمان جریان های i_1 و i_2 را در مدار زیر بدست آورید. (صفحه ی ۲۷۲ – مثال ۸–۱۰)