

روشهای بهینه سازی چند هدفه ی:

✓ **روشهای کلاسیک و ژنتیک**

✓ **ارزیابی بر مبنای پیاده سازی تابع محک MOP2**

Section #4: Multi- objective Optimization :

Classical and Evolutionary Algorithms

Performance Assessment by a Specified Benchmark
Function (MOP2)

By:

Amirmasoud Taki

مقدمه ای بر اهداف و واژگان از دیدگاه ادبیات فنی موجود

What has been indicated in Literature?

- در علوم ریاضیات کاربردی از مسائل بهینه سازی چندهدفه تحت عنوان «بهینه سازی برداری» یا Vector optimization یاد می کنند
- در حوزه ی مسائل مدلسازی تصمیم گیری محققان از آن به عنوان مسائل «تصمیم گیری چند معیاره» (MCSM) تعبیر می کنند.
- هدف از حل یک مساله ی چند هدفه این است که بیان کند وضعیت توابع مختلف و متضاد به ازای تغییرات متغیرهای تصمیم مشترک چگونه می تواند باشد تا مناسب ترین جواب برای تابع اول (هزینه) در مقابل بهترین حالت در مقابل توابع دیگر (ریسک/ خطر و یا توابع وضعیت) واقع شود.

فرضیات و راهکارهای پیاده سازی شده در این گزارش:

Calculation Outlined in Percent Modeling

■ الگوریتمهای بهینه سازی کلاسیک:

- روش مجموع وزن دار شده (Weighted Sum)
- روش برنامه ریزی آرمانی (Goal Programming)
- روش نیل به هدف (Goal Attainment)

■ الگوریتم بهینه سازی تکاملی:

- روش الگوریتم ژنتیک چند هدفه مبتنی بر مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II)
- الگوریتم بهینه سازی چند هدفه ی مبتنی بر قوت پارتو (SPEA2)

الگوریتم بهینه سازی ترکیبی:

✓ «الگوریتم بهینه سازی چندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود (MOEA/D)»

مفاهیم و اصطلاحات موردنیاز برای معرفی الگوریتمهای پندهدفه

Multi-objective Optimization Terminology

آنچه قبل از تعریف و شروع مساله ی بهینه سازی چند هدفه باید بدانیم:

* لزوم حل مسائل بهینه سازی به صورت چند هدفه چیست؟

* مفهوم توازن بین جوابها یا trade-off بین اهداف

* تضاد فیزیکی و منطقی بین توابع هدف

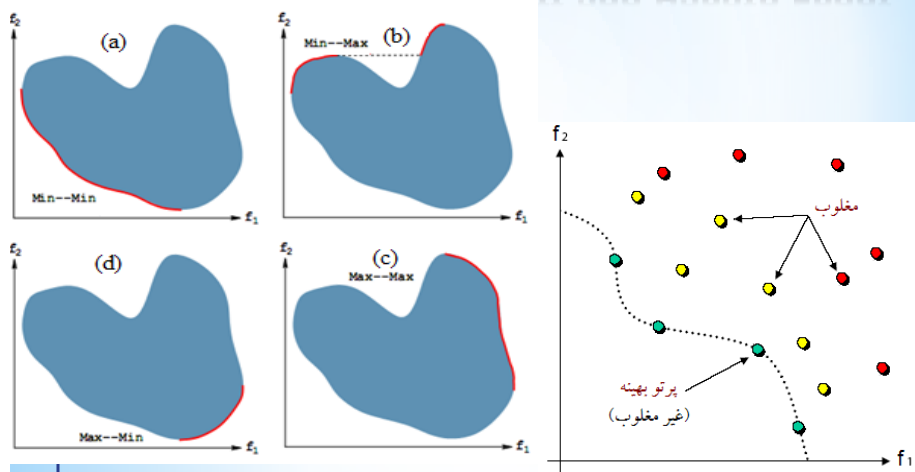
* مفهوم غلبه ی جوابها

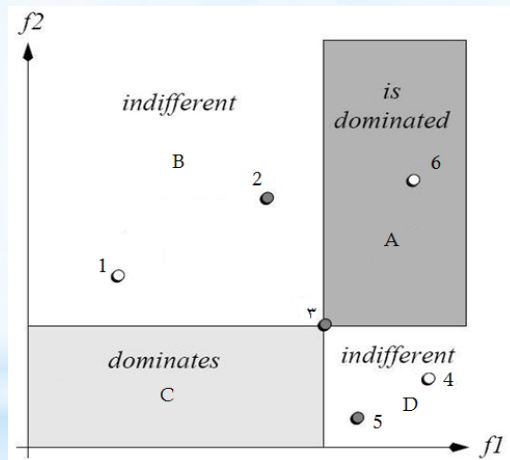
* مفهوم جبهه ی پارتو

مفهوم تضاد بین توابع هدف توازن بین جوابها و جبهه ی پارتو: Objects Conflict, Trade-off and Pareto Front

- توابع هدف در حوزه ی مسائل بهینه سازی چند هدفه اساسا به لحاظ ماهیت فیزیکی و ریاضی **متضاد** هستند.
- تضاد جوابها یعنی حتما شدت یکی از جوابها مسبب ایجاد ضعف در دیگری خواهد شد بنابراین می بایست توجه نمود توازن بین جوابهای ممکن برای تابع هدف **عامل ایجاد یک مجموعه جواب بهینه** خواهد شد.
- پس اساسا جواب یک مساله ی بهینه سازی چند هدفه به صورت یک جواب صرف نخواهد بود بلکه **به صورت دسته جوابهای معناداری** تعریف می شود. این دسته جوابهای **به نام جبهه ی پارتو** شناخته می شوند که این جوابها نسبت بهم وضعیت خاصی دارند. این وضعیت خاص جوابهای مستقر در جبهه ی پارتو مفهومی را **به نام غلبه یا Dominance** تبیین می کند.

مفهوم تضاد بین توابع هدف توازن بین جوابها و جبهه ی پارتو: Objects Conflict, Trade-off and Pareto Front





مفهوم غلبه جوابها در فضای ممکن مساله:

The Concept of Dominance in Feasible Space

در یک مسئله کمینه سازی با بیش از یک تابع هدف، می گوئیم نقطه X بر نقطه Y غلبه می کند اگر و تنها اگر، Y از هیچ نظر بهتر از X نباشد و X حداقل از یک نظر اکیدا بهتر از Y باشد:

$$X \prec Y (X \text{ dom } Y) \Leftrightarrow \forall i : X_i \leq Y_i$$

$$\exists i_0 : X_{i_0} < Y_{i_0}$$

در الگوریتم های چندهدفه ی به هر جواب یک رتبه (Rank) اختصاص داده می شود که بر اساس تعداد مغلوب شدن آنها نسبت به سایر نقاط انجام می شود. در پایان الگوریتم، نقاطی که بهترین رتبه یعنی رتبه ۱ را دارا باشند به عنوان مجموعه جواب یا نقاط جبهه پارتو انتخاب می شوند

تعریف تابع ممک MOP2

The Definition of Benchmark Function MOP2

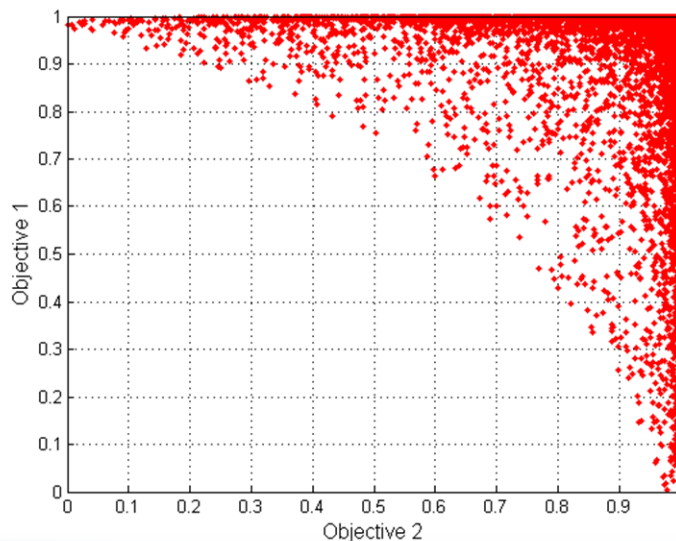
■ تابع ممک تعریف شده جهت ارزیابی الگوریتمهای بهینه سازی چند هدفه، تابع MOP2 است که برای کمینه سازی از مرجع اول (Coello Cello, C. et al. 2007) انتخاب شده است. این جوابها به تعداد ۱۰۰.۰۰۰ بار برای این توابع هدف تعریف شده است:

$F = (f_1(x), f_2(x)), \text{ where}$

$$f_1(x) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^{n-1} \left(x_i - \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

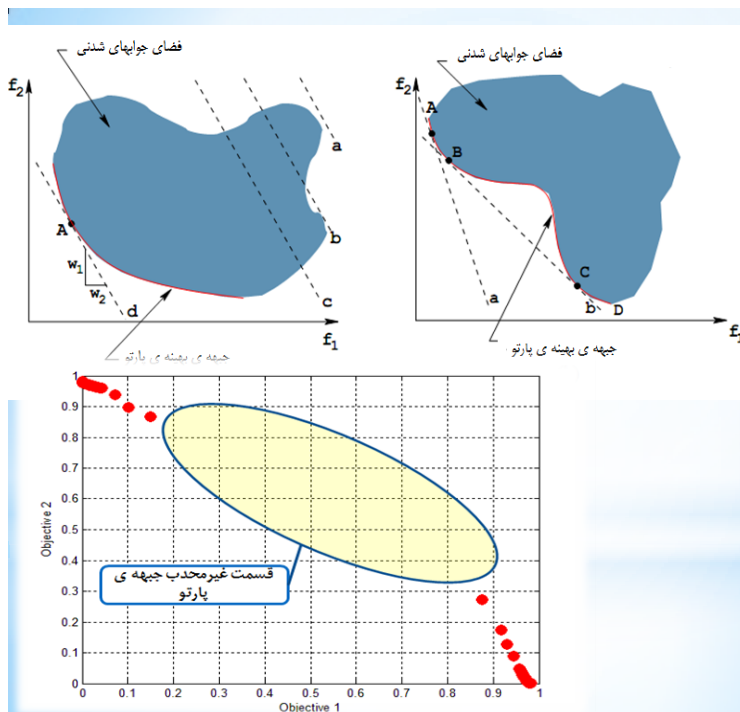
$$f_2(x) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^{n-1} \left(x_i + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

$$-4 \leq x_i \leq 4 ; i = 1, 2, 3$$



حل تابع ممک MOP2 با روش مجموع وزن دار شده: Solving MOP2 by Weighted Sum:

- عموماً دو ایراد مهم متوجه روش مجموع وزن دار شده این روش می شود:
- ۱. خطاهای ارزیابی در حدس وزن های w_i باعث می شود که تنها حالات خاصی از خطوط تقریب شده بر جبهه ی بهینه ی پارتو مماس شوند. بنابراین باید تعداد زیادی معادله ی خط حدس زده شوند و تعدادی از خطوط برهم منطبق می شوند
- ۲. برای قسمت مقعر جبهه ی پارتو این روش امکان یافتن نقاط واقع بر این جبهه را نخواهد داشت.



روش برنامه ریزی آرمانی Goal Programming و نیل به هدف Goal Attainment

Goal Programming and Goal Attainment Methodology :

- روشهای برنامه ریزی آرمانی (GP) و نیل به هدف مبتنی رویکردی است که در آن برای هر هدف (objective)، عدد مشخصی به عنوان آرمان (Goal) تعیین می شود.
- سپس از مینیمم کردن فاصله تا هدف برای نقاط جواب بهره می بریم تا مساله را تک

$$\vec{X} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

$$\|\vec{X}\|_p = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |x_i|^p}$$

$$\text{IF } p=1 \rightarrow \|\vec{X}\| = \vec{X} \xrightarrow{\text{نریعندی}} \|\vec{X}\|_1 = |\Delta x| + |\Delta y| = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

$$\text{IF } p=2 \rightarrow \|\vec{X}\| = \vec{X} \xrightarrow{\text{نریعندی}} \|\vec{X}\|_2 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{IF } p=\infty \rightarrow \|\vec{X}\| = \vec{X} \xrightarrow{\text{نریعندی}} \|\vec{X}\|_\infty = \max |x_i|$$

مبنای روش برنامه ریزی آرمانی

مبنای روش نیل به هدف

روش برنامه ریزی آرمانی Goal Programming و نیل به هدف Goal Attainment

Solving MDP2 by Goal Programming and Goal Attainment :

مفهوم مقیاس سازی در روشهای برنامه ریزی آرمانی و نیل به هدف:

روش برنامه ریزی آرمانی:

$$\min F_{GP}(x) = \sum_{i=1}^m |w_i f_i(x) - t_i|$$

روش نیل به هدف:

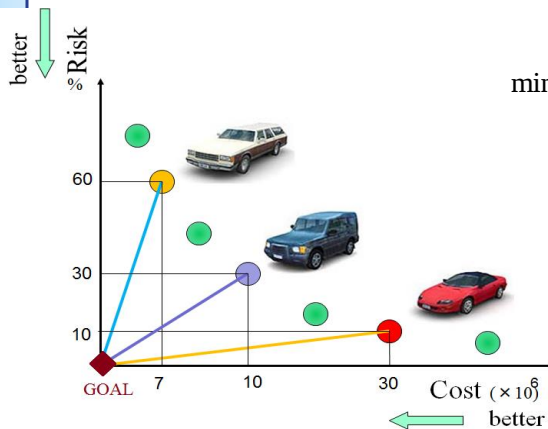
$$\min F_{G.Att.}$$

s.t.

$$f_i(x) - w_i F_{G.Att.} \leq t_i$$

MATLAB FUNCTION:

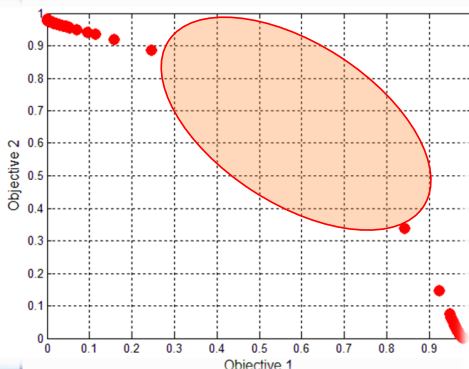
`x=fgoalattain(fun,x0,goal,wi)`



روش برنامه ریزی آرمانی Goal Programming و نیل به هدف Goal Attainment

Solving MDP2 by Goal Programming and Goal Attainment :

روش برنامه ریزی آرمانی:



روش نیل به هدف:



الگوریتم ژنتیک بهینه سازی چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II):

Solving MDP2 NSGA-II :

A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II

[PDF] from hwrf.com.cn

Authors Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, TAMT Meyarivan

Publication date 2002/4

Journal Evolutionary Computation, IEEE Transactions on

Volume 6

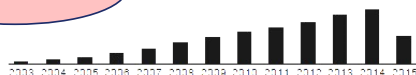
Issue 2

Pages 182-197

Publisher IEEE

Description Abstract—Multiobjective evolutionary algorithms (EAs) that use nondominated sorting and sharing have been criticized mainly for their: 1) (3) computational complexity (where is the number of objectives and is the population size); 2) nonelitism approach; and 3) the need for specifying a sharing parameter. In this paper, we suggest a nondominated sorting-based multiobjective EA (MOEA), called nondominated sorting genetic algorithm II (NSGA-II), which alleviates all the above three difficulties. Specifically, a fast nondominated sorting ...

Total citations Cited by 14562



Scholar articles A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II
K Deb, A Pratap, S Agarwal, T Meyarivan - Evolutionary Computation, IEEE Transactions on, 2002
Cited by 14562 - Related articles - All 45 versions

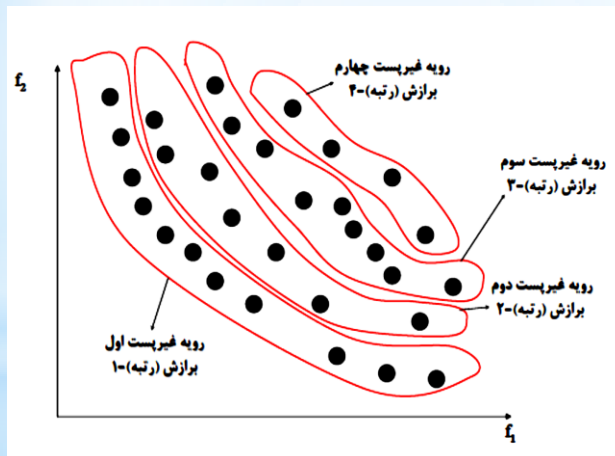
الگوریتم ژنتیک بهینه سازی چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II):

Solving MOP2 NSGA-II :

- مقدمه و کارایی این روش:
- مقبولیت و حفظ جذابیت در مقالات پژوهشی
- عمده روش های الگوریتم ژنتیک چندهدفه دارای نقاط ضعفی بودند که عمده ترین آنها عبارتند از
 - ۱- تعداد بالای حجم محاسبات برای مرتب نمودن مجموعه اعضای غیرپست درهرنسل
 - ۲- نبود عملگر نخبه گرا
 - ۳- نیاز به تنظیم نمودن پارامتری خاص در عملگر انتخاب تحت عنوان شعاع اشتراکی برای دستیابی به گستردگی لازم و توزیع یکنواخت جوابها که دستیابی به گستردگی و توزیع مناسب در رویه غیرپست بستگی زیادی به مقدار و عملکرد این پارامتر داشت.

الگوریتم ژنتیک بهینه سازی چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II):

Solving MOP2 NSGA-II :



الگوریتم ژنتیک بهینه سازی چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II):

Solving MOP2 by Non-dominated Genetic Algorithm NSGA-II :

در الگوریتم NSGA-II مقدار برازندگی کروموزوم ها که در مرحله عملگر انتخاب مورد استفاده قرار می گیرد دارای دو مشخصه می باشد که عبارتند از:

- ۱- رتبه غیرپستی: بدین معنی که برای اولین (برترین) رویه ، رتبه ۱ و برای رویه دوم رتبه ۲ و الی آخر؛
- ۲- فاصله ازدحام: به منظور دستیابی به گستردگی مناسب جواب ها روی رویه بهینه غیر پست، بهتر است در هنگام عملگر انتخاب، شانس انتخاب آن جواب هایی که دارای تراکم کمتری روی رویه دارند بیشتر باشد. برای این منظور باید احتمال انتخاب جواب های متفرق و کم تراکم بنحوی افزایش یابد.

$$dist_i^r = \sum_{m=1}^M \frac{of_m^{i+1,r} - of_m^{i-1,r}}{of_m^{\max,r} - of_m^{\min,r}} \quad \forall r = 1, \dots, R_{MF}$$

الگوریتم ژنتیک بهینه سازی چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II):

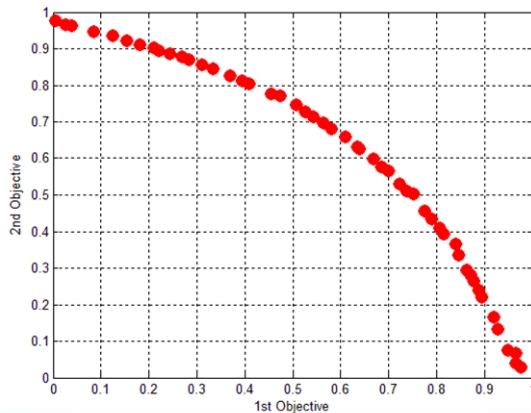
Solving MOP2 by Non-dominated Genetic Algorithm NSGA-II :

مشخصات زیر برای پارامترهای تنظیم الگوریتم به کار گرفته شد:

- تعداد بازتولید نسلها (Iteration) برابر ۱۰۰ مرتبه
- تعداد جمعیت اولیه (Population Size) ۵۰ عدد
- ۷۰ درصد جمعیت حاصل تزویج در هر بازتولید نسل خواهند بود
- ۴۰ درصد جمعیت حاصل جهش در هر بازتولید نسل خواهند بود
- نرخ جهش در نخبه گرایی برابر ۲ درصد فرض می شود

الگوریتم ژنتیک بهینه سازی چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II):

Solving MOP2 by Non-dominated Genetic Algorithm NSGA-II :



الگوریتم بهینه سازی چندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود با حذف توابع هدف (MOEA/D)

Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition MOEA/D :

الگوریتمهای کلاسیک به دلیل محدودیت در روش مدلسازی تابع هدف و قیود وابسته به آن قسمتی از جوابهای بهینه را در بعضی مسائل از دست میدهند و از این جهت کارایی یا efficiency اندکی دارند. از طرفی :

روشها به غیر از روش ϵ -Constraint با سرعت مناسبی همگرا شده و Run-time مناسبی دارند. بنابراین این ایده در دهه ی گذشته شکل گرفت که:

از مفاهیم کارآمد روشهای کلاسیک برای ارتقای عملکرد روشهای تکاملی سود ببریم.

✓ روش MOEA/D از چه ترندهای کلاسیکی بهره می برد تا در بهینه سازی توابع هدف کارآمد تر باشد؟

الگوریتم بهینه سازی چندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود با مذف توابع هدف (MOEA/D)

Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition MOEA/D :

✓ روش MOEA/D از چه ترفندهای کلاسیکی بهره می برد تا در بهینه سازی توابع هدف کارآمد تر باشد؟

استفاده از ضرایب وزنی λ_i که به صورت مجموعه ای طی فرآیند بهینه سازی همراه توابع هدف بهینه سازی میشود.

استفاده از نقطه ی ایده آل و یکی از روشهای:

Weighted Sum

Boundary Intersection

Tchebycheff Approach

استفاده از مفهوم همسایگی بین زیر مساله ها و رقابت در ایجاد برازندگی بین جوابها

الگوریتم بهینه سازی چندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود با مذف توابع هدف (MOEA/D)

Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition MOEA/D :

✓ روش MOEA/D از چه ترفندهای کلاسیکی بهره می برد تا در بهینه سازی توابع هدف کارآمد تر باشد؟

توابع هدف با فرضیات بالا و تعریف نقطه ی ایده آل و نرم به فرم زیر است تفکیک می شوند:

$$\begin{pmatrix} \min f_1(x) \\ \vdots \\ \min f_m(x) \end{pmatrix} \longrightarrow \min g^{te}(x | \lambda, Z^*, P) = \|f(x) - Z^*\|_{p, \lambda} = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m \lambda_i |f_i(x) - Z_i^*|}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g^{te}(x | \lambda, Z^*, P) = \max \lambda_i |f_i(x) - Z_i^*|$$

الگوریتم بهینه سازی چندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود با حذف توابع هدف (MOEA/D)

Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition MOEA/D :

✓ روش MOEA/D از چه ترندهای کلاسیکی بهره می برد تا در بهینه سازی توابع هدف کارآمد تر باشد؟
توابع هدف با فرضیات بالا و تعریف نقطه ی ایده آل و نرم به فرم زیر است تفکیک می شوند:

$$\begin{pmatrix} \min f_1(x) \\ \vdots \\ \min f_m(x) \end{pmatrix} \longrightarrow \min g^{te}(x | \lambda, Z^*, P) = \|f(x) - Z^*\|_{p, \lambda} = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m \lambda_i |f_i(x) - Z_i^*|}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g^{te}(x | \lambda, Z^*, P) = \max \lambda_i |f_i(x) - Z_i^*|$$

الگوریتم بهینه سازی چندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود با حذف توابع هدف (MOEA/D)

Solving MOP2 by Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition MOEA/D :

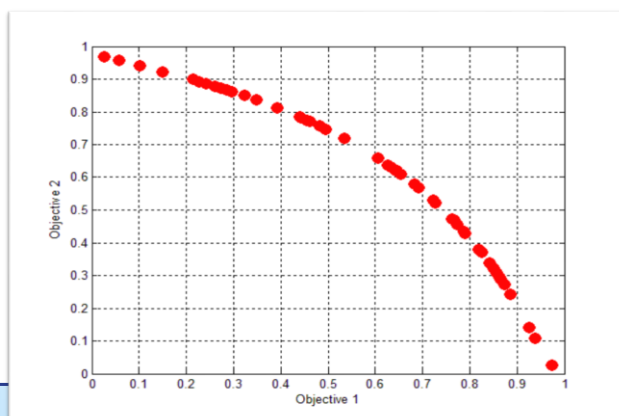
جبهه ی پارتو وجوابهای بهینه سازی:

- * Objective #1:
- * Min = 0.026446
- * Max = 0.97435
- * Range = 0.9479
- * Standard Deviation = 0.24701
- * Mean = 0.61068
- *
- * Objective #2:
- * Min = 0.025768
- * Max = 0.96818
- * Range = 0.94241
- * Standard Deviation = 0.23759
- * Mean = 0.57964

الگوریتم بهینه سازی پندهدفه مبتنی بر ایجاد قیود با مذف توابع هدف (MOEA/D)

Solving MOP2 by Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition MOEA/D :

جبهه ی پارتو وجوابهای بهینه سازی:



منابع و مراجع:

References:

1. Coello, Carlos A. Coello, David A. Van Veldhuizen, and Gary B. Lamont. *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Vol. 242. New York: Kluwer Academic, 2002.
2. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=paTAXiIAAAAJ&citation_for_view=paTAXiIAAJ:u5HHmVD_u08C
3. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 6(2), 182-197.
4. Zhang, Qingfu, and Hui Li. "MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition." *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on* 11.6 (2007): 712-731.