

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۲ / ۳ / ۱۳۸۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ مفروضند. الف) دامنه‌ی توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. ب) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۲۵
۲	ابتدا نمودار تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \sin x $ ، $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ را رسم کنید. سپس با توجه به نمودار تابع f ، زوج یا فرد بودن f را بررسی کنید.	۱
۳	نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{2x-1}$ یک به یک است ، سپس ضابطه‌ی تابع معکوس آن را بنویسید.	۱/۲۵
۴	اگر α و β ریشه های معادله‌ی $x^2 + 2x - 5 = 0$ باشند ، مقدار عددی $\alpha^3 \beta + \alpha \beta^3$ را محاسبه کنید.	۱
۵	عبارت $\sin 2x \sin 3x$ رو به رو را به حاصل جمع تبدیل کنید.	۰/۵
۶	تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ مفروض است. حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$	۰/۵
۷	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax - \sin bx}{ax - bx}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x] - 2}{x - 2}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{4x^2 + x + 1}}$	۳
۸	معادلات مجانب های قائم و افقی تابع $y = \frac{2x+1}{1-x}$ را در صورت وجود به دست آورید.	۰/۵
۹	پیوستگی تابع $f(x) = x[x]$ را در بازه‌ی $[1, 2]$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است)	۱
۱۰	مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \frac{\sqrt{2x}}{x^2 + 1}$ ب) $y = \sin^3 x + \sqrt[5]{\cos x}$ ج) $y = 5x(x^2 - x + 1)^3$	۱/۷۵
«ادامه سؤالات در صفحه ی دوم»		

باسمه تعالی

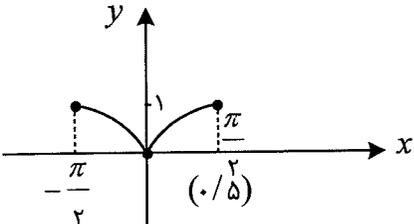
مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح	رشته : ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۴ / ۳ / ۱۲		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	منحنی تابع $y = x^2 + x - 1$ محور عرضها را در نقطه‌ی A قطع می‌کند. معادله‌ی خط قائم بر منحنی تابع را در نقطه‌ی A بنویسید.	۱/۲۵
۱۲	اگر شعاع دایره‌ی a با آهنگ 3 سانتی متر بر ثانیه بزرگ شود در لحظه‌ی t که مساحت دایره برابر با 4π باشد آهنگ a تغییر مساحت آن چقدر است؟	۱
۱۳	فرض کنیم $f(x) = \begin{cases} ax - b & x < 2 \\ x^2 - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ ، مطلوب است محاسبه مقادیر a و b به طوری که f همواره مشتق پذیر باشد.	۱/۲۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x$ را رسم کنید ، سپس مختصات نقطه‌ی عطف و نقاط بحرانی تابع را تعیین کنید.	۱/۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arc Sin} \frac{1}{x}$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۶	اگر $xy^3 + 3xy^2 - 4x^2 = 0$ ، ابتدا $\frac{dy}{dx}$ را محاسبه نموده ، سپس مقدار $\frac{dy}{dx}$ را در نقطه‌ی $(1, 1)$ و $(-1, 1)$ به دست آورید.	۰/۷۵
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = x - 2 - 1$ را رسم کنید ، سپس $\int_{-1}^3 f(x) dx$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۸۴ / ۳ / ۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$D_f = R - \{1\}$ (۰/۲۵) و $D_g = [-۲ و +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in R - \{1\} \mid \frac{1}{x-1} \geq -۲\right\}$ (۰/۲۵) $D_{gof} = (-\infty و \frac{1}{۲}] \cup (۱ و +\infty)$ (۰/۲۵) $(gof)(x) = \sqrt{\frac{1}{x-1} + ۲}$ (۰/۲۵)	۱								
۱	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\frac{\pi}{۲}$</td> <td>۰</td> <td>$\frac{\pi}{۲}$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>۱</td> </tr> </table>  <p>چون محور عرضها محور تقارن شکل است (۰/۲۵) تابع زوج است (۰/۲۵)</p>	x	$-\frac{\pi}{۲}$	۰	$\frac{\pi}{۲}$	y	۱	۰	۱	۲
x	$-\frac{\pi}{۲}$	۰	$\frac{\pi}{۲}$							
y	۱	۰	۱							
۱/۲۵	$D_f = [\frac{1}{۲} و +\infty)$ و $R_f = [۰ و +\infty)$ $\sqrt{۲x_۱ - ۱} = \sqrt{۲x_۲ - ۱} \Rightarrow x_۱ = x_۲$ (۰/۲۵) پس تابع یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است (۰/۲۵) $y = \sqrt{۲x - ۱} \Rightarrow y^۲ = ۲x - ۱ \Rightarrow x = \frac{y^۲ + ۱}{۲} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^۲ + ۱}{۲}, x \geq ۰$ (۰/۲۵)	۳								
۱	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -۲$ (۰/۲۵) و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-۵}{۱} = -۵$ (۰/۲۵) $\alpha^۳\beta + \alpha\beta^۳ = \alpha\beta(\alpha^۲ + \beta^۲) = \alpha\beta[(\alpha + \beta)^۲ - ۲\alpha\beta]$ (۰/۲۵) $= -۵[(-۲)^۲ - ۲(-۵)] = -۷۰$ (۰/۲۵)	۴								
۰/۵	$A = \sin ۲x \sin ۳x = \frac{1}{۲} [\cos(۲x - ۳x) - \cos(۲x + ۳x)] = -\frac{1}{۲} \cos ۵x + \frac{1}{۲} \cos x$ (۰/۲۵)	۵								
۰/۵	$D_f = [-۱ و ۱]$ الف) $\lim_{x \rightarrow ۱^+} f(x)$ (۰/۲۵) وجود ندارد یعنی ندارد ب) $\lim_{x \rightarrow (-۱)^+} f(x) = \sqrt{۱ - (-۱)^۲} = ۰$ (۰/۲۵)	۶								
۳	الف) $\lim_{x \rightarrow ۱} \frac{x^۳ - ۳x^۲ + ۲}{x^۲ - ۱} = \lim_{x \rightarrow ۱} \frac{(x-۱)(x^۲ - ۲x - ۲)}{(x-۱)(x+۱)} = \frac{-۳}{۲}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow ۰} \frac{۲\sin \frac{ax - bx}{۲} \cos \frac{ax + bx}{۲}}{\frac{ax - bx}{۲}} = \lim_{x \rightarrow ۰} \frac{\sin \frac{ax - bx}{۲}}{\frac{ax - bx}{۲}} \times \cos \left(\frac{ax + bx}{۲}\right) = ۱$ (۰/۲۵)	۷								
« ادامه ی راهنمای تصحیح در صفحه ی دوم »										

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۳ / ۱۲	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴	

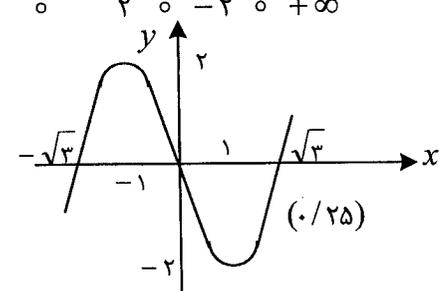
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

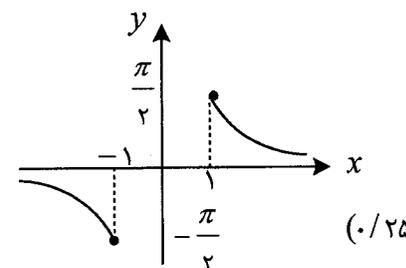
	$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[x] - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - 2}{. +} = \frac{0}{. +} = \frac{0}{. +} = 0$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) مطلق (۰/۲۵) نسبی</p> $\text{د) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{4x^2 + x + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{\sqrt{4x^2 \left(1 + \frac{1}{4x} + \frac{1}{4x^2}\right)}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{ 2x } = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-2x} = -1$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	
۰/۵	<p>مجانب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{-x} = -2 \Rightarrow y = -2$ (۰/۲۵)</p> <p>مجانب قائم $\lim_{x \rightarrow 1} y = \pm\infty \Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵)</p>	۸
۱	<p>ابتدا باید f در $x = 1$ پیوستگی از راست داشته باشد یعنی</p> $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow 1 = 1$ <p>سپس f باید در $(1, 2)$ پیوستگی کامل داشته باشد</p> <p>$\alpha \in (1, 2)$</p> $f(\alpha) = \alpha[\alpha] = \alpha \times 1 = \alpha$ $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x) = \alpha$ <p>چون $f(\alpha) = \lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$ پس f در هر $\alpha \in (1, 2)$ پیوسته است</p> <p>پس f در $[1, 2)$ پیوسته است (۰/۵)</p>	۹
۱/۷۵	<p>الف) $y' = \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x}}(x^2 + 1) - 2x\sqrt{2x}}{(x^2 + 1)^2}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $y' = 3 \sin^2 x \cos x + \frac{-\sin x}{5\sqrt{\cos^5 x}}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $y' = 5(x^2 - x + 1)^4 + 3(x^2 - x + 1)^3(2x - 1)5x$ (۰/۲۵)</p>	۱۰
۱/۲۵	<p>$x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow A(0, -1)$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = 2x + 1 \Rightarrow m = 1 \Rightarrow m' = -1 \Rightarrow y + 1 = -1(x - 0) \Rightarrow y = -x - 1$ (۰/۲۵)</p>	۱۱
۱	<p>$S = \pi r^2 \Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>$\frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dr} \times \frac{dr}{dt} = 2\pi r \times 3 = 12\pi$ (۰/۲۵)</p>	۱۲
« ادامه ی راهنمای تصحیح در صفحه ی سوم »		

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۳ / ۱۲	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴	

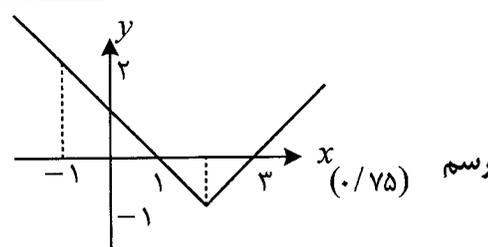
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	<p>برای اینکه f روی R مشتق پذیر باشد باید در $x=2$ نیز مشتق پذیر باشد. ضمناً اگر تابعی در نقطه‌ای مشتق پذیر باشد در آن نقطه پیوسته نیز هست.</p> <p>الف) $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Rightarrow 2a - b = 2$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $f'_-(2) = f'_+(2)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 4$ (۰/۲۵) و $b = 6$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

۱۴	<p>$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$ (۰/۲۵) $x = -1 \Rightarrow y = 2$</p> <p>$x = 0 \Rightarrow y = 0$</p> <p>$y = 0 \Rightarrow x = 0$ $x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$</p> <p>$y'' = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$ و $y = 0$ نقطه‌ی عطف (۰/۲۵)</p> <p>نقاط بحرانی $(-1, 2)$ و $(1, -2)$ (۰/۲۵)</p> 	۱/۵
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

۱۵	<p>$-1 \leq \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = \frac{-1}{x^2} < 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x = -1 \Rightarrow y = -\frac{\pi}{2}$ $x = 1 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}$</p> 	۱/۲۵
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

۰/۷۵	<p>$y^2 + 3y^2xy' + 3y^2 + 6xyy' - 8x = 0 \Rightarrow y' = \frac{8x - 3y^2 - y^2}{3y^2x + 6xy}$ (۰/۵) \Rightarrow محاسبه مقدار $= \frac{4}{9}$ (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

۱۷	<p>$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1$</p> <p>$x - 2 - 1 = 0 \Rightarrow x = 3$ $x = 1$</p> <p>$x = -1 \Rightarrow y = 2$</p> <p>$\int_{-1}^3 y dx = \frac{2 \times 2}{2} - \frac{1 \times 2}{2} = 1$ (۰/۵)</p> 	۱/۲۵
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

۲۰	جمع نمره	
----	----------	--

مصحح محترم ، لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید .