

ترتیب چهار عمل اصلی در محاسبات

یک عبارت ریاضی، شامل اعداد و نمادهایی از جمله پرانتز و چهار عمل اصلی است. برای محاسبه عبارت‌های ریاضی، نمادها را به ترتیب زیر به کار می‌بریم.

- ۱. پرانتز
- ۲. ضرب یا تقسیم
- ۳. جمع یا تفریق

اگر در یک عبارت، دو نماد دارای ترتیب مساوی بودند (مثلاً ضرب یا تقسیم)، ابتدا نمادی را به کار می‌بریم که در سمت چپ قرار دارد. به مثال‌های زیر توجه کنید.

- $12 - \overbrace{6 \div 2}^3 = 12 - 3 = 9$
- $7 - \underbrace{1 \times 2}_2 + 3 - 5 = \underbrace{7 - 2}_5 + 3 - 5 = \underbrace{5 + 3}_8 - 5 = 8 - 5 = 3$
- $2 + \underbrace{6 \div 3}_{2}(18 + \underbrace{3 \times 2}_6) = 2 + 2(18 + 6) = 2 + 2 \times 24 = 2 + 48 = 50$
- $3 \times (13 + 7) \div (8 - 2) = 3 \times 20 \div 6 = 60 \div 6 = 10$

۱. عبارت‌های برابر دو ستون را بهم وصل کنید (یک مورد اضافی است).

- | | |
|--|------|
| • $6 \div 2(1 + 2)$ | • ۱۹ |
| • $3(4 + 8) \div 3$ | • ۶ |
| • $12 \div 4 + 2(3 + 5)$ | • ۹ |
| • $4 + 2 \times 3 - 8 \div 4 \times 2$ | • ۱ |
| • $28^\circ - 4^\circ \times (12 - 10 \div 2)$ | • ۱۲ |
| | • ۰ |

۲. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

(الف) $34 - 18 + 2$

(ج) $12 - 8 \div 2 + 1$

(ه) $7 + 9 \times (3 + 8)$

(ز) $12 \times 6 \div 3 - 2 \times 4$

(ط) $55 \div 11 + 7 \times (2 + 14)$

(ب) $8 \div 4 \div 2$

(د) $10 - 4 \times 2 + 3$

(و) $63 \div (10 - 3) \times 3$

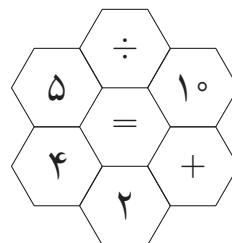
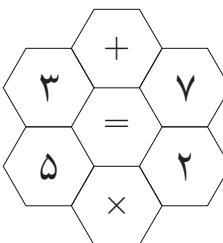
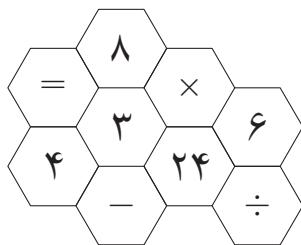
(ح) $21 \div (3 + 4) \times 3 - 8$

(ی) $27 \div (3 + 6) \times 5 - 12$

۳. در شکل رو به رو، از عدد ۲ شروع به حرکت کرده‌ایم و در هر گام به یکی از خانه‌های همسایه رفته‌ایم. توجه کنید که می‌خواهیم به هر خانه فقط یک بار وارد شویم. اگر به ترتیب ورود به هر خانه، عده‌ها و عمل‌ها را پشت سرهم بنویسیم، یک رابطهٔ تساوی به دست می‌آید:

$$2 \times 3 + 1 = 7.$$

(الف) در هر یک از شکل‌های زیر، مسیری بیابید تا یک رابطهٔ تساوی به دست آید.



(ب) در مثال بالا، مسیر سبز رنگ خاصیت عجیبی دارد!

روی مسیر سبز رنگ اعداد و نمادها به ترتیب «۲»، «×»، «۳»، «+»، «۱»، «×»، «=»، «-» رفته‌اند.

و «۷» هستند. اگر در جهت عکس مسیر سبز رنگ اعداد و نمادها را به ترتیب

بنویسیم («۷»، «=»، «۱»، «+»، «۳»، «×» و «۲»)، دوباره یک رابطهٔ تساوی

خواهیم داشت ($7 = 1 + 3 \times 2$).

آیا مسیرهایی که در شکل‌های بالا پیدا کرده‌اید، این خاصیت عجیب را دارند؟

۴. در زیر، عبارت $1 + 3 \times 2$ را طوری پرانتزگذاری کرده‌ایم که حاصل عبارت برابر ۸ شود.

$$2 \times (3 + 1) = 8.$$

هریک از عبارت‌های زیر را طوری پرانتزگذاری کنید که تساوی برقرار شود.

(الف) $28 \div 2 \times 3 + 1 = 4$

(ب) $24 + 6 \div 3 + 2 = 6$

(ج) $18 + 3 \times 25 \div 15 - 3 = 20$

(د) $3 \times 40 \div 8 + 12 \div 6 = 1$

۵. جدول زیر را با اعداد قرمزنگ طوری پر کرده‌ایم که در هر سطر و ستون تساوی‌ها برقرار باشند. معنای خانه‌های خاکستری‌رنگ این است که اعداد و نمادهای داخل این خانه‌ها در پرانتز قرار دارند.

۵	\times	۲	$-$	۶	$=$	۴
+		+		\times		+
۲	\times	۸	\div	۴	$=$	۴
-		\div		\div		\div
۳	$+ \text{ } ۵$	$- \text{ } ۶$	$= \text{ } ۲$			
=		=		=		=
۴	\times	۲	$-$	۴	$=$	۴

برای مثال، در جدول بالا، در ستون سوم (از سمت چپ)، رابطه این‌گونه است:

$$(2 + 8) \div 5 = 4.$$

با قانون گفته شده، هریک از جدول‌های زیر را با اعداد یک رقمی پر کنید.

	\div		\times		$=$	۶
+		-	\times		+	
	+	-	۴			
\div		+	-	-	\div	
\times	۳	-		=		
=		=	=	=		=
	\div	+		=		

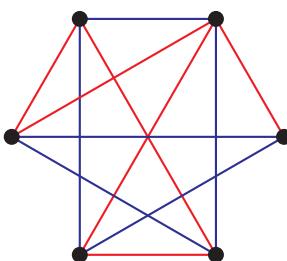
	\times		$-$		$=$	۹
+		+		-		-
	-		\times	۴		
-		-		\times		\times
-	۵	+		=		
=		=		=		=
۱	\times		\div		=	

^۱P.J. Carter, *Advanced IQ tests*, Kogan page, London, 2008, page 8.

کارگاه بازی – مثلث همنگ

شش نقطه روی یک صفحه قرار داده شده است. دو نفر با دو خودکار، با رنگ‌های آبی و قرمز بازی را شروع می‌کنند. نفر اول دو نقطه را انتخاب می‌کند و با یک پاره خط این دو نقطه را بهم وصل می‌کند. نفر دوم نیز، دو نقطه را انتخاب و بهم وصل می‌کند. هر کس که اولین مثلث همنگ را بسازد باخته است. مثلث همنگ مثلثی است که سه ضلعش یک رنگ دارد و رأس‌های آن یکی از شش نقطه داده شده باشد.

برای مثال، در شکل زیر هنوز هیچ مثلث همنگی ساخته نشده است. آیا اگر نوبت آبی باشد، بازنده است؟ اگر نوبت قرمز باشد چطور؟



با یکی از دوستان یا اعضای خانواده این بازی را انجام دهید و سعی کنید روشی پیدا کنید که همیشه برنده باشید.

جایزه نوبل و جایزه فیلدز

هر ساله یکی از خبرهای مهم علمی مربوط به اهدای جایزه‌های نوبل است. شش جایزه که چهار جایزه آن مربوط به علوم فیزیک، شیمی، پزشکی و اقتصاد است و دو جایزه دیگر برای صلح و ادبیات. آلفرد نوبل (Alfred Nobel)، شیمی‌دان سوئدی، با اختراع دینامیت ثروت زیادی به دست آورد که البته بیشتر از راه فروش اسلحه به دست آمده بود. نوبل وصیت کرد که ثروتش وقف جایزه‌هایی شود که وقف صلح شوند. با شروع قرن بیستم، اهدای جایزه

۱. مسئله و راه حل زیر از کتاب «خلاقیت ریاضی»^۱ انتخاب شده است.

مسئله: دهقانی چند مرغ و چند خرگوش خانگی دارد. این مرغ‌ها و خرگوش‌ها روی هم، ۵۰ سر و ۱۴۰ پا دارند.^۲ این دهقان چند مرغ و چند خرگوش دارد؟



راه حل: دهقان، جانوران خود را مجبور می‌کند، در وضع غریبی قرار بگیرند: هر مرغ روی یک پا ایستاده است و هر خرگوش روی دوپای عقبی خود. با این تصور غریب، درست نصف همه پاهای، یعنی ۷۰ عدد، شرکت خواهند داشت. عدد ۷۰ را می‌توان به عنوان سرها در نظر گرفت، به شرطی که هر مرغ یکبار و هر خرگوش را دوبار به حساب بیاوریم. بنابراین، اگر از عدد ۷۰ تعداد کل مرغ‌ها و خرگوش‌ها، یعنی ۵۰ را کم کنیم، تعداد خرگوش‌ها به دست می‌آید؛ یعنی تعداد خرگوش‌ها، برابر است با:

$$۷۰ - ۵۰ = ۲۰$$

و البته، ۳۰ مرغ.

بعد از خواندن راه حل بالا، سعی کنید راه حل دیگری برای این مسئله ارائه دهید.

^۱ جرج پولیا، خلاقیت ریاضی، ترجمه پرویز شهریاری، انتشارات فاطمی، صفحه ۶۰ .

^۲ دقت کنید در این مسئله دست‌های خرگوش به عنوان پا در نظر گرفته شده است.

۲. به چهار روش می‌توان عدد ۴ را به صورت مجموع اعداد طبیعی کوچک‌تر از آن نوشت:

$$4 = 1 + 1 + 1 + 1,$$

$$4 = 1 + 1 + 2,$$

$$4 = 1 + 3,$$

$$4 = 2 + 2.$$

هریک از اعداد ۳، ۵ و ۶ را به چند روش می‌توان به صورت مجموع اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودشان نوشت؟ همه حالت‌های ممکن را بنویسید.

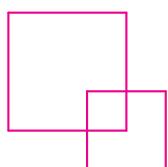
۳. قانونی برای الگوی زیر کشف کنید.

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, \dots$$



اگر موفق به کشف این قانون نشدید، نگران نشوید! ریاضی‌دان معروف انگلیسی معاصر (تصویر روبرو)، به نام جان کانوی (John Conway)، وقتی برای اولین بار با این الگو برخورد کرد، بعد از ساعت‌ها تفکر نتوانست آن را حل کند؛ اما بعد از اینکه یکی از دوستانش قانون الگو را به او گفت، کانوی پی برد اطلاعات لازم برای کشف قانون الگو این است که: «یک نفر فقط بلد باشد تا عدد ۳ بشمارد!»

۴. پروژه. با ۲ مربع، حداکثر ۳ مربع می‌توان ساخت. شکل زیر را ببینید.



الف) با ۳ مربع، حداکثر چند مربع می‌توان ساخت؟ شکل مربوطه را رسم کنید.

ب) با ۴ یا ۵ مربع چطور؟ با مراجعه به www.webmath.ir نتایج خود را ارسال کنید.

۵. مسابقات سهگانه از سه بخش شنا، دوچرخه‌سواری

و دو تشكیل شده است. در المپیک ورزشکاران

این رشت، ابتدا $\frac{3}{10}$ مسیر را شنا می‌کنند. سپس

$\frac{4}{5}$ باقی‌مانده راه را رکاب می‌زنند و بعد 10° کیلومتر

می‌دونند تا به خط پایان برسند. طول مسیر مسابقات

سه‌گانه در المپیک چند کیلومتر است؟

۶. گلی شنبه شب $\frac{1}{4}$ کتاب قصه را برای عروسک‌هایش

خواند. یکشنبه شب نیز $\frac{1}{3}$ از باقی‌مانده کتاب

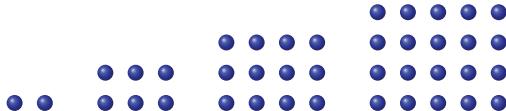
را خواند و دوشنبه شب $\frac{1}{4}$ از باقی‌مانده کتاب را

برای عروسک‌ها خواند. سه‌شنبه شب $\frac{1}{5}$ باقی‌مانده

را خواند. گلی چه کسری از کتاب را برای

عروسک‌هایش نخوانده است؟

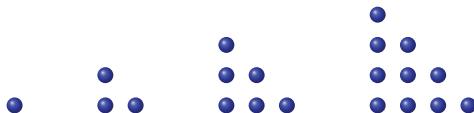
۷. به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل پنجم این الگو رارسم کنید.

ب) در شکل بیستم این الگو، چند گلوله وجود دارد؟

۸. به الگوی زیر توجه کنید.



الف) شکل پنجم این الگو رارسم کنید.

ب) در شکل بیستم این الگو، چند گلوله وجود دارد؟ این تعداد با عددی که در

قسمت «ب» مسئله قبل به دست آوردید، چه رابطه‌ای دارد؟

ج) با توجه به شکل‌های صفحه قبل و شکل‌های مسئله قبل، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 51$$

۹. می‌دانیم که سن مونا برابر با تعداد شمع‌هایی است که در آخرین جشن تولدش روی کیک قرار داده است. اگر او مجموعاً به ۶۶ شمع روی کیک‌های تولدش فوت کرده باشد، اکنون چند سال سن دارد؟



۱۰. در هندوستان، رانندگان عاشق بوق زدن هستند! فرض کنید پشت چراغ قرمز، رسم بر این باشد که نفر اول ۱ بار بوق بزند. بعد نفر دوم هر چند بار که خواست بوق بزند. نفر سوم به تعداد مجموع بوق‌های نفر اول و دوم بوق بزند. نفر چهارم به تعداد مجموع بوق‌های نفر اول و دوم و سوم بوق بزند و نفر پنجم به تعداد مجموع بوق‌های چهار نفر قبلی بوق بزند و

الف) اگر پشت یک چراغ، نفر دوم ۲ بار بوق بزند و ۵ نفر بعدی با قانون بالا بوق بزند، نفر آخر چند بار بوق زده است؟

ب) اگر پشت یک چراغ، نفر دوم ۶ بار بوق زده باشد و در مجموع ۵۶ بار صدای بوق شنیده شده باشد، چند راننده بوق زده‌اند؟

ج) ۶ نفر مجموعاً ۱۶ بار بوق زده‌اند. نفر دوم چند بار بوق زده است؟

۱۱. الف) در جام جهانی ۲۰۱۴، ۳۲ تیم حاضر بودند. این تیم‌ها در مرحله اول به ۸ گروه ۴ تیم تقسیم شدند و در هر گروه هر تیم یک بازی با سه تیم دیگر انجام داد. در مرحله اول جام جهانی ۲۰۱۴، چند بازی انجام شد؟

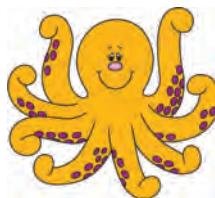
ب) در سال ۱۳۹۳، ۱۶ تیم در لیگ برتر فوتبال ایران (جام خلیج فارس) حاضرند. هر تیم باید دو بازی با تیم‌های دیگر انجام دهد. در این لیگ چند بازی انجام می‌شود؟

ج) چه ارتباطی بین قسمت‌های «الف» و «ب» وجود دارد؟
د) کشوری ۲۰ شهر دارد که میان هر دو شهر یک خط هوایی دایر است. چند خط هوایی در این کشور وجود دارد؟



۱۲. در بازی «مثلث همنگ» که در فصل قبل با آن آشنا شدید،
الف) اگر هر نقطه را به پنج نقطه دیگر وصل کنیم، چند پاره خط رسم کرده ایم؟
ب) چرا همیشه یک نفر بازنده است؟ به عبارت دیگر چرا این بازی نمی‌تواند نتیجه مساوی داشته باشد؟

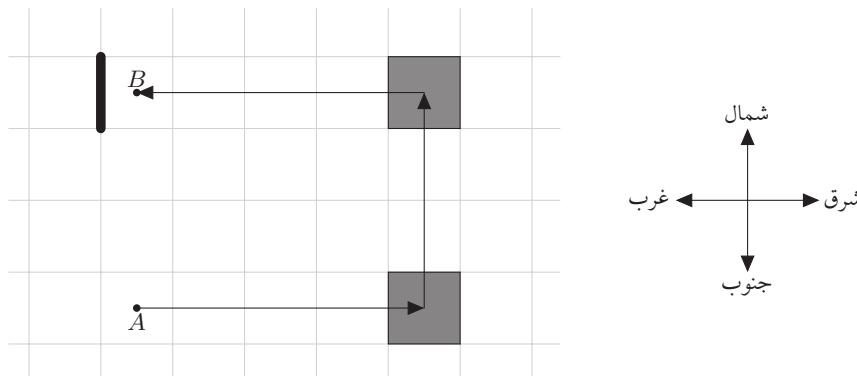
۱۳. تعدادی کبوتر و هشت پا روی هم ۶۰ سر و ۲۱۰ پا دارند. چند هشت پا داریم؟



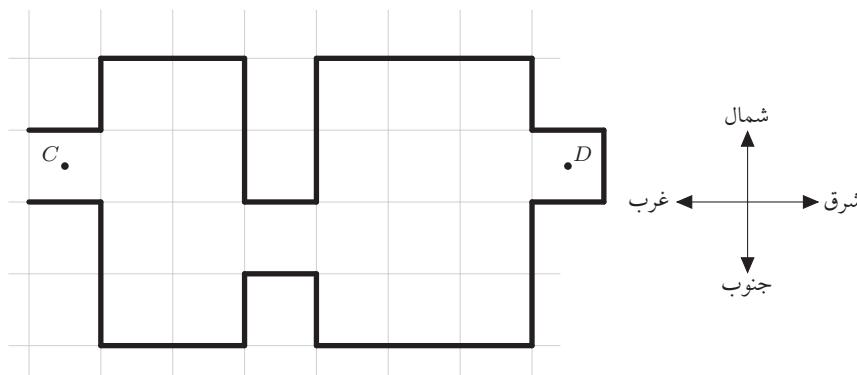
۱۴. در جعبه‌ای ۱۰۰ مهره به رنگ‌های سفید، قرمز و آبی وجود دارد. در تاریکی، چند مهره از جعبه بیرون بیاوریم که در بین آنها حداقل ۱۰ مهره همنگ وجود داشته باشد؟

۱۵. نرگس تعداد زیادی مکعب مستطیل با ابعاد $3 \times 2 \times 1$ دارد. او می‌خواهد با چسباندن تعدادی از این مکعب مستطیل‌ها بهم، یک مکعب توپر بسازد. کمترین تعداد مکعب مستطیل‌هایی که نیاز دارد، چندتاست؟

۱۶. روباتی داریم که فقط به سمت جلو حرکت می‌کند و هنگامی که به یک کاشی تیره می‌رسد، 90° به سمت چپ خودش می‌چرخد. برای مثال، اگر روبات را در زمینی به‌شکل زیر در نقطه A رو به سمت شرق بگذاریم، به نقطه B می‌رسد. چون در نقطه B به دیوار برخورد کرده است، دیگر نمی‌تواند جلو برود و متوقف می‌شود.



در زمینی به‌شکل زیر روبات را در نقطه C رو به سمت شرق گذاشته‌ایم. می‌خواهیم روبات به نقطه D برسد. کدامیک از کاشی‌ها را باید تیره کنیم؟



۱۷. ۲۴ پرنده روی دو کابل برق نشسته بودند. وقتی

۶ پرنده از کابل دوم به کابل اول و ۹ پرنده از کابل اول به کابل دوم پریدند، تعداد پرنده‌های کابل اول نصف پرنده‌های کابل دوم شد. در ابتدا چند پرنده روی کابل دوم نشسته بودند؟



۱۸. دهکده‌ای ۱۰۰ خانه دارد. روی هر ۳ خانه حداقل ۲ آنتن وجود دارد و روی هر ۲ آنتن

حداقل ۳ کلاغ نشسته است. این دهکده حداقل چند کلاغ آنتن نشین دارد؟



۱۹. در یک مهد کودک تعدادی نیمکت وجود دارد. وقتی روی هر نیمکت یک نفر می‌نشیند، یک نفر مجبور است روی زمین بنشیند! اما اگر روی هر نیمکت ۲ نفر بنشینند، ۱ نیمکت خالی می‌ماند. این مهد کودک چند نیمکت دارد؟



۲۰. قیمت یک گلابی ۲۰۰ تومان، قیمت یک پرتقال ۳۰۰ تومان، و قیمت یک توت فرنگی ۴۰۰

تومان است. اگر ۸ عدد از این میوه‌ها را ۲۳۰۰ تومان خریده باشیم، بیشترین

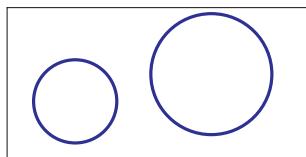
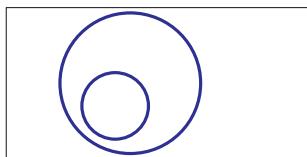
تعداد توت فرنگی که ممکن است خریده باشیم، چندتاست؟



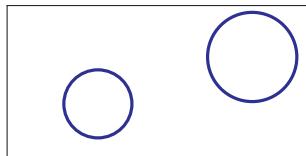
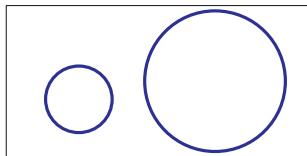


۲۱. عاطفه تعدادی پسته داشت که نتوانست آنها را به طور مساوی بین ۶ نفر از دوستانش تقسیم کند. او سراغ بهمن آقا پسته‌چی رفت و ماجرا را برای او توضیح داد. بهمن آقا پسته‌چی گفت: «اگه ۸ تا پسته از من بخری مشکلت حل می‌شه». هر پسته 100 تومان بود، ولی عاطفه فقط 300 تومان پول داشت. آیا می‌توانید به عاطفه کمک کنید؟

۲۲. پروژه. می‌خواهیم چند دایره بکشیم که همدیگر را قطع نکنند. برای مثال، با کمک دو دایره فقط به دو شیوه می‌توانیم این کار را انجام دهیم. هر کدام از این دو راه، در شکل‌های زیر رسم شده است.



توجه کنید که دو حالت زیر با آنکه ظاهراً متفاوت‌اند، ولی آنها را یکی در نظر می‌گیریم.



اگر چهار دایره داشته باشیم، به چند شیوه گوناگون می‌توانیم آنها را رسم کنیم به‌گونه‌ای که همدیگر را قطع نکنند؟ همهٔ حالت‌ها را رسم کنید.

با مراجعه به «www.webmath.ir» نتایج خود را ارسال کنید.

۲۳. در کنار جاده‌ای، تیرهای سیمانی به فاصله‌های برابر قرار دارند. حامد از تیر اول آغاز به حرکت کرد و بعد از ۶ دقیقه از کنار تیر ششم گذشت. اگر حامد با همین سرعت ادامه دهد، پس از چند دقیقه از کنار تیر بیست و ششم می‌گذرد؟

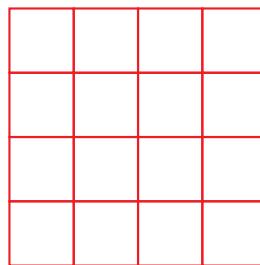
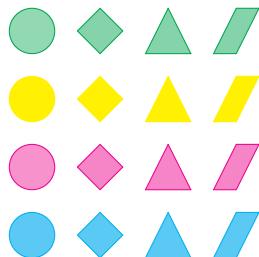
۲۴. Notices مجله Notices که انجمن ریاضی آمریکا آن را چاپ می‌کند، در یکی از شماره‌هایش، یک الگوی عددی معروف را به عنوان تصویر روی جلد انتخاب کرده است.



الف) ابتدا الگوی عددی بالا را به دقت مشاهده و قانون آن را کشف کنید. سپس
باتوجه به قانون الگو، سه ستون به سمت چپ آن اضافه کنید.

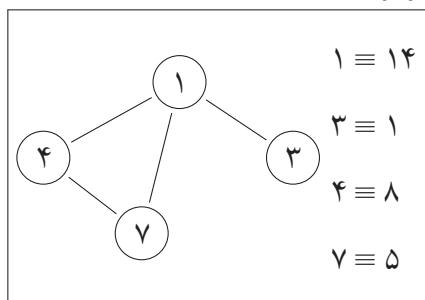
ب) با مراجعه به www.webmath.ir بگویید که نام چه ریاضی‌دان‌هایی را روی این الگوی عددی گذاشته‌اند؟

۲۵. شکل‌ها را طوری در جدول 4×4 زیر بچینید که در هر سطر و هر ستون، هر رنگ و هر شکل یک‌بار دیده شود.



بعدا در حل یکی از مسائل سخت این کتاب از پاسخ این مسئله می‌توانید کمک بگیرید.

۲۶. در کادر زیر، اعداد سمت چپ علامت \equiv را طوری داخل دایره‌ها قرار داده‌ایم که مجموع عددهایی که به هر دایره متصل‌اند، برابر عدد سمت راست علامت \equiv باشد.



برای مثال، عدد 1 به عددهای 4، 7 و 3

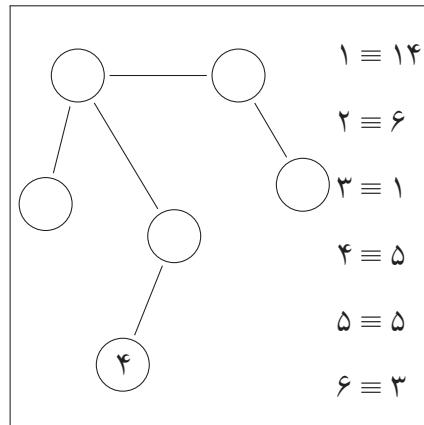
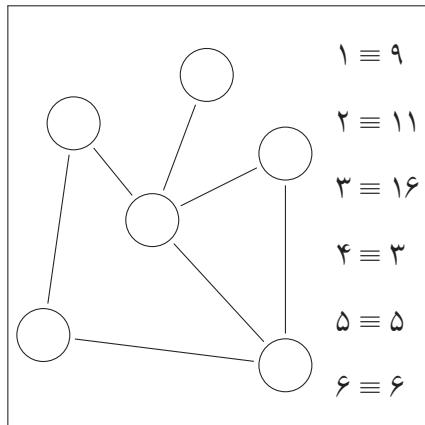
متصل است. پس $(4 + 7 + 3) \equiv 1$ یا

$1 \equiv 14$. عدد 3 فقط به 1 وصل است.

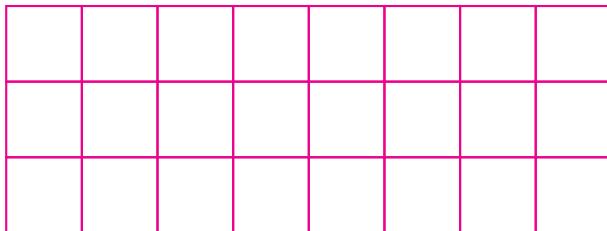
بنابراین $1 \equiv 3$. عدد 4 به 1 و 7 وصل

شده، پس $(1 + 7) \equiv 4$ یا $4 \equiv 8$ و

باتوجه به قانون گفته شده، دایره‌های خالی را با اعداد مناسب پر کنید.



۲۷. می خواهیم برخی از خانه های جدول زیر را رنگ کنیم به طوری که هر خانه یا خودش رنگ شده باشد یا همسایه اش رنگی باشد. حداقل چند خانه رنگی می شوند؟ آنها را رنگ کنید. (دو خانه همسایه اند هرگاه یک ضلع مشترک داشته باشند).



۲۸. الف) دستمزد سالانه یک بازیکن فوتبال در سال ۱۳۶۸ حدود سیصد هزار تومان بود. در سال ۱۳۹۲ هر «فوتبالیست» تقریباً یک میلیارد تومان درآمد سالانه داشته است. در این مدت دستمزد سالانه فوتبالیست ها چند درصد افزایش یافته است؟



ب) شبیه به همین مسئله را برای «حقوق یک استاد دانشگاه» طرح و سپس حل کنید.