

به نام دوست

آزمون شازرز

سری سوم

۲۴ آبان

آزمون شامل سه سوال در سطح مرحله ۲ است.

وقت آزمون چهار ساعت و نیم می باشد.

ممد نبودی بینی ۲۰ نمره

در افسانه ها آمده است که در روزگاران دور کشوری به نام شاززلند وجود داشت. در یکی از شهر های این کشور به نام شاززآباد که به شکل یک جدول $۴۴*۴۴$ بود مردم به خوبی و خوشی زندگی می کردند. تا این که قومی به نام شاززغول (که سر دسته آنها چنشازز خان بود) به این شهر حمله می کنند و تمام خانه های این شهر (مربع های $۱*۱$) را اشغال می کنند. محمد مهدی جهان آرا که یکی از شجاع ترین فرماندگان شاززلند بود تصمیم می گیرد که شاززآباد را آزاد کند. به همین منظور با چرخ بال(!) سربازان خود را به k تا از خانه های شاززآباد می فرستد و آن ها ، آن k خانه را آزاد می کنند. بعد از این عملیات جسورانه ، اعضای خانه هایی که حداقل دو خانه مجاور (ضلعی) شان آزاد شده باشد امید می گیرند و با تجهیزاتی که از خانه های مجاور خود می گیرند ، خانه خود را آزاد می کنند. این روند تا جایی ادامه پیدا می کند که تمام خانه ها آزاد شوند. حال اگر جای فرمانده عملیات بودید میزان k را چه مقداری انتخاب می کردید که هم چرخ بال کمتری ارسال کنید و هم شهر آزاد شود ؟ (یعنی باید اثبات کنید که با $k-۱$ چرخ بال نمی توان و هم روشی برای k تا ارائه کنید).

دزد که از دزد بزنه شاززدزد میشه ! ۴۰ نمره

(به دلیل این که احتمالن توی سوال قبل به خاطر طولانی بودن سوال کلی فحش دادین اول داستان رو سانسور کردیم.) و او می خواست پول هایی را که دزدیده بودم را ازم بگیره. ولی من به این راحتی ها پول رو بهش ندادم. خوب ، اون تصمیم گرفت در طی یک بازی پول ها را از چنگم در بیاره ، پس گفت : ((من یک عدد از بین ۱ تا n در نظر می گیرم و تو باید این عدد پیدا کنی.)) گفتم : ((خوب چه طوری؟؟)) گفت : ((می تونی از من هر سوالی که دلت خواست بپرسی و من به تو فقط جواب بله و خیر می دم ، اما از اون جایی که این روز ها هیچ چیزی مفتی نیست ، جواب بله برای تو p تومن خرج بر می داره و جواب نه q تومن!)) من هم با کمترین میزان پول ممکن عددش رو پیدا کردم.)) این ها اعترافات آپ پس از سرقت بانک ملی شازز بود ، ولی اون یادش نیست که چند تومن پول به اون دزده داده. خوب شما که ی ک کامپیوتری تمام عیار هستید به ناشازز(نیروی انتظامی شازز) که با

توجه به احتمالات زیر مقدار پولی که داده شده رو به دست بیارید (توجه کنید گه گفتن جواب نهایی توسط آ.پ هزینه ای ندارد!):

(الف) $n=123, q = p = 3$ (پنج نمره)

(ب) $n = 144, q = 4, p = 2$ (ده نمره)

(اثبات کمینه بودن الزامیست!)

و با توجه به حالات زیر بزرگترین n ای را پیدا کنید که اگر آ.پ k تومن داشته باشد بتواند عدد مورد نظرش را پیدا کند:

(پ) $q = 1, p = 3, k = 13$ (ده نمره)

(ت) به ازای هر k, p, q دلخواه (۱۵ نمره)

گویا بدم گنگ شدم سوختم!.....۴۰ نمره

(خسته شدید، نه؟ خوب پس یدفعه می ریم سر اصل مطلب!) ثابت کنید اگر $2n$ عدد گنگ داشته باشیم n تا عدد ازشون وجود داره که جمع دو به دوشون گنگ باشه.

