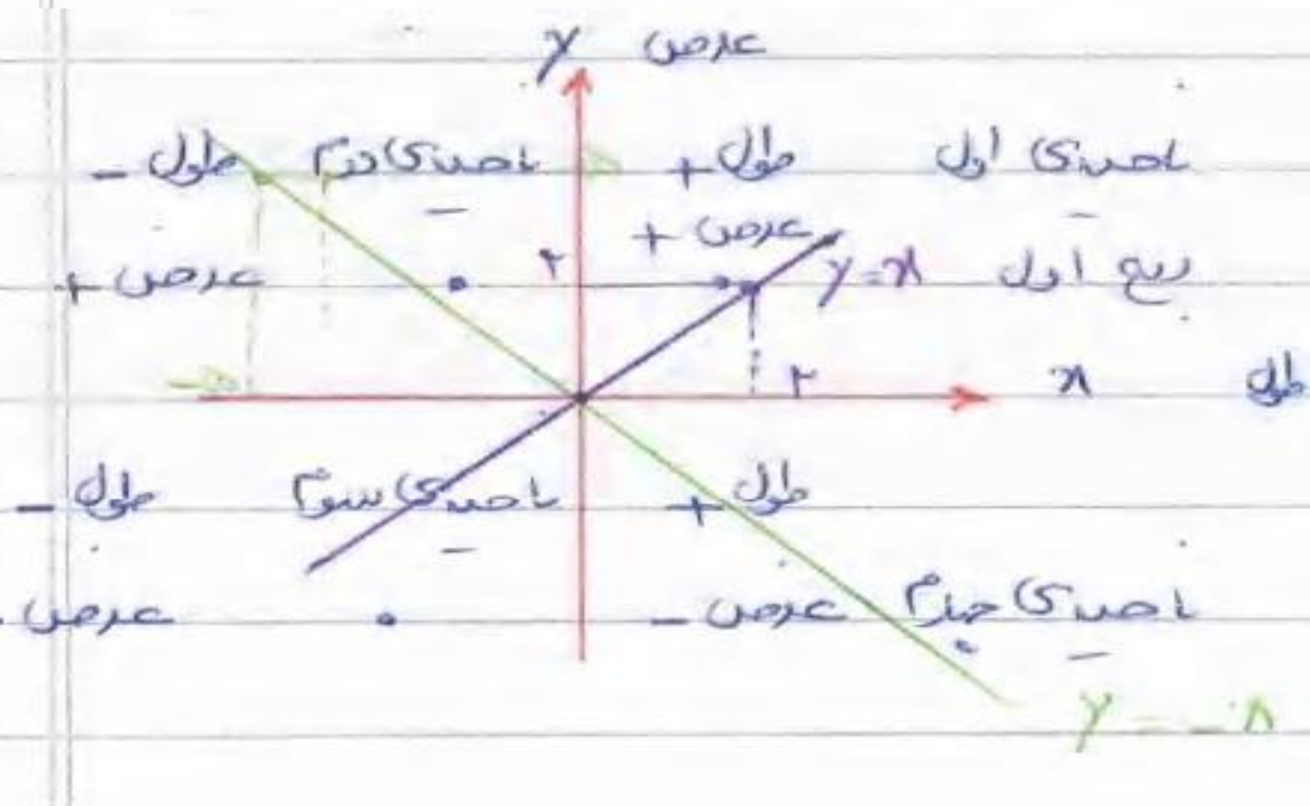
ثابت کنید $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

$$ad < bc$$
$$ad + ab < bc + ab$$
$$a(d+b) < b(a+c)$$
$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d}$$

$$ad < bc$$
$$ad + cd < bc + cd$$
$$d(a+c) < c(b+d)$$
$$\frac{c}{d} > \frac{a+c}{b+d}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$$



M منتصف وسط [illegible] AB

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{٢},\ \frac{y_A+y_B}{٢}\right)$$

(ميل) m :

$$m = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$$

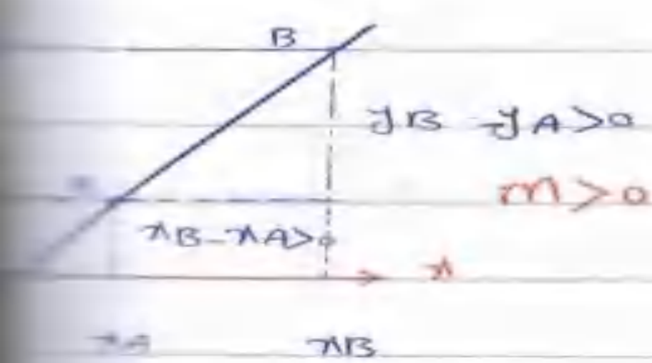
y_B, B, $\overline{AB}$, M, $|y_B-y_A|$, y_A, A, $|x_B-x_A|$, x_A, x_B

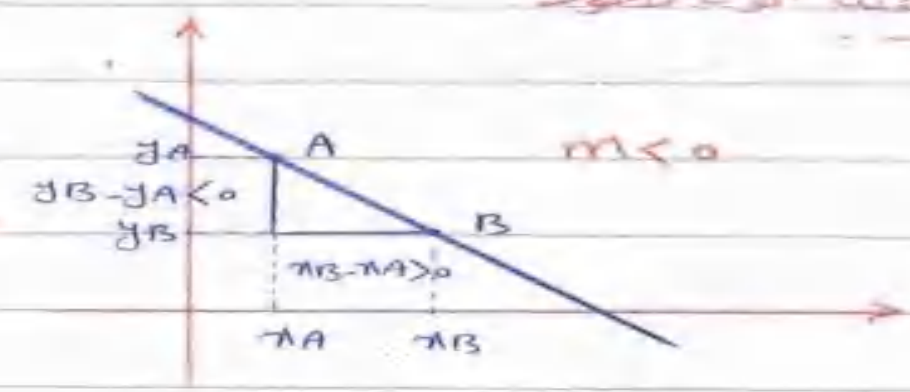
$|x_B-x_A|$

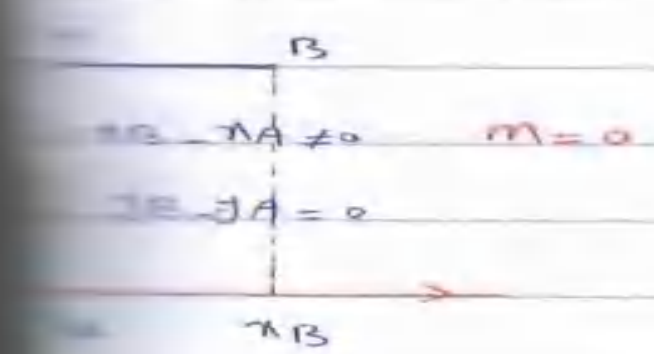
$$AB^2 = (x_B-x_A)^2 + (y_B-y_A)^2$$

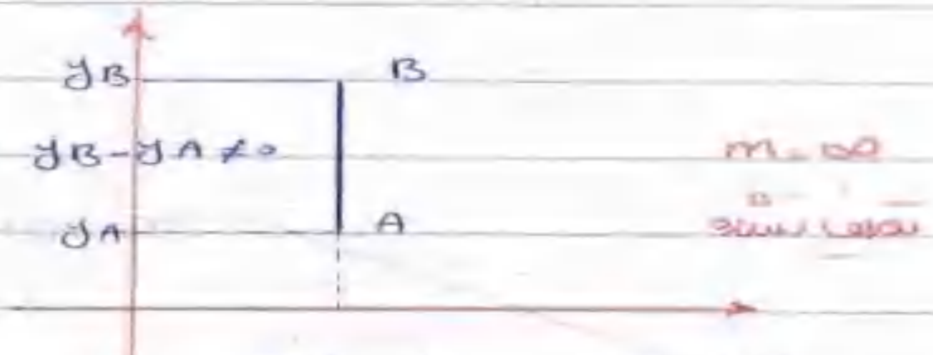
$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

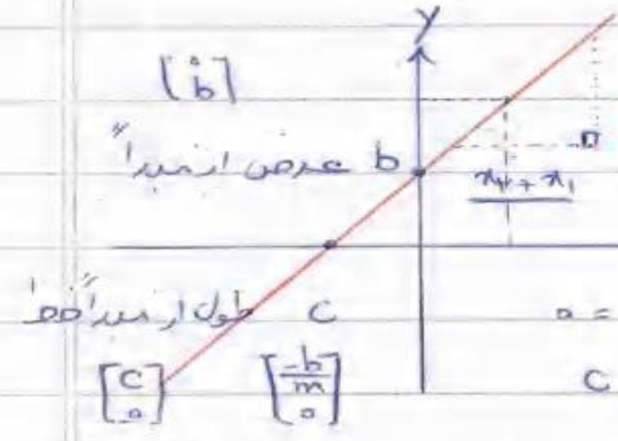
أنواع خطوط











شیب $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$y = mx + b$

شیب خط (m) — عرض از مبدأ (b)

$0 = mx + b \qquad c = \frac{-b}{m}$

$mx = -b \qquad x = \frac{-b}{m}$

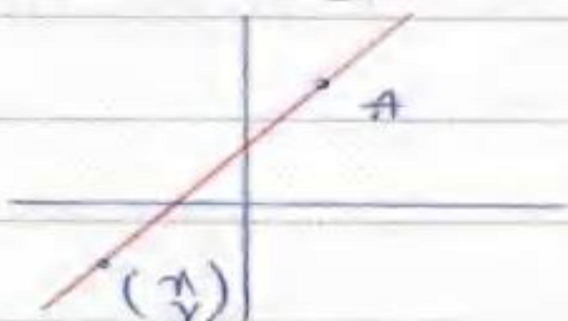
نوشتن معادله‌ی خط

روش ۱: می‌دانیم که فرم کلی یک معادله به صورت $y = mx + b$ است و چون خط از نقطه‌ی $A = (x_0, y_0)$ می‌گذرد، مختصات این نقطه در معادله‌ی خط صدق می‌کند. با جایگذاری مختصات نقطه‌ی A و شیب خط در معادله‌ی خط به معادله‌ای می‌رسیم که تنها مجهول آن B است. حال مقادیر b و m را در معادله‌ی اصلی یعنی $y = mx + b$ قرار می‌دهیم تا معادله‌ی خط به دست آید.

۲_ مقدار m و مختصات نقطه‌ی a را در فرمول زیر قرار داده ... خط را می‌نویسیم.

$$\Rightarrow (y - y_0) = m(x - x_0)$$

$$\frac{\ldots_B - y_A}{\ldots_B - x_A} \qquad m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$



خطوط موازی: دو خط موازی شیب‌های برابر دارند.

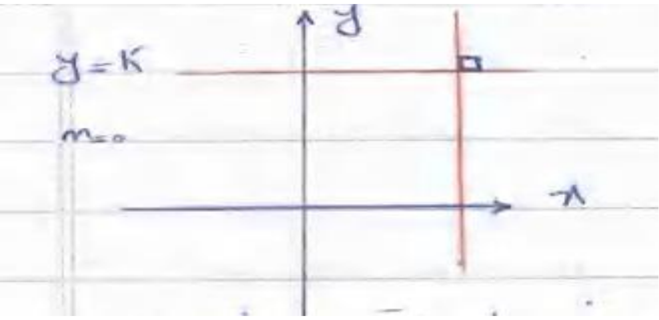
$L \parallel L' \iff m = m'$

خطوط عمود برهم: اگر دو خط برهم عمود باشند. شیب‌ها عکس و قرینه‌ی یکدیگر هستند

$L \perp L'' \iff mm'' = -1$

استثنا: در صورتی دو خط موازی نمی‌شوند

دو خط بر روی یکدیگر منطبق شوند.



در صورتی دو خط عمود هستند ولی شیب آن‌ها قرینه‌ی معکوس یکدیگر نباشد. (استثنا)

$x = k$ و $y = k$ باشد. $x = k$ $m = \infty$

نکته: دو خط $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$

۱_ برهم عمود هستند اگر $aa' + bb' = 0$

۲_ باهم موازی هستند اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

روی یکدیگر منطبق

برهم منطبق هستند. $= \frac{c}{c'}$

بحث در مورد جواب های دستگاه دو معادله دو مجهول

$$+by = c \Rightarrow y = \frac{-a}{b}x + \frac{c}{b}$$

$$+b'y = c' \Rightarrow y = \frac{-a'}{b'}x + \frac{c'}{b'}$$

متقاطع $\quad \frac{-a}{b} \neq \frac{-a'}{b'} \Rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$

موازی $\quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

منطبق $\quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

حل دستگاه خطی معادلات دو مجهولی : روش حذفی ، روش ماتریسی

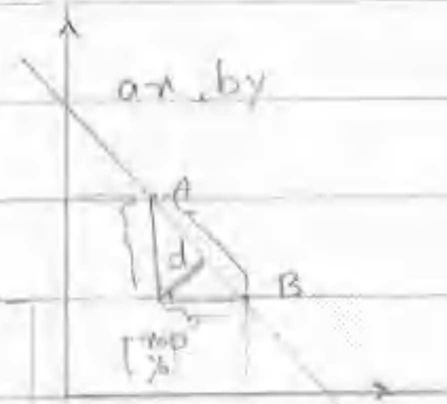
۵ـ فاصله‌ی دو خط موازی

$$+by + c = 0$$

$$+by + c' = 0 \Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۳ـ فاصله‌ی نقطه‌ی $A(x_0,y_0)$ را از خط $ax+by+c=0$ برابر است

با $d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ این رابطه را اثبات کنید.



$ax+by+c=0$

$O'\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$

$ax_0+by+c=0$

$y=\dfrac{-(ax_0+c)}{b}$ $\quad A\begin{bmatrix} x_0 \\ \dfrac{-(ax_0+c)}{b} \end{bmatrix}$

$AO'=\sqrt{\left(y_0+\dfrac{ax_0+c}{b}\right)^2}$

$ax+by_0+c=0$

$x=\dfrac{-(by_0+c)}{a}$ $\quad B\begin{bmatrix} \dfrac{-(by_0+c)}{a} \\ y_0 \end{bmatrix}$

$BO'=\sqrt{\left(x_0+\dfrac{by_0+c}{a}\right)^2}$

$AB=\sqrt{\left(x_0+\dfrac{by_0+c}{a}\right)^2+\left(\dfrac{ax_0+c}{b}+y_0\right)^2}$

$AO'\times BO'=AB\times d$

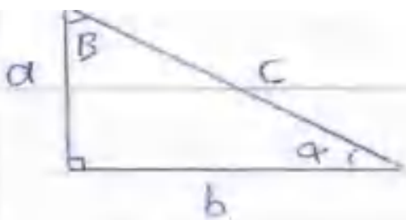
$\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{b}\times\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{a}=d\sqrt{\left(\dfrac{ax_0+by_0+c}{a}\right)^2+\left(\dfrac{ax_0+by_0+c}{b}\right)^2}$

$\dfrac{t}{b}\times\dfrac{t}{a}=\sqrt{\dfrac{t^2}{a^2}+\dfrac{t^2}{b^2}}\times d$ $\qquad \dfrac{t^2}{ab}=\sqrt{\dfrac{b^2t^2+a^2t^2}{a^2b^2}}\times d$

$\dfrac{t^{2-1}}{ab}=\dfrac{t}{ab}\sqrt{a^2+b^2}\times d$ $\qquad d=\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\sin\alpha = \dfrac{\text{ضلع مقابل به } \alpha}{\text{وتر}}$ ، $\dfrac{\text{ضلع مجاور به } \alpha}{\text{وتر}} = \cos\alpha$ ، $\tan\alpha = \dfrac{\text{ضلع مقابل به } \alpha}{\text{ضلع مجاور به } \alpha}$

$\cot\alpha$ معکوس $\tan\alpha$ است.



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$$

$\sin\alpha \times \sin\alpha$

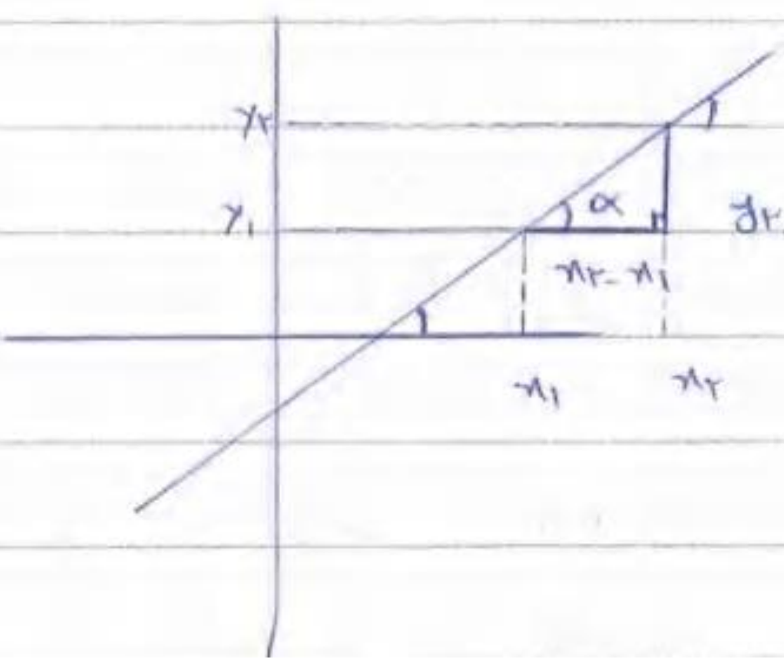
$(\sin\alpha)^2 = \sin^2\alpha$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \quad , \quad \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{\tan\alpha \times \cot\alpha = 1}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \qquad \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = 1 \qquad \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1$$

$$\boxed{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1}$$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

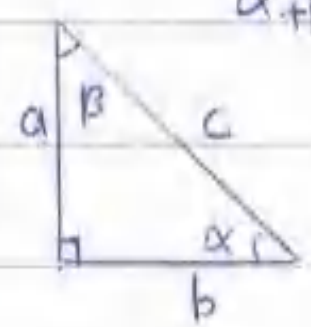
$$\left.\begin{aligned}
&\tan^2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} \\
&\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \\
&\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha
\end{aligned}\right\} \quad \tan^2\alpha = \frac{1-\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$\tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1 \Rightarrow 1 + \tan^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow 1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\cot\alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

$\alpha + \beta = 90^\circ$

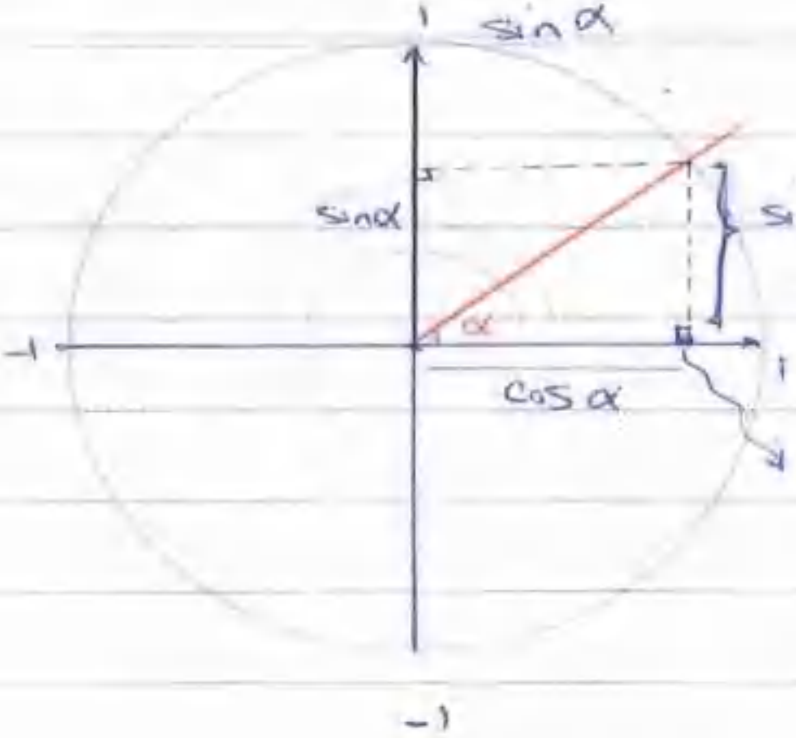


$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$\sin\alpha = \cos\beta$$

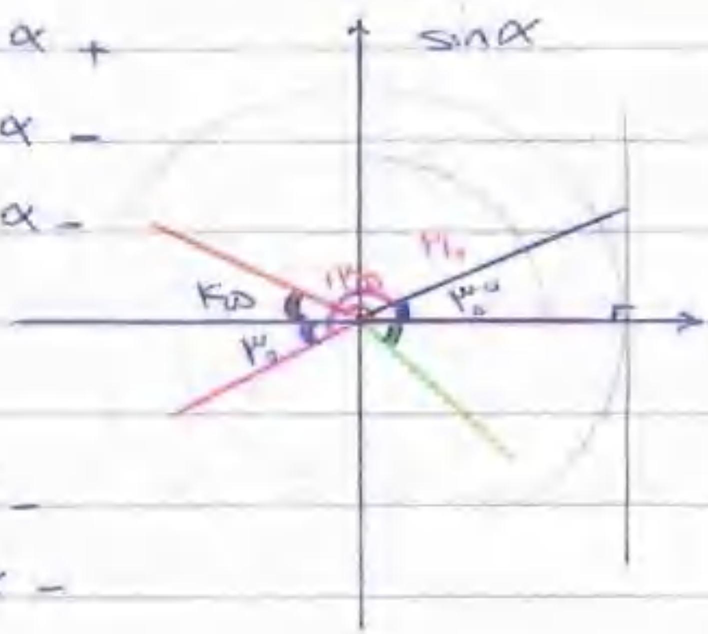
دایره مثلثاتی



$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin\alpha , \cos\alpha \leq 1$

90°	$\sin = 1$	$\cos = 0$
180°	$\sin = 0$	$\cos = -1$
270°	$\sin = -1$	$\cos = 0$
$0, 360^\circ$	$\sin = 0$	$\cos = 1$



$\sin\alpha$ +	$\sin\alpha$ + $\cos\alpha$ +
$\cos\alpha$ −	$\sin\alpha$ + $\tan\alpha$ +
$\tan\alpha$ −	
$\sin\alpha$ −	$\sin\alpha$ −
$\cos\alpha$ −	$\cos\alpha$ +
$\tan\alpha$ +	$\tan\alpha$ −

همسان

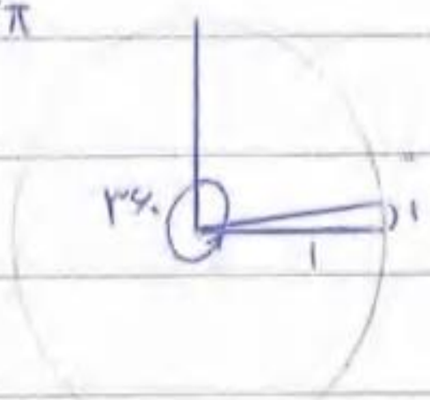
$\sin 45 = \sin 135$ $\quad$ $\sin 30 = -\sin 210$

$\cos 45 = -\cos 135$ $\quad$ $\cos 30 = -\cos 210$

رادیان همه برای دایره با شعاع ۱ cm است.

Rad , rad

$P = ۲\pi r = ۲\pi$



$۳۶۰ \sim ۲\pi$

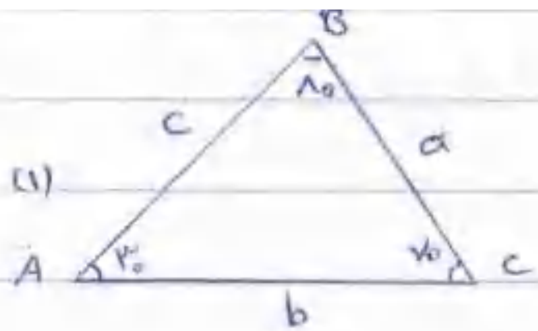
$\pi/۲ = ۹۰$ $\pi/۳ = ۶۰$

رادیان درصد

$\pi/۴ = ۴۵$ $\pi/۶ = ۳۰$

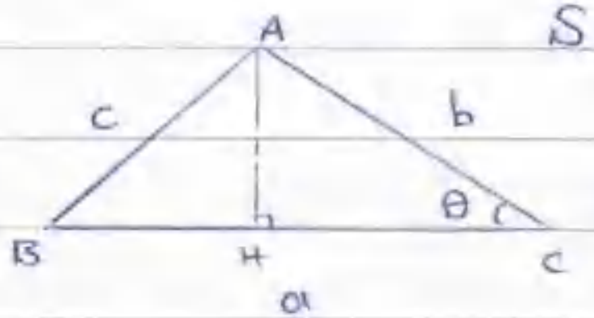
$\pi = ۱۸۰$

قاعده‌ی Sin



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} + \frac{c}{\sin C}$$

$$S = \frac{1}{۲} ab \sin \theta$$

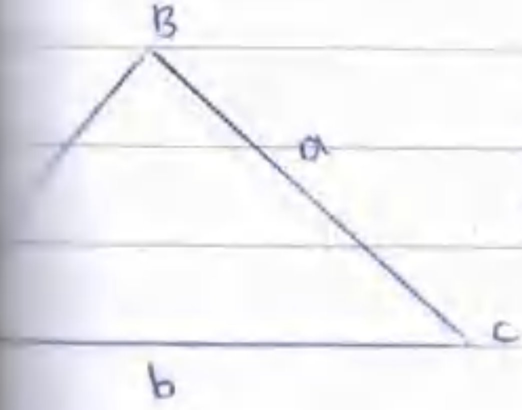


$$\sin \theta = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = b \sin \theta$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{۲} ab \sin \theta$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{1}{۲} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{۲} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{۲} bc \sin \hat{A}$$

$$\frac{\sin \hat{C}}{c} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{a}$$

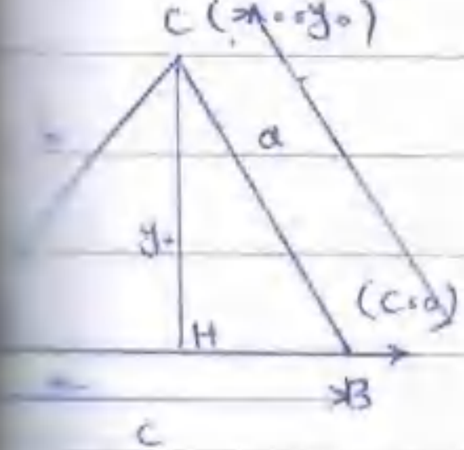


Cos Sinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos \hat{C}$$



$$\cos\theta = \frac{AH}{AC} = \frac{x_0}{b} \Rightarrow x_0 = b\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{CH}{AC} = \frac{y_0}{b} \Rightarrow y_0 = b\sin\theta$$

$$BC = \sqrt{(x_0 - c)^2 + (y_0 - 0)^2}$$

$$\ldots s\theta - c)^2 + (b\sin\theta)^2$$

$$\ldots + c^2 - 2bc\cos\theta + b^2\sin^2\theta$$

$$\ldots + \cos^2\theta) + c^2 - 2bc\cos\theta$$

$$\ldots + c^2 - 2bc\cos\theta$$