

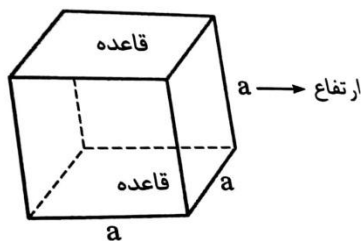
محاسبه حجم های منشوری

حجم منشور: برای به دست آوردن حجم منشور های چند پهلو، باید اول مساحت یکی از قاعده های منشور را پیدا کرده و سپس در طول یکی از یال هایی که دو قاعده را به هم وصل می کنند ضرب کنیم. توجه داشته باشیم که طول هر یال را ارتفاع می نامیم.

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم منشور}$$

$$v = s \times h$$

حجم مکعب:



$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم مکعب}$$

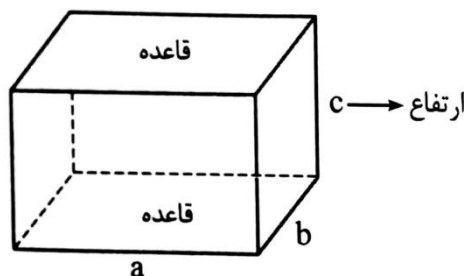
$$v = s \times h$$

$$s \text{ قاعده} = s \text{ مربع} = a \times a$$

$$\text{ارتفاع} = h = a$$

$$\text{حجم مکعب} = \text{ارتفاع} \times \text{قاعده مساحت} = (a \times a) \times a = a^3$$

حجم مکعب مستطیل:



$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعده مساحت} = \text{حجم مکعب مستطیل}$$

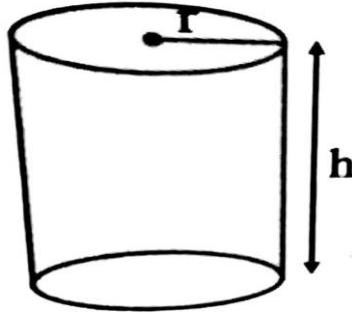
$$v = s \times h$$

$$s = a \times b = \text{مساحت قاعده} = s$$

$$h = c = \text{ارتفاع}$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = (a \times b) \times c = abc$$

حجم استوانه :



$$\text{حجم} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده}$$

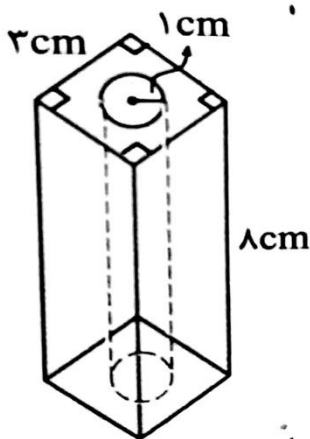
$$v = s \times h$$

$$s = \text{مساحت قاعده} = \text{دایره} = r \times r \times \pi$$

$$h = \text{ارتفاع}$$

$$\text{حجم استوانه} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = (r \times r \times \pi) \times h = r \times r \times \pi \times h$$

مثال : حجم شکل زیر را به دست آورید ($\pi = 3$)



پاسخ:

$$v = s \times h =$$

$s =$ دایره s - مربع

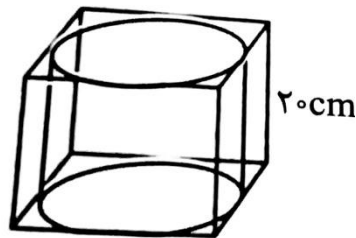
$$s = 1 \times 1 \times 3 = 3 \text{ cm}^2 \quad , \quad s = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$$s = 9 - 3 = 6$$

$$v = s \times h = 6 \times 8 = 48 \text{ cm}^3$$

مثال : در شکل زیر استوانه به مکعب از همه طرف چسبیده است حجم بین استوانه و مکعب چقدر است؟

$$(\pi = 3/14)$$



پاسخ:

$$\text{حجم مکعب} = 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم استوانه} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = 10 \times 10 \times 3/14 \times 20 = 6280 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم بین استوانه و مکعب} = 8000 - 6280 = 1720 \text{ cm}^3$$

سوال : طول ، عرض و ارتفاع یک مکعب مستطیل به ترتیب ۱۵ ، ۱۸ و ۲۱ است. حجم یک منشور با حجم این مکعب مستطیل برابر است . اگر مساحت قاعده این منشور ۲۱۰ باشد ، ارتفاع منشور را به دست آورید؟

پاسخ:

$$\text{حجم مکعب مستطیل} = \text{طول} \times \text{عرض} \times \text{ارتفاع} = 15 \times 18 \times 21$$

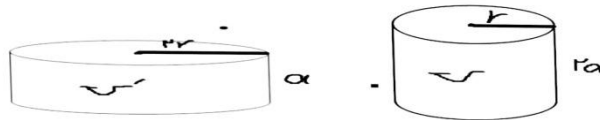
$$\text{ارتفاع} \times 210 = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \text{حجم منشور}$$

$$\text{حجم مکعب مستطیل} = \text{حجم منشور}$$

$$210 \times \text{ارتفاع منشور} = 15 \times 18 \times 21 \rightarrow \text{ارتفاع منشور} = \frac{15 \times 18 \times 21}{210} = 27$$

سوال: دو ظرف استوانه ای مربای توت فرنگی ساخت یک کارخانه در قفسه های یک مغازه قرار دارد. ارتفاع ظرف بلند تر دو برابر ارتفاع ظرف کوتاه تر، شعاع ظرف بلند تر نصف شعاع کوتاه تر است. قیمت ظرف بلندتر ۲۳ هزار تومان و قیمت ظرف کوتاه تر ۴۳ هزار تومان است. کدام را می خرید؟

پاسخ:



$$v' = 2r \times 2r \times \pi \times a = 4r^2\pi a$$

$$v = r \times r \times \pi \times 2a = 2r^2\pi a$$

$$v' = 2v$$

حجم ظرف کوتاهتر ۲ برابر حجم ظرف بلند تر است