

امتحان ۲

۸ خرداد ۱۳۹۵

به نام خدا

به سوالات به طور کامل پاسخ دهید و لازم نیست اگر از قضیه‌ی مشهوری استفاده کردید آن را ثابت کنید.

۱- فرض کنید X یک مجموعه‌ی n عضوی باشد و $P(X)$ مجموعه‌ی همه‌ی زیر مجموعه‌های آن باشد؛ تعداد توابع

$$f : P(X) \rightarrow \{0, 1\}$$

را بیابید که :

$$f(A) + f(B) = f(A \cup B) + f(A \cap B)$$

و مقدار تابع در نقطه‌ی تهی برابر با صفر باشد.

۲- فرض کنید G گرافی ساده باشد که در آن $2n > m$ ثابت کنید در G میتوان مجموعه‌ای شامل حداقل $\frac{2n-m}{4}$ راس انتخاب کرد که هیچ دوتایی از آنها مجاور نباشند. (n تعداد راس‌ها و m تعداد یال‌هاست.)

۳- در یک جمع تعداد دوستان مشترک هر دو نفر فرد است؛ ثابت کنید تعداد کل افراد فرد است.