

- ۱- مقداری گاز ایده آل با حجم ۱.۰ لیتر و فشار ۱.۰ اتمسفر در دمای ۱۰۰ درجه کلوین به دو صورت زیر متحول می شود:
- الف) به صورت تک دما و برگشت پذیر تا فشار نهایی یک اتمسفر منبسط می شود.
- ب) به صورت برگشت پذیر و بی دردد (آدیاباتیکی و رورسیبل) تا فشار نهایی یک اتمسفر منبسط می شود.
- برای هر یک از دو تحول فوق، ۱- حجم نهایی سیستم، ۲- کار انجام شده به وسیله سیستم، ۳- گرمای وارد شده یا خارج شده از سیستم و ۴- تغییرات انرژی داخلی و انتالپی سیستم را محاسبه کنید. (برای این گاز ظرفیت گرمایی مولی $C_V = 1.5R$)

حل: در حل مسائل ابتدا داده های مسئله را خلاصه نویسی می کنیم

گاز ایده آل $\leftarrow V_1 = 1.0 \text{ Lit}, P_1 = 1.0 \text{ atm}, T_1 = 100^\circ \text{K}, P_2 = 1.0 \text{ atm}$

تک دما و برگشت پذیر $\leftarrow C_V = 1.5R$

بی دردد و برگشت پذیر $\leftarrow$

$\Delta H = ?$ $\Delta U = ?$ $q = ?$ $w = ?$ $V_2 = ?$

به طور کلی در حل مسائل ابتدا حالت اولیه و حالت نهایی سیستم را مشخص می کنیم متغیر از حالت اولیه مقدار (P_1, T_1, V_1, n) بوده و حالت نهایی مقدار (P_2, T_2, V_2) می باشد. چون سیستم های مورد بررسی معمولاً بسته می باشد مقدار n ثابت می باشد. از ایده آل بودن گاز متوجه می شویم که معادله حالت $PV = nRT$ پس برای قسمت الف داریم:

حالت اولیه $\leftarrow$ $P_1 = 1.0 \text{ atm}$ $V_1 = 1.0 \text{ lit}$ $T_1 = 100^\circ \text{K}$ $n = ?$

$P_1 V_1 = nRT_1$ $n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{1.0 \times 1.0}{1.0 \times 8.314} = 12.19 \text{ mol}$ $\boxed{n = 12.19 \text{ mol}}$

حالت ثانویه یا نهایی $\leftarrow$ $P_2 = 1 \text{ atm}$ $T_2 = T_1 = 100^\circ \text{K}$ $V_2 = ?$ هم دما بودن

$P_2 V_2 = nRT_2$ $V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{12.19 \times 8.314 \times 100}{1} = 1.0 \text{ Lit}$ $\boxed{V_2 = 1.0 \text{ Lit}}$

هم دما بودن سیستم برای ما مفهوم خاصی را دارا می باشد که بهتر است همراه به خاطر داشته باشیم

$T_1 = T_2$ $\Delta U = 0$ $\Delta H = 0$

زیرا تغییرات انرژی داخلی و انتالپی وابسته به دما می باشد. از قانون اول ترمودینامیک داریم

$\Delta U = q - w$ $\Delta U = 0$ $q = w = \int P dV = \int \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$

$q = w = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = 12.19 \times 8.314 \times 100 \ln \frac{1.0}{1.0} = 23.22 \text{ kJ}$

$\boxed{q = w = 23.22 \text{ kJ}}$

برای قسمت دوم هم مانند قسمت اول ابتدا حالت اولیه و حالت نهایی سیستم را تعیین می کنیم

حالت اولیه $\leftarrow$ $P_1 = 1.0 \text{ atm}$ $V_1 = 1.0 \text{ Lit}$ $T_1 = 100^\circ \text{K}$ $n = 12.19 \text{ mol}$

از قسمت قبل محاسبه کردیم $\downarrow$

حالت ثانویه $\leftarrow$ $P_2 = 1 \text{ atm}$ $T_2 = ?$ $V_2 = ?$ $n = 12.19$

چون تحول آدیاباتیکی می باشد می توانیم زیر رابطه خاصه بسرد

$$q = 0$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

پس برای محاسبه V_2 از رابطه بالا استفاده می کنیم و داریم

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow 1.0 \times (1.0)^{1.4} = 1 \times V_2^{1.4} \Rightarrow \boxed{V_2 = 39.8 \text{ Lit}}$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{1 \times 39.8}{12.19 \times 0.082} = 39.82 \text{ K} \quad \boxed{T_2 = 39.82^\circ \text{K}}$$

برای محاسبه بقیه پارامترها داریم

$$\Delta U = q - w = -w = nC_v \Delta T = nC_v (T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = -w = 12.19 \times 1.5 \times 8.314 (39.82 - 100) = -9148 \text{ J}$$

$$\boxed{\Delta U = -w = -9148 \text{ J}}$$

$$\Delta H = nC_p \Delta T = 12.19 \times 2.5 \times 8.314 (39.82 - 100) = -15247 \text{ J}$$

$$\boxed{\Delta H = -15247 \text{ J}}$$

۲- سیستمی از ۷.۱۴ گرم گاز نئون با دمای صفر درجه سانتی گراد و فشار یک اتمسفر تشکیل شده است. چنانچه در فشار ثابت، ۲۰.۲۵ ژول گرما به سیستم بدهیم در اثر انبساط گاز، سیستم ۸۱۰ ژول کار انجام خواهد داد. مطلوبست محاسبه ی الف- حالت اولیه سیستم، ب- حالت نهایی سیستم ج- ΔU و ΔH در فرایند فوق و د- C_p و C_v برای گاز نئون. (رفتار گاز را می توان ایده آل فرض کرد و جرم مولی این گاز ۲۰ گرم می باشد.)

حل: مانند مسأله قبل ابتدا داده های مسأله را خلاصه نویسی می کنیم.

$$\text{گاز ایده آل، } m = 7.14 \text{ g، } M = 20، \quad T_1 = 0^\circ \text{C} = 273^\circ \text{K، } P_1 = 1 \text{ atm، } q = 20.25 \text{ J، } w = 810 \text{ J}$$

$$w = 810 \text{ J، گاز منبسط شده است یعنی } V_2 > V_1$$

$$n = ? \quad V_1 = ? \quad V_2 = ? \quad P_2 = ? \quad T_2 = ? \quad \Delta U = ? \quad \Delta H = ? \quad C_p = ? \quad C_v = ?$$

همانطور که گفته شد متغیر از حالت اولیه تعیین (T_1 ، V_1 ، P_1 ، n) می باشد. از ایده آل بودن

$$\boxed{P_1 = 1 \text{ atm}}$$

$$\boxed{T_1 = 273^\circ \text{K}}$$

$$\text{گاز داریم. } PV = nRT$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{7.14}{20} = 0.357 \Rightarrow \boxed{n = 0.357 \text{ mol}}$$

$$P_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow 1 \times V_1 = 0.357 \times 0.082 \times 273 \Rightarrow \boxed{V_1 = 8 \text{ Lit}}$$

فشار ثابت می باشد $P_2 = P_1 = 1 \text{ atm}$

چون فشار ثابت می باشد مقدار کار، معادله شده داده شده است داریم

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad 110 \times \frac{0.082}{8.314} = 1(V_2 - 1)$$

برای تبدیل واحد

$$\Rightarrow V_2 = 17 \text{ Lit}$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2}{nR} = \frac{1 \times 17}{0.357 \times 0.082} = 544^\circ \text{K}$$

$$T_2 = 544^\circ \text{K}$$

چون هم داده شده، هم q می توان مقدار ΔH از قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = q - W$ محاسبه نمود

$$\Delta U = q - W = 2025 - 110 = 1215 \text{ J}$$

$$\Delta U = 1215 \text{ J}$$

چون فرآیند فشار ثابت می باشد می دانیم که در فرآیند فشار ثابت $\Delta H = q_p$ پس داریم

$$\Delta H = q_p = 2025 \text{ J}$$

$$\Delta H = 2025 \text{ J}$$

برای محاسبه C_p و C_v از فرمولهای ΔU و ΔH استفاده می کنیم.

$$\Delta U = nC_v \Delta T \Rightarrow C_v = \frac{\Delta U}{n \Delta T} = \frac{1215}{0.357(544 - 273)} = 12.46 \approx \frac{5}{2} R$$

$$C_v = 12.46 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta H = nC_p \Delta T \Rightarrow C_p = \frac{\Delta H}{n \Delta T} = \frac{2025}{0.357(544 - 273)} = 20.77 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$C_p = 20.77 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \approx \frac{5}{2} R$$

۳- یک مول گاز ایده آل از حالت اولیه با فشار ۱۰ اتمسفر و دمای ۳۰۰ درجه کلوین، تحت تحولات زیر قرار می گیرد

a- در دمای ثابت تا فشار یک اتمسفر منبسط می شود.

b- به طور برگشت پذیر بی دررو تا فشار یک اتمسفر منبسط می شود.

c- در حجم ثابت فشار آن تا یک اتمسفر کاهش می یابد.

تغییر اشتروپی گاز را در هر یک از فرآیندهای فوق محاسبه کنید. ($C_v = 1.5R$)

مشابه حالت قبل ابتدا داده های مسئله را خلاصه نویسی می کنیم.

گاز ایده آل، $n = 1 \text{ mol}$ ، $p_i = 1.0 \text{ atm}$ و $T_i = 300^\circ \text{K}$

a) $T_i = T_f = 300^\circ \text{K}$ $p_f = 1 \text{ atm}$ $\Delta S = ?$

b) $q = 0$ $p_f = 1 \text{ atm}$ $\Delta S = ?$

c) $w = 0$ $p_f = 1 \text{ atm}$ $\Delta S = ?$

مشابه مسئله های قبل برای هر نسبت مسئله ابتدا حالت اولیه را مشخص کرده پس از آن به حساب

ΔS می پردازیم

a) $n = 1$ $p_i = 1.0 \text{ atm}$ $T_i = 300^\circ \text{K}$ $V_i = ?$

$p_i V_i = n R T_i$ $V_i = \frac{n R T_i}{p_i} = \frac{1 \times 8.314 \times 300}{1} = 2.49 \text{ Lit}$

$V_i = 2.49 \text{ Lit}$

حالت ثانویه $n = 1$ $p_f = 1 \text{ atm}$ $T_f = T_i = 300^\circ \text{K}$ $V_f = ?$

$V_f = \frac{n R T_f}{p_f} = \frac{1 \times 8.314 \times 300}{1}$ $V_f = 2.49$

$du = \delta q_{\text{rev}} - p dv$ $\Rightarrow du = 0 \Rightarrow \delta q = p dv$

$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta q}{T} = \int_{V_i}^{V_f} p \frac{dv}{T} = n R \ln \frac{V_f}{V_i} = n R \ln \frac{p_i}{p_f}$

$\Delta S = 1 \times 8.314 \ln \frac{1.0}{1} = 19.14 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$\Delta S_a = 19.14 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

b) فرآیند آدیاباتیک یابی در دماسنج باشد در نتیجه تبادل گرمایی نداریم و

تغییرات انتروپی برگشت پذیر صفر می باشد $\Delta S_b = 0$

c) $C_v = 1.5 R$ $p_f = 1 \text{ atm}$ $V_f = V_i$ $T_f = \frac{p_f V_f}{n R} \Rightarrow T_f = 300^\circ \text{K}$ $\Delta u = q - w$

$\Delta u = q$ $\delta q_{\text{rev}} = n C_v dT$

$\Delta S_c = \int_{T_i}^{T_f} \frac{\delta q_{\text{rev}}}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{n C_v dT}{T} = n C_v \ln \frac{T_f}{T_i}$

$V_i = 2.49 \text{ Lit}$ ، $p_i = 1.0 \text{ atm}$
 $T_i = 300^\circ \text{K}$ حالت اولیه

$\Delta S_c = 1 \times 1.5 R \ln \frac{300}{300} = -28.16 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

$\Delta S_c = -28.16 \frac{\text{J}}{\text{K}}$

۴- در مول گاز ایده آل در یک محفظه بی در و با فشار ۳۰ اتمسفر و دمای ۲۹۸ درجه کلوین نگهداری می شود فشار ناگهان به ۱۰ اتمسفر کاهش می یابد و گاز تحت یک تحول برگشت ناپذیر و بی در و منبسط می شود که در نتیجه آن ۲۰۰۰ ژول کار انجام می گیرد. اولاً نشان دهید هرگاه اینبساط از ۳۰ اتمسفر به ۱۰ اتمسفر به صورت برگشت ناپذیر انجام شود دمای نهایی گاز از مقدار آن در تحول برگشت پذیر کمتر است. ثانیاً مقدار انرژی تولید شده در تحول برگشت پذیر را محاسبه نماید.

مشابه مسائل قبل ابتدا داده های مسئله را خلاصه نویسی می کنیم.

$n = 2 \text{ mol}$ برگشت ناپذیر = ناگهان
 سیستم کار انجام $w = 2000 \text{ J}$ اینبساط یعنی $V_2 > V_1$
 می دهد پس علامت نامثبت است.

$P_1 = 3.0 \text{ atm}$
 $P_2 = 1.0 \text{ atm}$
 $T_1 = 298^\circ \text{K}$
 $q = 0$ محفظه بی در و

$\Delta S_{\text{irrev}} = ?$
 $T_2 = ?$ و $T_2 < T_1$ در حالت برگشت پذیر
 ΔS_{rev} برگشت پذیر

محفظه بی در و یا آدیاباتیک یعنی محفظه ای که هیچ تبادل حرارتی با محیط ندارد. از طرفی تحولات برگشت ناپذیر گرمایی می باشد که انرژی کل (انرژی جهان) را افزایش خواهد داد پس چون سیستم هیچ تبادل گرمایی با محیط ندارد گرمایی که در سیستم تولید می شود (به علت برگشت ناپذیر بودن فرایند) صرف افزایش دمای سیستم می گردد و نهایتاً دمای به دست آمده (در فرایند برگشت پذیر بیشتر از فرایند برگشت پذیر می شود). اما در کل چون گاز مقدار ۲۰۰۰ ژول کار نیز انجام می دهد دمای به دست آمده در حالت ثانویه در هر دو حالت (چه برگشت پذیر چه برگشت ناپذیر) کمتر از دمای اولیه سیستم خواهد شد.

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{2 \times 8.314 \times 298}{3.0} = 1.63 \text{ Lit}$$

$$V_1 = 1.63 \text{ Lit}$$

اگر فرایند به صورت برگشت پذیر انجام شود

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad 3.0 (1.63)^{\frac{5}{3}} = 1.0 (V_2)^{\frac{5}{3}}$$

$$V_2 = 3.152 \text{ Lit}$$

$$P_2 = 1.0 \text{ atm}$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{1.0 \times 3.152}{2 \times 8.314}$$

$$T_2 = 192^\circ \text{K} \rightarrow \text{برگشت پذیر}$$

اگر فرایند به صورت برگشت ناپذیر انجام شود داریم

$$\Delta U = q - w \quad q = 0 \quad \Delta U = -w = -2000 \text{ J} = nC_v(T_2 - T_1) = 2 \times \frac{5}{2} \times 8.314 (T_2 - 298)$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \Rightarrow V_2 = 3.57 \text{ Lit}$$

$$\frac{n}{P_2} = \frac{2}{1.0 \text{ atm}}$$

$$\Rightarrow T_2 = 217.8^\circ \text{K} \rightarrow \text{برگشت ناپذیر}$$

$$\Delta S_{\text{irrev}} = \Delta S_{\text{rev}} = nC_v \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1} = 2 \times \frac{5}{2} \times 8.314 \ln \frac{217.8}{298} + 2 \times 8.314 \ln \frac{3.57}{1.63}$$

$$\Delta S = 5.22 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

برگشت ناپذیر

۵- یک مول گاز کامل در دمای ۱۰۰ درجه کلوین، ۱۰ لیتر حجم دارد. اگر در دمای ثابت، فشار روی این گاز ناگهان ده برابر گردد، مقدار کار و تغییر انرژی سیستم را حساب کنید؟

خلاصه نویسی داده های مسأله

$n = 1 \text{ mol}$ گاز کامل $T_i = 100^\circ \text{K}$ $V_i = 10 \text{ Lt}$ $T_f = T_i$ $P_f = 10 P_i$ $w = ?$
 $\Delta S = ?$

ناگهانی بودن یعنی برگشت ناپذیر بودن

حالت اولیه $P_i V_i = n R T_i$ $P_i = \frac{n R T_i}{V_i} = \frac{1 \times 0.082 \times 100}{10} = 0.82 \text{ atm}$ $P_i = 0.82 \text{ atm}$
حالت ثانویه $T_f = T_i \Rightarrow$ $T_f = 100^\circ \text{K}$ $P_f = 10 P_i$ $P_f = 8.2 \text{ atm}$
 $T_i = 100^\circ \text{K}$
 $V_i = 10 \text{ Lt}$

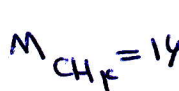
$P_f V_f = n R T_f$ $V_f = \frac{n R T_f}{P_f} = \frac{1 \times 0.082 \times 100}{8.2} = 1 \text{ Lt}$
 $V_f = 1 \text{ Lt}$

$T_f = T_i$ $w = \int p dV = \int \frac{n R T}{V} dV = n R T \ln \frac{V_f}{V_i} = 1 \times 8.314 \times 100 \times \ln \frac{1}{10} = -1914 \text{ J}$

$\Delta S_{\text{irrev}} = n R \ln \frac{V_f}{V_i} = 1 \times 8.314 \times \ln \frac{1}{10} = -19.14 \text{ J/K}$ $\Delta S = -19.14$

چون فشار ناگهان تغییر کرده فشار ثانویه است که برابر با کار انجام داده است $w = P_f \Delta V = 8.2 (1 - 10) = -74.8 \text{ J}$

۶- ۴ گرم گاز کامل متان در داخل یک سیلندر در حالت متادله قرار دارد به طوری که دمای آن برابر ۳۱۰ درجه کلوین و حجم آن ۱۲٫۷ لیتر است و پیستون بالای آن نیز فشاری برابر ۰٫۲۴۶ اتمسفر برقرار دارد می‌کند. چنانچه با کاهش ناگهانی فشار روی گاز به مقدار ۰٫۲۴۶ اتمسفر، طی یک فرایند انبساط هم دما، حجم نهایی متادله گاز به ۱۶ لیتر برسد، کار انجام شده و تغییرات انرژی گاز را طی فرایند حساب کنید.



این سؤال مانند سؤال قبل حل می‌شود.

حالت اولیه $m = 4.5 \text{ gr}$ $M = 16$ $T_i = 310^\circ \text{K}$ $V_i = 12.7 \text{ Lt}$ $P_i = 0.82 \text{ atm}$
حالت ثانویه $T_f = T_i = 310^\circ \text{K}$ $V_f = 16 \text{ Lt}$ $P_f = 0.246 \text{ atm}$

چون فرایند برگشت ناپذیر است این فشار ثانویه است که برای ما کار انجام می‌دهد.

$w_{\text{irrev}} = P_f \Delta V = P_f (V_f - V_i) = 0.246 (16 - 12.7) \times \frac{8.314}{0.082} = 88 \text{ J}$

$n = \frac{m}{M} = \frac{4.5}{16} = 0.28$ $n = 0.28 \text{ mol}$

بر تبدیل واحد

$w = 88 \text{ J}$

$\Delta S = n R \ln \frac{V_f}{V_i} = 0.28 \times 8.314 \times \ln \frac{16}{12.7} = 0.54 \text{ J/K}$

$\Delta S = 0.54 \text{ J/K}$

۷- محفظه‌ای آریاباتیگ توسط تیغه‌ای به دو قسمت مساوی با حجم ۷ تقسیم شده است. در یک طرف ۶ گرم گاز کامل A با دمای T و در طرف دیگر نیز ۶ گرم گاز کامل B با دمای T قرار دارد. مطلوب است محاسبه تغییرات انتروپی سیستم وقتی که تیغه برداشته شود.

$$M_B = 20 \frac{\text{gr}}{\text{mol}} \quad M_A = 40 \frac{\text{gr}}{\text{mol}}$$

خلاصه نویسی داده‌های مسئله

$$\begin{aligned} \tilde{U}_A &= \tilde{U}_B & m_A &= 60 \text{ gr} & T_A &= T & m_B &= 60 \text{ gr} & T_B &= T \\ M_A &= 40 \frac{\text{gr}}{\text{mol}} & M_B &= 20 \frac{\text{gr}}{\text{mol}} \end{aligned}$$

$$\tilde{U}_A = \tilde{U}_B \Rightarrow q = 0$$

همانطور که در درس گفته شد می‌توانیم در روش محاسبه نمود ΔS_{conf} و ΔS_{th} در نهایت با جمع آنها ΔS_{total} حساب می‌شود.

$$\Delta S_{\text{conf}} = -R(n_A \ln X_A + n_B \ln X_B)$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$X_A = \frac{n_A}{n_t}$$

$$X_B = \frac{n_B}{n_t}$$

$$n_A = \frac{60}{40} = 1.5 \text{ mol}$$

$$n_B = \frac{60}{20} = 3 \text{ mol}$$

$$X_A = \frac{1.5}{1.5+3} = \frac{1}{3}$$

$$X_B = \frac{3}{1.5+3} = \frac{2}{3}$$

$$\Delta S_{\text{conf}} = -R \left(1.5 \ln \frac{1}{3} + 3 \ln \frac{2}{3} \right)$$

همانطور که می‌دانیم $(\ln ab = \ln a + \ln b, \ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b)$

$$\Delta S_{\text{conf}} = -R(1.5(\ln 1 - \ln 3) + 3(\ln 2 - \ln 3)) = -R(3 \ln 2 - 4.5 \ln 3)$$

$$\Delta S_{\text{conf}} = 4.5R \ln 3 - 3R \ln 2$$

انتروپی صراحتی و تغییر دیاور را در شرایط تعادل بررسی می‌کنیم. باید عبارتی چنانچه در طرف دیواره از یک نوع جزی اتم تشکیل شده باشد می‌توان با نسبت گرفتن مکان تعادلی را محاسبه نمود.

قبل از تعادل

1.5 مول A	3 مول B
V	V

1.5 مول A	3 مول B
X	Y

کل گاز A 1.5
مجموع 4.5
 $X = ?$

$$X = \frac{1.5 \times 1.5}{4.5} = \frac{1}{3}$$

پس حجم ثانویه انتهای A، $\frac{1}{3}(4V)$ می‌باشد. برای انتهای B می‌توان این حجم را از حجم کل 4V کم کرد. دریا به نسبت مناسب برقرار کرد.

$$Y = \frac{4V \times 3}{4.5} = \frac{2}{3}(4V)$$

$$4V - \frac{2}{3}4V = \frac{2}{3}4V$$

$$Y = \frac{2}{3}4V$$

حجم ثانویه انتهای B

$$\Delta S_{th} = \Delta S_{thA} + \Delta S_{thB}$$

$$\Delta S_{th} = nC \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

دما ثابت

$$\Delta S_{thA} = 1,5R \ln \frac{V_f}{V_i} = 1,5R \ln \frac{\frac{1}{3}(2V)}{V} = 1,5R \ln \left(\frac{2}{3} \right) = 1,5R (\ln 2 - \ln 3)$$

$$\Delta S_{thB} = 3R \ln \frac{V_f}{V_i} = 3R \ln \frac{\frac{1}{3}(2V)}{V} = 3R \ln \frac{2}{3} = 3R (\ln 2 - \ln 3)$$

$$\Delta S_{th} = 1,5R \ln 2 - 1,5R \ln 3 + 3R \ln 2 - 3R \ln 3$$

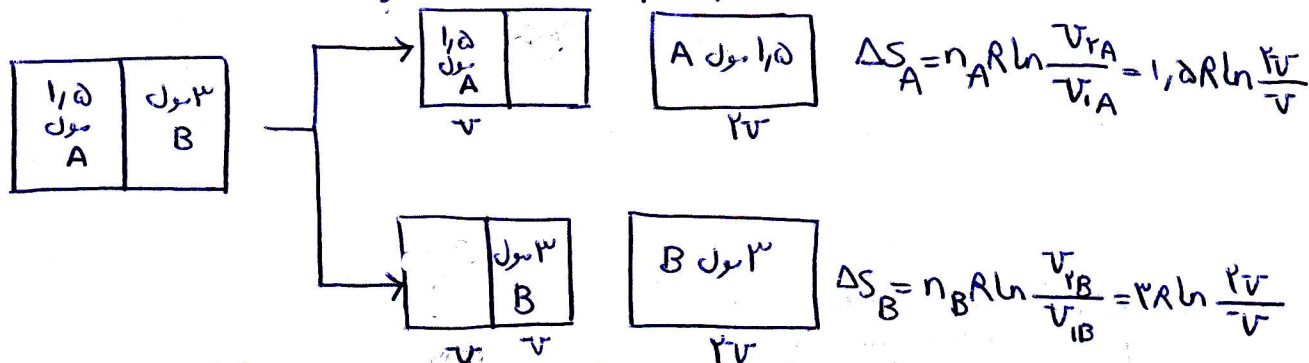
$$\ln 4 = \ln(2 \times 2) = \ln 2 + \ln 2 = 2 \ln 2$$

$$\Delta S_{th} = 4,5R \ln 2 - 4,5R \ln 3$$

$$\Delta S_{total} = \Delta S_{th} + \Delta S_{conf} = 4,5R \ln 3 - 3R \ln 2 + 4,5R \ln 2 - 4,5R \ln 3 = 4,5R \ln 2$$

$$\Delta S_{total} = 4,5R \ln 2$$

روش دوم: در این روش فرض می‌کنیم جزء دوم وجود ندارد و استرین هر جزء را به طور مستقل حساب می‌کنیم



$$\Delta S_{total} = \Delta S_A + \Delta S_B = 1,5R \ln 2 + 3R \ln 2 = 4,5R \ln 2$$

۸ - تغییرات استرین ناشی از جدا کردن نیتروژن و اکسیژن را در ظرف با حجم برابر برای ۵ مول هوا محاسبه کنید؟

همانطور که می‌دانیم یک مول هوا از ۰,۲۱ مول نیتروژن و ۰,۷۹ مول اکسیژن تشکیل شده است.

$$V_i = V_f$$

$$n = 5 \text{ mol هوا}$$

$$X_{N_2} = 0,21$$

$$X_{O_2} = 0,79$$

خلاصه نویسی داده‌های مسأله

روش اول

$$\Delta S_{confi} = -R [n_A \ln x_A + n_B \ln x_B]$$

$$n_{O_2} = 0,21 \times 5 = 1,05 \text{ mol}$$

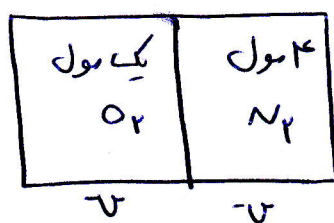
$$n_{N_2} = 0,79 \times 5 = 3,95 \text{ mol}$$

$$\Delta S_{confi} = -R \left[1 \ln \frac{1}{4} + 4 \ln \frac{1}{4} \right] = 5R \ln 4 - 4R \ln 4$$

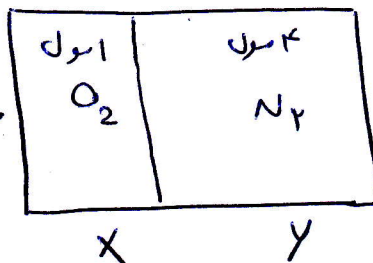
$$\ln \frac{1}{4} = \ln 1 - \ln 4 = -\ln 4$$

$$\ln \frac{1}{4} = \ln \frac{1}{4} = \ln 4 - \ln 4$$

قبل از تعادل



بعد از تعادل



1 مول O_2 در X و 2 مول N_2 در Y

$$X = \frac{1}{3}V$$

2 مول N_2 در Y و 1 مول O_2 در X

$$Y = \frac{2}{3}V$$

$$\Delta S_{th} = \Delta S_{O_2} + \Delta S_{N_2}$$

$$\Delta S_{O_2} = nR \ln \frac{V_{f,O_2}}{V_{i,O_2}} = R \ln \frac{\frac{1}{3}V}{V} = R \ln \frac{1}{3}$$

$$\Delta S_{N_2} = nR \ln \frac{V_{f,N_2}}{V_{i,N_2}} = 2R \ln \frac{\frac{2}{3}V}{V} = 2R \ln \frac{2}{3}$$

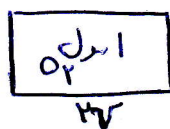
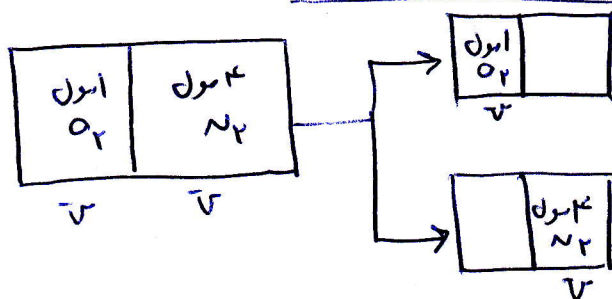
$$\Delta S_{th} = R \ln \frac{1}{3} + 2R \ln \frac{2}{3} = R \ln 2 - R \ln 3 + 2R \ln 2 - 2R \ln 3$$

$$\boxed{\ln 2 = 3 \ln 2} \Rightarrow 13R \ln 2 - 2R \ln 3$$

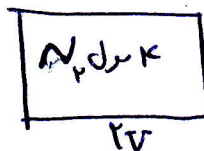
$$\Delta S_{total} = \Delta S_{th} + \Delta S_{gen} = 13R \ln 2 - 2R \ln 3 + 2R \ln 3 - 2R \ln 2$$

$$\boxed{\Delta S_{total} = 2R \ln 2}$$

$$\boxed{\Delta S_{جداش} = -2R \ln 2}$$



$$\Delta S_{O_2} = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 1 \times R \ln \frac{V}{V} = R \ln 1$$



$$\Delta S_{N_2} = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 2 \times R \ln \frac{V}{V} = 2R \ln 1$$

$$\Delta S_{total} = 2R \ln 2$$

$$\boxed{\Delta S_{جداش} = -2R \ln 2}$$

۹- در محفظه‌ای طبق شکل به حجم ۳۷، گازهای کامل A و B قرار دارند و توسط دیواره‌ای به دو بخش مجزا به حجم ۷ و ۲۷ تقسیم شده‌اند، اگر دیواره بین دو بخش ناگهان پاره شود و گازهای در طرف مخلوط شوند تغییرات انتروپی کل را محاسبه کنید.

این مسئله با دو مسئله قبل تفاوت دارد در هر بخش از هر دو نوع اتم وجود دارد پس در هر بخش قبل از برداشتن دیواره انتروپی و صغیتی ایجاد می‌شود که ابتدا این انتروپی محاسبه می‌گردد. پس از آن دیواره برداشته می‌شود و انتروپی و صغیتی را در این صغیت حساب می‌کنیم. در نهایت این در انتروپی از هم کم می‌شود تا انتروپی و صغیتی محفظه حساب شود با این تفریق در واقع ما حالت‌های مشترک را که آیا در محاسبات فاس آید حذف می‌کنیم.

۲ مول A	۱ مول A
۱ مول B	۲ مول B
۲۷	۷

قبل از برداشتن دیواره ← $\Delta S_{conf_i} = -R \sum n_i \ln x_i$

$$n_{1A} = 1 \text{ mol} \quad n_{1B} = 2 \text{ mol} \quad n_{2A} = 2 \text{ mol} \quad n_{2B} = 1 \text{ mol}$$

$$x_{1A} = \frac{1}{3} \quad x_{1B} = \frac{2}{3} \quad x_{2A} = \frac{2}{3} \quad x_{2B} = \frac{1}{3}$$

$$\Delta S_{conf_i} = -R \left(1 \times \ln \frac{1}{3} + 2 \ln \frac{2}{3} + 2 \ln \frac{2}{3} + 1 \times \ln \frac{1}{3} \right)$$

$$-R \left(2 \ln \frac{1}{3} + 4 \ln \frac{2}{3} \right) = 6R \ln 3 - 4R \ln 2$$

۳ مول A	۳ مول B
---------	---------

بعد از برداشتن دیواره ←

$$n_A = 3 \text{ mol} \quad x_A = \frac{1}{2}$$

$$n_B = 3 \text{ mol} \quad x_B = \frac{1}{2}$$

$$\Delta S_{conf_f} = -R (n_A \ln x_A + n_B \ln x_B) = -R (3 \ln \frac{1}{2} + 3 \ln \frac{1}{2}) = 6R \ln 2$$

$$\Delta S_{conf_i} = \Delta S_{conf_f} - \Delta S_{conf_i} = 6R \ln 2 - 6R \ln 3 + 4R \ln 2 = 10R \ln 2 - 6R \ln 3$$

$$\Delta S_{conf_i} = 10R \ln 2 - 6R \ln 3$$

تغییرات انتروپی حرارتی: محاسبه انتروپی حرارتی مشابه در مثال قبل می‌باشد زیرا در هر بخش درجه حرارت وجود دارد. برای محاسبه حجم ثانویه در هر مورد ابتدا مولهای هر بخش را با هم جمع می‌کنیم با فرض اینکه هم چنین باشد و حجم ثانویه را برابر هر بخش محاسبه می‌کنیم به شیره قبل. این حجم به دست آمده برابر هر کدام از اجزای آن بخش به کار می‌رود آن گاه می‌توانیم انتروپی حرارتی را حساب کنیم.

۲ مول A	۱ مول A
۱ مول B	۲ مول B
۲۷	۷

فرض می‌کنیم →

۳ مول C	۳ مول D
X	Y

امول A و ۲ مول B سمت چپ محفظه را با هم جیج می‌کنیم و ۳ مول C نام گذاری می‌کنیم
 ۲ مول A و ۱ مول B سمت راست محفظه را با هم جیج می‌کنیم و ۳ مول D نام گذاری می‌کنیم
 حال مشابه حالت قبل X و Y را جیج می‌کنیم X حجم ثانویه اجزاء سمت چپ محفظه می‌شود و
 Y حجم ثانویه اجزاء سمت راست محفظه می‌باشد.

۳ مول کل محفظه
 ۳ مول C
 X

$$X = \frac{3 \times 3V}{6} = \frac{3}{2}V$$

۳ مول کل محفظه
 ۳ مول D
 Y

$$Y = \frac{3 \times 3V}{6} = \frac{3}{2}V$$

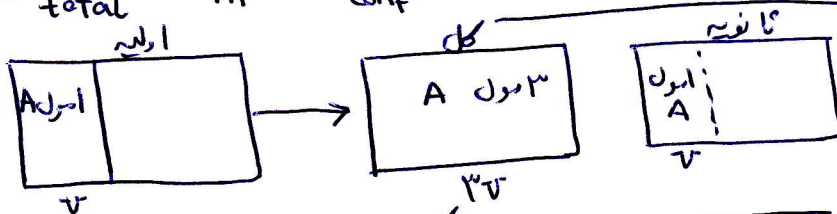
$$\Delta S_{th} = \Delta S_{A1} + \Delta S_{B1} + \Delta S_{A2} + \Delta S_{B2} = R \ln \frac{\frac{3}{2}V}{V} + 2R \ln \frac{\frac{3}{2}V}{V} + 2R \ln \frac{\frac{3}{2}V}{2V} + R \ln \frac{\frac{3}{2}V}{\frac{3}{2}V}$$

$$= R \ln \frac{3}{2} + 2R \ln \frac{3}{2} + 2R \ln \frac{3}{4} + R \ln \frac{3}{3} = 3R \ln \frac{3}{2} + 3R \ln \frac{3}{4}$$

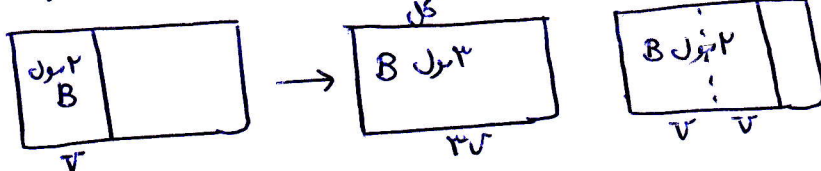
$$= 3R(\ln 3 - \ln 2) + 3R(\ln 3 - \ln 4) = 3R \ln 3 - 3R \ln 2 + 3R \ln 3 - 3R \ln 4$$

$$= 6R \ln 3 - 9R \ln 2$$

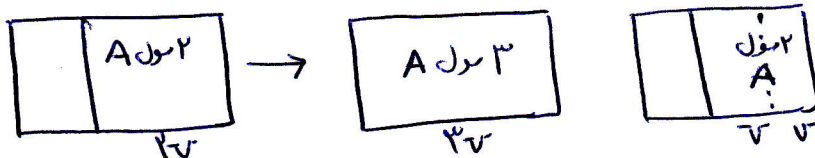
$$\Delta S_{total} = \Delta S_{th} + \Delta S_{conf} = 6R \ln 3 - 9R \ln 2 + 1.0R \ln 2 - 4R \ln 2 = R \ln 2$$



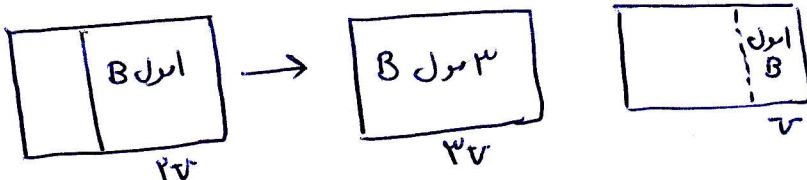
$$\Delta S_{A1} = R \ln \frac{V}{V} = 0$$



$$\Delta S_{B1} = 2R \ln \frac{2V}{V} = 2R \ln 2$$



$$\Delta S_{A2} = 2R \ln \frac{2V}{2V} = 0$$



$$\Delta S_{B2} = R \ln \frac{2V}{2V} = R \ln 1 = -R \ln 2$$

$$\Delta S_{total} = \Delta S_{A1} + \Delta S_{B1} + \Delta S_{A2} + \Delta S_{B2} = 0 + 2R \ln 2 + 0 - R \ln 2 = R \ln 2$$

$$\Delta S = R \ln 2$$