

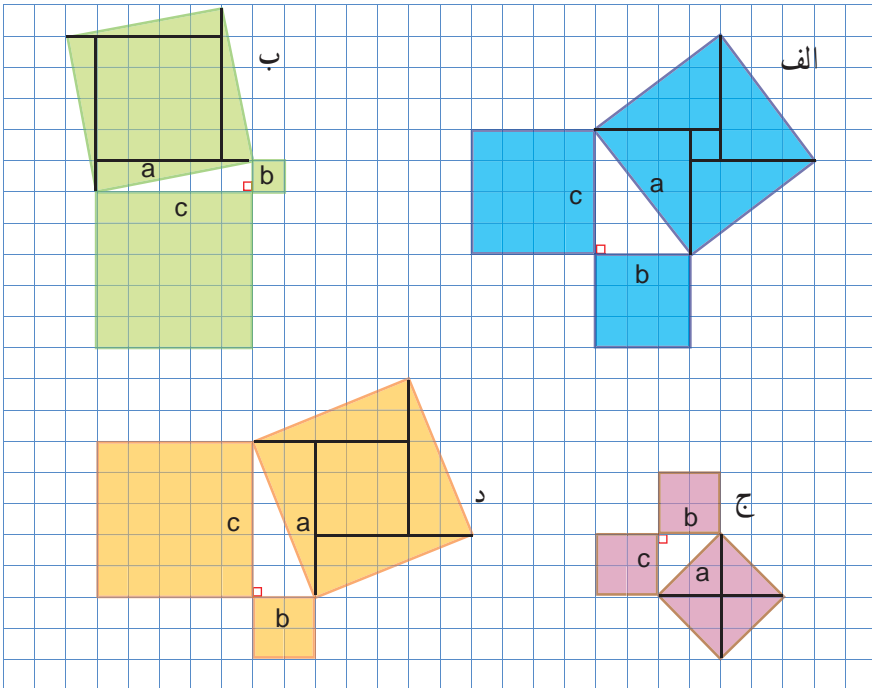
قُلْ سِيرُوا فِي الْأَرْضِ فَانظُرُوا كَيْفَ بَدَأَ الْخَلْقَ ... (سوره عنكبوت آیه ۲۰)



خداوند در جهان هستی نشانه‌هایی خلق کرده است و همواره تفکر و تعقل درباره آنها را از انسان خواسته است.



۱- روی هر ضلع مثلث‌های قائم الزاویه زیر یک مربع رسم کرده‌ایم. با شمارش مربع‌های شطرنجی، مساحت هر کدام از مربع‌های ساخته شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.



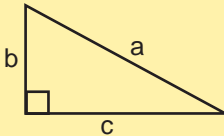
مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $a$ (وتر): $a^2$	مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $b$ : $b^2$	مساحت مربع ساخته شده روی ضلع $c$ : $c^2$	
۲۵	۹	۱۶	الف
			ب
			ج
			د

بین عددهای هر سطر چه ارتباطی مشاهده می‌کنید؟

۲- به هر یک از شکل‌های زیر با دقت نگاه کنید. در هر شکل روشی برای نمایش دادن رابطه میان مساحت مربع‌های تشکیل شده روی ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه آمده است. شما هم روی کاغذ، یک مثلث قائم‌الزاویه رسم کنید و روی هر ضلع آن مربعی تشکیل دهید. سپس، با استفاده از یکی از این روش‌ها مربع‌های ساخته شده روی دو ضلع کوچک آن را طوری به قطعه‌های کاغذی تقسیم کنید که بتوان با این قطعه‌ها مربع روی وتر را کاملاً پوشاند.



رابطه میان مجذور (مربع) اندازه ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه، به **رابطه فیثاغورس** معروف است. این رابطه بیان می‌کند که در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر برابر است.

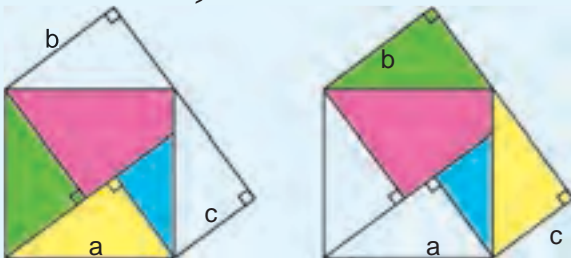


$$a^2 = b^2 + c^2$$

عکس این رابطه هم درست است؛ یعنی، اگر در مثلثی مجذور یک ضلع با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر آن برابر شد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

### خواندنی

ابوالعباس نیریزی، ریاضی‌دان ایرانی، در حدود هزار سال پیش درستی رابطه فیثاغورس را به صورت زیر نشان داد.

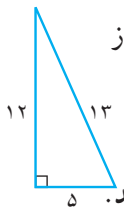
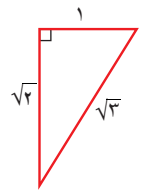
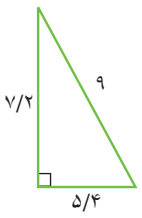


در شکل، چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت دیده می‌شود.

در سمت راست، مساحت دو مربعی را که روی ضلع‌های زاویه قائمه مثلث ساخته شده‌اند، و در سمت چپ مربعی را که روی وتر ساخته شده است، رنگ کرده‌ایم. چرا مساحت ناحیه رنگی در این دو شکل برابر است؟

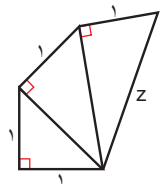
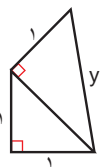
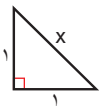
۱- تعریف هم‌نهشتی در صفحه ۸۸ داده شده است.

# کارد در کلاس



۱- درستی رابطه فیثاغورس را در هر یک از مثلث های قائم الزاویه زیر بررسی کنید.

۲- به ترتیب طول  $x$ ،  $y$  و  $z$  را به دست آورید.

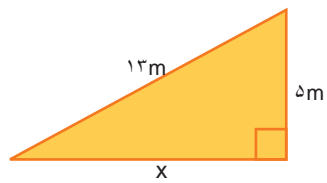


## فعالیت



۱- در هر مثلث قائم الزاویه، اندازه دو ضلع داده شده است. اندازه ضلع مجهول را

مانند نمونه پیدا کنید.

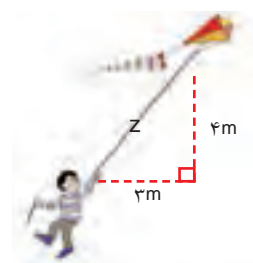


$$13^2 = x^2 + 5^2$$

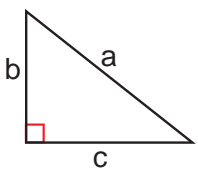
$$169 = x^2 + 25$$

$$x^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = 12$$



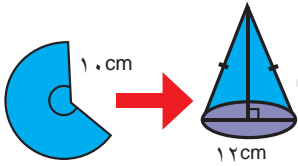
۲- تساوی های جبری زیر را کامل کنید.



$$a^2 = \text{---} + \text{---}$$

$$b^2 = \text{---} - \text{---}$$

$$c^2 = \text{---} - \text{---}$$



## کار در کلاس



۱- علی با قسمتی از دایره‌ای به شعاع  $10$  سانتی متر، مخروطی به قطر قاعده  $12$  سانتی متر ساخته است. ارتفاع این مخروط چقدر است؟

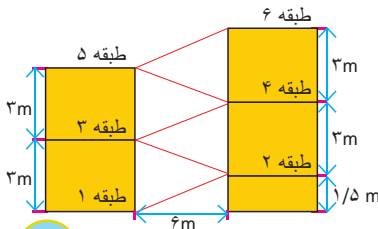
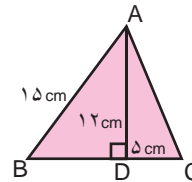
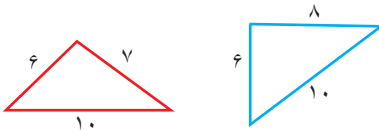
۲- معلم ریاضی از دانش آموزان خواست پاره خطی به طول  $\sqrt{10}$  سانتی متر رسم کنند. در اینجا پاسخ سه دانش آموز آمده است. راه حل هر کدام را توضیح دهید و درباره ویژگی‌های آنها گفت‌وگو کنید. کدام دانش آموز از روش هندسی و کدام یک از روش حسابی استفاده کرده است؟

مهسا:	سایما:	زهرا:
<p>به کمک ماشین حساب <math>\sqrt{10}</math> را حساب می‌کنم.</p> <p><math>\sqrt{10} \approx 3.16</math></p> <p>حالا به کمک خط کش یک پاره خط به طول تقریباً <math>3.1</math> سانتی متر رسم می‌کنم.</p>	<p>مثلثی قائم‌الزاویه با ضلع‌های <math>1</math> و <math>3</math> سانتی متر رسم می‌کنم.</p> <p><math>1^2 + 3^2 = 10</math></p> <p>پس وتر آن <math>\sqrt{10}</math> سانتی متر خواهد شد.</p>	<p>به همین ترتیب، ساختن مثلث‌های قائم‌الزاویه را ادامه می‌دهم تا <math>\sqrt{10}</math> ساخته شود.</p>

## تمرین



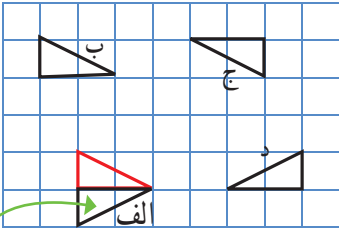
۱- محیط مثلث ABC را حساب کنید.



۳- شکل رو به رو نمایی از یک پارکینگ طبقاتی را نشان می‌دهد. طول مسیری که هر طبقه را به طبقه بعدی می‌رساند، چقدر است؟

اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تقارن، دوران و انتقال) طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می‌توانیم بگوییم که این دو شکل با یکدیگر **هم‌نهشت** اند.

فعالیت



تقارن محوری

۱- در شکل روبه‌رو، مثلث‌های الف، ب، ج و د از انتقال، تقارن یا دوران مثلث قرمز به دست آمده‌اند و با آن هم‌نهشت‌اند. مانند نمونه مشخص کنید از کدام یک تبدیل‌های انتقال، تقارن یا دوران استفاده شده است.  
ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی در این پنج مثلث را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید.

$$\triangle ABC \cong \triangle GHF$$

۲- این دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت‌اند:

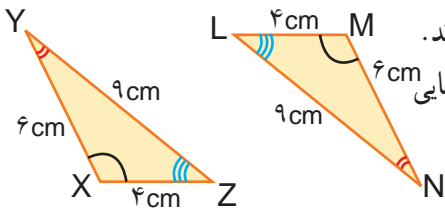
پس اجزای متناظر آنها نیز با هم مساوی هستند.

با توجه به علامت‌های روی شکل‌ها، تساوی ضلع‌ها و زاویه‌های متناظر این دو مثلث را کامل کنید.



$$\hat{A} = \hat{\quad} \quad \hat{B} = \hat{\quad} \quad \hat{\quad} = \hat{G}$$

$$\overline{BC} = \overline{\quad} \quad \overline{\quad} = \overline{HF} \quad \overline{\quad} = \overline{FG}$$



۳- مثلث‌های XYZ و LMN با یکدیگر هم‌نهشت‌اند.

می‌خواهیم بینیم مثلث XYZ با چه تبدیلی یا تبدیلی‌هایی

بر مثلث LMN منطبق می‌شود.

راه حل دو دانش‌آموز در اینجا آمده است.

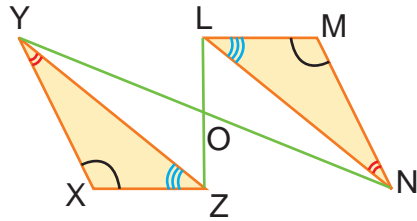
شما هم راه دیگری برای منطبق کردن مثلث XYZ بر مثلث LMN پیدا کنید و آن را توضیح

دهید. سپس راه حل خود را با راه حل‌های دوستانتان مقایسه کنید. خوب است بدانید که راه حل‌های

درستی شماری برای این مسئله وجود دارد.

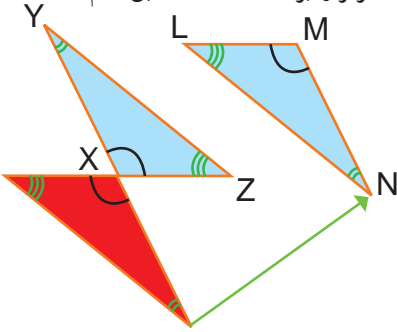
راه حل محمد:

با یک دُوران  $18^\circ$  حول نقطه  $O$  می توان مثلث  $XYZ$  را بر مثلث  $LMN$  منطبق کرد.

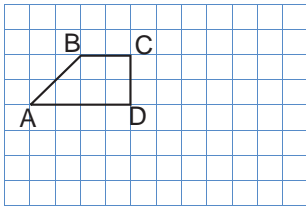


راه حل حامد:

با یک دوران  $18^\circ$  حول نقطه  $X$  می توانیم مثلث  $XYZ$  را بر مثلث قرمز رنگ منطبق کنیم و سپس با یک انتقال، مثلث قرمز را بر مثلث  $LMN$  منطبق کنیم.



## کار در کلاس



۱- تصویر دوزنقه  $ABCD$  را پس از دوران  $18^\circ$  حول

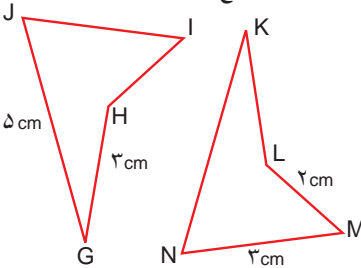
نقطه  $D$  رسم کنید و آن را  $A_1, B_1, C_1, D_1$  بنامید.

سپس آن را با بردار  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  انتقال دهید.

شکل جدید را نام گذاری کنید و عبارت هم نهستی شکل ها را کامل کنید.

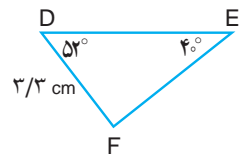
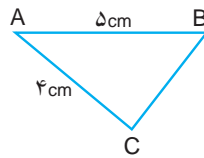
$$ABCD \cong \text{————} \cong \text{————}$$

۲- با توجه به هم نهستی شکل های هر قسمت، در صورت امکان اندازه ضلع ها و زاویه های متناظر را



$$GHI \cong KLM$$

پیدا کنید و بنویسید.



$$ABC \cong DEF$$

۳- دیواره های کنار پل از مثلث های قائم الزاویه هم نهستی ساخته شده اند.

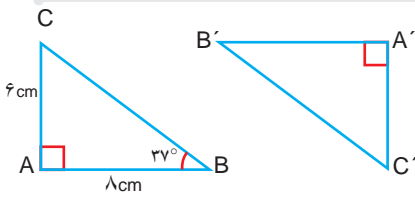


زاویه های مساوی را با علامت گذاری مشخص

و اندازه هر یک از زاویه های یکی از مثلث ها

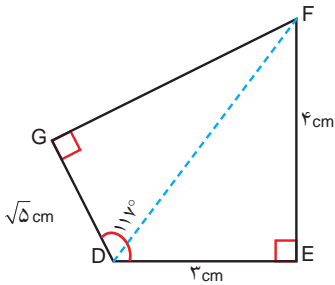
را بنویسید.

## فعالیت



۱- در شکل مقابل  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

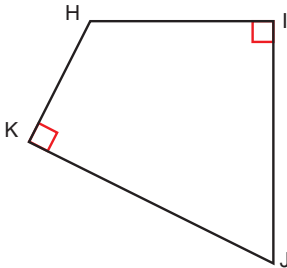
اندازه برخی ضلع‌ها و زاویه‌ها نوشته شده است. اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های دیگر را به دست آورید.



۲- چهارضلعی DEFG را نسبت به خطی

افقی قرینه کرده‌ایم و چهارضلعی HIJK را به دست آورده‌ایم. اندازه برخی از ضلع‌ها و زاویه‌ها معلوم است. اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های دیگر این چهارضلعی را به دست آورید.

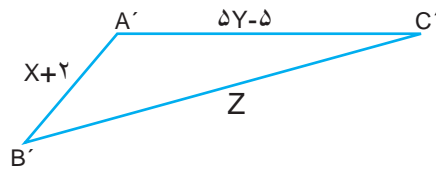
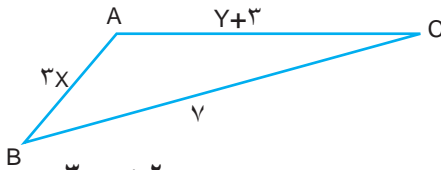
d



درباره رابطه‌هایی که از آنها در این دو سؤال استفاده کرده‌اید، با هم گفت‌وگو کنید.

۳- مثلث ABC را می‌توان با انتقال، بر مثلث A'B'C' منطبق کرد.

مانند نمونه، با تشکیل و حل معادله، اندازه ضلع‌های مثلث‌ها را به دست آورید.



$$3x = x + 2$$

$$3x - x = 2$$

$$2x = 2$$

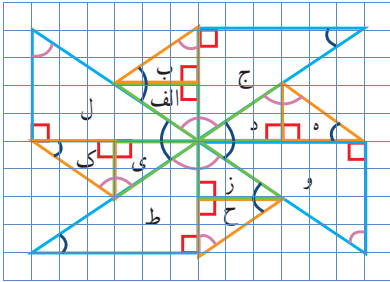
$$x = 1$$

$$\overline{AB} = 3x = 3$$

$$\overline{A'B'} = x + 2 = 1 + 2 = 3$$



## تمرین



۱- در شکل رو به رو زاویه‌های مساوی را با رنگ‌های یکسان مشخص کرده‌ایم.

کدام مثلث‌ها با مثلث الف هم‌نهشت‌اند؟

مانند نمونه مشخص کنید که با چه تبدیل یا تبدیلی

می‌توان مثلث الف را بر مثلث‌های هم‌نهشت با آن منطبق کرد.

چهار مورد دیگر بنویسید. پاسخ‌هایتان را با پاسخ‌های دوستانتان مقایسه کنید.

تقارن (الف) ← (ب) ← انتقال (د) دوران  $180^\circ$  (ه) ← (الف)

۲- سازه‌های مثلی که در این پل به کار رفته‌اند، توانایی تحمل نیروهای کششی و فشاری

زیادی را دارند و مانع خمیدگی پل می‌شوند.

می‌دانیم  $\triangle ABC \cong \triangle BCD$

الف) کدام زاویه مثلث ABC روبه روی ضلع BC است؟

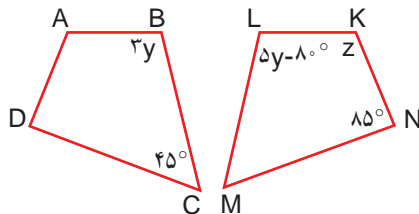
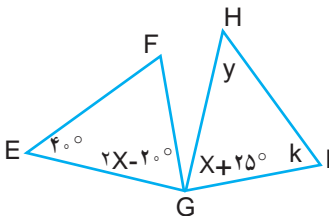
ب) کدام زاویه مثلث BCD روبه روی ضلع BC است؟

ج) مثلث ABC را بر مثلث BCD منطبق می‌کنیم. کدام زاویه این مثلث با زاویه A متناظر است؟

۳- زاویه‌های مجهول را بیابید.

الف) مثلث HIG حاصل دوران  $90^\circ$  درجه EFG حول نقطه G است.

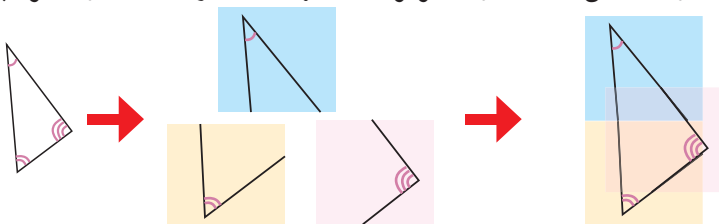
ب) چهارضلعی KLMN حاصل تقارن چهارضلعی ABCD نسبت به خطی عمودی است.



فعالیت



آرمان و سامان مشغول انجام دادن فعالیت‌های هندسه بودند. معلم ریاضی مثلثی روی کاغذ رسم کرد. سپس، تصویر **زاویه‌های** آن را روی سه برگه کاغذ پوستی کشید و از آنها خواست به کمک هم مثلثی بسازند که زاویه‌هایش با آن سه زاویه برابر باشد. آنها مثلث خواسته شده را به ترتیب رویه‌رو ساختند.

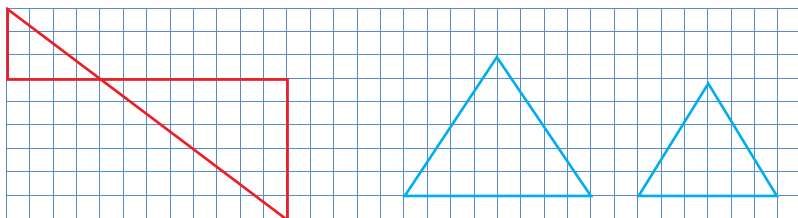


فکر می‌کنید مثلثی که آنها ساخته‌اند با مثلث اولیه، که معلم ریاضی رسم کرده، هم‌نهشت است؟ آیا آنها می‌توانند مثلثی بسازند که با مثلث اولیه هم‌نهشت باشد؟

کارد در کلاس



۱- زاویه‌های مساوی را در هر قسمت علامت‌گذاری کنید.



این دو مثلث قائم‌الزاویه‌اند.

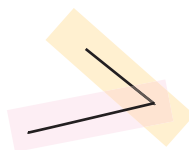
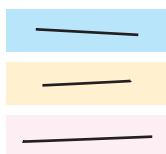
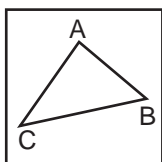
این دو مثلث متساوی‌الاضلاع‌اند.

۲- شکل‌های سؤال قبل را نام‌گذاری کنید و تساوی زاویه‌ها را بنویسید.

فعالیت

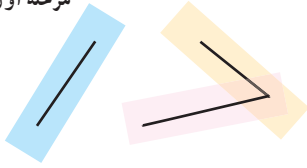


۱- در فعالیت بعدی، معلم ریاضی مثلثی رسم کرد و تصویر **ضلع‌های** آن را روی سه برگ کاغذ پوستی کشید. آن‌گاه از بچه‌ها خواست مثلثی بسازند که ضلع‌هایش با این سه ضلع برابر باشد.

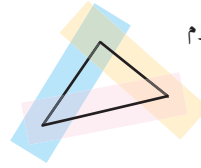


سامان مثلث مورد نظر را به این ترتیب ساخت :

مرحله اول



مرحله دوم

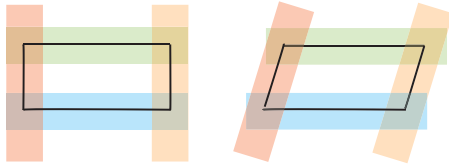


آرمان مطمئن بود مثلثی که سامان ساخته است، با مثلث معلم ریاضی هم نهشت است. شما هم این فعالیت را انجام دهید و درباره آن فکر کنید.

۲- سامان پرسید: «فکر می کنی اگر ضلع های دو شکل با یکدیگر مساوی باشند، آن دو شکل حتماً با یکدیگر هم نهشت اند؟»

آرمان گفت: «نه، من می گویم اگر ضلع های دو مثلث با هم مساوی باشند، آن دو مثلث حتماً با یکدیگر هم نهشت اند. مثلاً این دو چهارضلعی را ببین؛ با اینکه ضلع هایشان مساوی است، با یکدیگر هم نهشت نیستند.»

سپس، با کاغذ پوستی دو چهارضلعی زیر را ساخت و به سامان نشان داد.

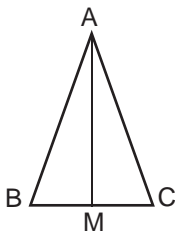


## کاردر کلاس



۱- در شکل زیر نقطه  $M$  وسط  $BC$  است. مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. پاره خطی مانند  $AM$  که رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل وصل می کند میانه می نامیم.

عبارت های زیر را کامل کنید و نشان دهید چرا ضلع های دو مثلث ایجاد شده با هم برابرند.

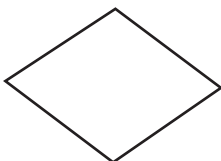


چون ساق های مثلث متساوی الساقین  $ABC$  هستند  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$   
چون  $\overline{BM} = \underline{\hspace{2cm}}$

$AM$  هم ضلع مشترک دو مثلث است.

هم نهشتی این دو مثلث را با یک عبارت نشان دهید.

۲- الف) لوزی مقابل را نام گذاری کنید و یکی از قطرهای آن را رسم کنید.



ب) دلیل تساوی ضلع های دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.

ج) زاویه های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید.

## فعالیت



مثلی رسم کنید.

سپس دو ضلع آن و زاویه

بین آن دو ضلع را روی سه برگ

کاغذ پوستی بکشید.

اکنون سعی کنید مثلی بسازید که دو ضلع آن با این

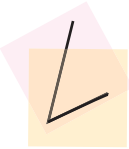
دو ضلع برابر باشد و زاویه بین این دو ضلع هم

برابر زاویه رسم شده باشد.

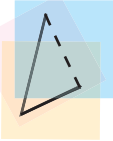
آیا این مثلث با مثلث اولیه هم نهشت است؟

آیا با این شرایط می‌توانید مثلی بسازید که با مثلث اولیه هم نهشت نباشد؟

مرحله اول



مرحله دوم



## کارد در کلاس



در شکل مقابل نیمساز زاویه روبه‌رو به قاعده مثلث متساوی الساقین

ABC را رسم کرده‌ایم.

عبارت‌های زیر را کامل کنید و به کمک آنها نشان دهید دو مثلث

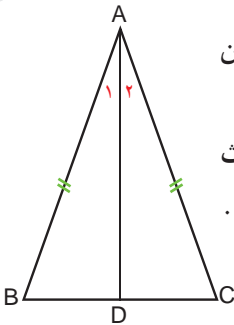
ABD و ADC با هم هم نهشت هستند و دو زاویه مجاور قاعده با هم برابرند.

چون  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ؛

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ؛ چون AD نیمساز است.

AD هم ضلع مشترک دو مثلث است.

هم نهشتی این دو مثلث را با یک عبارت نشان دهید.



## فعالیت



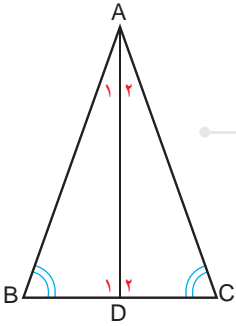
مثلی رسم کنید و این بار دو زاویه و ضلع بین آنها را روی سه برگ کاغذ پوستی بکشید.

سعی کنید مثلی بسازید که دو زاویه و ضلع بین این دو زاویه در آن با مثلث اولیه مساوی باشد.

آیا این مثلث با مثلث اولیه هم نهشت است؟

آیا می‌توانید مثلی بسازید با همین شرایط که با مثلث اولیه هم نهشت نباشد؟

## کار در کلاس



در شکل مقابل زاویه‌های B و C با هم برابرند و نیمساز زاویه A را رسم کرده‌ایم. نشان دهید دو مثلث ABD و ACD هم نهشت هستند و دو ضلع AB و AC با هم برابرند.

(راهنمایی: ابتدا برای مساوی بودن  $\hat{D}_1$  و  $\hat{D}_2$  دلیل بیاورید.)

**نتیجه:** اگر در مثلثی دو زاویه برابر باشند آن مثلث ..... است.

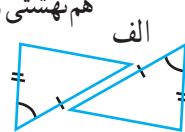
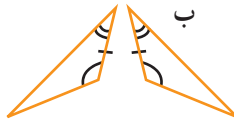
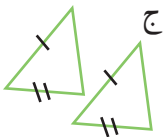
سه حالت هم نهشتی دو مثلث:

- برابری سه ضلع
  - برابری دو ضلع و زاویه بین
  - برابری دو زاویه و ضلع بین
- یا به اختصار: (ض ض ض)      یا به اختصار: (ض ض ض)      یا به اختصار: (ز ز ز)

## تمرین

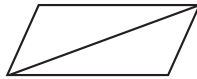


۱- در هر قسمت، بعضی از ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی مشخص شده‌اند. مواردی را که اطلاعات داده شده برای تشخیص هم نهشتی دو مثلث کافی است، پیدا کنید و حالت



هم نهشتی را بنویسید.

۲- در هر شکل، مساوی بودن برخی از اجزای دو مثلث را می‌توان از روابط میان پاره‌خط‌ها، زاویه‌ها، تعریف دایره یا چهارضلعی‌های خاص نتیجه گرفت. اجزای مساوی را پیدا کنید و با علامت‌گذاری مناسب مشخص کنید. سپس، حالت هم نهشتی دو مثلث را بنویسید.



(الف) هر دو مثلث متساوی الاضلاع‌اند.

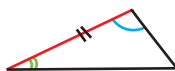
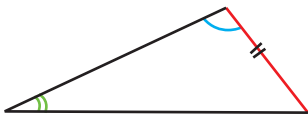
(ب) قطر متوازی الاضلاع رسم شده است.

(ج) دو قطر یکدیگر را در مرکز مشترک دو دایره قطع کرده‌اند.

۳- از شکل زیر کدام یک از موارد زیر را می‌توان نتیجه گرفت؟

اگر دو زاویه و یک ضلع غیر بین از یک مثلث با دو زاویه و یک ضلع غیر بین از مثلثی دیگر برابر باشند، (الف) دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند.

(ب) ممکن است دو مثلث هم نهشت نباشند.

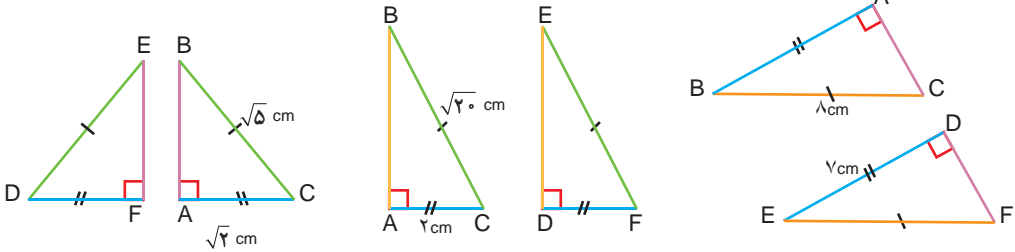


## هم نهشتی مثلث‌های قائم الزاویه

### فعالیت



۱- در هر قسمت، وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه ABC با وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه DEF برابر است.



اندازه ضلع سوم هر یک از مثلث‌ها را پیدا کنید.

آیا در هر قسمت، سه ضلع مثلث ABC با سه ضلع مثلث DEF مساوی است؟

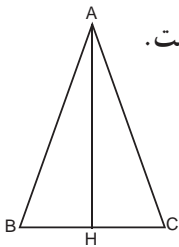
آیا این دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ در چه حالتی؟

۲- می‌دانیم وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر و یک ضلع از مثلث قائم الزاویه دیگری برابر است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که این دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ چرا؟ توضیح دهید.

### کاردرکلاس



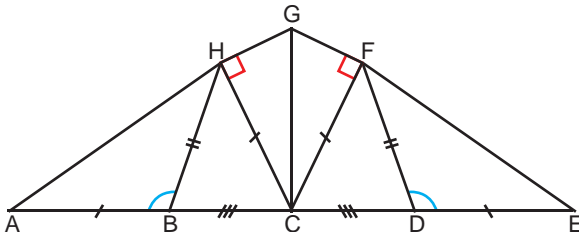
۱- پاره خط AH، ارتفاع وارد بر قاعده مثلث متساوی الساقین ABC است.



چرا مثلث‌های ایجاد شده با یکدیگر هم نهشت‌اند؟

۲- با توجه به علامت‌های شکل زیر، مثلث‌های هم نهشت را پیدا کنید و بنویسید. حالت

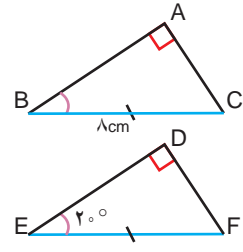
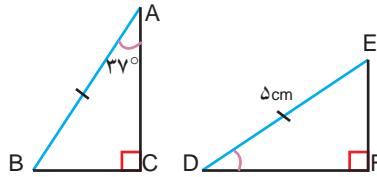
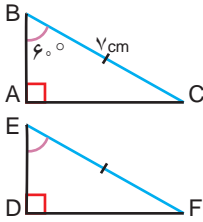
هم نهشتی هر جفت مثلث را بیان کنید.



## فعالیت



۱- در هر قسمت، وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم الزاویه ABC با وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم الزاویه DEF برابر است.



زاویه دیگر هر یک از مثلث‌ها را پیدا کنید.

آیا در هر قسمت دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟ در چه حالتی؟

۲- وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم الزاویه‌ای با وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم الزاویه دیگری برابر است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که این دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟ چرا؟ توضیح دهید.

دو حالت دیگر برای هم‌نهشتی دو مثلث قائم الزاویه :

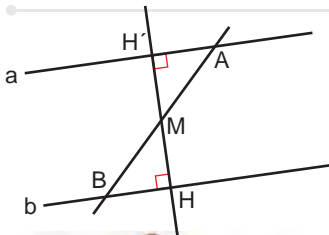
• برابری وتر و یک زاویه تند

• برابری وتر و یک ضلع

یا به اختصار (و ز)

یا به اختصار (و ض)

## کارد در کلاس

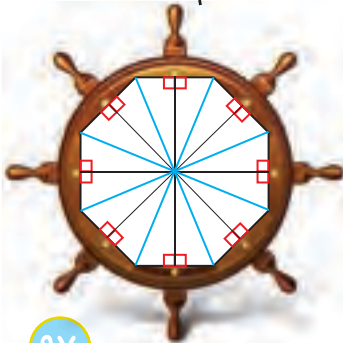


۱- از نقطه M، وسط پاره خط AB، بر دو خط موازی a و b عمود رسم کرده‌ایم.

دو مثلث ایجاد شده به چه حالتی با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟

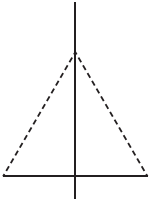
۲- در شکل روبه‌رو، هر شانزده زاویه کوچک وسط شکل با هم مساوی و هشت پاره خط آبی نیز با هم مساوی‌اند.

شانزده مثلث قائم الزاویه شکل مقابل به چه حالتی هم‌نهشت‌اند؟





شادی و مهتاب داشتند یک کتاب هندسه را مطالعه می کردند که به این جمله برخوردند :



«هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط

از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.»

۱- مهتاب پرسید : «چرا این جمله درست است؟»

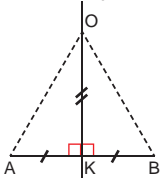
شادی سعی کرد مثالی برای درستی آن جمله پیدا کند.

او پاره خطی کشید و عمود منصف آن را رسم کرد. نقطه ای را روی آن در نظر گرفت و فاصله آن نقطه را از دو سر پاره خط اندازه گرفت؛ فاصله ها مساوی بود.

(یادآوری : فاصله دو نقطه از هم برابر طول پاره خطی است که آن نقاط را به هم وصل می کند.)

فکر می کنید شادی توانسته است دلیلی برای درستی جمله مورد نظر بیاورد؟

۲- مهتاب گفت : «از کجا بفهمیم این جمله در مورد همه نقاط روی عمود منصف درست است؟»



شادی سعی کرد دلیلی برای درستی آن جمله پیدا کند.

او به شکلی که کشیده بود نگاه کرد. آن را مانند

شکل رو به رو علامت گذاری کرد و گفت : «برای همه نقاط روی عمود منصف AB، مانند نقطه O، زاویه K زاویه ای قائمه است. (چرا؟)»

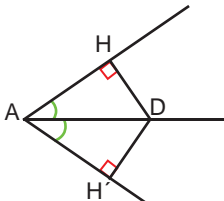
همچنین  $AK=KB$  (چرا؟)  $OK$  هم ضلع مشترک دو مثلث است. پس  $\triangle AOK \cong \triangle BOK$  (در

چه حالتی؟)

و در نتیجه  $OA=OB$  (چرا؟)»

فکر می کنید این بار شادی توانسته است برای درستی جمله مورد نظر دلیلی بیاورد؟

۳- برای درستی جمله زیر دلیل بیاورید :



«هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.»

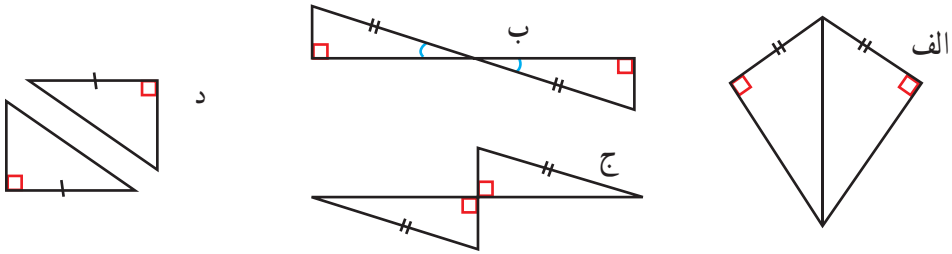
(یادآوری : فاصله یک نقطه از یک خط برابر طول پاره خطی است که از آن نقطه بر آن خط عمود می شود.)



## تمرین

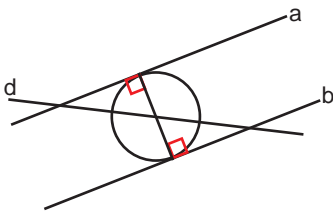


۱- در هر شکل، بعضی از ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی مشخص شده‌اند. مواردی را که اطلاعات داده شده برای تشخیص هم نهشتی دو مثلث کافی است، پیدا کنید و بنویسید دو مثلث در چه حالتی هم نهشت‌اند.

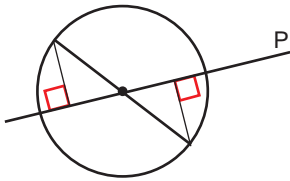


۲- در هر شکل، از روابط میان پاره‌خط‌ها، زاویه‌ها، تعریف دایره یا چهارضلعی‌های خاص می‌توانیم نتیجه بگیریم که برخی از اجزای دو مثلث با هم مساوی‌اند. اجزای مساوی را پیدا کنید و با علامت گذاری مناسب مشخص کنید. سپس، حالت هم نهشتی دو مثلث را بنویسید.

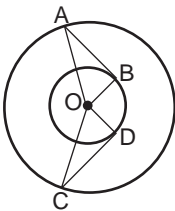
الف) خط  $d$  از مرکز دایره می‌گذرد و دو خط  $a$  و  $b$  بر قطر دایره عمودند.



ب) خط  $p$  از مرکز دایره گذشته است.



ج) نقطه  $O$  مرکز مشترک دو دایره و پاره‌خط‌های  $AB$  و  $CD$  به ترتیب بر  $OB$  و  $OD$  عمودند.



۳- در هریک از موارد تمرین (۲)، مشخص کنید یک مثلث را با چه تبدیلی می‌توان بر مثلث دیگر منطبق کرد.

## ●●●●●● مرور فصل ۶ ●●●●●●

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

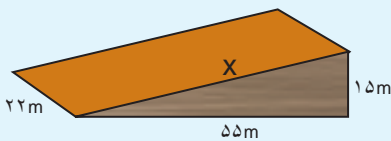
- رابطه فیثاغورس
- اجزای متناظر
- هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه
- حالت‌های هم‌نهشتی دو مثلث
- در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- پیدا کردن ضلع مجهول مثلث قائم‌الزاویه
- بررسی قائم‌الزاویه بودن مثلث با داشتن سه ضلع آن
- نوشتن اجزای متناظر دو شکل هم‌نهشت
- هم‌نهشتی دو مثلث در حالت سه ضلع، دو ضلع و زاویه بین و حالت دو زاویه و ضلع بین
- هم‌نهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه در حالت وتر و یک زاویه و حالت وتر و یک ضلع
- حل مسئله‌های مربوط به هم‌نهشتی مثلث‌ها به کمک حالت‌های بالا

### کاربرد

در نقشه‌های مهندسی و برای پیدا کردن اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های مجهول، از هم‌نهشتی شکل‌ها و تساوی اجزای متناظر استفاده می‌کنیم.

### تمرین‌های ترکیبی



۱- در شکل روبه‌رو سطح شیب‌داری را می‌بینید.

طول این سطح شیب‌دار را به‌دست آورید.

۲- الگوی زیر با مثلث‌های هم‌نهشت ساخته می‌شود.

(الف) دو شکل بعدی را رسم کنید.

(ب) محیط هر شکل را پیدا کنید.

(ج) محیط شکل شماره ۶ چقدر می‌شود؟

(د) محیط شکل شماره ۷ چقدر؟



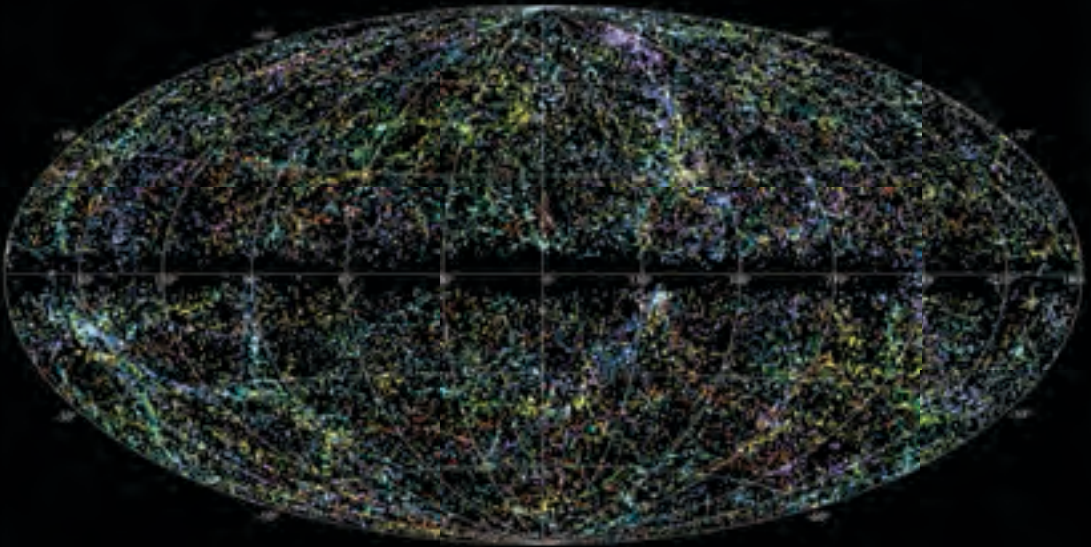
شکل شماره ۱



شکل شماره ۲



شکل شماره ۳



اندازه تقریبی شعاع منظومه شمسی  $10^{13}$  متر است. اندازه تقریبی شعاع جهان قابل مشاهده توسط انسان  $10^{23}$  برابر بیشتر است. تصویر بالا شامل ۴۳ هزار کهکشان است. اگر می‌خواهید بدانید ما کجا هستیم باید بدانید که کهکشان راه شیری تقریباً یک نقطه کوچک در وسط‌های نقشه محسوب می‌شود. فکر منظومه شمسی را هم نکنید چون خیلی کوچک‌تر از آن است که در این تصویر قابل دیدن باشد.

**یادآوری** در سال گذشته ضرب دو عدد توان دار با پایه های مساوی و نیز توان های مساوی را یاد گرفتید. این قواعد را با نمادهای ریاضی به صورت زیر می نویسیم.  
اگر  $a$  عددی دلخواه و  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی باشند:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

(یا برای سادگی:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  و  $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ )

برای آمادگی بیشتر، تمرین های زیر را انجام دهید.

۱- حاصل هر یک از عبارات های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$2^6 \times 2^3 = \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \quad 8^2 \times 2^3 = \quad (-6)^4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 =$$

$$2^5 \times 3^2 \times 6^5 \times 4^2 = \quad 3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 \times 81 = \quad 36 \times 144 = \quad 2^3 \times 8^5 \times 4^3 =$$

۲- حاصل هر یک را به صورت عبارتی توان دار بنویسید.

$$a^2 \times a^4 = \quad x^4 \times y^4 = \quad (ab)^5 \times a^2 \times b^4 =$$

$$(xy)^2 \times (xy)^4 = \quad 125 \times 18^2 \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \quad 8a \times (2a)^2 \times 2a^2 =$$

۳- حجم مکعبی به ضلع  $2a$  چند برابر حجم مکعبی به ضلع  $a$  است؟

۴- جاهای خالی را با عددها و حرف های مناسب پر کنید.

$$18^5 = (6 \times \bigcirc)^5 \quad a^4 = a^2 \times a \bigcirc \quad 7 \bigcirc \times 4^5 = 4^5$$

$$\left(-\frac{7}{2}\right) \bigcirc \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \left(-\frac{7}{2}\right)^9 \quad (4 \times 3)^6 = \bigcirc^6 \times \bigcirc^6$$

## فعالیت



حاصل عبارت  $2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2$  را پنج دانش آموز به صورت یک عدد توان دار حساب کرده اند. راه حل هر دانش آموز را توضیح دهید و تفاوت آنها را بیان کنید.

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2+2} = 2^{12} \quad \text{صادق:}$$

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 8^4 \quad \text{بهروز:}$$

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 64 \times 64 = 64^2 \quad \text{بهرام:}$$

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^6 \times 2^6 = 2^{12} \quad \text{هادی:}$$

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 4^2 \times 4^2 = 16^2 \quad \text{مجید:}$$

با محاسبه، نشان دهید که تساوی های زیر درست اند: (می توانید از ماشین حساب کمک بگیرید.)

$$8^4 = 64^2 = 16^3 = 2^{12}$$

توضیح دهید که تساوی زیر چگونه به دست آمده است.

$$2^2 \times 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = (2^2)^4$$

با مقایسه این تساوی و تساوی های بالا، آیا می توان نتیجه گرفت:  $(2^2)^4 = 2^{12}$  اکنون، درستی تساوی های زیر را به هر روشی که می توانید بررسی کنید.

$$(7^2)^5 = 7^{10} \quad \left[ \left( \frac{1}{4} \right)^3 \right]^4 = \left( \frac{1}{4} \right)^{12}$$

$$\left[ (-2^3) \right]^4 = (-2)^{12} \quad (a^2)^4 = a^8$$

آنچه را فرا گرفته اید، به صورت یک قانون کلی بیان کنید.

اگر  $a$  عددی دلخواه و  $m$  و  $n$  عددهایی طبیعی باشند، آن گاه:

$$(a^m)^n = a^{\boxed{\phantom{000}}}$$



۱- حاصل عبارتهای زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$(5^2)^4 = \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 = [(-6)^2]^5 =$$

$$\left[ \left( -\frac{1}{\sqrt{v}} \right)^3 \right]^4 = (18^2)^7 = (x^4)^8 =$$

$$[(ab)^3]^2 = (xy^2)^2 = (2^m)^n =$$

۲- کدام یک از تساویهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^4$$

$$3^5 \times 3^5 = (3^5)^2$$

$$(3^2)^4 = 3^8$$

$$(3^2)^2 = 3^2$$

$$(5^2)^2 = 5^4$$

$$3^2 \times 3^2 = 3^6$$

$$3^5 \times (2^2)^5 = 12^5$$

$$a^2 \cdot a^0 = 1$$

$$((-2)^2)^2 = 2^6$$

$$(-4^6) = 4^6$$

۳- حاصل عبارت  $(-5)^2 \times [(-5)^2]^3$  برابر کدام یک از مقادیر زیر است؟

الف)  $(-5)^8$

ب)  $-5^8$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$9^5 = (3^{\circ})^5 = 3^{\circ}$$

## تمرین



۱- مقدار عددی عبارت  $a-b(c \times b^c)$  را به ازای  $a=2^0$ ،  $b=4$  و  $c=2$  به دست آورید.

۲- حجم مکعبی به ضلع ۸cm را به صورت یک عدد توان دار، که پایه آن عدد ۲

باشد، بنویسید.

۳- بیست و هفت برابر عدد  $9^5$  را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۴- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید و در صورت امکان، به شکل یک

عبارت توان دار بنویسید.

$$[(-3^2)]^2 =$$

$$[(3^2)]^2 =$$

$$2^5 \times 2^2 \times 3^7 \times 6^3 =$$

$$\left(-\frac{5}{6}\right)^3 \times \left(\frac{7}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{7}\right)^3 =$$

$$2^{40} \times 2^{40} \times 2^{40} =$$

$$(x^2)^5 \cdot (y^3)^2 \cdot x^2 y^4 =$$

۵- کدام عددهای طبیعی را می توان به جای  $\square$  نوشت تا نامساوی زیر درست باشد؟

$$(-2)^{\square} > 15$$

۶- حاصل  $2^7 + 2^7$  و حاصل  $3^5 + 3^5 + 3^5$  را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۷- عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴ را طوری در جاهای خالی قرار دهید که یک تساوی درست به دست

آید. (از هر چهار عدد استفاده کنید).

$$\square \times (\square)^3 = (5)^2 - (\square)^{\square}$$

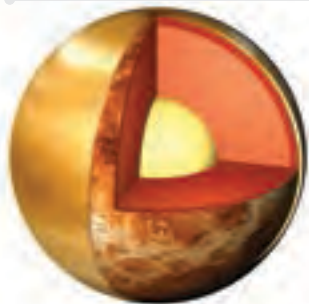
۸- مقدار عددی عبارتهای زیر را به ازای  $a=6$  و  $b=-2$  و  $c=-4$  به دست آورید.

الف)  $\frac{c^2}{b} - 2(a + b^2)$

ب)  $\left(\frac{a}{b}\right)^2 + bc - 10$

## تقسیم دو عدد توان دار با پایه های مساوی

### فعالیت



دمای مرکز خورشید حدود  $10^7$  درجه سانتی گراد است. این دما چند برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید؟ پاسخ را ضمن کامل کردن جاهای خالی به صورت یک عدد توان دار بیان کنید و مراحل حل مسئله را نیز توضیح دهید.

**حل:** آب در  $100 = 10^2$  درجه سانتی گراد به جوش می آید و داریم:

$$10^7 \div 10^2 = \frac{10^7}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = \bigcirc$$

بنابراین:  $10^7 \div 10^2 = \bigcirc$

یعنی دمای مرکز خورشید ————— برابر دمایی است که آب در آن به جوش می آید. آیا تقسیم بالا را به شکل زیر نیز می توانیم انجام دهیم؟

$$\frac{10^7}{10^2} = \frac{10^2 \times 10^5}{10^2} = \bigcirc$$

اکنون، حاصل هر یک از تقسیم های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$(-9)^5 \div (-9)^3 = \text{—————} = (-9)^{\bigcirc}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \text{—————} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\bigcirc}$$

با استفاده از نمونه های داده شده، برای محاسبه تقسیم دو عدد توان دار با پایه های

مساوی قانونی بنویسید.

$a$  عددی دلخواه و  $m, n$  عددهایی طبیعی باشند:

$$a^m \div a^n = a^{\bigcirc}$$



## کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$8^9 \div 8^5 = \quad \frac{3^7}{3^3} = \quad 6^2 \div 6 =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \quad \frac{(-2)^9}{(-2)^2} = \quad \left(\frac{1}{9}\right)^4 \div \left(\frac{1}{9}\right) =$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^6 \div \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \quad (-\circ/3)^5 \div (-\circ/3)^2 = \quad \frac{7^5}{7} =$$

۲- جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$(2^2) \bigcirc = 2^{15} \quad 3^5 \div 3 \bigcirc = 3^4$$

$$14^5 \div (\quad)^2 = 14^3 \quad \frac{7^3}{7^5} = \frac{7^3}{7^3 \times 7^2} = \frac{1}{\bigcirc}$$

۳- حاصل را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید.

$$a^{12} \div a^5 = \quad (xy)^7 \div (xy)^4 = \quad (-x)^7 \div (-x)^3 =$$

## تقسیم دو عدد توان دار با توان های مساوی

### فعالیت



مثال های داده شده را مطالعه کنید و با پر کردن جاهای خالی توضیح دهید که پاسخ هر یک از تقسیم ها چگونه به دست آمده است.

$$12^4 : 6^4 = \frac{12^4}{6^4} = \frac{12 \times 12 \times 12 \times 12}{6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} \times \frac{12}{6} = (\quad)^4 = 2^4$$

$$3^5 : 7^5 = \frac{3^5}{7^5} = \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right) \bigcirc$$

$$(-4)^3 : 6^3 = \frac{(-4)^3}{6^3} = \frac{-4 \times -4 \times -4}{6 \times 6 \times 6} = (-\frac{4}{6})^3 = \left(-\frac{2}{3}\right)^3$$

$$12^4 : 6^4 = \frac{12^4}{6^4} = \frac{2^4 \times 6^4}{6^4} = 2 \bigcirc$$

با توجه به مثال‌های صفحه قبل، توضیح دهید تساوی  $۲^۵ = ۴^۵ = ۸^۵$  چگونه به دست آمده است. اکنون، برای تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی، قانون زیر را کامل کنید.

در تقسیم اعداد توان‌دار با توان‌های مساوی

به کمک قانونی که نوشته‌اید، حاصل تقسیم‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$۶^۸ \div ۳^۸ = \quad \quad \quad (-۲)^۴ \div (-۳)^۴ =$$

اکنون قانون فوق را با نمادهای ریاضی هم نشان دهید.

$$a^m \div b^m = ( \quad )^m \quad \quad \quad b \neq 0 \quad \text{و} \quad m \text{ یک عدد طبیعی و}$$

## کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$۵^۷ \div ۳^۷ = \quad \quad \quad ۱۴^۲ \div ۷^۲ =$$

$$(-۸)^۵ \div (-۲)^۵ = \quad \quad \quad ۹^۲ \div ۲۷^۲ =$$

۲- عبارت‌های زیر را ساده کنید و در صورت امکان، پاسخ را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$۵^۷ \times ۳^۴ \times ۲^۷ \times ۳^۳ = \quad \quad \quad \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸ \div \left(\frac{۲}{۳}\right)^۵ =$$

$$\frac{۳^۰ \cdot ۷ \times ۳^۰ \cdot ۵^۰}{۶^۱ \cdot ۵^۱} =$$

$$\frac{(a^۳)^۴}{a^۳} =$$

$$\frac{(x^۲)^۵ \times x^۷}{x^{۱۱}} =$$

## تمرین



۱- هر یک از عدددهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$۸۱ = \quad \quad \quad -۸ = \quad \quad \quad ۱۰۲۴ = \quad \quad \quad \frac{۱۲۵}{۷۲۹} = \quad \quad \quad \frac{۱}{۵۱۲} = \quad \quad \quad -\frac{۱}{۳۲} =$$

۲- کدام عبارت‌های زیر درست و کدام نادرست‌اند؟ توضیح دهید.

$$\left(\frac{-۵}{۲}\right)^۲ = -\frac{۲۵}{۴}$$

$$\left(\frac{۵}{۱۱}\right)^۰ = ۰$$

$$\left[\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳\right]^۵ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸$$

$$\left(\frac{۲}{۷}\right)^۴ \times \left(\frac{۳}{۵}\right)^۰ = \left(\frac{۲}{۷}\right)^۴$$

$$۱۰^۳ \times ۱۰^۴ = ۱۰^{۱۲}$$

$$(-۲)^۳ \times (-۲) = ۱۶$$

۳- حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 3^{10} =$$

$$\frac{5^6 \times 6^3}{5^4 \times 6^5} =$$

$$\frac{x^y \times y^4}{x^5 \times y^2} =$$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید.

$$3^5 \times 3^{\bigcirc} = 3^9$$

$$(7^4)^{\bigcirc} = 7^8$$

$$\frac{7^{\bigcirc} \times 7^2}{7^3} = 7^5$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\bigcirc} \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\frac{(-6)^{\bigcirc}}{(-6)^{\bigcirc}} = (-6)^3$$

۵- عددهای زیر را از کوچک ترین تا بزرگ ترین و به ترتیب از چپ به راست مرتب کنید.

$$6^5, 1^{12}, -4^3, (-1)^5, 0, \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

۶- کدام تساوی های زیر درست و کدام نادرست اند؟

$$(\sqrt{5})^2 = 25$$

$$(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(\sqrt{5})^2 = (-\sqrt{5})^2$$

$$+\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

۷- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$(-10^2)^3 =$$

$$(ab^2)^3 =$$

$$(x^2y^3)^4 =$$

$$\left(\frac{x^y}{x^3}\right)^5 =$$

$$[36^5 \div (-3)^5] \div [(-2)^5 \times (-3)^5] =$$

۸- نصف  $2^9$  و ربع  $4^7$  را به صورت عددهای توان دار بنویسید.

### خواندنی

رشد باکتری ها به شرایط مناسب محیطی و وجود مواد غذایی بستگی دارد. در شرایط مطلوب باکتری ها در هر  $20^\circ$  دقیقه به دو نیم تقسیم می شوند، سپس در  $20^\circ$  دقیقه دیگر رشد کرده دوباره هر کدام به دو قسمت تقسیم می شوند. تکثیر باکتری ها تا جایی ادامه پیدا می کند که مواد غذایی لازم موجود باشد، برای مثال اگر در حال حاضر ۲ باکتری داشته باشیم، در  $20^\circ$  دقیقه دیگر  $2 \times 2 = 2^2 = 4$  باکتری و در  $60^\circ$  دقیقه دیگر  $2^3 = 8$  باکتری خواهیم داشت. به نظر شما اگر مواد غذایی لازم موجود باشد، پس از گذشت ۲۴ ساعت چند باکتری خواهیم داشت؟

فعالیت

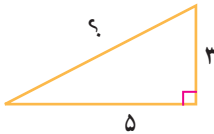


ارتفاع دیوار  
۳ متر

عرض کانال ۵ متر

آزاده، نرگس و نسیم هنگام گردش علمی به یک آب گذر (کانال) به عرض ۵ متر رسیدند. در طرف دیگر آب گذر دیواره‌ای به ارتفاع ۳ متر وجود داشت. آنها می‌خواهند بدانند اگر پلی برای رفتن به طرف دیگر آب ساخته شود، طول آن چقدر خواهد بود؟

در ادامه، گفت‌وگوی این سه دانش‌آموز را می‌خوانید که برای حل این مسئله صورت گرفته است. با دقت در این گفت‌وگو سعی کنید نظر هر دانش‌آموز را توضیح دهید.



**آزاده:** به نظر من این مسئله مانند آن است که یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع ۳ و ۵ متر داشته باشیم و وتر آن را به دست آوریم.

**نرگس:** پس می‌توانیم از رابطه فیثاغورس استفاده کنیم.

**نسیم:** یعنی رابطه مقابل را داریم:  $۵^2 + ۳^2 = ۳۴ = \text{مربع وتر}$

**آزاده:** درست است. اکنون برای به دست آوردن طول وتر باید جذر عدد ۳۴ را به دست آوریم.

**نرگس:** چون  $۲۵ < ۳۴ < ۳۶$  پس  $\sqrt{۳۴}$  بین دو عدد ۵ و ۶ قرار دارد.



یعنی داریم:  $۵ < \sqrt{۳۴} < ۶$

**نسیم:** اگر فاصله ۵ تا ۶ را روی محور نصف کنیم، عدد  $۵/۵$  به دست می‌آید و چون

$(۵/۵)^2 = ۳۰/۲۵$ ، پس حتماً جذر ۳۴ از  $۵/۵$  بیشتر است.

**آزاده:** می‌توانیم چند عدد بزرگ‌تر از  $۵/۵$  را بررسی کنیم؛ مثلاً  $۵/۷$  و  $۵/۸$  و  $۵/۹$ .



سپس آنها به کمک ماشین حساب جدول زیر را تکمیل کردند.

عدد	۵/۷	۵/۸	۵/۹	۶
مجذور	۳۲/۴۹	۳۳/۶۴	۳۴/۸۱	۳۶

در نتیجه با توجه به جدول بالا، مقدار  $\sqrt{۳۴}$  تقریباً برابر ۵/۸ است.  
 آخرین جمله فعالیت بالا را معمولاً به شکل روبه‌رو می‌نویسیم:  $\sqrt{۳۴} \approx ۵/۸$   
 اگر این دانش‌آموزان بخواهند به کمک روش بالا مقدار  $\sqrt{۳۴}$  را تا دو رقم اعشار حساب کنند، چگونه باید این کار را انجام دهند؟

مقدار  $\sqrt{۳۴}$  تا پنج رقم اعشار به کمک ماشین حساب چنین به دست می‌آید:  
 $\sqrt{۳۴} = ۵/۸۳۰۹۵$

### کار در کلاس



۱- با پرکردن جاهای خالی، مقدار  $\sqrt{۲}$  و  $\sqrt{۲۰۰}$  را به صورت تقریبی تا یک رقم اعشار به دست آورید. نتیجه را با آنچه ماشین حساب به دست می‌آورد، مقایسه کنید.

الف)  $\sqrt{۱} < \sqrt{۲} < \sqrt{۴}$

پس:  $۱ < \sqrt{۲} < \bigcirc$

اکنون با نصف کردن فاصله ۱ تا ۲ روی محور، عدد ۱/۵ را آزمایش می‌کنیم.  
 چون  $(۱/۵)^۲ = ۲/۲۵$ ، پس مقدار  $\sqrt{۲}$  حتماً کمتر از \_\_\_\_\_ است.

عدد	۱/۳	۱/۴	۱/۵
مجذور	۱/۶۹	۱/۹۶	۲/۲۵

به کمک جدول بالا می‌توان نوشت:  $\sqrt{۲} =$  \_\_\_\_\_

ب)  $\sqrt{۱۹۶} < \sqrt{۲۰۰} < \bigcirc$

بنابراین:  $\bigcirc < \sqrt{۲۰۰} < ۱۵$

اکنون با نصف کردن فاصله ————— تا ۱۵ روی محور اعداد، عدد  $۱۴/۵$  را آزمایش می‌کنیم. چون  $۲۱۰/۲۵ = (۱۴/۵)^۲$ ، بنابراین  $\sqrt{۲۱۰}$  حتماً کمتر از  $۱۴/۵$  است.

بنابراین  $\sqrt{۲۱۰} =$  —————

عدد	۱۴/۱	۱۴/۲	۱۴/۳	۱۴/۴
جزر	۱۹۸/۸۱	۲۰۱/۶۴		

۲- ابتدا مقدار تقریبی هر عددی را که در جدول آمده است، حدس بزنید. سپس، به کمک ماشین حساب حاصل را تا دو رقم اعشار پیدا کنید و با مقداری که حدس زده‌اید، مقایسه کنید.

عدد	$\sqrt{۳}$	$\sqrt{۵}$	$\sqrt{۱۰/۳}$	$\sqrt{۱۸/۵}$	$\sqrt{۶۸}$	$\sqrt{۹۹}$	$\sqrt{۱۴۰}$
مقدار حدس زده شده							
ماشین حساب							



۱- به کمک روشی که در درس یاد گرفته‌اید، مقدار هر یک از عددهای زیر را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

$$\sqrt{۱۹}, \sqrt{۴۰}, \sqrt{۱۵۰}, \sqrt{۳۸۵}$$

۲- در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید. از ماشین حساب کمک بگیرید.

$$\sqrt{۱۱} \bigcirc ۳\frac{۱}{۳}$$

$$\sqrt{۱۷} \bigcirc ۴/۰۳$$

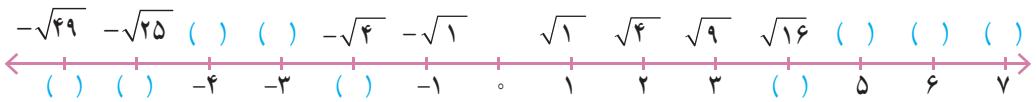
$$\sqrt{۶/۲۵} \bigcirc ۲\frac{۱}{۲}$$

$$۱ + \sqrt{۱۵} \bigcirc ۴$$

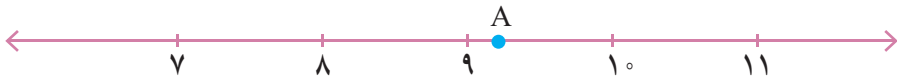
$$\sqrt{۲۰} - ۲ \bigcirc \sqrt{۱۸}$$

$$(\sqrt{۳})^۲ \bigcirc ۳$$

۳- جاهای خالی روی محور را با عددهای مناسب پر کنید.



۴- در هر یک از تمرین‌های زیر، یک محور اعداد رسم و نقطه‌ای روی آن مشخص شده است (نقاط A, B, C). نقطه مشخص شده روی محور به کدام یک از عددهای داده شده نزدیک‌تر است؟ دلیل بیاورید.



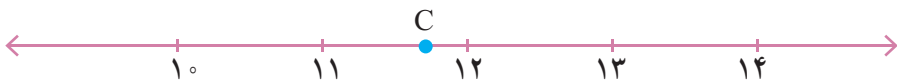
$$\sqrt{79}, \sqrt{98}, \sqrt{81}, \sqrt{85}$$

دلیل:



$$-\sqrt{12}, -\sqrt{17}, -\sqrt{15}, -\sqrt{28}$$

دلیل:



$$\sqrt{140}, \sqrt{116}, \sqrt{121}, \sqrt{126}$$

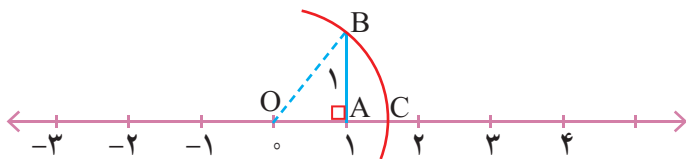
دلیل:

فعالیت

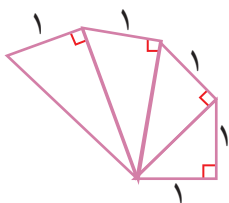


در درس گذشته مقدار  $\sqrt{2}$  را هم به صورت تقریبی و هم به کمک ماشین حساب محاسبه کردید.

در این فعالیت، با نمایش  $\sqrt{2}$  روی محور اعداد آشنا می‌شویم. محور عددهای زیر را در نظر بگیرید. مثلث  $OAB$  یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ضلع ۱ است. به مرکز  $O$  و شعاع  $OB$  کمانی می‌زنیم تا محور اعداد را در نقطه  $C$  قطع کند. طول پاره خط  $OC$  چقدر است؟ \_\_\_\_\_ چرا نقطه  $C$ ، عدد  $\sqrt{2}$  را نمایش می‌دهد؟



به همین روش، نقطه‌ای را روی محور بالا معین کنید که عدد  $-\sqrt{2}$  را نمایش دهد. در شکل زیر، تعدادی مثلث قائم الزاویه رسم شده است. در هر یک از این مثلث‌ها طول یک ضلع زاویه قائمه ۱ واحد است. طول وترهای این مثلث‌ها به ترتیب  $\sqrt{2}$ ،  $\sqrt{3}$ ،  $\sqrt{4}$ ،  $\sqrt{5}$  است. چرا؟



آیا می‌توانید به همین ترتیب پاره‌خطی به طول  $\sqrt{6}$  و  $\sqrt{7}$  رسم کنید؟ چگونه؟

از شکل داده شده استفاده کنید. دهانه پُرگار را به اندازه  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{5}$  باز کنید و عددهای  $1 + \sqrt{3}$  و  $2 + \sqrt{5}$  را روی محور اعداد نمایش دهید.



کار در کلاس



عدد  $2 - \sqrt{3}$  را روی محور اعداد نمایش دهید.

برای نمایش عدد  $2 - \sqrt{3}$  روی محور از تساوی  $\sqrt{3} - 2 = -2 + \sqrt{3}$  استفاده کنید.



## خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

### فعالیت



با توجه به عددهای داده شده  $a$  و  $b$ ، مانند نمونه جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه

دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟

$a$	$\sqrt{a}$	$b$	$\sqrt{b}$	$ab$	$\sqrt{ab}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
۴	۲	۹	۳	۳۶	۶	۶
۹		۱۶				
۴		۱۶				
۲۵		۴				

آیا می‌توانید حدس خود را به صورت یک عبارت کلامی بیان کنید؟

$$\sqrt{ab} = ( ) ( )$$

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد مثبت باشند، داریم:

به کمک جدول بالا، درستی رابطه را بررسی کنید.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

### کار در کلاس



۱- در تساوی‌های زیر جاهای خالی را پر کنید.

$$\sqrt{4} \times \sqrt{8} = \square$$

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \square$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{7} \times \square$$

$$\sqrt{200} = \sqrt{100} \times \square$$

$$\sqrt{16 \times 25} = \sqrt{16} \times \sqrt{25} = \square \times \square$$

۲- کدام یک از عبارات زیر درست و کدام نادرست است؟

$$\sqrt{50} = 25$$

$$\sqrt{50} = 5 \times \sqrt{2}$$

۳- مانند نمونه تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{8} =$$

$$\sqrt{18} =$$

$$\sqrt{12} =$$

$$\sqrt{75} =$$

## فعالیت



جدول زیر را برای عددهای مثبت  $a$  و  $b$  کامل کنید. مقدارهای دو سطر آخر را با هم مقایسه کنید و تساوی به دست آمده را به شکل یک قانون کلی بنویسید.

$a$	۱۶	۲۵	۱	
$b$	۹	۳۶	۱۰۰	
$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$			$\sqrt{\frac{49}{64}}$
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	$\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$			

## کار در کلاس

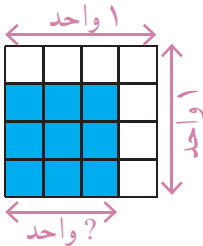


۱- با استفاده از شکل روبه‌رو، درستی رابطه

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

را بررسی کنید.

۲- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.



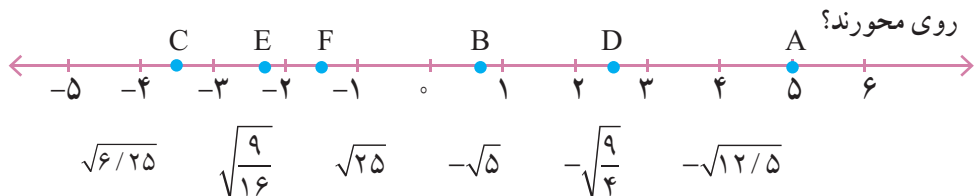
$$-\sqrt{\frac{1}{144}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{49}{16}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = \frac{3}{5}$$

$$-\sqrt{\underline{\hspace{2cm}}} = -\frac{1}{7}$$

۳- به صورت تقریبی مشخص کنید که عددهای داده شده نظیر کدام یک از نقاط مشخص شده



## تمرین



۱- نزدیک ترین عدد طبیعی به هر یک از عددهای زیر را پیدا کنید.

$$\sqrt{401} \quad \sqrt{310} \quad \sqrt{9999} \quad \sqrt{280} \quad \sqrt{175}$$

درستی پاسخ خود را به کمک ماشین حساب بیازمایید.

۲- یک محور اعداد رسم کنید و عددهای زیر را به صورت تقریبی روی آن مشخص کنید.

$$\sqrt{14}, \sqrt{10}, \sqrt{24}, -\sqrt{3}, -\sqrt{8}, -\sqrt{17}$$

۳- مجموع عددهای واقع بر هر سطر، هر ستون و نیز هر قطر مربع زیر ۶- است.

جاهای خالی را با چه عددهایی می توان پر کرد؟

	$-(\sqrt{4}+2^2)$	$-5^\circ$
$-2^2$		$5^\circ$
$-\sqrt{9}$	$15+1^2$	

۴- حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

$$(a^5 \times a^9) \times (b^{17} \div b^2) =$$

$$\frac{(4 \times 3)^5 \times 14^8}{(28^7 \div 2^7) \times (6^5 \times 2^5)} =$$

۵- جذر  $700$  را تا یک رقم اعشار به دست آورید و نتیجه را به کمک ماشین حساب بررسی

کنید.

۶- دو عدد طبیعی بین  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{17}$  پیدا کنید.

۷- پنج عدد بین  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{8}$  پیدا کنید.

## ●●●●● مرور فصل ۷ ●●●●●

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

● توان ● جذر تقریبی ● ریشه‌های دوم یک عدد ● جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم  
 در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. هر کدام را با یک مثال توضیح دهید و در دفتر خود خلاصه درس را بنویسید.

- محاسبه حاصل یک عدد توان‌دار به توان عدد دیگر
- محاسبه تقسیم دو عدد توان‌دار با پایه‌های مساوی
- محاسبه تقریبی تقسیم دو عدد توان‌دار با نماهای مساوی
- محاسبه جذر یک عدد
- محاسبه یک عبارت توان‌دار
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- پیدا کردن عددهای رادیکالی روی محور
- محاسبه جذر حاصل ضرب و حاصل تقسیم

### کاربرد

کاربرد این درس علاوه بر درس‌های دیگر ریاضی مثل جبر در بیان عددهای بسیار بزرگ و با بسیار کوچک است. نماد علمی نحوه‌ای از بیان این عددها به صورت توان‌دار است.

### تمرین‌های ترکیبی

۱- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{(-3)^5 \times 2^4 \times 8}{-2^7 \times (-9)^2 \times 18}$$

۲- حاصل تقسیم مقابل را به دست آورید.

$$\left[ 3^{10} \times \left(\frac{1}{27}\right)^3 \right]^2 \div \left[ 5^4 \times \left(\frac{1}{25}\right)^2 \right]^3$$

۳- با تهیه جدول مناسب، جذر عدد ۹۳ را تا دورقم اعشار به دست آورید.

۴- عددهای زیر را به ترتیب صعودی و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۴- و ۲۳ و  $\sqrt{25}$  و  $\sqrt{47}$  و ۶ و  $(-2/5)^4$  و  $(-2)^4$

۵- به کمک رسم، مکان متناظر با عددهای زیر را روی محور اعداد مشخص کنید.

$\sqrt{10}$  و  $\sqrt{13}$  و  $\sqrt{20} - \sqrt{16}$

۶- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای  $x = -2$  و  $y = 6$  و  $a = -1$  و  $b = \frac{1}{4}$  به دست آورید.

$$\frac{ax^2 - b(x - y^2)}{2axy + \left(\frac{y}{x}\right)^3 - \frac{3}{b^2}}$$